

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»**

Кафедра математики

Составитель
Е. Н. Грибанов

ЭКОНОМЕТРИКА

**Методические указания к самостоятельной работе
для обучающихся заочной формы обучения**

Рекомендовано учебно-методической комиссией
специальности 38.05.01 Экономическая безопасность
в качестве электронного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2019

Рецензенты

Николаева Е. А. зав. кафедрой математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Казунина Г. А. – доктор технических наук, профессор кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Грибанов Евгений Николаевич

Эконометрика: методические материалы [Электронный ресурс] для обучающихся специальности 38.05.01 Экономическая безопасность заочной формы обучения / сост.: Е. Н. Грибанов; КузГТУ. – Электрон. издан. – Кемерово, 2019.

Приведен материал, необходимый для успешного изучения дисциплины «Эконометрика».

Назначение издания – помощь студентам в получении знаний по дисциплине «Эконометрика» и организация самостоятельной работы.

© КузГТУ, 2019

© Грибанов Е. Н.,
составление, 2019

Контрольная работа составлена в соответствии с программой курса «Эконометрика» для студентов специальности 38.05.01 Экономическая безопасность.

Номера задач контрольной работы студент должен выбрать по таблице «Выбор номеров контрольных задач» следующим образом:

- 1) найти строку, соответствующую первой букве фамилии;
- 2) найти столбец, соответствующий последней цифре шифра;
- 3) на пересечении найденной строки и столбца взять номера задач контрольной работы.

Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, возвращается непроверенной.

Все вычисления проводить с округлением до четвёртого знака после запятой.

Программа курса «Эконометрика»

1. Парная регрессия.
2. Возмущение в уравнение регрессии.
3. Выбор уравнения регрессии.
4. Остаточная дисперсия.
5. Графическая оценка параметров линейной регрессии.
6. Оценка тесноты связи при линейной регрессии.
7. Оценка значимости уравнения линейной регрессии с помощью F -критерия.
8. Связь F -критерия с коэффициентом детерминации.
9. Средняя ошибка аппроксимации.
10. Значимость коэффициентов линейной регрессии.
11. Доверительный интервал для коэффициентов регрессии.
12. Значимость коэффициента корреляции.
13. Доверительный интервал для коэффициента корреляции.
14. Интервалы для прогнозируемого значения.
15. Нелинейная регрессия. Основные классы.
16. Коэффициент эластичности.
17. Показатель тесноты связи для нелинейной регрессии.
18. Существенность уравнения нелинейной регрессии.
19. Связь индекса детерминации и коэффициента детерминации.

20. Отбор факторов при построении уравнения множественной регрессии.

21. Оценка значимости мультиколлинерности факторов.

22. Оценка параметров уравнения множественной регрессии.

23. Уравнение регрессии в стандартизованном виде.

24. Основные параметры уравнения множественной регрессии.

25. Частные уравнения регрессии.

26. Множественная корреляция.

27. Частный F -критерий.

28. Частная корреляция.

29. Коэффициенты эластичности для множественной регрессии.

30. Понятие временного ряда.

31. Коэффициенты автокорреляции.

32. Моделирование тенденций.

33. Построение аддитивной модели сезонных колебаний.

34. Построение мультипликативной модели сезонных колебаний.

35. Метод отклонений от тренда.

36. Метод последовательных разностей.

37. Включение в модель регрессии фактора времени.

38. Автокорреляция в остатках.

39. Критерий Дарбина–Уотсона

«Выбор номеров контрольных задач»

Начальная буква фамилии	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
А В Д	1, 31, 61.	2, 32, 62.	3, 33, 63.	4, 34, 64.	5, 35, 65.	6, 36, 66.	7, 37, 67.	8, 38, 68.	9, 39, 69.	10, 40, 70.
Б Е З	11, 41, 71.	12, 42, 72.	13, 43, 73.	14, 44, 74.	15, 45, 75.	16, 46, 76.	17, 47, 77.	18, 48, 78.	19, 49, 79.	20, 50, 80.
Г Ж И Л	21, 51, 81.	22, 52, 82.	23, 53, 83.	24, 54, 84.	25, 55, 85.	26, 56, 86.	27, 57, 87.	28, 58, 88.	29, 59, 89.	30, 60, 90.
К	1, 33, 65.	2, 34, 66.	3, 35, 67.	4, 36, 68.	5, 37, 69.	6, 38, 70.	7, 39, 71.	8, 40, 72.	9, 41, 73.	10, 42, 74.
М Н О	11, 43, 75.	12, 44, 76.	13, 45, 77.	14, 46, 78.	15, 47, 79.	16, 48, 80.	17, 49, 81.	18, 50, 82.	19, 51, 83.	20, 52, 84.
П Ы Й	21, 53, 85.	22, 54, 86.	23, 55, 87.	24, 56, 88.	25, 57, 89.	26, 58, 90.	27, 59, 61.	28, 60, 62.	29, 31, 63.	30, 32, 64.
С У Е	1, 34, 66.	2, 35, 67.	3, 36, 68.	4, 37, 69.	5, 38, 70.	6, 39, 71.	7, 40, 72.	8, 41, 73.	9, 42, 74.	10, 43, 75.
Р Т Ф	11, 44, 76.	12, 45, 77.	13, 46, 78.	14, 47, 79.	15, 48, 80.	16, 49, 81.	17, 50, 82.	18, 51, 83.	19, 52, 84.	20, 53, 85.
Х Ц Ш	21, 54, 86.	22, 55, 87.	23, 56, 88.	24, 57, 89.	25, 58, 90.	26, 59, 61.	27, 60, 62.	28, 31, 63.	29, 32, 64.	30, 33, 65.
Ч Щ Э Я	1, 36, 68.	2, 37, 69.	3, 38, 70.	4, 39, 71.	5, 40, 72.	6, 41, 73.	7, 42, 74.	8, 43, 75.	9, 44, 76.	10, 45, 77.

Задачи 1–30. Задана выборка

X	n	n+1	n+2	n+3	n+4	2n+2	2n+1	2n+3	2n+4	2n+5
У	30–m	29–m	28–m	25–m	27–m	30–2m	28–2m	25–2m	26–2m	22–2m

Составить уравнение линейной регрессии. Найти: 1) остаточную дисперсию; 2) значение критерия F двумя способами. По-

строить диаграмму рассеяния и нанести на неё линию регрессии. Значения n и m определяют по номеру задачи из таблицы.

Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m
1	9	1	7	3	7	13	5	4	19	5	1	25	5	7
2	8	2	8	2	8	14	4	5	20	4	2	26	4	8
3	7	3	9	9	9	15	3	6	21	9	3	27	9	1
4	6	4	10	8	1	66	9	7	22	8	4	28	8	2
5	5	5	11	7	2	17	8	8	23	7	5	29	6	3
6	4	6	12	6	3	18	6	9	24	6	6	30	3	4

Задачи 31–60. По 30 наблюдениям составлена матрица парных

коэффициентов корреляции $\begin{vmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2} \\ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1x_2} \\ r_{yx_2} & r_{x_1x_2} & 1 \end{vmatrix}$, найти уравнение

регрессии в стандартизованном и натуральном масштабе. Вычислить множественный коэффициент корреляции. Оценить значимость уравнения регрессии по критерию F . Используя частные критерии F , оценить целесообразность включения каждого из факторов в уравнение регрессии. Вычислить остаточную дисперсию.

Значения требуемых параметров для каждого варианта приведены в таблице

Номер задачи	r_{yx_1}	r_{yx_2}	$r_{x_1x_2}$	S_y^2	$S_{x_1}^2$	$S_{x_2}^2$	$\bar{y}$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$
31	0,8	0,9	0,7	48	12	27	10	12	8
32	0,8	0,7	0,8	48	27	12	12	10	8
33	0,8	0,8	0,9	32	8	18	16	12	10
34	0,8	0,8	0,8	32	8	18	16	10	12
35	0,9	0,9	0,9	80	20	45	18	12	10
36	0,9	0,9	0,8	80	45	20	18	10	12
37	0,9	0,9	0,7	20	45	80	18	16	10
38	0,9	0,8	0,5	20	80	45	18	10	16
39	0,9	0,8	0,6	25	36	64	18	16	12
40	0,9	0,8	0,7	25	64	36	18	12	16
41	0,9	0,8	0,8	64	25	36	18	16	14
42	0,9	0,8	0,9	64	36	25	18	14	16
43	0,8	0,7	0,9	128	72	50	20	16	10
44	0,8	0,7	0,7	128	50	72	20	16	12
45	0,8	0,7	0,6	72	128	50	20	16	14
46	0,8	0,7	0,5	72	50	128	20	16	18

Номер задачи	r_{yx_1}	r_{yx_2}	$r_{x_1x_2}$	S_y^2	$S_{x_1}^2$	$S_{x_2}^2$	$\bar{y}$	$\bar{x_1}$	$\bar{x_2}$
47	0,8	0,7	0,4	50	128	72	20	18	10
48	0,8	0,7	0,3	50	72	128	20	18	12
49	0,8	0,7	0,2	192	108	75	20	18	13
50	0,8	0,6	0,1	192	75	108	20	18	14
51	0,8	0,6	0,2	108	192	75	20	18	15
52	0,8	0,6	0,3	108	75	192	20	18	16
53	0,8	0,6	0,4	75	192	108	20	18	17
54	0,8	0,6	0,5	75	108	192	22	16	10
55	0,8	0,6	0,7	256	144	100	22	16	12
56	0,8	0,5	0,7	256	100	144	22	16	13
57	0,8	0,5	0,6	144	256	100	22	16	14
58	0,8	0,5	0,4	144	100	256	22	16	15
59	0,8	0,5	0,3	100	144	256	22	18	10
60	0,8	0,5	0,2	100	256	144	22	18	12

Задачи 61–90. Заданы два временных ряда первый:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x(t)$	50+n	70-m	70-n	80+n	80	90	90+m	110-m	120+n	120+m
$y(t)$	120+n	120-n	110+m	110-m	90-n	90-m	60+n	60+m	50-n	50-m

Значения t и n выбираются по номеру задачи из таблицы.

Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m	Номер задачи	n	m
61	6	1	67	5	2	73	3	2	79	1	2	85	3	4
62	6	2	68	5	3	74	3	1	80	2	1	86	3	5
63	6	3	69	5	4	75	1	6	81	2	3	87	3	6
64	6	4	70	4	3	76	1	5	82	2	4	88	4	5
65	6	5	71	4	2	77	1	4	83	2	5	89	4	6
66	5	1	72	4	1	78	1	3	84	2	6	90	5	6

Оценить взаимосвязь этих рядов, используя метод первых разностей и метод отклонения от тренда.

Пример решения контрольной работы.

Задача 1–30. Возьмём для примера $n=8$, $m=5$. Получаем выборку

x	8	9	10	11	12	18	17	19	20	21
y	25	24	23	20	22	20	18	15	16	12

Уравнение регрессии x на y имеет $y = a + bx$. Найдём коэффициенты регрессии по формулам $b = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$,
 $a = \frac{1}{n}(\sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i)$. Найдём требуемые суммы, для этого составим расчётную таблицу.

n	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
1	8	25	200	64	625
2	9	24	216	81	576
3	10	23	253	100	529
4	11	20	220	121	400
5	12	22	264	144	484
6	18	20	360	324	400
7	17	18	306	289	324
8	19	15	285	361	225
9	20	16	320	400	256
10	21	12	252	441	144
$\sum$	146	195	2653	2325	3963

Тогда $b = \frac{10 \cdot 2653 - 146 \cdot 195}{10 \cdot 2325 - 146^2} \approx -0,78427$,
 $a = \frac{195 + 0,78427 \cdot 146}{10} \approx 30,87191$. Для нахождения значений остаточной суммы и критерия F составим расчётную таблицу.

x_i	y_i	y_p	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_p - \bar{y})^2$	$(y_i - y_p)^2$
8	25	24,5978	30,25	25,9871	0,1618
9	24	23,8135	20,25	18,6061	0,0348
10	23	23,0292	12,25	12,4553	0,0009
11	20	22,2449	0,25	7,5347	5,0398
12	22	21,4607	6,25	3,8442	0,2909
18	20	16,7551	0,25	7,5347	10,5297
17	18	17,5393	2,25	3,8442	0,2122
19	15	15,9708	20,25	12,4553	0,9424
20	16	15,1865	12,25	18,6061	0,6618
21	12	14,4022	56,25	25,9871	5,7708
$\sum$	195	195	160,5	136,8551	23,6449

где y_p – расчётное значение, которое находится по формуле

$$y_p = a + bx_i = 30,8719 - 0,7843x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{10} 195 = 19,5.$$

Проверим выполнение равенства сумм:

$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (y_p - \bar{y})^2 + \sum (y_i - y_p)^2$ для рассматриваемого примера имеем $160,5 = 136,8551 + 23,6449 = 160,5$ равенство сумм выполнено.

Найдем остаточную дисперсию по формуле

$$D_{ост} = \frac{1}{n-2} \sum (y_i - y_p)^2 = \frac{1}{8} \cdot 23,6449 \approx 2,9556.$$

Для нахождения значения критерия F можно использовать

две формулы $F = \frac{r^2}{1-r^2} (n-2)$ и $F = \frac{D_{фак}}{D_{ост}},$

где $r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{(n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2) \cdot (n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)}}$, подставляя данные

примера, получаем

$$r = \frac{10 \cdot 2653 - 146 \cdot 195}{\sqrt{(10 \cdot 3963 - 195^2) \cdot (10 \cdot 2325 - 146^2)}} \approx -0,92341 \text{ и } r^2 \approx 0,8527,$$

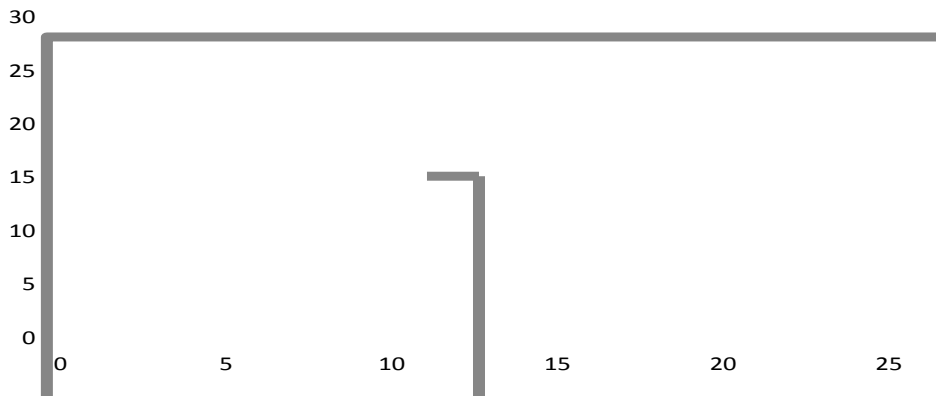
$$D_{фак} = \sum (y_p - \bar{y})^2 = 136,8551.$$

Находим значение критерия F по двум формулам:

$$F = \frac{(-0,9234)^2}{1 - (-0,9234)^2} \times 8 = \frac{0,8527}{1 - 0,8527} \cdot 8 \approx 46,30336 \text{ и}$$

$$F = \frac{136,8551}{2,9556} \approx 46,3037.$$

Незначительное различие между полученными значениями объясняется ошибками округления. Построим диаграмму рассеяния и линию регрессии.



Задача 31–60. Возьмем следующие значения $r_{yx_1} = 0,7$, $r_{yx_2} = 0,5$, $r_{x_1x_2} = 0,2$, $S_y^2 = 128$, $S_{x_1}^2 = 12,5$, $S_{x_2}^2 = 50$, $\bar{y} = 20$, $\bar{x}_1 = 15$, $\bar{x}_2 = 10$. Для нахождения уравнения регрессии в стандартизованном виде $t_y = \beta_1 \cdot t_{x_1} + \beta_2 \cdot t_{x_2}$ используем систему уравнений

$$\begin{cases} \beta_1 + r_{x_1x_2} \cdot \beta_2 = r_{yx_1} \\ r_{x_1x_2} \cdot \beta_1 + \beta_2 = r_{yx_2} \end{cases},$$

где $r_{x_1x_2}$ – коэффициент корреляции между выборками x_1 и x_2 ; r_{yx_1} – коэффициент корреляции между выборками x_1 и y ; r_{yx_2} – коэффициент корреляции между выборками x_2 и y . Подставив задан-

ные значения, получим систему: $\begin{cases} \beta_1 + 0,2 \cdot \beta_2 = 0,7 \\ 0,2 \cdot \beta_1 + \beta_2 = 0,5 \end{cases}$, решая систему

уравнений, находим $\beta_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0,2 \\ 0,2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{0,7 - 0,1}{1 - 0,04} = \frac{0,6}{0,96} = 0,625,$

$$\beta_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0,7 \\ 0,2 & 0,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0,2 \\ 0,2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{0,5 - 0,14}{1 - 0,04} = \frac{0,36}{0,96} = 0,375.$$

Второй способ решения системы. Выразим из первого уравнения $\beta_1 = 0,7 - 0,2\beta_2$ и подставим во второе уравнение, получим

$$0,2(0,7 - 0,2\beta_2) + \beta_2 = 0,5, \text{ отсюда } 0,96\beta_2 = 0,36, \beta_2 = \frac{0,36}{0,96} = 0,375 \text{ и}$$

$\beta_1 = 0,7 - 0,2 \cdot 0,375 = 0,625$. Следовательно, уравнение регрессии в стандартизованном виде $t_y = 0,625 \cdot t_{x_1} + 0,375 \cdot t_{x_2}$. Множественный коэффициент корреляции найдем по двум формулам и сравним полученные результаты.

По первой формуле имеем

$$R^2 = 1 - \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0,7 & 0,5 \\ 0,7 & 1 & 0,2 \\ 0,5 & 0,2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0,2 \\ 0,2 & 1 \end{vmatrix}} = 1 - \frac{0,36}{0,96} = 1 - 0,375 = 0,625, \text{ вычисление оп-}$$

ределителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 0,7 & 0,5 \\ 0,7 & 1 & 0,2 \\ 0,5 & 0,2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0,2 \\ 0,2 & 1 \end{vmatrix} - 0,7 \begin{vmatrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,5 & 1 \end{vmatrix} + 0,5 \cdot \begin{vmatrix} 0,7 & 1 \\ 0,5 & 0,2 \end{vmatrix} =$$

$$1 - 0,04 - 0,7(0,7 - 0,1) + 0,5(0,14 - 0,5) = 0,96 - 0,42 - 0,18 = 0,36$$

По второй формуле имеем

$$R^2 = \beta_1 \cdot r_{y1} + \beta_2 \cdot r_{y2} = 0,7 \cdot 0,625 + 0,5 \cdot 0,375 = 0,625. \quad \text{Полученные значения должны совпадать.}$$

Уравнение регрессии в натуральном масштабе имеет вид: $y = a + b_1x_1 + b_2x_2$. Значения коэффициентов находятся по формулам

$$b_1 = \beta_1 \cdot \frac{\sqrt{S_y^2}}{\sqrt{S_{x_1}^2}} = 0,625 \cdot \frac{\sqrt{128}}{\sqrt{12,5}} = 2, \quad b_2 = \beta_2 \cdot \frac{\sqrt{S_y^2}}{\sqrt{S_{x_1}^2}} = 0,375 \cdot \frac{\sqrt{128}}{\sqrt{50}} = 0,6,$$

$a = \bar{y} - b_1 \cdot x_1 - b_2 \cdot x_2 = 20 - 2 \cdot 15 - 0,6 \cdot 10 = -16$. Следовательно, уравнение регрессии в натуральном масштабе имеет вид $y = -16 + 2x_1 + 0,6x_2$. Значение критерия F найдем по формуле

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = \frac{0,625}{1 - 0,625} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{2} = 22,5. \text{ Частные значения}$$

критерия F найдем по формулам $F_{x_1} = \frac{R_{y, x_1, x_2}^2 - R_{y, x_2}^2}{1 - R_{y, x_1, x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$ и

$$F_{x_2} = \frac{R_{y, x_1, x_2}^2 - R_{y, x_1}^2}{1 - R_{y, x_1, x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}, \text{ подставив исходные значения, полу-}$$

чим $F_{x_1} = \frac{0,625 - 0,25}{1 - 0,625} \cdot 28 = 28$ и $F_{x_2} = \frac{0,625 - 0,49}{1 - 0,625} \cdot 28 = 10,8$. Крити-

ческое значение при $\alpha = 0,05$ равно 4,196, полученные значения больше критического, следовательно, можно утверждать, что оба фактора являются значимыми. Остаточную дисперсию найдем по

формуле $D_{ост} = \frac{1}{n - m - 1} \sum (y_i - y_p)^2$, для нахождения требуемой

суммы используем равенство $R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - y_p)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$, где

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = n \cdot S_y^2 = 30 \cdot 128 = 3840, \quad \text{тогда}$$

$$\sum (y_i - y_p)^2 = (1 - R^2) \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2 = (1 - 0,625) \cdot 3840 = 1440. \text{ Тогда ос-}$$

$$\text{таточная дисперсия равна } D_{ост} = \frac{1}{27} \cdot 1440 = 53,3333.$$

Задача 61–90. Для примера возьмём $n = 8$ и $m = 5$, получим два временных ряда:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_t	58	65	62	88	80	90	95	105	128	125
y_t	128	112	115	105	82	85	68	65	45	42

Оценим взаимосвязь этих рядов, используя метод первых разностей, для этого составим расчётную таблицу:

t	x_t	y_t	Δx_t	Δy_t	$\Delta^2 x_t$	$\Delta^2 y_t$	$\Delta x_t \cdot \Delta y_t$
1	58	128	—	—	—	—	—
2	65	112	7	-16	49	256	-112
3	62	115	-3	3	9	9	-9
4	88	105	26	-10	676	100	-260
5	80	82	-8	-23	64	529	184
6	90	85	10	3	100	9	30
7	95	68	5	-17	25	289	-85
8	105	65	10	-3	100	9	-30
9	128	45	23	-20	529	400	-460
10	125	42	-3	-3	9	9	9
Σ	870	847	67	-86	1561	1610	-733

Коэффициент корреляции найдем по формуле

$$r_{\Delta} = \frac{n \sum \Delta x_t \cdot \Delta y_t - \sum \Delta x_t \cdot \sum \Delta y_t}{\sqrt{\left(n \sum \Delta^2 x_t - (\sum \Delta x_t)^2\right) \cdot \left(n \sum \Delta^2 y_t - (\sum \Delta y_t)^2\right)}},$$

подставив значения,

$$\text{получим } r_{\Delta} = \frac{9 \cdot (-733) - 67 \cdot (-86)}{\sqrt{(9 \cdot 1164 - 67^2) \cdot (9 \cdot 1739 - (-86)^2)}} \approx -0,10139.$$

Для того чтобы оценить взаимосвязь этих рядов, используя метод отклонения от тренда, составим для каждого ряда уравнение линейного тренда. Для нахождения параметров линейного тренда используем расчётную таблицу.

N	t	x_t	y_t	t^2	$t \cdot x_t$	$t \cdot y_t$
1	1	58	128	1	58	128
2	2	65	112	4	130	224
3	3	62	115	9	186	345
4	4	88	105	16	352	420

N	t	x_t	y_t	t^2	$t \cdot x_t$	$t \cdot y_t$
5	5	80	82	25	400	410
6	6	90	85	36	540	510
7	7	95	68	49	665	476
8	8	105	65	64	840	520
9	9	128	45	81	1152	405
10	10	125	42	100	1250	420
Σ	55	896	847	385	5573	3858

Уравнение линейного тренда для каждого временного ряда имеет вид $x_t = a_x + b_x \cdot t$ и $y_t = a_y + b_y \cdot t$. Коэффициенты уравнений тренда находятся по формулам $b_x = \frac{n \sum t \cdot x_t - \sum t \cdot \sum x_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}$;

$$a_x = \frac{1}{n}(\sum x_t - b_x \cdot \sum t); \quad b_y = \frac{n \sum t \cdot y_t - \sum t \cdot \sum y_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} \quad \text{и}$$

$a_y = \frac{1}{n}(\sum y_t - b_y \sum t)$. Подставив значения, получим

$$b_x = \frac{10 \cdot 5573 - 55 \cdot 896}{10 \cdot 385 - 55^2} = 7,8182; \quad a_x = \frac{1}{10}(896 - 55 \cdot 7,8182) \approx 46,6;$$

$$b_y = \frac{10 \cdot 3858 - 55 \cdot 847}{10 \cdot 385 - 55^2} \approx -9,70303;$$

$$a_y = \frac{1}{10}(847 + 55 \cdot 9,70303) \approx 138,0667. \quad \text{Следовательно, уравнения}$$

линейного тренда для каждого временного ряда имеют вид: $x(t) = 46,6 + 7,8182 \cdot t$ и $y(t) = 138,0667 - 9,70303 \cdot t$. Найдем отклонения от тренда используя таблицу

t	x_t	$x(t)$	y_t	$y(t)$	$x_t - x(t)$	$y_t - y(t)$
1	58	54,41818	128	128,3636	3,5818	-0,3636
2	65	62,23636	112	118,6606	2,7636	-6,6606
3	62	70,05455	115	108,9576	-8,0545	6,0424
4	88	77,87273	105	99,25455	10,1272	5,7454
5	80	85,69091	82	89,55152	-5,6909	-7,5515
6	90	93,50909	85	79,84848	-3,5090	5,1515
7	95	101,3273	68	70,14545	-6,3272	-2,1454
8	105	109,1455	65	60,44242	-4,1454	4,5575
9	128	116,9636	45	50,73939	11,0363	-5,7394

10	125	124,7818	42	41,03636	0,2181	0,96363
Σ	896	896	847	847	0	0

Для нахождения коэффициента корреляции составим таблицу

t	$x_t - x(t)$	$y_t - y(t)$	$(x_t - x(t))^2$	$(y_t - y(t))^2$	$(x_t - x(t)) \cdot (y_t - y(t))$
1	3,5818	-0,3636	12,82942	0,132231	-1,30248
2	2,7636	-6,6606	7,637686	44,36367	-18,4075
3	-8,0545	6,0424	64,8757	36,51089	-48,669
4	10,1272	5,7454	102,5617	33,01025	58,18579
5	-5,6909	-7,5515	32,38645	57,02538	42,97499
6	-3,5090	5,1515	12,31372	26,53811	-18,0771
7	-6,3272	-2,1454	40,03438	4,602975	13,57488
8	-4,1454	4,5575	17,18479	20,7715	-18,8932
9	11,0363	-5,7394	121,8013	32,94064	-63,342
10	0,2181	0,96363	0,047603	0,928595	0,210248
Σ	0	0	411,6727	256,8242	-53,7455

Используя полученные значения, найдем коэффициент корреляции $r = \frac{10 \cdot (-53,7455) - 0 \cdot 0}{\sqrt{(10 \cdot 411,6727 - 0^2) \cdot (10 \cdot 256,8242 - 0^2)}} \approx -0,1653$. Полу-

ченные значения $r_{\Delta} \approx -0,10139$ и $r \approx -0,1653$ приблизительно равны, различие обусловлено разным числом значений используемых при нахождении коэффициентов корреляции.

Литература

1. Николаева, Е. А. Эконометрика. Математические методы обработки статистических данных [Текст] : учебное пособие для студентов направления подготовки 38.03.01 Экономика / Е. А. Николаева, Е. Н. Грибанов; ФГБОУ ВО «Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева», Каф. математики. – Кемерово, 2017. – 124 с. – Доступна электронная версия: <http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=91576&type=utchposob:common>
2. Эконометрика: учебник / под ред. И. И. Елисеевой. – Москва: Проспект, 2009. – 288 с.
3. Эконометрика: учебник / под ред. д-ра экон. наук, проф. В. С. Мхитаряна. – Москва: Проспект, 2008. – 384 с.

Дополнительная литература

4. Дорохина, Е. Ю. Сборник задач по эконометрике : учеб. пособие / Е. Ю. Дорохина, Л. Ф. Преснякова, Н. П. Тихомиров. – Москва: Экзамен, 2003. – 224 с.
5. Кремер, Н. Ш. Эконометрика: учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 311 с.
6. Магнус, Я. Р. Эконометрика. Начальный курс : учебник. – 4-е изд. / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. – Москва: Дело, 2006. – 500 с.
7. Новак, Э. Введение в методы эконометрики: сборник задач / Э. Новак. – Москва: Финансы и статистика, 2004. – 248 с.
8. Практикум по эконометрике : учеб. пособие / И. И. Елисеева [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Финансы и статистика, 2006. – 344 с.