Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кузбасский государственный технический
университет имени Т.Ф. Горбачева»

Кафедра общей электротехники

Составитель: Т. М. Черникова

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Методические указания к самостоятельной работе

Рекомендованы учебно-методической комиссией специальности
21.05.04 Горное дело для использования в образовательном процессе

Кемерово 2022

Рецензенты:

Дабаров В.В., доцент кафедры общей электротехники;

Ананьев К.А., председатель УМК специальности 21.05.04 Горное дело

Черникова Татьяна Макаровна

Электротехника: методические указания к самостоятельной работе : для обучающихся специальности 21.05.04 Горное дело специализации 09 Горные машины и оборудование всех форм обучения / сост.; Т. М. Черникова. Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – Кемерово, 2022. – Текст : электронный.

В работе предлагается обучающимся самостоятельно рассмотреть и решить вопросы подготовки к занятиям по электрическим цепям. Даны краткие теоретические положения, облегчающие подготовку к занятиям, рассмотрены примеры расчета электрических цепей, список необходимой литературы.

©Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева, 2022

© Черникова Т. М., составление, 2022

Содержание

Введение

Методические указания предназначены для выполнения самостоятельной работы студентами. Самостоятельная работа подразумевает получение и закрепление знаний по вопросам программы.

В качестве самостоятельной работы предусмотрено изучение материала с целью усвоения теоретических знаний и получения навыков расчета электрических цепей.

Методические указания содержат краткие теоретические положения, охватывающие основные разделы курса: линейные цепи постоянного тока, линейные цепи переменного тока, трехфазные цепи, высшие гармоники в линейных электрических цепях. Приведенный теоретический материал помогает студентам при подготовке, выполнении и расчете лабораторных работ.

Тема 1
Линейные электрические цепи постоянного тока

Основные положения и соотношения

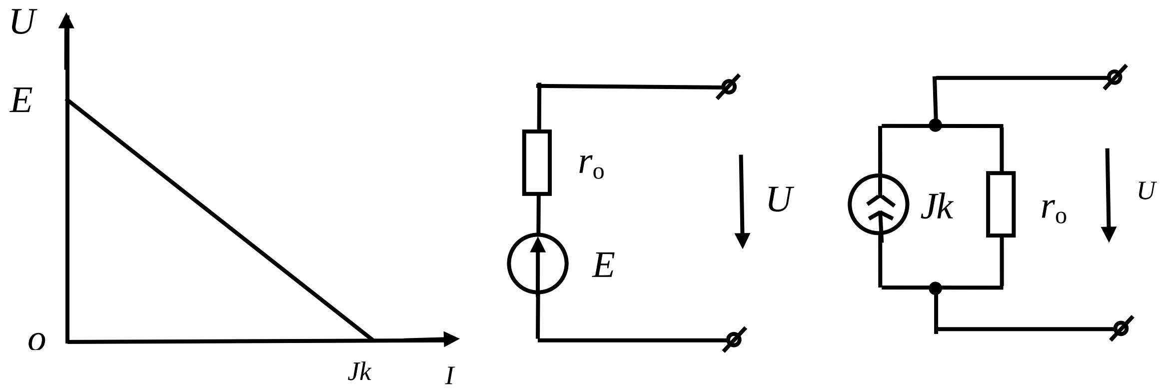
1. Электрические цепи состоят их источников и потребителей электрической энергии. Потребитель электрической энергии характеризуется сопротивлением, которое является параметром цепи и обозначается буквой R (резистор).

2. Источник электрической энергии, характеризуемый внешней характеристикой $U=f$ (I) (рис. 1.1,а), может быть представлен в виде любой из двух эквивалентных схем:

а) схемы из последовательного включения ЭДС и внутреннего (входного) сопротивления источника (рис. 1.1,б);

б) схемы из параллельно включенных источников тока и внутреннего (входного) сопротивления источника (рис. 1.1,б).

Величина ЭДС E в схеме (рис. 1.1,б) численно равна напряжению на зажимах источника в режиме холостого хода (при отключенной нагрузке), а ток источника $J_к$ в схеме (рис. 1.1,в) численно равен току короткого замыкания источника.



а) б) в)

Рис. 1.1

3. Переход от схемы с источником ЭДС к схеме с источником тока и обратно осуществляется по формулам

$$J_k = \frac{E}{r_0};$$

$$E = r_0 \cdot J_k.$$

4. При расчетах электрических цепей пользуются понятиями

идеализированных источников: источников ЭДС и источников тока. У источника ЭДС внутреннее сопротивление r_o=0, а у источника тока r_o=∞. Напряжение на зажимах источника ЭДС не зависит от проходящего через источник тока и равно его ЭДС, а у источника тока ток не зависит от напряжения на зажимах источника.

5. Имеется три формы записи закона Ома.

Для замкнутой неразветвленной цепи

$$I = \frac{\sum E}{\sum R},$$

где ΣE – алгебраическая сумма ЭДС; со знаком «+» в эту сумму входят те ЭДС, направления действия которых совпадают с выбранным положительным направлением тока и со знаком «–» – остальные ЭДС; ΣR – арифметическая сумма сопротивлений цепи (в том числе внутренних сопротивлений источников ЭДС).

Для отдельной ветви без источника ЭДС в сложной электрической цепи

$$I_{ab} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R_{ab}} = \frac{U_{ab}}{R_{ab}},$$

где φ_a, φ_b – потенциалы узлов; U_{ab}– разность потенциалов или напряжение между узлами a и b; R_{ab}– арифметическая сумма сопротивлений в данной ветви (см. рис. 1.2).

Для ветви с источниками ЭДС

$$I_1 = \frac{\varphi_a - \varphi_c + \sum E_{ac}}{\sum R_{ac}} = \frac{U_{ac} + \sum E_{ac}}{\sum R_{ac}},$$

где $U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c$– напряжение или разность потенциалов узлов, к которым подключена ветвь; $\sum E_{ac}$ – алгебраическая сумма ЭДС в ветви «ac»; $\sum R_{ac}$– арифметическая сумма сопротивлений в ней.

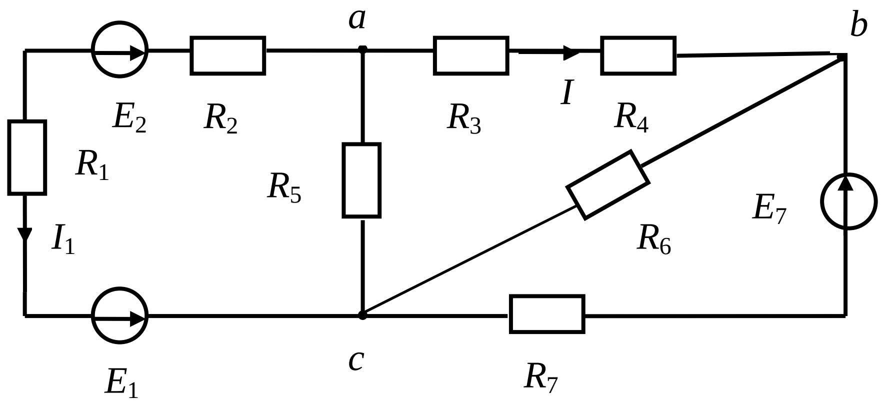


Рис. 1.2

Для ветви *ac* (см. рис. 1.2)

$$\Sigma E_{ac} = E_1 - E_2;$$

$$\Sigma R_{ac} = R_1 + R_2.$$

6. Первый закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом узле электрической цепи, равна нулю:

$$\sum I = 0.$$

Токи, подходящие к узлу, берутся с одним знаком (обычно с плюсом), отходящие от узла – с другим знаком.

7. Второй закон Кирхгофа. В любом (замкнутом) контуре электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжения (на сопротивлениях) равна алгебраической сумме ЭДС:

$$\sum IR = \sum E.$$

8. Определение эквивалентных сопротивлений в пассивных цепях:

а) при параллельном соединении *n* сопротивлений эквивалентное сопротивление определяется по формуле

$$\frac{1}{R_э} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}.$$

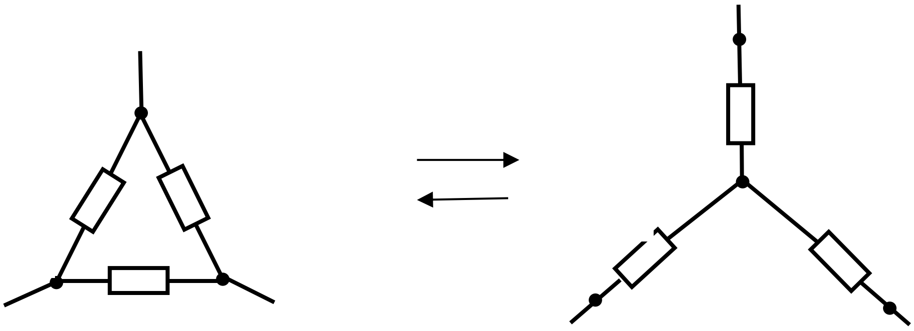
В частом случае параллельного соединения двух сопротивлений

$$R_э = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

При параллельном соединении трех сопротивлений

$$R_э = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3};$$

б) преобразование треугольника сопротивлений (рис. 1.3,а) в эквивалентную звезду и наоборот (рис. 1.3,б) производится по формулам



а) б)

Рис. 1.3

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{31} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned}\right\} \Delta \to Y \qquad \left.\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2} \end{aligned}\right\} Y \to \Delta$$

9. При определении токов в разветвленных цепях (рис. 1.4) полезно пользоваться формулой разброса токов в параллельных ветвях

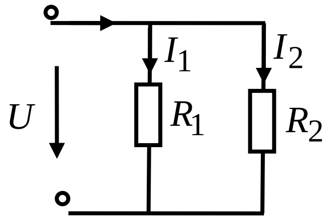


Рис. 1.4

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I; \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I.$$

10. При расчете электрических цепей с несколькими источниками применяют различные методы расчета.

Метод контурных токов. В данном методе в качестве неизвестных выступают так называемые контурные токи, одинаковые для всех участков контура. Истинные токи (токи в ветвях) определяются алгебраическим сложением контурных токов. Необходимое количество уравнений для определения токов в цепи равно

$$N_{конт} = m - (n - 1),$$

где m – число ветвей; n – число узлов схемы.

При решении задач рекомендуется записывать уравнения в стандартной форме.

Пример расчета методом контурных токов. Методом контурных токов найти токи в цепи (рис. 1.5), где E_1=52 В; E_2=48 В; R_1=4 Ом; R_2=8 Ом; R_3=10 Ом.

Решение. В данной цепи два независимых контура. Каноническая система уравнений для определения двух неизвестных контурных токов имеет вид:

$$\begin{cases} R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} = E_{11} \\ R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} = E_{22} \end{cases}.$$

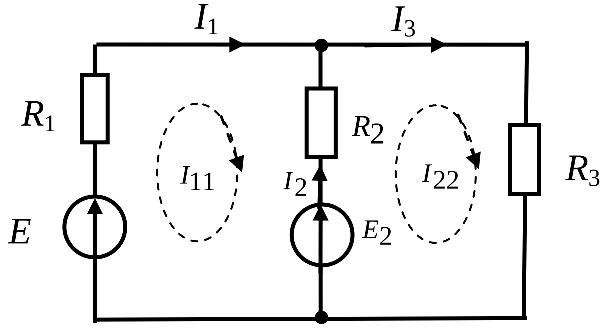


Рис. 1.5

Если выбрать независимые контуры так, как показано на рис. 1.5, то:

- $R_{11}=R_1+R_2=4+8=12$ Ом – полное сопротивление первого контура, это сумма всех сопротивлений, по которым протекает контурный ток I_{11};
- $R_{22}=R_2+R_3=8+10=18$ Ом – полное сопротивление второго контура;
- $R_{12}=R_{21}=-R_2=-8$ Ом – смежное сопротивление 1 и 2 контуров, которое положительно, если контурные токи I_{11} и I_{22} протекают по нему в одном направлении; в противном случае оно отрицательно.

- $E_{11}=E_1-E_2=52-48=4$ В – контурная ЭДС 1-го контура; это алгебраическая сумма ЭДС, входящих в 1 контур;
- $E_{22}=E_2=48$ В – контурная ЭДС второго контура.

Со знаком «+» берется ЭДС, совпадающая по направлению с током контура, для которого составляется уравнение.

После подстановки числовых значений имеем систему уравнений

$$\begin{cases} 12 \cdot I_{11} - 8 \cdot I_{22} = 4 \\ -8 \cdot I_{11} - 18 \cdot I_{22} = 48 \end{cases},$$

решая которую получаем

$$I_{11} = 3\text{A}; \; I_{22} = 4 \text{ A}.$$

Истинные токи в ветвях:

$$I_1 = I_{11} = 3 \text{ A}; \; I_3 = I_{22} = 4 \text{ A}; \; I_2 = I_{22} - I_{11} = 1 \text{ A}.$$

Метод наложения. Метод наложения заключается в том, что действительный, истинный ток в любой ветви цепи равен алгебраической сумме частичных токов, вызываемых в данной ветви действием каждого из источников в отдельности. При расчете токов в цепи от действия какого-либо одного источника остальные источники должны быть исключены, но их внутренние сопротивления оставлены. Поскольку метод наложения применим лишь для линейных цепей, то этим методом нельзя определять мощность как сумму мощностей от частичных токов, так как мощность является квадратичной функцией тока.

Метод узловых потенциалов. В данном методе на первом этапе расчета в качестве неизвестных выступают потенциалы узловых точек схемы – узловые потенциалы. Необходимое количество уравнений для их определения равно

$$N_{\text{узл}} = n - 1,$$

где n – количество узлов в цепи.

При решении задач рекомендуется записывать уравнения в канонической форме.

После определения потенциалов узлов токи в ветвях рассчитываются по закону Ома.

Пример расчета методом узловых потенциалов. В цепи (рис. 1.6) определить токи в ветвях методом узловых потенциалов.

Дано: E_1=12 В; E_2=E_3=3 В; E_5=2 В; E_4=30 В; $J_к$=2 А;

R_1= R_4= R_5= R_6=2 Ом; R_2=R_3=1 Ом.

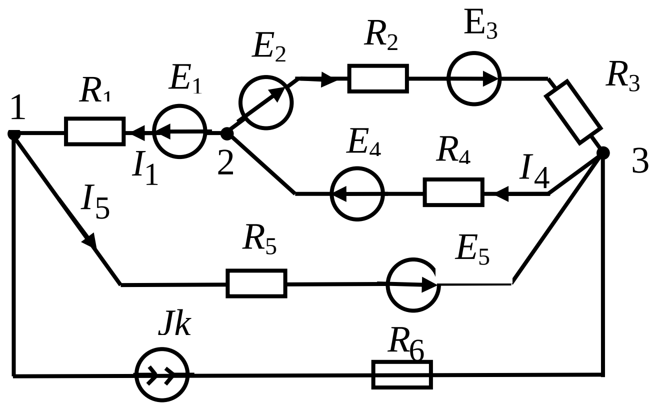


Рис. 1.6

Решение. В цепи три узла. Приняв потенциалы одного из узлов равным нулю (φ_3=0), составим каноническую систему уравнений для определения потенциалов двух остальных узлов:

$$\begin{cases} g_{11}\varphi_1 + g_{12}\varphi_2 = I_1^{(y)} \\ g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 = I_2^{(y)} \end{cases}.$$

В этих уравнениях

$$g_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_0 + R_6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\infty + 2} = 0{,}5 + 0{,}5 + 0 = 1\,\text{Ом},$$

– сумма проводимостей всех ветвей, сходящихся в первом узле;

$$g_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4} = 1{,}5 \ 1/\text{Ом},$$

– сумма проводимостей всех ветвей, сходящихся во втором узле;

$$g_{12} = g_{21} = -\frac{1}{R_1} = -0{,}5 \ 1/\text{Ом},$$

взятая со знаком «–» сумма проводимостей ветвей, соединяющих 1 и 2 узлы

$$I_1^{(y)} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_5}{R_5} - J_k = \frac{12}{2} - \frac{2}{2} - 2 = 3 \text{ А},$$

расчетный узловой ток первого узла;

$$I_2^{(y)} = -\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2 + E_3}{R_2 + R_3} + \frac{E_4}{R_4} = \frac{12}{2} - \frac{6}{2} + \frac{30}{2} = 6 \text{ А},$$

расчетный узловой ток второго узла.

После подстановки числовых значений имеет систему уравнений

$$\begin{cases} \varphi_1 - 0{,}5_{\varphi_2} = 3 \\ -0{,}5_{\varphi_1} - 1{,}5_{\varphi_2} = 6 \end{cases}.$$

Откуда φ_1=6 В; φ_2=6 В.

Токи в ветвях находим по закону Ома

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{6 - 6 + 12}{2} = 6 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_2 + E_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 - 0 + 3 + 3}{1 + 1} = 6 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2 + E_4}{R_4} = \frac{0 - 6 + 30}{2} = 12 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 + E_5}{R_5} = \frac{6 - 0 + 2}{2} = 4 \text{ А}.$$

Для проверки правильности составления системы уравнений и ее решения, запишем уравнение по второму закону Кирхгофа

$$R_1 I_1 + R_5 I_5 - (R_2 + R_3) I_2 = E_1 + E_5 - E_2 - E_3$$

или $2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 12 + 2 - 3 - 3$ и получаем тождество 8=8.

Метод двух узлов. Метод двух узлов является частным случаем метода узловых потенциалов, когда цепь содержит только два узла – «1» и «2».

Искомым на первом этапе является напряжение между узлами 1 и 2 цепи

$$U_{12} = \frac{I_1^{(y)}}{g_{11}} = \frac{\Sigma E_i g_i + \Sigma J_k}{\Sigma g_i},$$

где Σg – сумма проводимостей всех ветвей цепи; $\Sigma E g$ – алгебраическая сумма произведений ЭДС ветвей на проводимости этих ветвей ($\Sigma g > 0$, если E направлена к узлу 1; $\Sigma g < 0$, если E направлена к узлу 2); ΣJ_k – алгебраическая сумма токов источников тока ($J_k > 0$, если $J_к$ направлен к узлу 1; $J_k < 0$, если J_k направлен к узлу 2).

Токи в ветвях определяются при найденном узловом напряжении по закону Ома.

Пример расчета методом двух узлов. Методом двух узлов определить токи в цепи (рис. 1.7), если $E_1 = E_2 = 4$ В; $J_k = 6$ А; $R_1 = R_4 = 2$ Ом; $R_2 = R_3 = 1$ Ом;

Решение. Узел 2 заземляем. Узловое напряжение

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1 - 0 = \varphi_1$$

$$U_{12} = \varphi_1 = \frac{I_1^{(y)}}{g_{11}} = \frac{\Sigma E_\text{i} g_\text{i} + \Sigma J_\text{k}}{\Sigma g_\text{i}} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2} + J_\text{k}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_4}} = 2 \text{ В};$$

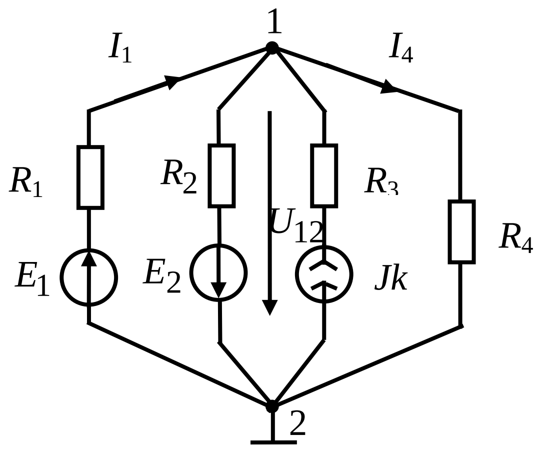


Рис.1.7

токи в ветвях

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{12}}{R_1} = \frac{4-2}{2} = 1 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{12}}{R_2} = \frac{4+2}{1} = 6 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{U_{12}}{R_4} = \frac{2}{2} = 1 \text{ А}.$$

Метод эквивалентного генератора. Данный метод целесообразно применять при расчете тока в одной из ветвей цепи. Относительно этой ветви, которая подключается к цепи, например, в точках «*a*» и «*b*», всю оставшуюся часть цепи можно представить как некоторый эквивалентный генератор с ЭДС $E_э$, и внутренним сопротивлением $R_{оэ}$. ЭДС эквивалентного генератора равна напряжению между точками «a» и «b» в режиме холостого хода (при отключенной ветви) $E_э = U_{abxx}$, а внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению оставшейся цепи между зажимами «*a*» и «*b*» при исключенных источниках (*E* и *I*), но оставленных их внутренних сопротивлениях.

$$R_{оэ} = R_{bxab}$$

Искомый ток ветви определяется по закону Ома.

$$I = \frac{E_{э}}{R_{оэ} + R} = \frac{U_{abxx}}{R_{bxab} + R} ,$$

если в данной ветви нет источника ЭДС

и $$I = \frac{E_{э} \pm E}{R_{оэ} + R} = \frac{U_{abxx} \pm E}{R_{bxab} + R},$$

если в данной ветви имеется источник ЭДС E, направление действия которого совпадает («+») или не совпадает («–») с направлением тока от зажима «a» к зажиму «b».

Пример расчета методом эквивалентного генератора**.** Методом эквивалентного генератора определить ток I_6 в цепи (рис. 1.8,а), если E_5=72 В; E_6=12 В; $I_к$=3 А; R_1= R_2= R_3= R_4= R_5=6 Ом; R_6=2 Ом.

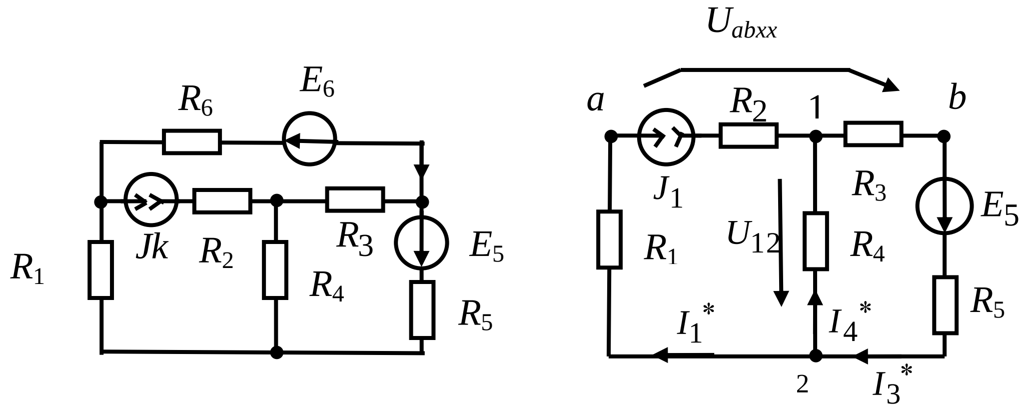


Рис. 1.8

Решение. Исключим из цепи ветвь E_6, R_6. В оставшейся цепи необходимо (рис. 1.8,б) определить напряжение U_{abxx} между точками «a» и «b». Для этого нужно предварительно найти токи в этой цепи. Применим метод двух узлов (рис. 1.8,б).

$$U_{12} = \frac{I_1^{(y)}}{g_{11}} = \frac{\Sigma E\,g + \Sigma J_k}{\Sigma g} = \frac{\frac{-E_5}{R_3 + R_5} + J_k}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3 + R_5}} = \frac{-\frac{72}{6+6} + 3}{\frac{1}{6} + \frac{1}{6+6}} =$$

$$= \frac{-6+3}{\frac{1}{4}} = -12В;$$

$$I_3^* = \frac{U_{12} + E_5}{R_3 + R_5} = \frac{-12 + 75}{6 + 6} = 5\ \text{А};$$

$$I_4^* = \frac{U_{21}}{R_4} = \frac{-U_{12}}{R_4} = \frac{-(-12)}{6} = 2\ \text{А};$$

$$\varphi_a = \varphi_b + E_5 - I_3 R_5 - J_k R_1;$$

$$\varphi_a - \varphi_b = U_{abxx} = E_5 - I_5 R_5 - J_k R_1 = 72 - 5\cdot 6 - 3\cdot 6 = 24\ \text{В} = E_э;$$

Входное сопротивление пассивной цепи между зажимами «*a*» и «*b*» находим по схеме, представленной на рис. 1.9:

$$R_{\text{bxab}} = R_1 + \frac{R_5(R_4 + R_3)}{R_5 + R_4 + R_3} = 6 + \frac{6\cdot(6+6)}{6+6+6} =$$

$$= 6 + 4 = 10\ \text{Ом} = R_{оэ}.$$

По отношению к ветви E_6, R_6 вся остальная часть цепи «ведет себя» как эквивалентный генератор (рис. 1.10), параметры которого $E_э = U_{abxx} = 24$ В; $R_{оэ} = R_{bxa\,b} = 10$ Ом.

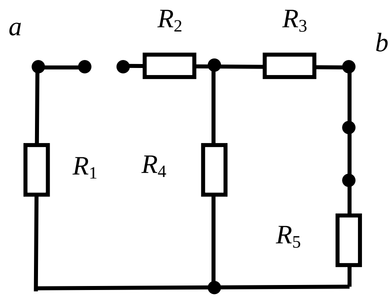


Рис. 1.9

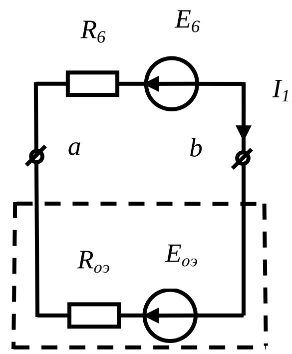


Рис. 1.10

Искомый ток $$I_6 = \frac{E_э - E_6}{R_{оэ} + R_6} = \frac{24 - 12}{10 + 2} = 1\text{А}.$$

Вопросы для самоконтроля

1. В чем отличие источника тока от источника напряжения?
2. Сформулируйте закон Ома.
3. Сформулируйте законы Кирхгофа.
4. Чему равно эквивалентное сопротивление при последовательном включении элементов?

5. Чему равно эквивалентное сопротивление при параллельном включении элементов?

6. Как заменить треугольник сопротивлений эквивалентной звездой и наоборот?

7. В чем заключается метод контурных токов?

8. В чем сущность метода узловых потенциалов?

9. В каких случаях целесообразно применять метод узловых потенциалов?

10. В чем заключается метод контурных токов?

11. В чем заключается метод наложения?

12. В каких случаях целесообразно применять метод эквивалентного генератора?

Тема 2
Однофазные цепи синусоидального тока

Основные положения и соотношения

1. Мгновенное значение величины, синусоидально изменяющейся с течением времени.

$$a = A_m \sin(\omega t + \psi) = A_m \sin\left[\omega\left(t + \frac{\psi}{\omega}\right)\right], \qquad (2.1)$$

где A_m – максимальное значение, или амплитуда; $\omega t + \psi$ – фаза (фазовый угол); ψ – начальная фаза (начальный фазовый угол); $\frac{\psi}{\omega}$ – начальный фазовый сдвиг; ω – угловая частота.

Период T, угловая частота ω и частота f связаны соотношением

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \qquad f = \frac{1}{T}.$$

По уравнению (2.1) на рис. 2.1 построены синусоида и соответствующая векторная диаграмма (вектор A_m вращается с постоянной угловой скоростью ω против часовой стрелки).

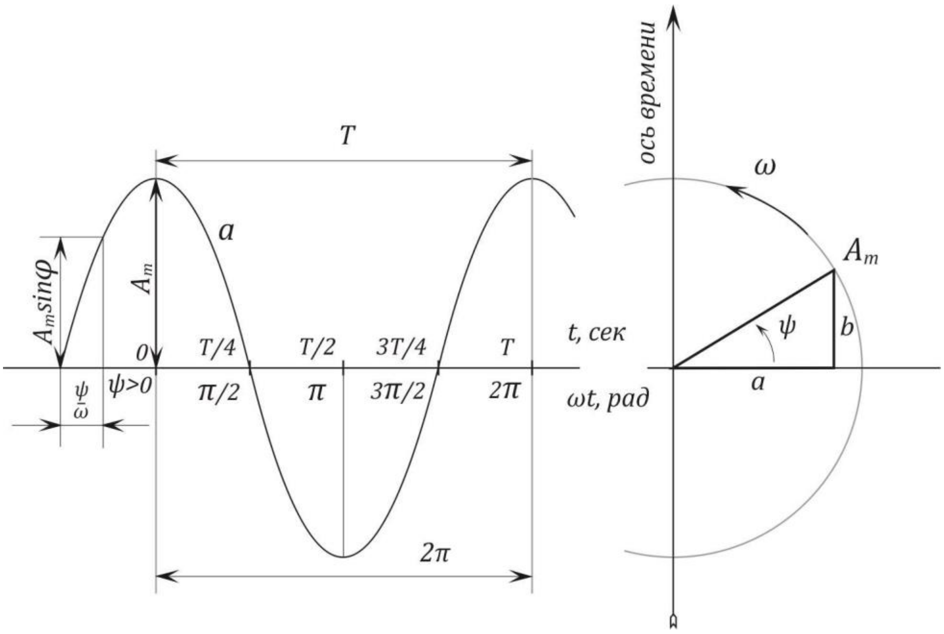


Рис. 2.1

2. Действующие значения синусоидально изменяющихся тока, э. д. с. и напряжения соответственно равны:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m, \qquad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

3. Средние значения синусоидально изменяющегося тока, э. д. с. и напряжения за положительную полуволну:

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} I_m = 0{,}637 I_m, \qquad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \qquad U = \frac{2}{\pi} U_m.$$

Среднее значение синусоидально изменяющейся величины $a = A_m \sin(\omega t + \psi)$ за целый период равно нулю.

4. Второй закон Кирхгофа. Уравнение второго закона Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и тока, проходящих в одноконтурной цепи, состоящей их последовательно соединенных активного сопротивления R, индуктивности L и емкости C (рис. 2.2),

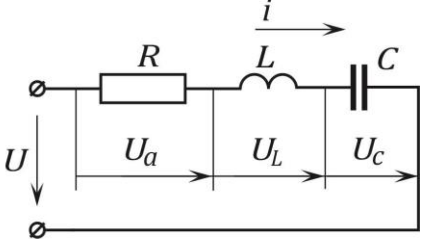


Рис. 2.2

имеет вид

$$u = u_a + u_L + u_C \ ,$$

где $u_a = iR$ – падение напряжения на активном сопротивлении; $u_L = L\frac{di}{dt}$ – падение напряжения на индуктивности, причем $u_L = -e_L$, где э. д. с. самоиндукции $e_L = -L\frac{di}{dt}$,

$$i = \frac{1}{L}\int_0^t u_L dt + i(0),$$

u_c – падение напряжения на емкости, причем

$$i = C\frac{du_c}{dt}, \qquad u_c = \frac{1}{C}\int_0^t idt + u_C(0).$$

5. Цепь из последовательно соединенных элементов.

Если цепь, состоящая из последовательно соединенных R, L и C, включена на синусоидально изменяющиеся напряжение

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

то по ней проходит ток

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi),$$

где

$$I_m = \frac{U_m}{z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \qquad (2.2)$$

$$tg\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad -90^o \le \varphi \le +90^o.$$

Соотношение (2.2) является уравнением закона Ома для амплитудных значений напряжения и тока. Закон Ома для действующих значений напряжения и тока имеет вид

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad ,$$

где $\omega L = x_L$ – индуктивное сопротивление; $\frac{1}{\omega C} = x_C$ – емкостное сопротивление; $\omega L - \frac{1}{\omega C} = x = x_L - x_C$ – реактивное сопротивление; $z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + x^2}$ – полное сопротивление;

6. Треугольник напряжений.

Приложенное к цепи напряжение $\boldsymbol{U}$ может быть разложено на составлявшие (рис. 2.3, а и б): $U_a = IR$ – активную, совпадающую по фазе с током, и $U_p = Ix$ – реактивную. Вектор U_p опережает вектор тока I на четверть периода, если в цепи преобладает индуктивное сопротивление $x = x_L - x_C > 0$ (рис. 2.3, а); U_p отстает от I на четверть периода, если в цепи преобладает емкостное сопротивление $x = x_L - x_C < 0$ (рис. 2.3, б).

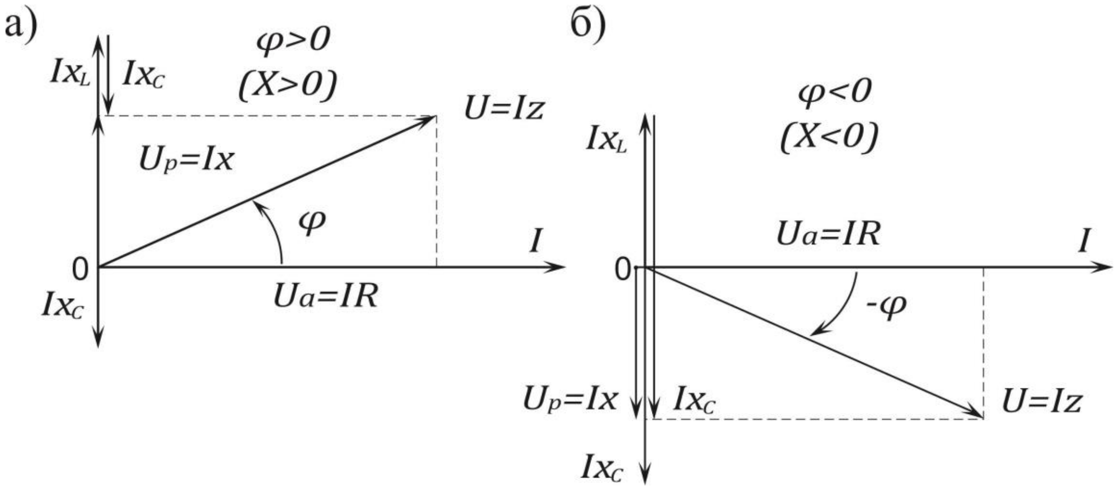


Рис. 2.3

$$U_a = IR = U cos\varphi;$$

$$U_p = Ix = U sin\varphi;$$

$$U = \sqrt{{U_a}^2 + {U_p}^2} = Iz.$$

7. Соотношения, связывающие $cos\varphi$, $sin\varphi$ и $tg\varphi$ через сопротивления цепи. Из треугольника сопротивлений (рис. 2.4, а и б) следуют соотношения:

$$cos\varphi = \frac{R}{z}, \qquad sin\varphi = \frac{x}{z}, \qquad tg\varphi = \frac{x}{R}.$$

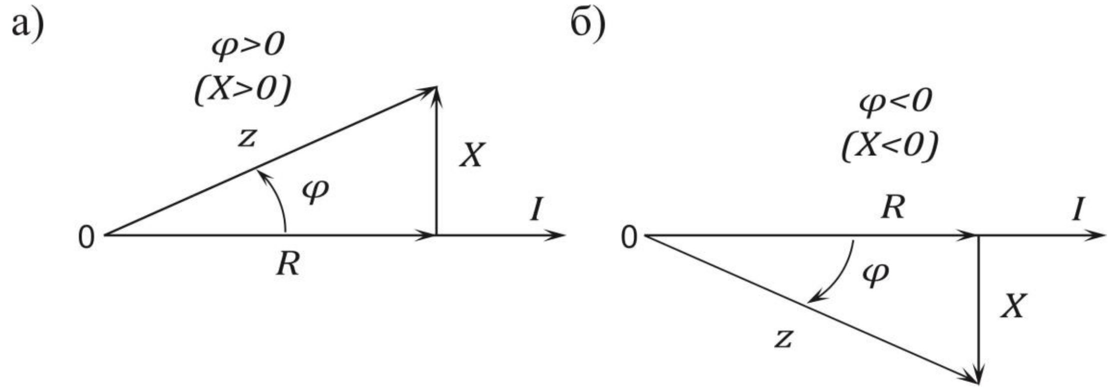


Рис. 2.4

8. Треугольник токов.

Ток I, проходящий в цепи, может быть разложен на две составляющие (рис. 2.5): I_a – активную, совпадающую по фазе с приложенным напряжением, и I_p – реактивную;

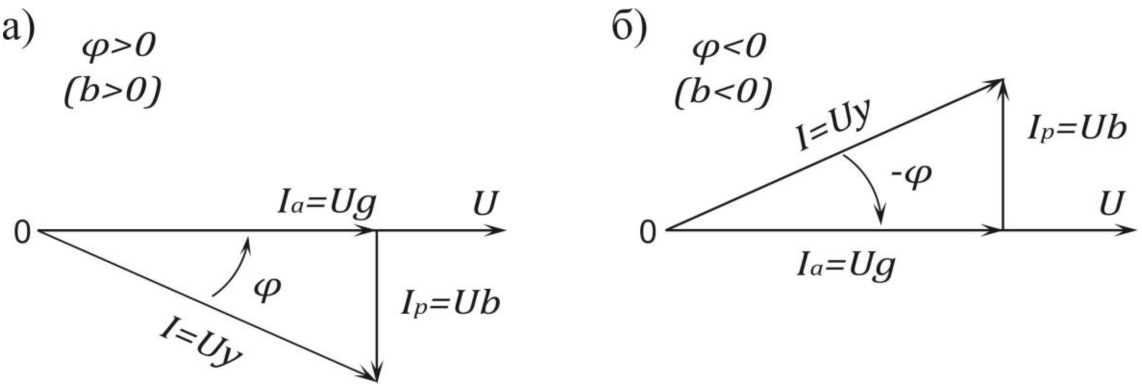


Рис. 2.5

I_p отстает от напряжения $\dot{U}$ на четверть периода, когда в цепи преобладает индуктивное сопротивление $x = x_L - x_C > 0$ (рис. 2.5, а) и опережает $\dot{U}$ на четверть периода при преобладании емкостного сопротивления $x = x_L - x_C < 0$ (рис. 2.5, б):

$$I_a = Icos\varphi = Ug;$$

$$I_p = Isin\varphi = Ub;$$

$$I = \sqrt{{I_a}^2 + {I_p}^2} = Uy$$

Цепь, состоящая из последовательно соединенных активного R и реактивного сопротивлений $x = x_L - x_C$ (см. рис. 2.2), может быть заменена эквивалентной схемой, состоящей из параллельно соединенной активной проводимости g и реактивной проводимости b (рис. 2.6, *а*). Реактивная проводимость может быть положительной величиной ($b > 0$), если цепь имеет индуктивный характер $b = -b_L = \frac{1}{\omega L_\text{п}}$ (рис. 2.6, *б*), и может быть отрицательной величиной ($b < 0$), если цепь имеет емкостный характер $b = -b_\text{C} = -\omega C_\text{п}$ (рис. 2.6, *в*).

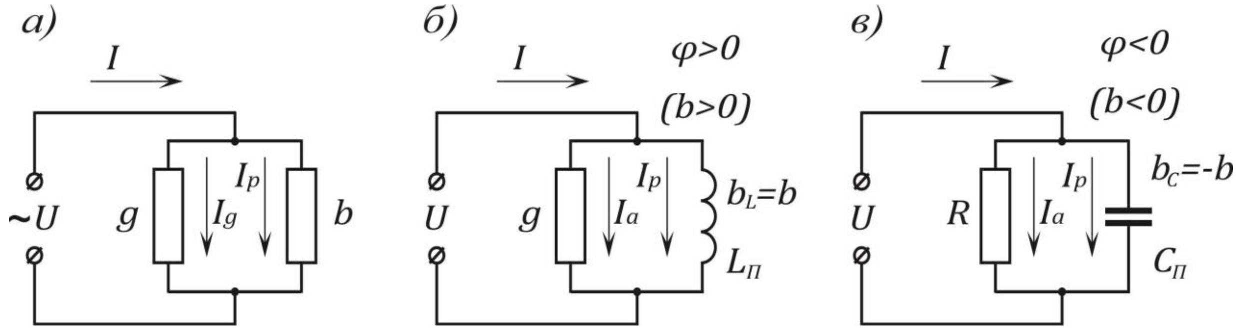


Рис. 2.6

9. Треугольник проводимостей (рис. 2.7, а и б) подобен треугольнику токов (см. рис. 2.5):

$$cos\varphi = \frac{g}{y}, \qquad sin\varphi = \frac{b}{y}, \qquad tg\varphi = \frac{b}{g}.$$

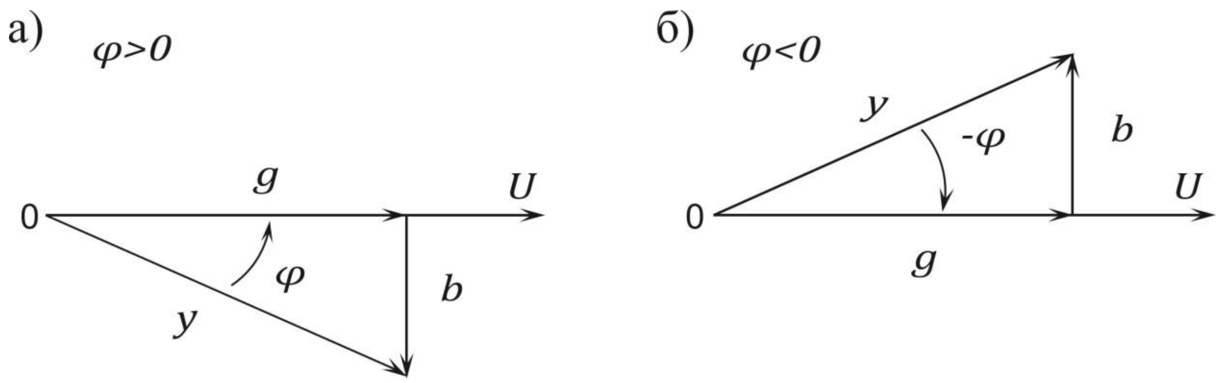


Рис. 2.7

10. Переход от последовательной схемы (см. рис. 2.2) к эквивалентной параллельной схеме (см. рис. 2.6) осуществляется по формулам:

$$\left.\begin{aligned} &g=\frac{R}{R^2+x^2}=\frac{R}{z^2}, \qquad b=\frac{x}{R^2+x^2}=\frac{x}{z^2};\\ &y=\sqrt{g^2+b^2}=\frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}}=\frac{1}{z}. \end{aligned}\right\}$$

При переходе от параллельной схемы (см. рис. 2.6) к эквивалентной последовательной (см. рис. 2.2) ее параметры определяются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} &R=\frac{g}{g^2+b^2}=\frac{g}{y^2}, \qquad x=\frac{b}{g^2+b^2}=\frac{b}{y^2};\\ &z=\sqrt{R^2+x^2}=\frac{1}{\sqrt{g^2+b^2}}=\frac{1}{y}. \end{aligned}\right\}$$

11. Основным методом расчета цепей переменного тока является символический (комплексный) метод.

Пассивный элемент электрической цепи определяется своим комплексным сопротивлением $\underline{Z}=ze^{j\varphi}$ – комплексным числом, равным отношению комплексного напряжения на зажимах данного элемента к комплексному току этого элемента:

$$\underline{Z}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R+ix=ze^{j\varphi},$$

где $\dot{U}$ и $\dot{I}$ – комплексные действующие значения напряжения и тока; R – вещественная часть комплексного сопротивления $\underline{Z}$, равная активному сопротивлению цепи; x – мнимая часть $\underline{Z}$, равная реактивному сопротивлению цепи; z – модуль комплексного сопротивления цепи, равный полному сопротивлению цепи; φ – аргумент $\underline{Z}$, равный углу сдвига фаз между током и напряжением.

Отношение комплексного тока в данной цепи к комплексному напряжению на ее зажимах называется комплексной проводимостью электрической цепи

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = g - jb = ye^{-j\varphi},$$

где g – вещественная часть $\underline{Y}$, равная активной проводимости цепи; b – мнимая часть $\underline{Y}$, равная реактивной проводимости цепи; y – модуль комплексной проводимости цепи, равный полной проводимости цепи; φ – аргумент $\underline{Y}$, равный углу сдвига фаз между напряжением и током, взятому с обратным знаком.

Комплексная проводимость обратна комплексному сопротивлению цепи:

$$\underline{\mathrm{Y}} = \frac{1}{\underline{Z}}.$$

12.Закон Ома в символической форме для не содержащего э. д. с. участка цепи (рис.2.8), сопротивление которого $\underline{Z}$, принимая положительное направление напряжения, совпадающее с положительным направлением тока, имеет вид

$$\dot{U} = \dot{U}_{ab} = \dot{I}\underline{Z}.$$

Для ветви, содержащей э. д. с. и сопротивление (например, для ветви, рис. 2.9):

$$\dot{I} = \frac{\dot{E} - \dot{U}_{ab}}{\underline{Z}}.$$

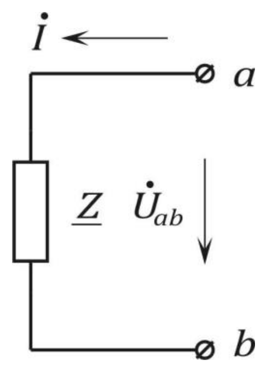


Рис. 2.8

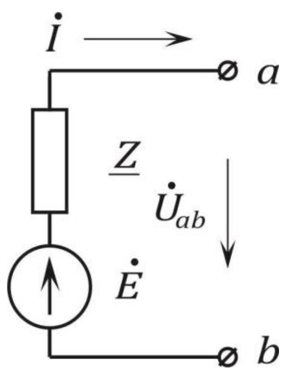


Рис. 2.9

13.Законы Кирхгофа в символической форме. Для записи уравнений на основе законов Кирхгофа надо выбрать положительные направления для всех токов и обозначить их на схеме.

Первый закон Кирхгофа в применении к узлу электрической цепи имеет вид

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0.$$

При записи этого уравнения токи, направленные к узлу, следует записывать со знаком плюс, а направленные от узла – со знаком минус (или наоборот).

Второй закон Кирхгофа применяется к замкнутому контуру цепи и имеет вид

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{E}_k = \sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k \underline{Z}_k \,,$$

где $\sum_{k=1}^{n} \dot{E}_k$ – алгебраическая сумма комплексных э. д. с. источников напряжения. Со знаком плюс записываются те из них, положительные направления которых совпадают с выбранным направлением обхода контура; э. д. с., имеющие направления, противоположные обходу контура, записываются со знаком минус; $\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k \underline{Z}_k$ – алгебраическая сумма падений напряжений на комплексных сопротивлениях $\underline{Z}_k$ отдельных участков. Со знаком плюс берутся те, для которых направление тока совпадает с направлением обхода, а со знаком минус – те, для которых направление тока противоположно направлению обхода контура.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока.

14. Мощности.

Активная P, реактивная Q и полная S мощности определяются по формулам:

$$P = I^2R = UIcos\varphi;$$

$$Q = I^2x = UIsin\varphi;$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = I^2z = U^2y.$$

Для всякой электрической цепи справедливы следующие балансы мощностей:

$$\left.\begin{array}{l} \sum P_И = \sum P_П\,; \\ \sum Q_И = \sum Q_П. \end{array}\right\} ,$$

где $P_И$ и $Q_И$ – мощности источников, $P_П$ и $Q_П$ – мощности потребителей.

Мощность в комплексной форме

$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I} = Se^{j\varphi} = UIcos\varphi + jIUsin\varphi = P + jQ,$$

15. Совокупность векторов токов в ветвях данной цепи называется векторной диаграммой токов этой цепи. Совокупность векторов напряжений на участках цепи называется векторной диаграммой напряжений цепи. Если при построении векторной диаграммы строго придерживаться того порядка суммирования векторов напряжений на участках, в котором эти участки следуют друг за другом в цепи, векторная диаграмма приобретет свойство топографичности, и называется топографической. Напряжение между двумя точками электрической цепи определяется вектором, соединяющим соответствующие точки топографической диаграммы.

16. При расчете цепей переменного тока посредством комплексных чисел остаются справедливыми все методы расчета, применяемые для расчета цепей постоянного тока. При этом во всех уравнениях напряжения, потенциалы, токи, сопротивления и проводимости должны быть записаны в комплексной форме.

17. Резонанс напряжений возможен в цепи с последовательным соединением элементов R, L, C (рис 2.10). Комплексное входное сопротивление такой цепи, называемой также последовательным колебательным контуром

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX = z \cdot e^{j\varphi},$$

где $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ – реактивное сопротивление цепи; $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ – полное сопротивление цепи; $\varphi = arctg\,\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ – угол сдвига фаз между напряжением и током.

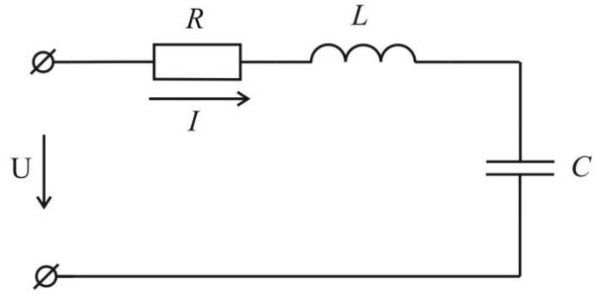


Рис. 2.10

18. Если реактивное сопротивление цепи X=0, т. е. $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, в цепи наступает резонанс напряжений. При этом полное сопротивление имеет минимальную величину и равно активному сопротивлению, ток достигает максимального значения и совпадает по фазе с напряжением на зажимах цепи, т. е. $Z = R$, $I_0 = \frac{U}{R}$, $\varphi = 0$.

Напряжение на реактивных элементах цепи равны по величине и могут превышать напряжение на зажимах цепи.

19. Состояние резонанса может быть достигнуто за счет изменения одного из параметров ω, L или C при двух других неизменных. При заданных L и C резонанс наступит при частоте $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

20. В электрической цепи, которая состоит из двух параллельных ветвей, содержащих индуктивность и емкость (рис. 2.11), возможно возникновение резонанса токов. Входная комплексная проводимость такой цепи, называемой простым параллельным колебательным контуром,

$$Y = \frac{1}{Z} = \left(\frac{R_1}{Z_1^2} + \frac{R_2}{Z_2^2}\right) - j\left(\frac{\omega L}{Z_1^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{Z_2^2}\right) = g - jb = y \cdot e^{-j\omega} ,$$

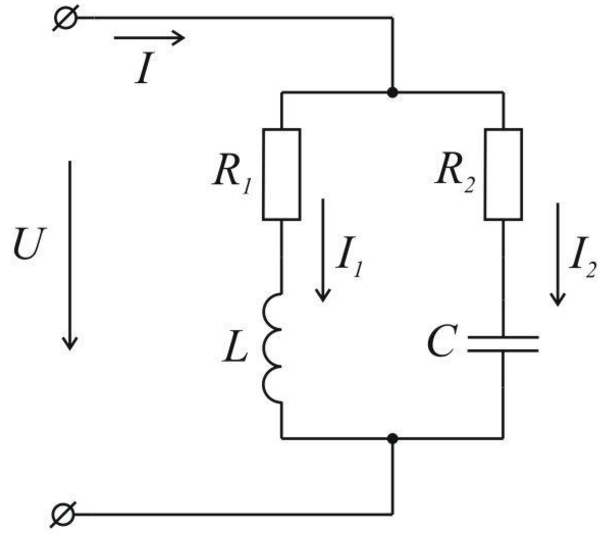


Рис. 2.11

где g – активная проводимость цепи; b – реактивная проводимость цепи; y – полная проводимость цепи; $\varphi = arctg\,\frac{b}{g}$ – угол сдвига фаз между напряжением и током.

Если $R_1 = R_2 = 0$, ($g_1 = g_2 = 0$), то контур не имеет потерь, такой контур называется идеальным.

21. Если реактивная проводимость цепи $b = 0$, т. е.

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} ,$$

в цепи наступает резонанс токов. При этом полная проводимость цепи имеет минимальное значение и равна активной проводимости, ток в неразветвленной части цепи достигает минимальной величины и совпадает по фазе с напряжением, то есть $y = g$,

$$I_0 = gU ,\ \varphi = 0 .$$

Токи в ветвях, имея равные реактивные составляющие, могут превышать величину тока в неразветвленной части цепи.

В идеальном контуре при резонансе токов проводимость цепи $y = 0$, сопротивление $Z = \infty$, ток в неразветвленной части цепи равен нулю, а токи в ветвях равны по величине и противоположны по фазе.

22. Для идеального параллельного контура резонансная частота

$$\omega_0' = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

т. е. такая же, как для последовательного контура.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие три величины определяют синусоидальную функцию времени?
2. Как связаны между собой f и T; f и ω; T и ω? Назовите единицы измерения этих величин.
3. Как связаны между собой амплитудные и действующие значения синусоидального тока?
4. Как рассчитывается индуктивное сопротивление?
5. Как рассчитывается емкостное сопротивление?
6. Как рассчитывается полное сопротивление?
7. Запишите закон Ома для амплитудных и действующих значений напряжения и тока.
8. Как определить угол сдвига фаз между напряжением и током?
9. Как произвести эквивалентную замену нескольких последовательно соединенных элементов и нескольких параллельно соединенных элементов.
10. Как определяется комплексное сопротивление цепи переменного тока?
11. Сформулируйте закон Ома в символической форме.
12. Сформулируйте законы Кирхгофа в символической форме.
13. Как определить активную мощность цепи переменного тока?
14. Как определить реактивную мощность цепи переменного тока?

15. Как определить полную мощность цепи переменного тока?

16.Запишите выражение мощности в комплексной форме.

17. В какой цепи и при каких условиях наступает резонанс напряжений?

18. В какой цепи и при каких условиях может возникнуть резонанс токов?

Тема 3
Синусоидальные цепи со взаимоиндукцией

Основные положения и соотношения

1. При расчете цепей со взаимной индуктивностью необходимо учитывать напряжения, обусловленные действием ЭДС взаимной индукции. В уравнениях второго закона Кирхгофа эти напряжения могут входить как с положительными, так и с отрицательным знаком.

Знак напряжения на катушке a, обусловленного током в катушке b, зависит от характера включения этих катушек (встречное или согласное) и направления обхода контура, содержащего катушку a. Знак напряжения на катушке a от тока I_b, совпадает со знаком напряжения на ней, обусловленного собственным её током I_a, если включение катушек a и b согласное. При встречном включении катушек знаки напряжения противоположны.

2. При последовательном соединении двух индуктивно связанных катушек и согласном их включении (рис.3.1) уравнение будет иметь вид

$$R_1\dot{I} + j\omega L_1 + j\omega M\dot{I} + R_2\dot{I} + j\omega L_2 I + \dot{j}\omega M\dot{I} = \dot{U}$$

или

$$\dot{U} = [(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)]\dot{I},$$

где M – взаимная индуктивность.

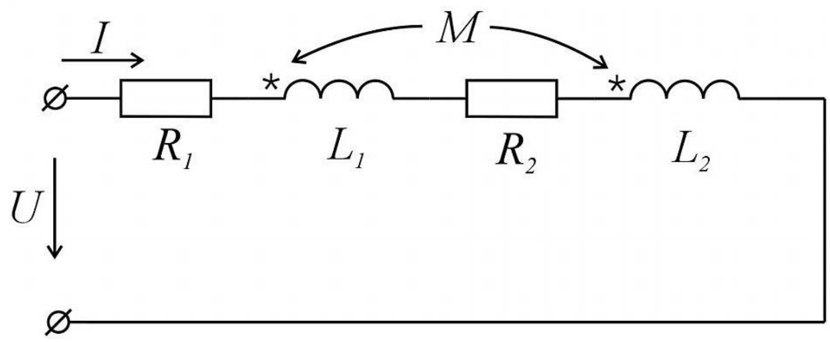


Рис.3.1

Отношение напряжения на выходе цепи к току представляет собой входное сопротивление

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = (R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)$$

При встречном включении катушек (рис 3.2) падения напряжения $j\omega M\dot{I}$ войдут в уравнение с отрицательным знаком и поэтому

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = (R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

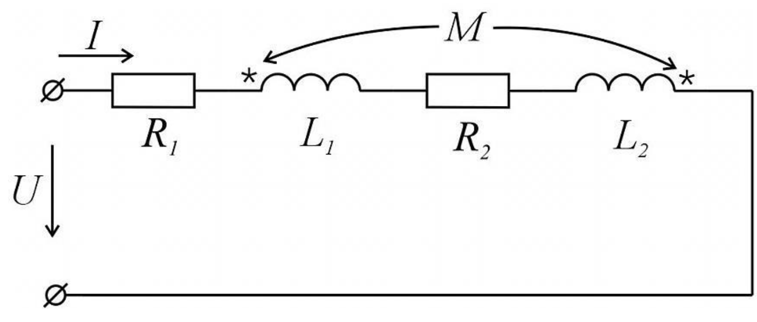


Рис. 3.2

3. Расчет разветвленных цепей синусоидального тока, содержащих индуктивно связанные катушки, производится по законам Кирхгофа или по методу контурных токов.

Метод эквивалентного генератора можно применять только в том случае, когда определяется ток в ветви, не содержащей индуктивно связанных катушек.

Остальные расчетные методы (метод узловых напряжений, метод наложения, метод преобразования схемы) непосредственно неприменимы, так как они не учитывают ЭДС взаимной индукции.

Вопросы для самоконтроля

1. Как учитывается ЭДС взаимной индукции при расчете цепи, содержащей индуктивно связанные элементы?

2. Какие зажимы называются одноименными?

3. Какое включение индуктивно связанных элементов называю согласным.

4. Какое включение индуктивно связанных элементов называю встречным.

5. Какие методы применяются для расчета цепей, содержащих индуктивно связанные элементы и почему?

Тема 4
Трехфазные цепи переменного тока

Основные положения и соотношения

1. Мгновенные значения и комплексы симметричной системы напряжений имеют вид:

$$\begin{cases} u_A = U_m sin\omega t;\ \dot{U}_A = U \\ u_B = U_m sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right);\ \dot{U}_B = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ u_C = U_m sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = U_m sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); \\ \dot{U}_C = Ue^{-j\frac{4\pi}{3}}; \dot{U}_C = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{cases}$$

2. Соотношения в симметричной трехфазной цепи. В симметричной трехфазной цепи комплексные сопротивления составляющих ее фаз одинаковы.

Для симметричной трехфазной системы при соединении звездой существуют следующие зависимости между линейными и фазными напряжения и токами:

$$U_л = \sqrt{3} U_ф;\ I_л = I_ф.$$

Для симметричной трехфазной системы при соединении треугольником линейные и фазные напряжения и токи связанны соотношениями:

$$U_л = U_ф;\ I_л = \sqrt{3} I_ф.$$

Мощность в симметричной трехфазной системе

$$P = \sqrt{3}U_л\, I_л cos\varphi_ф = 3U_ф I_ф cos\varphi_ф.$$

3. Расчеты несимметричных трехфазных цепей могут быть проведены с помощью законов Кирхгофа или любого метода расчета электрических цепей.

Если к трехфазному генератору, соединенному звездой, подключен приемник энергии, также соединенный звездой, то смещение нейтрали – напряжение $\dot{U}_{nN}$ между нейтральным (нулевыми) точками приемника и генератора – определяется по формуле

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A\underline{Y}_A + \dot{U}_B\underline{Y}_B + \dot{U}_C\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N},$$

где $\dot{U}_А, \dot{U}_B, \dot{U}_C -$ фазные напряжения генератора; $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C, \underline{Y}_N -$ проводимости фаз и нейтрального (нулевого) провода.

Токи в фазах и нейтральном проводе:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = (\dot{U}_A - \dot{U}_{nN})\underline{Y}_A;\ \dot{I}_B = (\dot{U}_B - \dot{U}_{nN})\underline{Y}_B; \\ \dot{I}_C = (\dot{U}_C - \dot{U}_{nN})\underline{Y}_C;\ \dot{I}_N = \dot{U}_N\underline{Y}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \end{cases}$$

Если нагрузка соединена звездой без нейтрального (нулевого) провода и известны линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$, то фазные напряжения $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ (рис. 4.1) нагрузки находятся по формулам:

$$\begin{cases} \dot{U}_a = \dfrac{\dot{U}_{AB}\underline{Y}_B - \dot{U}_{CA}\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \\ \dot{U}_b = \dfrac{\dot{U}_{BC}\underline{Y}_C - \dot{U}_{AB}\underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \\ \dot{U}_c = \dfrac{\dot{U}_{CA}\underline{Y}_A - \dot{U}_{BC}\underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \end{cases}$$

где $\underline{Y}_A$, $\underline{Y}_B$ и $\underline{Y}_C$ – проводимости фаз.

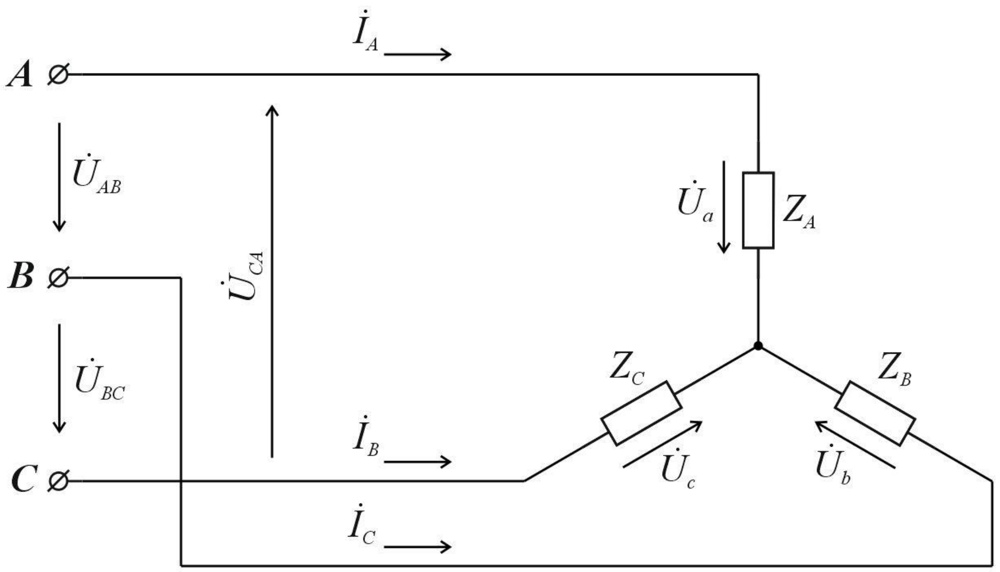


Рис. 4.1

Для любой трехфазной системы сумма комплексных линейных напряжений равна нулю:

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0.$$

Вопросы для самоконтроля

1. В каком случае система напряжений генератора может считаться симметричной?
2. Какие виды соединений приемника и генератора используются в трехфазных цепях?
3. При каких условиях режим трехфазной цепи считается симметричным?
4. Какая связь между линейными и фазными напряжениями при соединении звездой и при соединении треугольником?
5. Какова связь между линейными и фазными токами при соединении звездой и при соединении треугольником?
6. Какова последовательность расчета трехфазной цепи при соединении нагрузки звездой?
7. Какова последовательность расчета трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником?
8. Как определяется мощность трехфазной цепи?

Тема 5
Высшие гармоники в линейных электрических цепях

Основные положения и соотношения

1. Несинусоидальная периодическая функция (ЭДС, напряжение и ток), если она удовлетворяет условиям Дирихле (что всегда справедливо в реальных физических цепях), может быть разложены в ряд Фурье.

Тригонометрическая форма записи ряда Фурье для ЭДС:

$$e(t) = E_0 + E_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + E_{1m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \dots +$$
$$+E_{km}(k\ \omega t + \psi_k) + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} E_{km}(k\ \omega t + \psi_k).$$

Здесь

$E_0 -$ постоянная составляющая или нулевая гармоника k=0.

$E_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) -$ основная или первая гармоника.

$E_{km}(k\omega t + \psi_k) -$ высшая гармоника порядка k, у которой E_{km} –амплитуда, $k\omega -$ частота, $\psi_k -$ начальная фаза. При k=0, $E_{1m} = E_0$, $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$.

При практических расчетах ряд Фурье ограничивают некоторым числом гармоник.

2. Расчет линейных электрических цепей при действии несинусоидальной периодической ЭДС основан на методе наложения. Расчет производится для каждой гармоники в отдельности: для постоянной составляющей – методами расчета цепей постоянного тока, для первой и всех высших гармоник – методами расчета цепей синусоидального тока (комплексный метод).

Комплексные амплитуды k-ой гармонической составляющей тока и напряжения на участке цепи связаны законом Ома

$$\dot{I}_{km} = \frac{\dot{U}_{km}}{\underline{Z}_k} = I_{km}e^{j(\psi_k - \varphi_k)},$$

где $\underline{Z}_k -$ комплексное сопротивление участка при частоте $k\omega$.

При расчете следует учитывать, что сопротивления резистивных элементов принимаются независимыми от частоты, а сопротивление реактивных элементов для различных гармоник различны. Для гармоники порядка k:

$$R_k = R = const,\ \ x_{Lk} = k\omega L, \quad x_{Ck} = \frac{1}{k\omega C},$$

поэтому, например, для участка цепи с последовательным соединением R, L и C, комплексное сопротивление для k-ой гармоники будет

$$\underline{Z}_k = R + j\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right) = Z_k \cdot e^{j\varphi_k},$$

где

$$Z_k = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2},\ \ \varphi_k = arctg\frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R}.$$

3. Мгновенное значение тока (напряжения) на любом участке цепи определяется как сумма мгновенных значений отдельных составляющих (постоянной и всех гармонических). Так, если приложенное напряжение

$$u(t) = U_0 + U_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + \ldots + U_{km}(k\ \omega t + \psi_k) + \ldots,$$

то ток, в общем случае будет иметь те же составляющие, т. е.

$$i(t) = I_0 + I_{1m}\sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + \ldots + I_{km}(k\ \omega t + \psi_k - \varphi_k) + \ldots.$$

Зависимость реактивных и полных сопротивлений, а также сдвигов фаз, от порядка гармоники приводит к тому, что в общем случае форма кривой тока не будет подобна форме кривой приложенного напряжения. Для некоторых гармоник возможно возникновение резонансных явлений.

4. Действующее значение периодического несинусоидального тока (напряжения, ЭДС) определяется как корень квадратный из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений всех гармонических составляющих

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \ldots + I_k^2 + \ldots} = \sqrt{I_0^2 + \left(\frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{I_{km}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots} =$$

$$= \sqrt{I_0^2 + 0{,}5(I_{1m}^2 + \ldots + I_{km}^2 + \ldots)}$$

5. Активная (средняя за период) мощность P определяется как сумма мощности постоянной составляющей и активных мощностей всех гармоник.

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 cos\varphi_1 + \ldots + U_k I_k cos\varphi_k + \ldots$$

Реактивная мощность Q определяется как сумма реактивных мощностей всех гармоник

$$Q = U_1 I_1 sin\varphi_1 + \ldots + U_k I_k cos\varphi_k + \ldots$$

Полная мощность S определяется как произведение действующих значений напряжения и тока

$$S = UI = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} I_{k.}^2}$$

В цепи периодического несинусоидального тока активная, реактивная, и полная мощности связанны соотношением

$$S^2 = P^2 + Q^2 + T^2,$$

где $T = \sqrt{P^2 + Q^2 + S^2}$ – так называемая мощность искажения.

6. Отношение активной мощности к полной называется коэффициентом мощности

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI}.$$

При замене периодических несинусоидальных функций напряжения и тока эквивалентными синусоидами, коэффициент мощности λ может быть истолкован как косинус угла сдвига фаз между синусоидами

$$\lambda = cos\varphi.$$

7. Для характеристики периодических несинусоидальных ЭДС (напряжений, токов) применяются следующие коэффициенты:

коэффициент формы кривой ЭДС – отношение действующего значения к среднему по модулю значению за период:

$$K_ф = \frac{E}{E_{ср}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T e^2\,(t)dt}}{\frac{1}{T}\int_0^T e\,(t)dt},$$

коэффициент амплитуды – отношение максимального значения ЭДС к действующему:

$$K_a = \frac{E_m}{E},$$

коэффициент искажения – отношение действующего значения основной гармоники несинусоидальной ЭДС к действующему значению ЭДС:

$$K_u = \frac{E_1}{E}.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Какова последовательность расчета линейных цепей при несинусоидальных периодических воздействиях?
2. Как влияет характер цепи на форму кривой тока при несинусоидальном напряжении?
3. Каковы особенности резонансных явлений в цепи при несинусоидальном напряжении?
4. Как определяется действующее значение несинусоидального напряжения (тока)?
5. Как определяется мгновенное значение несинусоидального напряжения (тока)?
6. Как рассчитывается активная, реактивная, полная мощность при несинусоидальных напряжениях и токах?
7. Как определить мощность искажения?
8. Как определяется коэффициент мощности в цепи с несинусоидальной периодической ЭДС?
9. Какие коэффициенты применяются для характеристик периодических несинусоидальных функций?

Список рекомендуемой литературы

1. Немцов В. М. Электротехника и электроника/

В. М. Немцов.– Москва : КноРус, 2020. – 560 с.

2. Касаткин, А. С. Электротехника: учебник ей вузов / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – Москва: Академия, 2008. – 544 с.

3. Рекус, Г. Г. Общая электротехника и основы промышленной электроники / Г. Г. Рекус. – Москва : Высш. шк., 2008. – 416 с.

4. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника: учебник / О. П. Новожилов. – Москва : Гардарики, 2008. – 613 с.

5. Иванов, И. И. Электротехника и основы электроники : учебник [Электронный ресурс] / И. И. Иванов, Г. И. Соловьев, В. Я. Фролов. – 7-е изд., перераб. и доп. – СПб: Лань, 2012. – 736с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/155680

6. Минкин, Ю. Б. Электротехника и электроника [Электронный ресурс]/ Ю. Б. Минкин, Г. П. Лычкина, П. В. Ермуратский. – Москва : ДМК Пресс, 2011. – 417 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=129904

7. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи / Г. И. Атабеков. – Спб: Лань, 2021.– 592 с. – Режим доступа:
https://e.lanbook.com/book/155669