

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева»

Составители

Паначев И. А. Широколов Г. В.
Глазков Ю. Ф. Путятин А. Н.
Сидельников С. А.

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Лабораторный практикум

Рекомендовано учебно-методической комиссией специальности
130400.65 «Горное дело» в качестве электронного издания
для использования в учебном процессе

Кемерово 2013

Рецензенты

Удовицкий В. И. – д.т.н., профессор, председатель учебно-методической комиссии специальности 130400.65 «Горное дело»

Паначев Иван Андреевич. Сопротивление материалов. [Электронный ресурс]: лабораторный практикум для студентов специальности 130400.65 "Горное дело", специализации 130401.65 «Подземная разработка пластовых месторождений», 130403.65 «Открытые горные работы», 130404.65 «Маркшейдерское дело», 130405.65 «Шахтное и подземное строительство», 130406.65 «Обогащение полезных ископаемых», 130412.65 «Технологическая безопасность и горноспасательное дело» очной формы обучения / Сост.: И. А. Паначев, Г. В. Широколов, Ю. Ф. Глазков, А. Н. Путятин, С. А. Сидельников, – Электрон. дан. – Кемерово : КузГТУ, 2013 – Систем. требования : Pentium IV ; ОЗУ 8 Мб ; Windows 2003 ; мышь. – Загл. с экрана.

В пособии представлены лабораторные работы с указанием порядка их выполнения для студентов очной формы обучения направления подготовки 130400.65 "Горное дело", специализация 130401 «Подземная разработка пластовых месторождений», 130403 «Открытые горные работы», 130404 «Маркшейдерское дело», 130405 «Шахтное и подземное строительство», 130406 «Обогащение полезных ископаемых», 130412 «Технологическая безопасность и горноспасательное дело»

Использование студентами лабораторного практикума позволит ознакомиться с методикой получения основных механических характеристик материалов, методами экспериментального определения деформаций, напряжений и перемещений, а также расчетами конструкций на прочность и жесткость.

© КузГТУ, 2013
© Паначев И. А.
© Широколов Г. В.
© Глазков Ю. Ф.
© Путятин А. Н.
© Сидельников С. А.,
составление, 2013

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. ИСПЫТАНИЕ СТАЛИ НА РАСТЯЖЕНИЕ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ СТАЛИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ)

Цель работы: определение механических характеристик (характеристик прочности и пластичности) стали ВСтЗсп5 при растяжении и определение величины допускаемого для нее напряжения.

1. Механические характеристики сталей

Стали подразделяются по прочностным и упруго-пластическим свойствам на следующие виды:

- 1) пластичные (низкопрочные);
- 2) хрупко-пластичные (квазихрупкие, т. е. "как бы" хрупкие);
- 3) хрупкие (высокопрочные, низкопластичные).

Перечисленные виды сталей имеют как положительные, так и отрицательные свойства.

I. Пластичные стали (низкоуглеродистые).

Положительные свойства:

- 1) низкая стоимость;
- 2) легко подвергаются пластической обработке (штамповка, гибка, волочение);
- 3) отсутствие внезапного разрушения.

Отрицательное свойство – низкая прочность.

II. Хрупкие стали (легированные).

Положительное свойство – высокая прочность.

Отрицательные свойства:

- 1) высокая стоимость;
- 2) с трудом подвергаются пластической обработке;
- 3) возможность внезапного разрушения.

III. Хрупко-пластичные стали – по свойствам занимают промежуточное положение между пластичными и хрупкими сталями.

В соответствии с перечисленными свойствами инженер по своему усмотрению выбирает марку стали, соответствующую условиям работы объекта.

Испытание сталей для определения их механических характеристик производится в следующих случаях:

- 1) при производстве стали с новыми свойствами;
- 2) при отсутствии точных сведений о марке стали;
- 3) при возможных изменениях свойств стали в результате воздействия (продолжительного или кратковременного) агрессивной среды, например: высоких или низких температур, химических веществ, радиации и т. д.

Исследования (испытания) сталей подразделяются на следующие виды: растяжение, сжатие, срез, загиб, выносливость, ударная вязкость, твердость, химический анализ (хим. состав).

Растяжение является основным и наиболее распространенным методом исследования и контроля механических свойств сталей.

Испытания регламентируются Государственным стандартом (ГОСТ 1497–81), который содержит основные требования к испытательным машинам, к форме и размерам образцов; понятия характеристик прочности и пластичности; порядок проведения испытаний и расчета механических характеристик. Для испытаний используются разрывные (работающие только на растяжение) и универсальные (работающие на растяжение и сжатие) машины. В зависимости от типа и мощности машины образцы могут иметь различные размеры и форму.

К механическим характеристикам относят:

А. характеристики прочности:

- 1) предел пропорциональности – $\sigma_{пц}$;
- 2) предел упругости – σ_y ;
- 3) физический предел текучести – σ_T ;
- 4) условный предел текучести – σ_{02} ;
- 5) предел прочности (временное сопротивление) – σ_B .

Б. характеристики пластичности:

- 1) относительное остаточное удлинение – δ ;
- 2) относительное остаточное сужение – ψ .

В связи с тем, что предел пропорциональности, предел упругости и условный предел текучести – $\sigma_{пц}$, σ_y , σ_{02} трудно поддаются

точному определению, их называют условными характеристиками.

Наиболее важные механические характеристики сталей – σ_T , σ_{02} , σ_B , δ , ψ приводятся в справочнике по сопротивлению материалов, все характеристики – в марочнике сталей.

2. Типы испытательных образцов

Для экспериментального получения механических характеристик сталей используются стандартные образцы различных размеров и типов (ГОСТ 1497–81) (рис. 1).

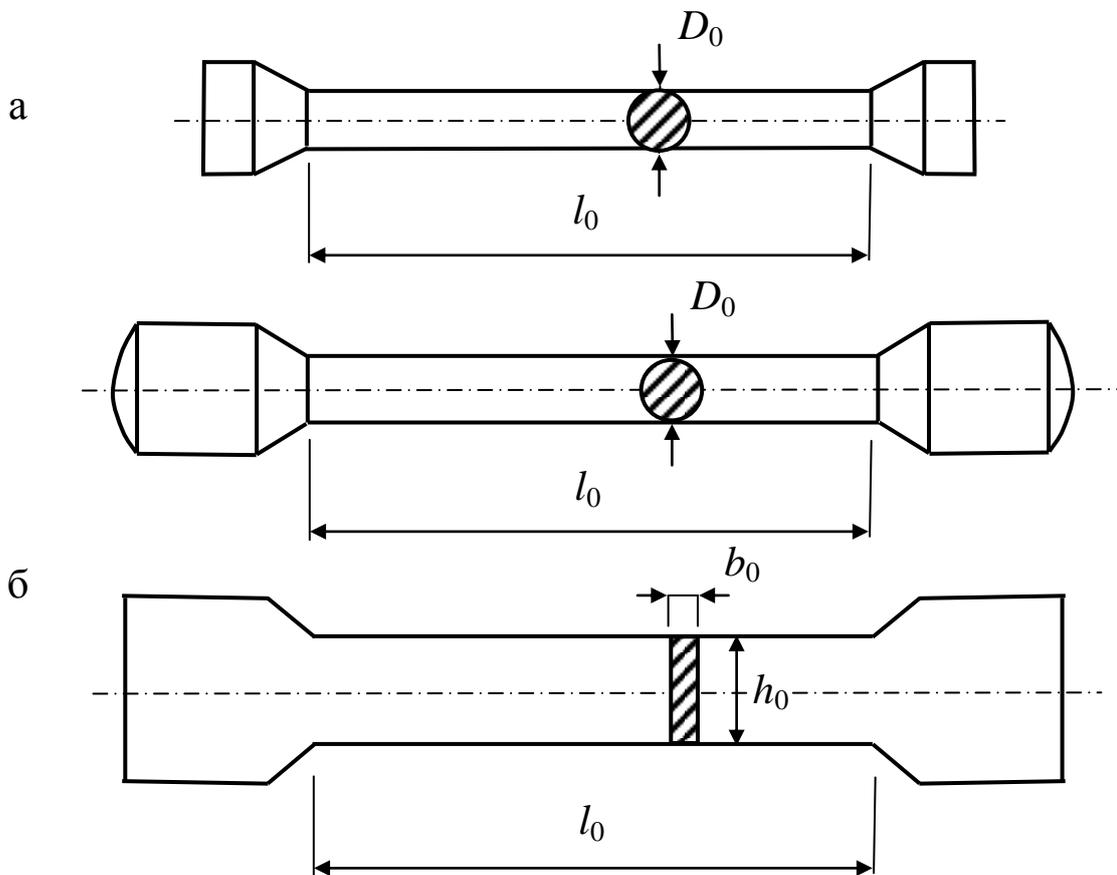


Рис. 1. Схемы стандартных образцов для испытаний на растяжение:
а – круглые образцы; б – плоский образец

Выбор типа и размера образца для испытаний зависит от типа испытательной машины, ее максимального разрывного усилия, типа захватов и регламентируется указанным выше ГОСТом.

3. Диаграммы растяжения сталей

В процессе испытаний диаграммный аппарат разрывной машины автоматически строит диаграмму растяжения стали (образца), т. е. зависимость нагрузки от задаваемых абсолютных деформаций – $P-\Delta l$ (рис. 2).

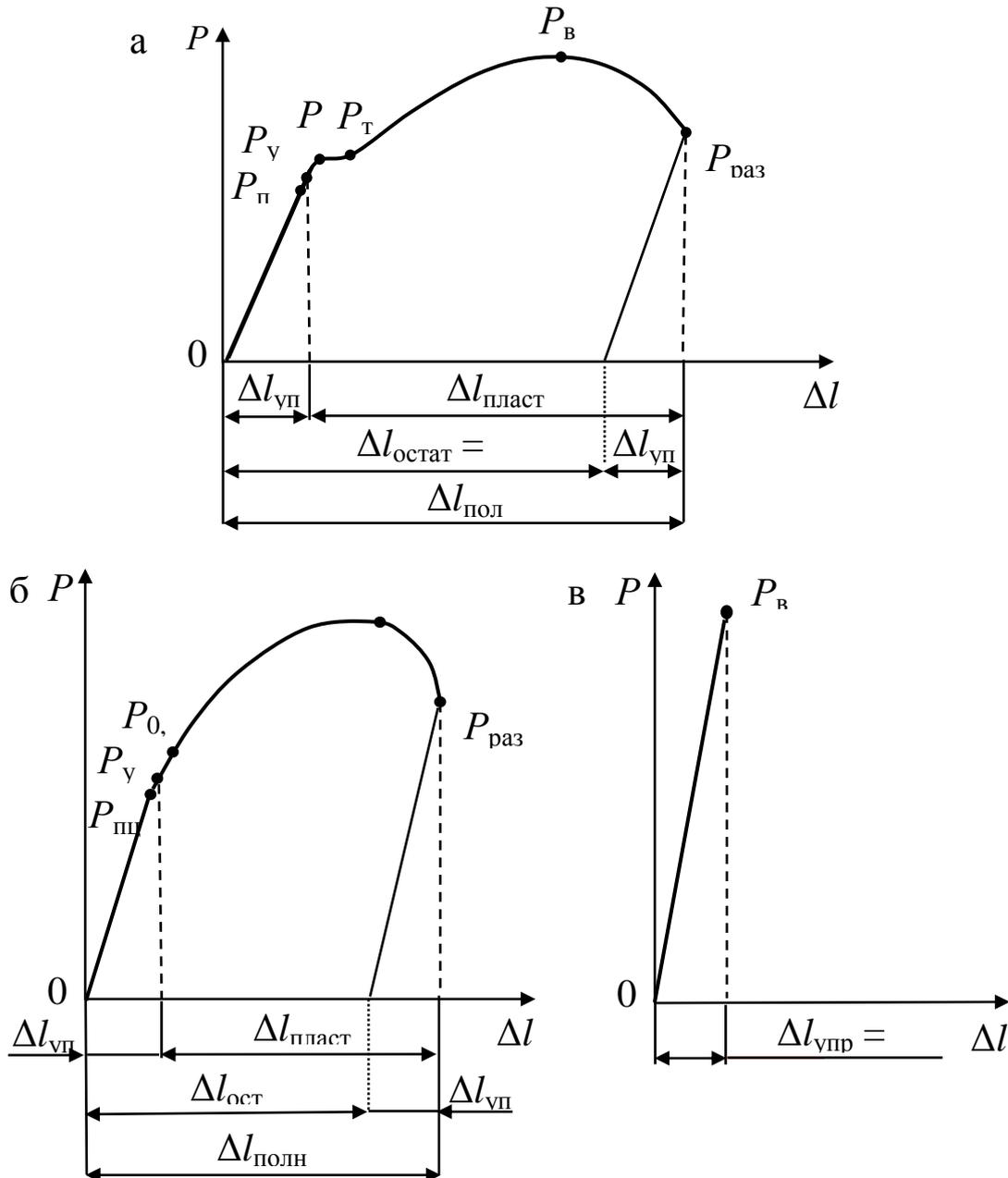


Рис. 2. Варианты диаграмм растяжения сталей:
(зависимость нагрузки – P от абсолютных деформаций – Δl):
а – пластичная сталь; б – хрупко-пластичная; в – хрупкая

На диаграммах растяжения сталей (диаграммы "Нагрузка–деформация") P - Δl указываются нагрузки и обозначаются характерные точки, соответствующие окончанию этапов растяжения стали (характерных участков) и вычисляемым характеристикам прочности:

$P_{\text{пц}}$ – пределу пропорциональности – $\sigma_{\text{пц}}$;

P_y – пределу упругости – σ_y ;

P_T – физическому пределу текучести – σ_T ;

P_{02} – условному пределу текучести – σ_{02} ;

P_B – прочности – $\sigma_{\text{пч}}$ или временному сопротивлению – σ_B ;

$P_{\text{разр}}$ – разрушающему напряжению – $\sigma_{\text{разр}}$.

Полученные диаграммы после обработки могут быть представлены в виде условной диаграммы напряжений. Эта диаграмма строится в относительных величинах: напряжения – σ и деформации – ε , получаемых из первичных опытных данных путем пересчета по формулам:

$$\sigma = \frac{P}{F_0}, \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2)$$

где P – текущая нагрузка на образец;

F_0 – площадь сечения образца до начала испытаний;

Δl – текущие абсолютные деформации образца;

l_0 – длина образца до испытания.

В процессе обработки результатов испытания сталей вычисляют их механические характеристики (прочности и пластичности).

4. Механические характеристики сталей

1. Характеристики прочности

1) *Предел пропорциональности* ($\sigma_{\text{пц}}$) – наибольшее напряжение, при котором сохраняется линейная зависимость между напряжениями и деформациями. Он определяется

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{P_{\text{пц}}}{F_0}, \quad (3)$$

где F_0 – первоначальная площадь поперечного сечения образца.

Площадь вычисляется

$$F_0 = \frac{\pi D_0^2}{4}, \quad (4)$$

где D_0 – диаметр расчетной части образца до испытания.

От начала растяжения до предела пропорциональности возникают упругие деформации, которые при снятии нагрузки исчезают. Зависимость между напряжениями и деформациями на этом участке описывается законом Гука

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (5)$$

где σ – нормальные напряжения;

E – модуль продольной упругости;

ε – относительная продольная деформация.

Предел пропорциональности является границей, до которой деформации являются упругими, линейными и обратимыми.

3) *Предел упругости* (σ_y) – напряжение, при котором остаточные (пластические) деформации достигают заданной малой величины (0,003÷0,005 % от начальной длины образца в зависимости от выбранного допуска). Он определяется

$$\sigma_y = \frac{P_y}{F_0}. \quad (6)$$

4) *Физический предел текучести* (σ_T) – для пластичных сталей (рис. 2, а) – напряжение соответствует точке на диаграмме, в момент растяжения образца, когда происходит значительный рост пластических деформаций без заметного увеличения нагрузки. Он определяется

$$\sigma_T = \frac{P_T}{F_0}. \quad (7)$$

5) *Условный предел текучести* ($\sigma_{0,2}$) – для хрупко-пластичных сталей (рис. 3, б) – напряжение, при котором остаточное удлинение составляет 0,2 % от начальной длины образца. Он определяется

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F_0}. \quad (8)$$

Переход от упругости к пластичности для таких сталей постепенный, и определенной точки на диаграмме для него нет. Чем меньше допуск, тем выше точность определения начала пластических деформаций и больше отличие σ_y от $\sigma_{0.2}$. Поэтому σ_y и $\sigma_{0.2}$ не имеют принципиальных отличий.

б) *Предел прочности* или *временное сопротивление* (σ_B) – наибольшее напряжение за время испытания образца. Он определяется

$$\sigma_B = \frac{P_{\max}}{F_0}. \quad (9)$$

2. Использование характеристик прочности

Характеристики прочности используются для определения допустимых напряжений.

Полученные диаграммы условных напряжений, в зависимости от свойств стали, имеют вид (рис. 3).

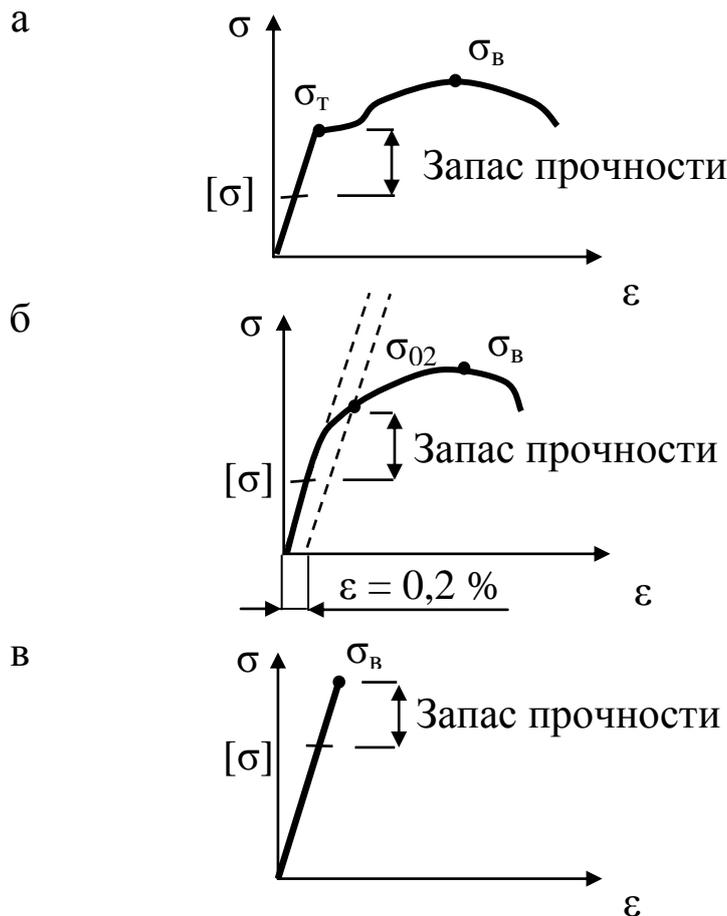


Рис. 3. Основные типы условных диаграмм напряжений для различных видов сталей:

а – пластичная сталь; б – хрупко-пластичная; в – хрупкая

Тип I. Диаграмма растяжения с площадкой текучести соответствует пластичным низкопрочным углеродистым сталям и некоторым сортам бронз.

Тип II. Диаграмма растяжения без площадки текучести соответствует большинству конструкционных сталей, а также некоторым алюминиевым, титановым, магниевым сплавам.

Тип III. Диаграмма растяжения без пластических деформаций соответствует хрупким высокопрочным легированным сталям и всем хрупким материалам. Она заканчивается разрывом образца на начальном прямолинейном участке – участке упругих деформаций.

Допускаемое напряжение для различных видов стали определяется:

1. пластичная сталь –

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}; \quad (10)$$

2. хрупко-пластичная –

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{02}}{n}; \quad (11)$$

4) хрупкая –

$$[\sigma] = \frac{\sigma_B}{n}, \quad (12)$$

где σ_T , σ_{02} , σ_B – предельные значения напряжений, при достижении которых в образце резко возрастают либо пластические деформации (σ_T , σ_{02}), либо наступает полное разрушение (σ_B);

n – коэффициент запаса прочности.

Коэффициент запаса – n принимается в пределах $1,5 \div 2$ в зависимости от статистического разброса результатов испытаний стали. Кроме того, он учитывает основные допущения и гипотезы курса сопротивления материалов, возможные ошибки проектирования, изготовления деталей и элементов конструкций, их сборки и монтажа.

3. Характеристики пластичности

Характеристики пластичности стали определяются на основе измерения измененных размеров образца после его разрыва (рис. 4).

Таковыми характеристиками являются: относительное остаточное удлинение и относительное остаточное сужение.

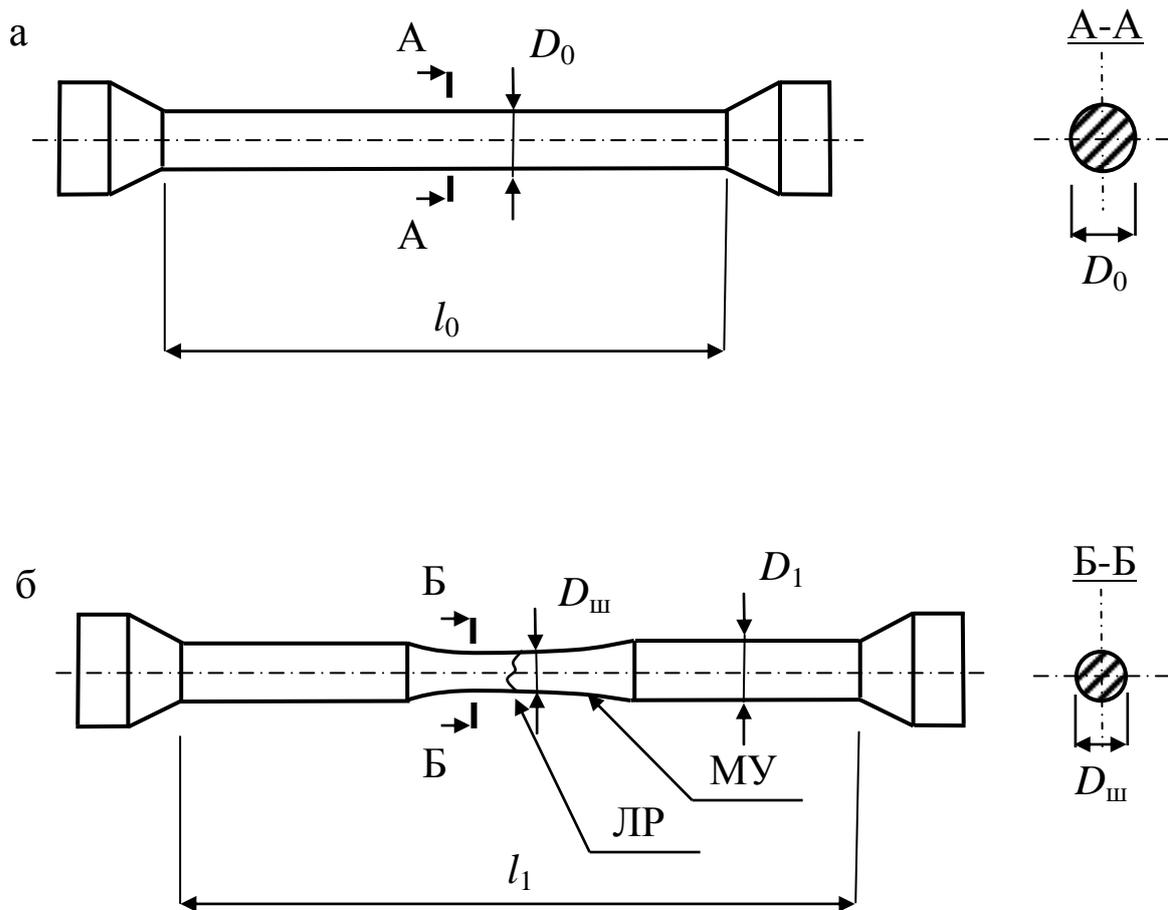


Рис. 4. Форма и размеры образца до и после испытания на растяжение:
 а – образец до испытания; б – образец после разрыва;
 МУ – зона местного утонения (шейка образца);
 ЛР – линия разрыва образца

1) *Относительное остаточное удлинение* – δ : общее остаточное (пластическое) удлинение стали после разрыва. Оно определяется

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\% = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\%, \quad (13)$$

где l_1 – длина расчетной части образца после разрыва;

l_0 – длина расчетной части образца до разрыва;

Δl – приращение длины образца после разрыва по сравнению с начальным размером (остаточная пластическая деформация).

2) *Относительное остаточное сужение* – ψ : местное остаточное (пластическое) утонение стали. Оно определяется

$$\Psi = \frac{F_0 - F_{\text{ш}}}{F_0} \cdot 100\%, \quad (14)$$

где $F_{\text{ш}}$ – площадь сечения образца в узком месте после разрыва (площадь сечения местного утонения, шейки образца в месте разрыва). Она вычисляется

$$F_{\text{ш}} = \frac{\pi D_{\text{ш}}^2}{4}, \quad (15)$$

где $D_{\text{ш}}$ – диаметр сечения образца в узком месте после разрыва.

4. Использование характеристик пластичности

Характеристики пластичности используются:

- 1) для определения марки стали при испытаниях в соответствии с действующим ГОСТ 1497–81;
- 2) для определения пригодности стали для соответствующего способа пластической обработки в соответствии с существующими методиками.

Пластическая обработка проводится как при нормальных, так и высоких температурах и находит широкое применение в технике. Состояние, при котором металл находится в пластической области, дает возможность придавать материалу желательную форму путем прокатки, волочения, штамповки, вытягивания, изгибания и т. д.

5. Характеристика динамичности

Удельная работа, затраченная на разрушение, a – работа, затраченная на разрыв образца, отнесенная к объему образца. Она определяется

$$a = \frac{A}{V_0}, \quad (16)$$

где A – работа, потраченная на разрушение образца, равная площади диаграммы растяжения, Н·м;

V_0 – объем расчетной части образца, который вычисляется

$$V_0 = F_0 l_0. \quad (17)$$

6. Использование характеристики динамичности

Удельная работа косвенно характеризует способность стали сопротивляться динамическим нагрузкам. Чем меньше удельная работа, тем сталь менее способна сопротивляться ударам. Более точно это определяется при испытаниях на ударную вязкость.

5. Испытательное оборудование

1. В данной лабораторной работе для испытаний используется разрывная машина ИМ-12А, работающая на растяжение (рис. 5).
2. Машина создает максимальное разрывное усилие 120 кН (12 т). При эксперименте испытательный образец 1 закрепляется в верхнем 2 и нижнем 3 захватах разрывной машины и закрывается защитными экранами 4. Образец нагружается растягивающей силой, которая создается при помощи электродвигателя 5. Запуск двигателя осуществляется кнопочным пускателем 6, при этом начинает вращаться горизонтальная гайка 7 и навинчиваться на винт 8, связанный с нижним захватом. Захват опускается вниз и вызывает растяжение образца, реактивное усилие на котором создается через рычаг 9 и тягу 10 маятником 11.
3. Машина снабжена устройством для записи диаграммы растяжения – диаграммным аппаратом 12. Его работа осуществляется через удлинение образца и преобразование линейного перемещения через редуктор 13 во вращение диаграммного барабана 14. Величина усилия, пропорциональная отклонению маятника, фиксируется стрелкой на шкале

силоизмерителя *15* и пером *16* на бумаге диаграммного аппарата. Скорость нагружения характеризуется скоростью перемещения движущегося захвата машины. Сложение вращения барабана и перемещения пера самописца дает график поведения образца под нагрузкой – диаграмму растяжения

Машина создает максимальное разрывное усилие 120 кН (12 т).

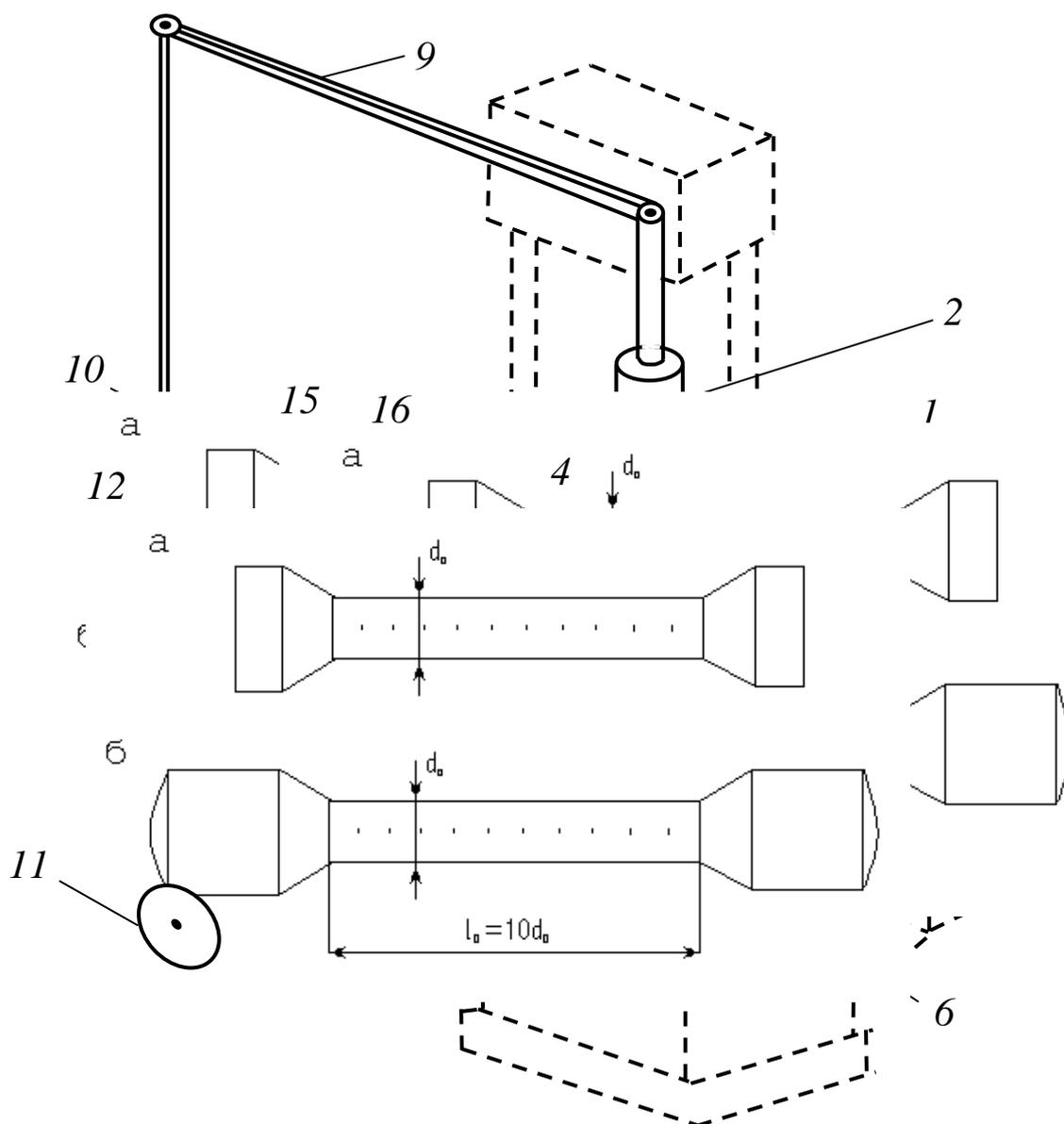


Рис. 5. Схема испытательной машины ИМ-12А:
1 – образец; *2* – нижний захват; *3* – верхний захват;
4 – защитные экраны; *5* – электродвигатель;
6 – кнопка "пуск-стоп"; *7* – горизонтальная гайка;
8 – винт; *9* – рычаг; *10* – тяга; *11* – маятник;
12 – диаграммный аппарат;
13 – редуктор; *14* – диаграммный барабан;
15 – шкала силоизмерителя; *16* – пишущее перо

При эксперименте испытательный образец *1* закрепляется в верхнем *2* и нижнем *3* захватах разрывной машины и закрывается защитными экранами *4*. Образец нагружается растягивающей силой, которая создается при помощи электродвигателя *5*. Запуск двигателя осуществляется кнопочным пускателем *6*, при этом начинает вращаться горизонтальная гайка *7* и навинчиваться на винт *8*, связанный с нижним захватом. Захват опускается вниз и вызывает растяжение образца, реактивное усилие на котором создается через рычаг *9* и тягу *10* маятником *11*.

Машина снабжена устройством для записи диаграммы растяжения – диаграммным аппаратом *12*. Его работа осуществляется через удлинение образца и преобразование линейного перемещения через редуктор *13* во вращение диаграммного барабана *14*. Величина усилия, пропорциональная отклонению маятника, фиксируется стрелкой на шкале силоизмерителя *15* и пером *16* на бумаге диаграммного аппарата. Скорость нагружения характеризуется скоростью перемещения движущегося захвата машины. Сложение вращения барабана и перемещения пера самописца дает график поведения образца под нагрузкой – диаграмму растяжения.

2) В проводимой лабораторной работе для экспериментального получения механических характеристик стали используется стандартный образец (ГОСТ 1497–81) (рис. 6).

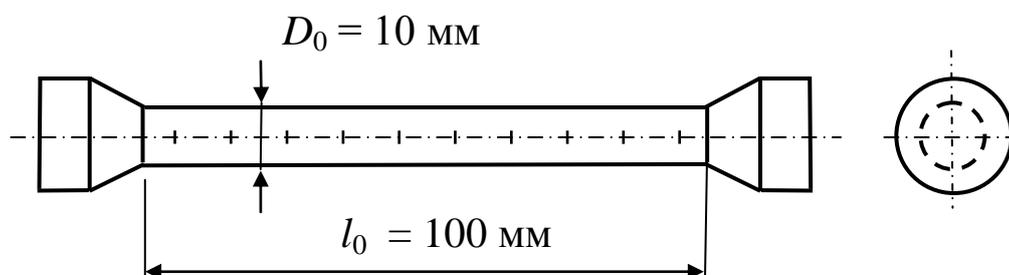


Рис. 6. Схема образца для испытаний стали на растяжение в лабораторной работе

Образец выполнен из низкопрочной пластичной стали ВСтЗсп5, разрушающейся при растяжении по I типу.

Образец имеет цилиндрическую форму, круглое поперечное сечение, состоит из рабочей части и утолщений на краях для закрепления в захватах испытательной машины. Диаметр рабочей части $D_0 = 1$ см.

На образце рисками выделяется рабочая часть длиной

$$l_0 = 10 \cdot D_0 = 10 \text{ см.} \quad (18)$$

3) Для обмеров образца до и после испытания используется штангенциркуль.

6. Поведение стали при растяжении

Условная диаграмма напряжений образца (зависимость напряжений от относительных деформаций) отображает поведение стали в процессе продольного деформирования. По ней можно установить характерные точки и характерные участки, и величины упругих – $\varepsilon_{\text{упр}}$, остаточных (пластических) – $\varepsilon_{\text{ост}}$ и полных – $\varepsilon_{\text{полн}}$ деформаций (рис. 7).

Характерные участки и характерные точки отображают особенности процесса деформирования

1) На участке 0-1 – от начала нагружения образца (0) до предела пропорциональности – $\sigma_{\text{пц}}$ (1), зависимость напряжений от деформаций линейна. В образце возникают только упругие, прямо пропорциональные деформации, они обратимы и исчезают со снятием нагрузки. Поведение стали на этом участке описывается законом Гука.

2) На участке 1-2 – от предела пропорциональности – $\sigma_{\text{пц}}$ (1) до предела упругости – σ_y (2), линейная зависимость ε - σ нарушается и деформации имеют хотя и упругий, обратимый, но не пропорциональный характер. Деформации также исчезают со снятием нагрузки. Закон Гука на этом участке и на других далее не действует.

3) На участке 2-3 – от предела упругости – σ_y (2) до предела текучести – σ_T (3) – возникают первичные пластические деформации, незначительные по величине. Эти деформации не исчезают со снятием нагрузки.

4) На участке 3-3', который называется особым образом – площадка текучести, ему соответствует предел текучести – σ_T (3, 3'), возникают заметные, значительные пластические деформации, которые не исчезают после снятия нагрузки, поэтому их называют остаточными деформациями. Деформации растут при практически постоянной нагрузке, такое поведение материала называется текучестью. Достижение напряжений в стали такого уровня приводит к тому, что деталь механизма

невозможно эксплуатировать, т. к. деформации изменяют форму образца за пределы допусков.

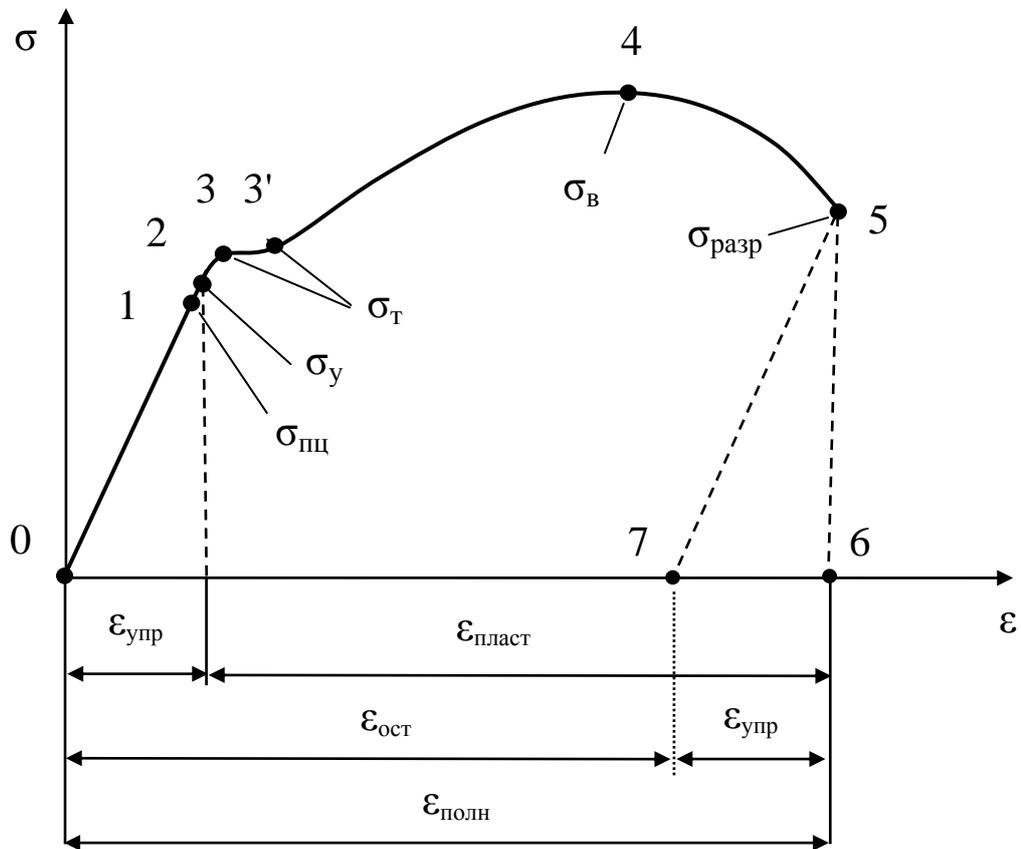


Рис. 7. Условная диаграмма растяжения образца из стали ВСтЗсп5

I. Характерные точки диаграммы:

- точка 0 – начало нагружения образца;
- точка 1 – предел пропорциональности – $\sigma_{пц}$;
- точка 2 – предел упругости – σ_y ;
- точки 3 и 3' – предел текучести – σ_t ;
- точка 4 – предел прочности (временное сопротивление) – σ_b ;
- точка 5 – разрушение образца, разрушающее напряжение – σ_p ;
- точка 6 – окончание эксперимента.

II. Характерные участки диаграммы:

- 0-1 – участок упругих прямопропорциональных деформаций, действует закон Гука;
- 1-2 – участок упругих непропорциональных деформаций, закон Гука не действует;
- 2-3 – участок первичных пластических деформаций;
- 3-3' – площадка текучести;
- 3'-4 – участок вторичных пластических деформаций (участок вторичного упрочнения);
- 4-5 – участок местного утонения (участок образования шейки на образце);
- 5-6 – линия, фиксируемая пером диаграммного аппарата после разрушения образца;
- 5-7 – искусственная линия, параллельная линии 1–0

- 5) На участке 3'-4 – от предела текучести – σ_T (3') до предела временной прочности – σ_B (4) происходит вторичное упрочнение стали. Это означает, что для получения дополнительных деформаций образца необходимо дополнительное увеличение нагрузки. При этом также возникают остаточные пластические деформации. Предел прочности – это критическое напряжение, достижение которого приводит к полному разрушению элемента.
- 6) На участке 4-5 – от предела временной прочности – σ_B (4) до разрушения образца – $\sigma_{\text{разр}}$ (разрушающее напряжение) (5) в наиболее ослабленном месте происходит образование шейки на образце (местное утонение). Наблюдение за этим этапом особенно важно при оценке способности стали к пластической обработке штамповкой, волочением.
- 7) На участке 5-6 – от момента разрушения образца – $\sigma_{\text{разр}}$ до окончания эксперимента (6) перо диаграммного аппарата рисует вертикальную линию, это означает, что при разрыве образца исчезают упругие деформации, в то время как пластические (остаточные) сохраняются.
- 8) Для удобства проведения обработки диаграммы проводится искусственная линия 5-7 параллельная линии 1-0, по ней можно определить величину исчезающих упругих деформаций – $\epsilon_{\text{упр}}$.

7. Порядок выполнения работы (с примером оформления)

1. Проведение испытания

2. Произвести осмотр образца, проверить наличие рисок на его рабочей части.
3. Измерить длину рабочей части образца и его начальный диаметр:
 - $l_0 = 10$ см;
 - $D_0 = 1$ см.
4. Включить общий рубильник подачи электропитания.
5. Закрепить образец в захватах, закрыть предохранительные шторки.
6. Настроить аппарат для записи диаграммы растяжения стали, вставить бумагу и пишущее перо.

7. Включить двигатель машины, нажав кнопку "пуск" и начав этим нагружение образца.
8. Наблюдать в процессе растяжения образца за работой машины, поведением образца, работой диаграммного аппарата и шкалой силоизмерителя.
9. Зафиксировать максимальную нагрузку на образец – $P_{\max} = 4100$ кг.
10. Обратить внимание на образование шейки на образце после начала уменьшения усилия.
11. После разрыва образца нажать кнопку "стоп" и остановить этим двигатель машины.
12. Вынуть части разорванного образца из захватов.
13. Вынуть машинную диаграмму из диаграммного аппарата.
14. Выключить рубильник общего электропитания.

2. Обработка результатов испытания

1. Рассмотреть разорванный образец и полученную в результате испытания машинную диаграмму (рис. 8).
2. Измерить с помощью штангенциркуля диаметр шейки образца и длину рабочей части образца после разрыва, сложив для этого обе составляющие части образца вместе:

$$- D_{\text{ш}} = 0,67 \text{ см};$$

$$- l_1 = 11,8 \text{ см}.$$

3. Определить остаточную деформацию –

$$\Delta l_{\text{ост.обр}} = l_1 - l_0 = 11,8 - 10 = 1,8 \text{ см}.$$

4. Вычислить начальную площадь сечения образца (занести в таблицу) –

$$F_0 = \frac{\pi D_0^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1^2}{4} = 0,78 \text{ см}^2.$$

5. Определить площадь шейки образца –

$$F_{\text{ш}} = \frac{\pi D_{\text{ш}}^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,67^2}{4} = 0,35 \text{ см}^2.$$

6. Выпрямить нелинейность начального участка диаграммы, вызванную неплотностями между деталями разрывной машины, – участок "А" (см. рис. 8).

7. Отметить на машинной диаграмме характерные точки: 0, 1, 2, 3, 3', 4, 5, 6.

8. Измерить линейкой абсциссы – x_i и ординаты – y_i характерных точек диаграммы (см) и занести их в таблицу.

9. Замерить на диаграмме с помощью линейки участок остаточных деформаций – $\Delta l_{\text{ост. диагр}} = 18 \text{ см}$.

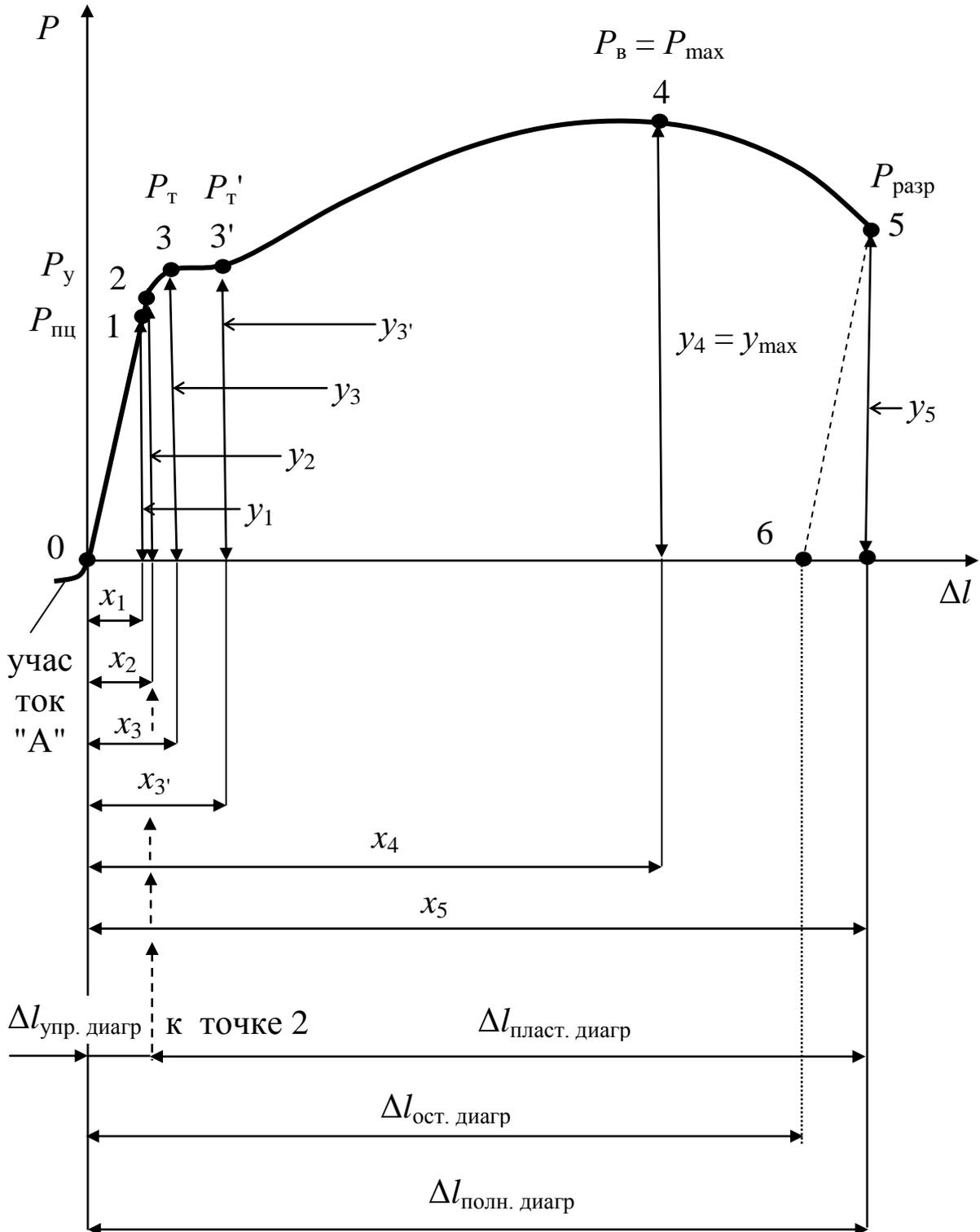


Рис. 8. Обработанная диаграмма растяжения образца (диаграмма образца, полученная с помощью диаграммного аппарата разрывной машины при испытании, после обработки)

10. Найти масштаб удлинений (занести в таблицу) –

$$M_{\Delta} = \frac{\Delta l_{\text{ост.обр}}}{\Delta l_{\text{ост. диагр}}} = \frac{1,8}{18} = 0,1 \text{ см/см.}$$

11. Найти по оси ординат максимальное значение диаграммы, соответствующее максимальной нагрузке на образец при его испытании, –

$$y_{\text{max}} = 12,3 \text{ см.}$$

12. Найти масштаб усилий (занести в таблицу) –

$$M_P = \frac{P_{\text{max}}}{y_{\text{max}}} = \frac{4100}{12,3} = 333 \text{ кг/см.}$$

13. Определить соответствующие характерным точкам диаграммы абсолютные удлинения (занести в таблицу) –

$$\Delta l_i = x_i M_{\Delta}$$

и усилия (занести в таблицу) –

$$P_i = y_i M_P.$$

14. Вычислить напряжения в характерных точках диаграммы – характеристики прочности (занести в таблицу) –

$$\sigma_i = \frac{P_i}{F_0}$$

и относительные удлинения (занести в таблицу) –

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta l_i}{l_0} 100\% .$$

15. Определить допускаемое напряжение –

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{3200}{2} = 1600 \text{ кг / см}^2 = 160 \text{ МПа} .$$

16. Построить по значениям σ_i и ε_i диаграмму условных напряжений стали (график зависимости $\sigma_i - \varepsilon_i$) (рис. 9).

17. Вычислить по формулам (13) и (14) характеристики пластичности стали:

– относительное остаточное удлинение

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\% = \frac{\Delta l_{\text{ост.}}}{l_0} \cdot 100\% = \frac{1,8}{10} \cdot 100\% = 18\% ;$$

– относительное остаточное сужение

$$\psi = \frac{F_0 - F_{\text{ш}}}{F_0} \cdot 100\% = \frac{0,78 - 0,35}{0,78} \cdot 100\% = 55,13\% .$$

$$S = 100 \text{ см}^2$$

и вычислить полную работу разрыва –

$$A = S M_{\Delta l} M_p = 100 \cdot 0,1 \cdot 333 = 3330 \text{ кг}\cdot\text{см} \quad (\text{т. е. см}^2 \cdot \text{см}/\text{см} \cdot \text{кг}/\text{см}).$$

19. Вычислить объем расчетной части образца –

$$V_0 = F_0 l_0 = 0,78 \cdot 10 = 7,8 \text{ см}^3$$

и удельную работу разрушения –

$$a = \frac{A}{V_0} = \frac{3330}{7,8} = 426,92 \text{ кг}/\text{см}^2.$$

7. Условная и истинная диаграммы напряжений

В результате испытаний образца могут быть получены как *условная*, так и *истинная* диаграммы напряжений (рис. 10).

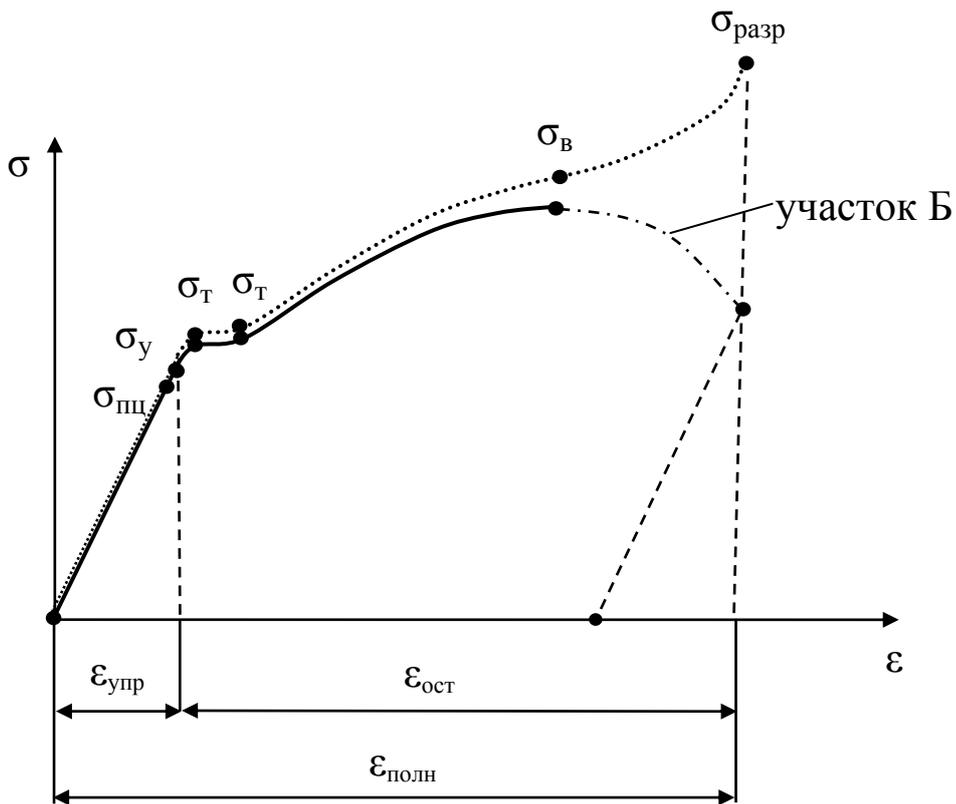


Рис. 10. Условная и истинная диаграммы растяжения образца из стали ВСтЗсп5:

————— — условная;
 — истинная

Отличие диаграмм заключается в том, что в первом случае для получения параметров прочности текущую нагрузку, действующую на образец, делят на его первоначальную площадь сечения – F_0 . Во втором случае, учитывая, что площадь сечения при растяжении образца постоянно уменьшается, нагрузку делят на текущую (истинную в каждый данный момент времени) площадь – $F_{ист}$

$$\sigma_{ист} = \frac{P}{F_{ист}}. \quad (19)$$

Для получения истинной площади используются приборы – тензометрические клещи и графопостроитель, позволяющие измерять и записывать изменение диаметра в ходе растяжения образца. Данное устройство весьма сложно и поэтому используется только в научной работе, при практических испытаниях образцов на производстве такое устройство малоприспособно.

В производственной практике используется условная диаграмма напряжений, что вызывает ошибки при получении параметров прочности. Однако эти ошибки незначительны и в дополнение идут в запас прочности материала и конструкции, поэтому этими ошибками можно пренебречь. Значительными отличия напряжений истинных и условных становятся только после предела прочности – σ_B , но параметры напряжений этого участка в практике не используются.

До предела прочности (см. рис. 10) деформация образца по его длине равномерна, после него она концентрируется на одном из участков рабочей части образца (наиболее слабом), и на нем начинает образовываться шейка. Процесс деформирования от момента образования шейки до разрушения происходит при уменьшающейся растягивающей силе, что отражается на диаграмме условных напряжений (участок Б). Это связано с тем, что нагрузка на образец задается через деформации создаваемые двигателем машины, его скорость ограничена, и он не успевает за автодеформациями образца. Автодеформации могут возникать после образования шейки как при возрастании нагрузки или ее стабилизации, так и при уменьшении нагрузки по кривой, показанной на диаграмме условных напряжений.

Это связано с тем, что местное уменьшение сечения образца приводит к увеличению в нем напряжений, а значит, и к росту зоны утонения, что автоматически снова увеличивает напряжения и так до полного разрушения. Если использовать при построении диаграммы вместо условных напряжений истинные, то после предела прочности она будет иметь вид кривой с возрастающими напряжениями вплоть до разрушения образца (см. рис. 10).

8. Экспериментальное определение напряжений в объектах с помощью диаграммы напряжений (использование сведений о деформациях, полученных при растяжении образца)

При нагружении объекта напряжения в нем определяются экспериментально – с помощью тензометрического способа. На исследуемый объект в интересующей точке наклеивается измерительный датчик – тензорезистор, который передает информацию на считывающий прибор об изменении относительных деформаций в исследуемой зоне. С целью оценки опасности состояния объекта производят переход от полученных деформаций к напряжениям.

Переход осуществляется в зависимости от принадлежности деформаций к тому или иному участку диаграммы:

- 1) деформации в границах от нуля до предела пропорциональности;
- 2) деформации в границах от предела пропорциональности до предела прочности.

В первом случае деформации связаны линейной зависимостью с напряжениями и определяются с помощью закона Гука

$$\sigma = E \varepsilon. \quad (20)$$

Во втором случае деформации не являются линейными, не подчиняются закону Гука и описываются весьма сложными математическими зависимостями. Поэтому практически напряжения по деформациям определяются графически с помощью диаграммы напряжений (рис. 11).

Имея информацию от тензометрической системы о величине деформаций в исследуемой точке при нагружении – $\varepsilon_{\text{тенз}}$, откладывают ее на оси абсцисс. Перпендикулярно оси абсцисс, т. е. вертикально, проводят линию до пересечения с графиком изменения напряжений.

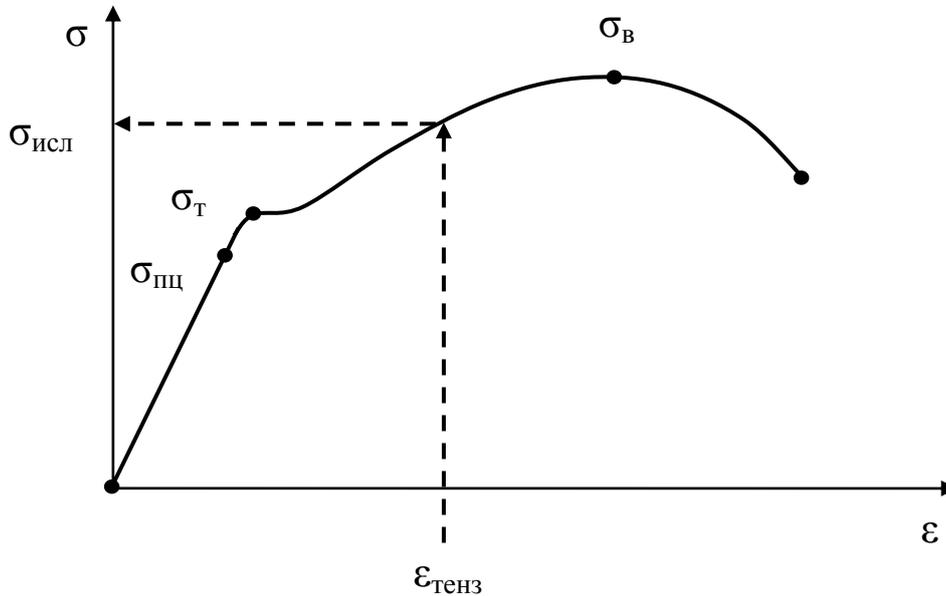


Рис. 11. Определение напряжений с помощью условной диаграммы напряжений стали по показаниям деформаций тензометрической системы

После чего из точки пересечения проводят горизонтально линию до оси ординат и снимают значение напряжений, соответствующих имеющимся деформациям – $\sigma_{\text{исл}}$.

9. Явление наклепа

Процесс изменения упруго-пластических свойств стали при снятии нагрузки с образца на этапе нагружения от предела текучести – σ_{T} до предела временной прочности – $\sigma_{\text{В}}$ называется явлением наклепа. В ходе этого процесса возрастают упругие свойства стали и снижаются пластические (рис. 12).

В процессе наклепа происходит следующее:

- 1) растяжение образца до снятия нагрузки происходит обычным образом (0-А);
- 2) при снятии нагрузки с образца линия разгрузки (А-В) идет параллельно участку 0-1, т. е. участку упругих прямо

пропорциональных деформаций, но на некотором удалении от него;

3) при новом нагружении образца линия нагружения (В-А) совпадает с линией разгрузки (А-В);

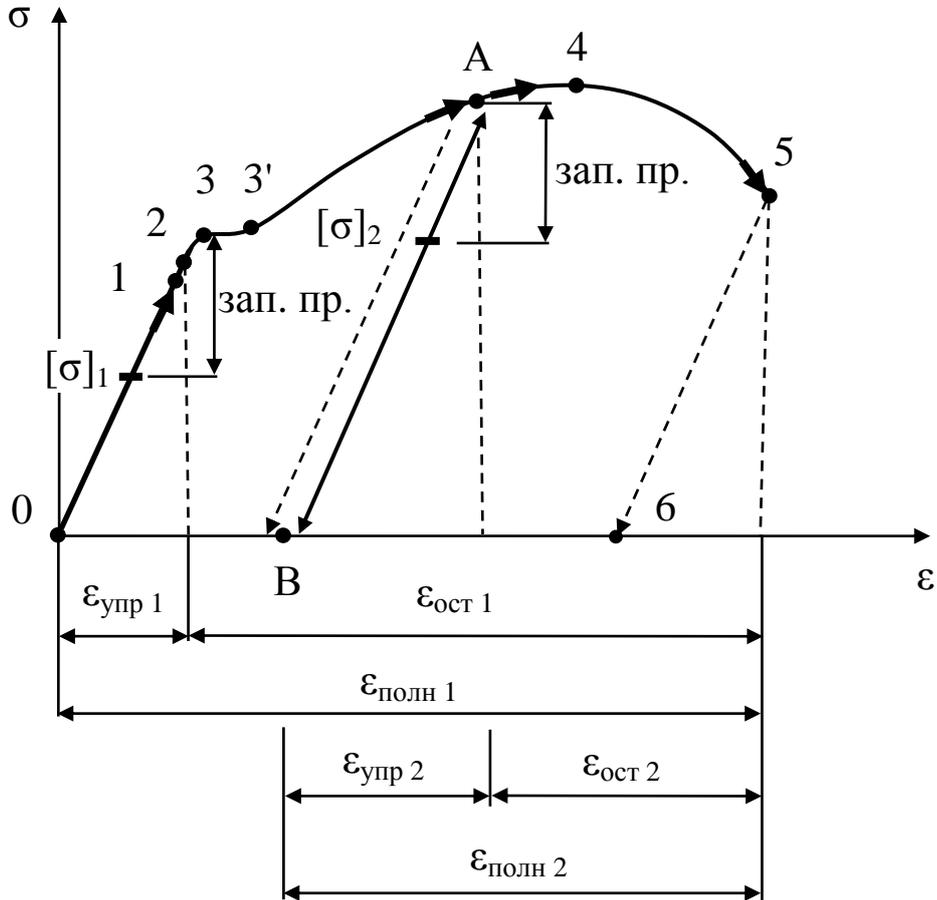


Рис. 12. Условная диаграмма напряжений образца с временным снижением нагрузки (явление наклепа):

0-6 – диаграмма стандартного испытания образца;

0-A – участок до снижения нагрузки;

A-B – участок временного снижения нагрузки;

B-A – участок повторного нагружения;

$\epsilon_{упр}$, $\epsilon_{ост}$, $\epsilon_{полн}$ – деформации упругие, остаточные и полные (с индексом 1 – без наклепа; с индексом 2 – с наклепом)

$[\sigma]_1$ – допускаемое напряжение без наклепа стали;

$[\sigma]_2$ – допускаемое напряжение стали с наклепом;

зап. пр. – запас прочности стали

4) при достижении нагрузкой уровня, соответствующего началу снятия нагрузки (т. А), диаграмма идет по криволинейной ветви, как и при обычном испытании (А-5).

Явление наклепа имеет как положительные, так и отрицательные свойства.

Положительные – в связи с увеличением участка упругих деформаций наклепанная сталь при том же запасе прочности может иметь более высокий уровень допускаемого напряжения – $[\sigma]_2$ по сравнению с допускаемым напряжением – $[\sigma]_1$ обычной стали.

Отрицательные – в связи с уменьшением величины пластических деформаций:

- 1) возможно неожиданное разрушение объекта;
- 2) уменьшаются возможности для пластической обработки стали (штамповка, гибка, волочение).

На практике явление наклепа можно встретить:

- 1) при случайной перегрузке объекта;
- 2) при производственном использовании специально изготовленной на металлургическом заводе наклепанной стали (она обозначается добавкой к марке индексами "накл", например: ВСт3сп5 накл).

9. Вопросы к лабораторной работе

1. Какова цель лабораторной работы?
2. Какие существуют механические характеристики прочности и пластичности стали?
3. Какие существуют образцы для испытаний стали на растяжение?
4. Каков принцип работы машины ИМ-12А?
5. Почему напряжения на диаграмме являются условными? Как определить истинные напряжения?
6. Каков вид диаграммы растяжения и какие выделяют характерные точки и участки на диаграмме?
7. Что такое диаграмма условных напряжений и как она получается в работе?
8. Что характеризует удельная работа разрушения?
9. В чем причина уменьшения нагрузки после предела прочности?
10. Покажите на диаграмме растяжения полную, упругую и остаточные деформации.

11. Что такое явление наклепа? Как пойдет линия разгрузки и повторной нагрузки при наклепе стали? Какие существуют положительные и отрицательные свойства у наклепа?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ СТАЛИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ПРОДОЛЬНОЙ УПРУГОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ СТАЛИ)

Цель работы: определение экспериментальным способом упругих постоянных материала – стали ВСтЗсп5: модуля продольной упругости (модуля упругости I рода, модуля Юнга) и коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона).

1. Модуль продольной упругости (модуль Юнга) – определение и использование

Модуль продольной упругости обозначается латинской буквой – "*E*".

E – это характеристика жесткости (упругости) материала, показывающая его способность сопротивляться продольному деформированию (растяжению, сжатию) и изгибу, константа, ее применение справедливо только в пределах линейных упругих деформаций материала, т. е. в пределах действия закона Гука.

E связывает между собой в формуле закона Гука при растяжении (сжатии) деформации и напряжения и графически оценивается следующим образом $E = \operatorname{tg}\alpha$ (рис. 1).

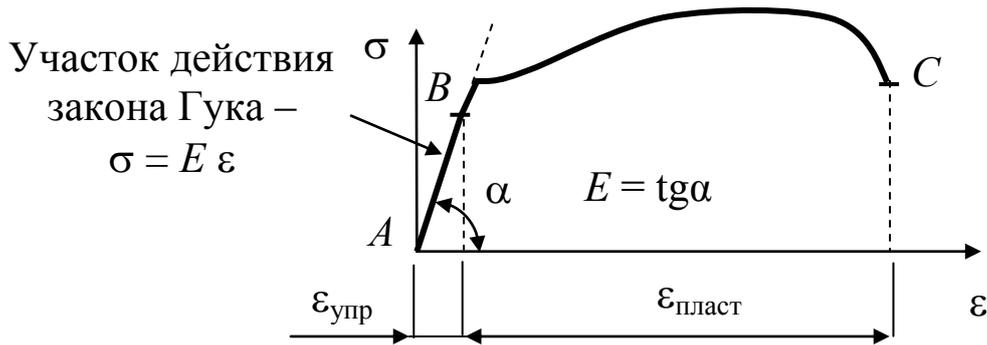


Рис. 1. Диаграмма растяжения стали ВСт3сп5:
A-B – участок линейной зависимости между относительными линейными деформациями – ε и нормальными напряжениями – σ (участок действия закона Гука);
B-C – участок нелинейной зависимости

Материал с большим числовым значением E является более жестким и требует больших усилий при его деформировании.

Численные значения E для основных материалов приводятся в справочниках по сопротивлению материалов и справочниках машиностроителя, а в случае отсутствия данных в справочниках – определяются экспериментально.

E в сопротивлении материалов используется при оценке прочности, жесткости и устойчивости элементов конструкций.

E численно равен напряжению, которое могло бы возникнуть в материале при его упругом растяжении на 100% (2 раза), и является характеристикой условной.

Практическое определение E осуществляется путем растяжения образца на незначительную величину с последующим пересчетом.

Пример 1: при растяжении образца на $\varepsilon = 1\%$ возникающие в образце напряжения – σ равны, например, 1000 МПа (10 000 кг/см²), тогда модуль упругости будет равен

$$E = \sigma \cdot 100 = 100\,000 \text{ МПа (1\,000\,000 кг/см}^2\text{)}.$$

Пример 2: $\varepsilon = 0,1\% \rightarrow \sigma = 100 \text{ МПа (1\,000 кг/см}^2\text{)} \rightarrow$

$$\rightarrow E = \sigma \cdot 1000 = 100\,000 \text{ МПа (1\,000\,000 кг/см}^2\text{)}.$$

Модуль упругости E для разных материалов равен:
 сталь – $2,10 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 = 2,10 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2\,100\,000 \text{ кг/см}^2$;

чугун – $1,15 \cdot 10^4$ кН/см² = $1,15 \cdot 10^5$ МПа = 1 150 000 кг/см²;
 медь – $1,00 \cdot 10^4$ кН/см² = $1,00 \cdot 10^5$ МПа = 1 000 000 кг/см²;
 алюминий – $0,70 \cdot 10^4$ кН/см² = $0,70 \cdot 10^5$ МПа = 700 000 кг/см²;
 бетон – $0,15 \cdot 10^4$ кН/см² = $0,15 \cdot 10^5$ МПа = 150 000 кг/см²;
 каучук – $0,00008 \cdot 10^4$ кН/см² = $0,0008 \cdot 10^5$ МПа = 80 кг/см².

Из имеющихся в списке данных можно сделать вывод о соотношении жесткостей материалов (жесткость материала пропорционально зависит от модуля упругости). Например, сталь имеет E в 2 раза больше, чем медь, а значит она в 2 раза жестче меди. Поэтому при рассмотрении однотипных образцов, выполненных из стали и меди, для растяжения их на одинаковую величину в границах упругих деформаций, к стальному образцу необходимо прикладывать нагрузку в два раза большую при сравнении с медным.

2. Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона) – определение и использование

Коэффициент Пуассона обозначается греческой буквой "μ" (мю), является упругой механической характеристикой материала, определяющей его способность деформироваться в поперечном направлении при продольном приложении нагрузки, и константой для данного материала (рис. 2).

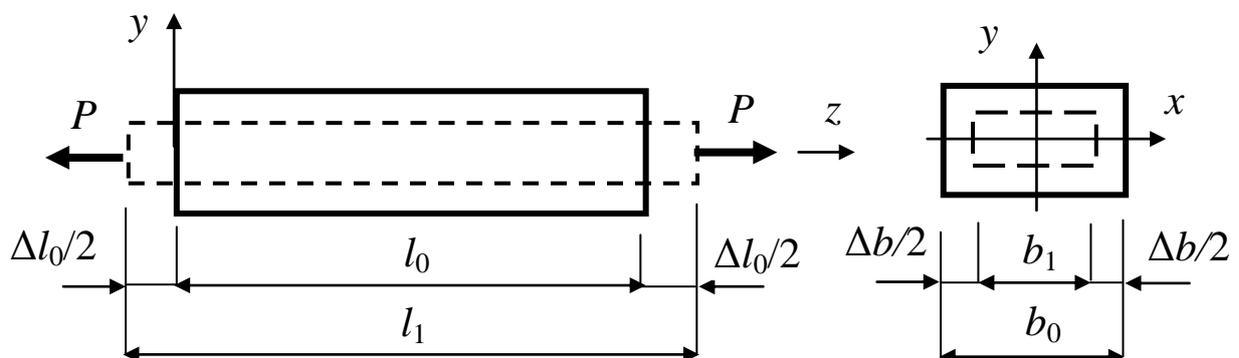


Рис. 2. Продольное и поперечное деформирование

Из рис. 2 следует, что абсолютные деформации образца равны:

$$\Delta l = l_1 - l_0; \quad \Delta b = b_1 - b_0, \quad (1)$$

Δl и Δb – абсолютное удлинение и абсолютное сужение образца (абсолютные деформации);

l_0 и l_1 – начальная и конечная длина образца;

b_0 и b_1 – начальная и конечная ширина образца.

Если принять, что $l_1 \approx l_0 = l$, а $b_1 \approx b_0 = b$, то относительные деформации образца будут равны:

$$\varepsilon = \Delta l / l; \quad \varepsilon' = \Delta b / b, \quad (2)$$

ε и ε' – относительная продольная и относительная поперечная деформации образца (относительное удлинение и относительное сужение).

Коэффициент μ численно равен отношению относительного сужения образца к его относительному удлинению при его продольном деформировании, т. е. отношению между относительными поперечной и продольной деформациями. Это отношение выражается формулой

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| = \left| \frac{\Delta b / b}{\Delta l / l} \right| = \left| \frac{\Delta b}{\Delta l} \cdot \frac{l}{b} \right|. \quad (3)$$

Для большинства материалов численное значение μ приводится в справочниках по сопротивлению материалов и справочниках машиностроителя, в ином случае μ определяется экспериментально.

Обобщенно для известных исследованных изотропных (имеющих одинаковые упругие свойства по всем направлениям) материалов интервал изменения коэффициента Пуассона $\mu = 0 \div 0,5$.

Коэффициент Пуассона – μ для различных видов материалов равен:

резина –	0,47;
медь –	0,31 ÷ 0,34;
сталь –	0,27 ÷ 0,31;

алюминий –	0,26÷0,36;
чугун –	0,23÷0,27;
бетон –	0,16÷0,18;
пробковое дерево –	0.

3. Описание испытательного оборудования

В лабораторной работе для растяжения образца используется разрывная машина Р-5 (рис. 3).

Установка в ходе эксперимента работает по следующей схеме.

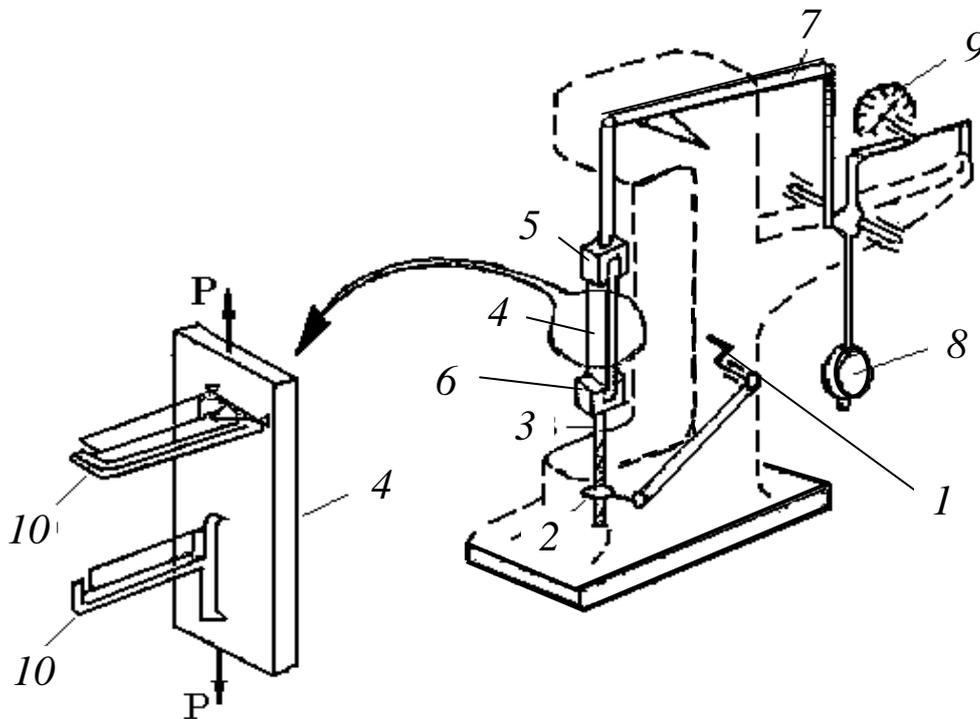


Рис. 3. Схема разрывной машины Р-5:

- 1 – рукоятка; 2 – гайка; 3 – винт; 4 – образец;
 5 и 6 – нижний и верхний захваты;
 7 – система рычагов; 8 – маятник;
 9 – силоизмеритель; 10 – тензотметры

Вращение рукоятки 1 передается через редуктор на гайку 2, которая вызывает вертикальное перемещение винта 3. Это приводит к растяжению образца 6, закрепленного в захватах 4 и

5. Усилие в образце создается системой рычагов 7 и маятником 8. Величина усилия фиксируется по шкале силоизмерителя 9. Для определения абсолютных продольных и поперечных деформаций используются тензометры рычажного типа (тензометр Гуггенбергера) 10.

Тензометр служит для измерения абсолютных линейных деформаций участка образца, находящегося между опорами тензометра и называемого базой тензометра (рис. 4).

Цена деления шкалы тензометра равна 0,001 мм.

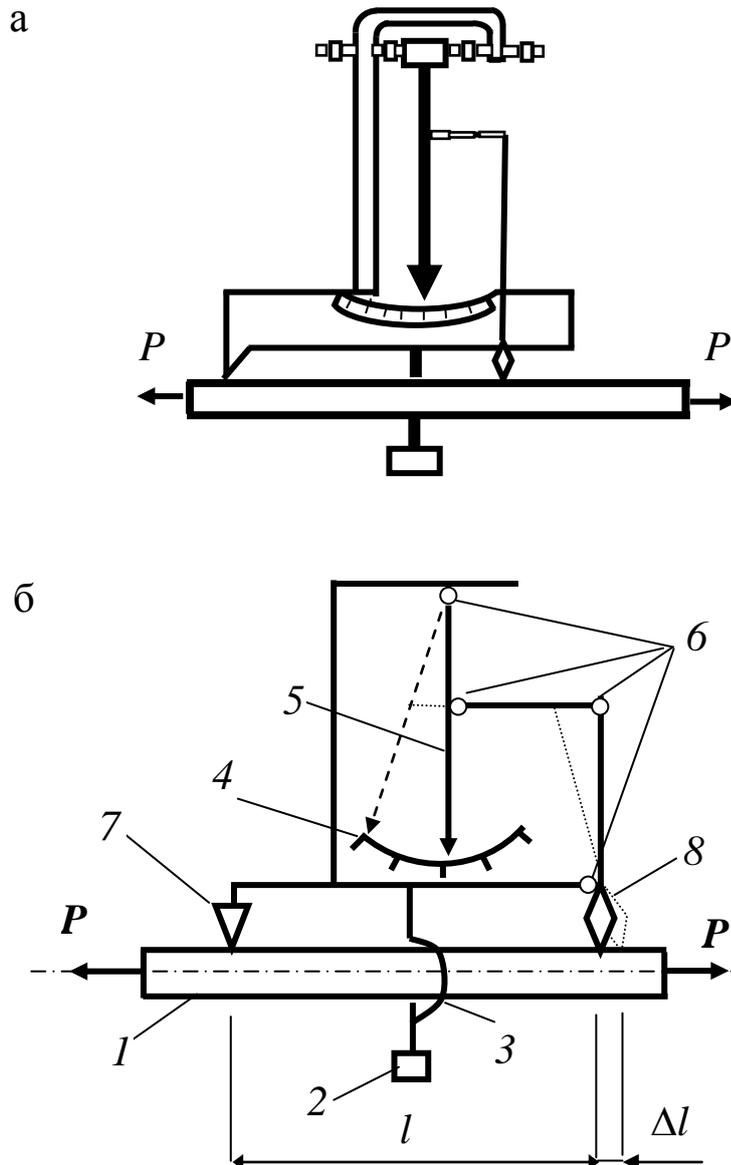


Рис. 4. Рычажный тензометр (тензометр Гуггенбергера):
 а – общий вид; б – упрощенная схема;
 $l_{\text{бт}}$ – база тензометра; $\Delta l_{\text{бт}}$ – изменение базы тензометра;
 1 – образец; 2 – винт; 3 – крепежная струбцина;
 4 – измерительная шкала; 5 – указательная стрелка;
 б – шарнир; 7 – неподвижная опора; 8 – подвижная опора

В связи с тем, что измерения в эксперименте будут производиться тензометрами с размерами (базами) значительно меньшими размеров испытываемого образца, то длина и ширина измеряемого участка образца будет ограничиваться базами продольных и поперечных тензометров.

E и μ – это характеристики материала, а не образца, поэтому E и μ , полученные при измерении деформаций участка образца, будут такими же, как и при измерении деформаций всего образца.

В лабораторной работе для повышения точности получаемых результатов значения E и μ будут определяться по двум участкам испытываемого образца, расположенным на его противоположных гранях (рис. 5).



Рис. 5. Схема расположения исследуемых участков образца и тензометров на образце:

1, 2 – продольные тензометры; 3, 4 – поперечные тензометры (пунктиром показаны тензометры на невидимой грани образца)

Такое расположение тензометров обусловлено тем, что в процессе растяжения образца линии действия растягивающих сил – P не всегда совпадают с продольной осью образца, т. е. имеет место эксцентриситет (смещение линии действия сил – P от продольной оси). Средние показания тензометров, взятые с двух участков образца, дадут истинную картину.

Такое расположение тензометров обусловлено тем, что в процессе растяжения образца линии действия растягивающих сил – P не всегда совпадают с продольной осью образца, т. е. имеет место эксцентриситет (смещение линии действия сил – P от продольной оси). Средние показания тензометров, взятые с двух участков образца, дадут истинную картину.

Приложение к образцу дополнительной нагрузки, равной ступени нагружения, должно давать каждый раз одну и ту же величину приращения его длины. Это связано с тем, что растяжение образца в данной лабораторной работе ведется только в пределах упругих свойств материала, в границах действия закона Гука, представляющего собой линейную зависимость между нагрузкой и деформацией. Данное положение позволяет проводить эксперимент многократно, используя в качестве основы постоянную дополнительную нагрузку, равную ступени нагружения – ΔP_i , при равномерном увеличении общей нагрузки. Для приведения экспериментальной установки в рабочее состояние используется предварительная ступень нагружения – ΔP_0 .

Сечение образца прямоугольное (рис. 6).

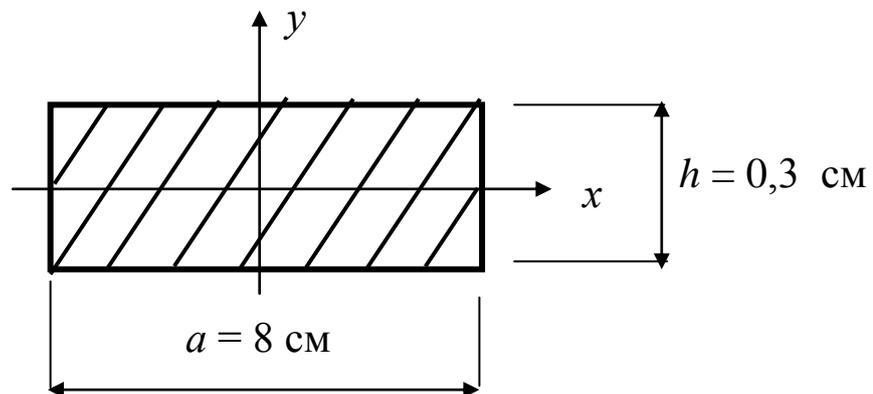


Рис. 6. Сечение испытываемого образца

Площадь сечения образца прямоугольной формы равна

$$F_{\text{обр}} = a h. \quad (4)$$

3. Рабочие формулы для определения модуля продольной упругости – E и коэффициента Пуассона – μ

1) Модуль продольной упругости определяется из закона Гука

$$\Delta l = \frac{N l}{E F};$$

$$\downarrow$$

$$E = \frac{N l}{\Delta l F} = \frac{\Delta P \cdot l_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} \cdot F_{\text{обр}}}, \quad (5)$$

где ΔP – приращение силы, прикладываемой к образцу (ступень нагружения);

$l_{\text{бт}}$ – база продольного тензометра;

$\Delta l_{\text{бт}}$ – изменение базы продольного тензометра;

$F_{\text{обр}}$ – площадь сечения образца.

2) Коэффициент Пуассона определяется из формулы (3)

3)

$$\mu = \left| \frac{\Delta b}{\Delta l} \cdot \frac{l}{b} \right| = \frac{\Delta b_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}}} \cdot \frac{l_{\text{бт}}}{b_{\text{бт}}}, \quad (6)$$

где $b_{\text{бт}}$ – база поперечного тензометра;

$\Delta b_{\text{бт}}$ – изменение базы поперечного тензометра.

3. Порядок выполнения работы (с примером оформления)

1) Задаться предварительной, нулевой ступенью нагружения на образец (начальная нагрузка) –

$$\Delta P_0 = 400 \text{ кг} = 0,4 \text{ кН.}$$

2) Задаться дополнительной, рабочей ступенью нагружения на образец (рабочая нагрузка) –

$$\Delta P_i = 400 \text{ кг} = 0,4 \text{ кН.}$$

- 3) Произвести нагружение образца начальной нагрузкой (0-я – иступень) и рабочей нагрузкой (1÷3 – рабочие ступени), наблюдая при этом за показаниями тензометров.
- 4) Снимать показания тензометров – λ_i при каждом нагружении и заносить в таблицу.

Таблица

Ведомость экспериментальных данных

№ ступени нагружения	Нагрузка на образец (нарастание м) P , кг (кН)	Показания тензометров, дел.							
		продольных				поперечных			
		1		2		3		4	
		λ_1	$\Delta\lambda_1$	λ_2	$\Delta\lambda_2$	λ_3	$\Delta\lambda_3$	λ_4	$\Delta\lambda_4$
0	400 (0,4)	7	–	26	–	23	–	22	–
1	800 (0,8)	16	9	34	8	21	–2	20	–2
2	1200 (1,2)	22	8	42	8	19	–2	18	–2
3	1600 (1,6)	30	8	46	8	17	–2	16	–2
$\Delta P_i = 400 (0,4)$		$\Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} = 8,16$				$\Delta\lambda_{\text{попереч}}^{\text{ср}} = -2$			

- 5) Вычислить средние изменения показаний тензометров при приложении дополнительной нагрузки (рабочей ступени нагружения) – $\Delta P_i = 0,4$ кН:

$$\Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} = \frac{9 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8}{6} = 8,16 \text{ дел.},$$

$$\Delta\lambda_{\text{попереч}}^{\text{ср}} = \left| \frac{-2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2}{6} \right| = 2 \text{ дел.}$$

- 6) Определить средние изменения длины и ширины исследуемых участков образца в единицах длины при приложении дополнительной (рабочей) нагрузки – $\Delta P_i = 0,4$ кН. Для этого умножить число делений тензометров – $\Delta\lambda^{\text{ср}}$ на цену 1 деления тензометра ($C = 0,001$ мм, т. е. $0,0001$ см/дел.):

(дел.) (см/дел.)

$$\Delta l_{\text{бт}} = \Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} \cdot C_{\text{тенз}} = 8,16 \cdot 0,0001 = 0,000816 \text{ см};$$

$$\Delta b_{\text{бт}} = \Delta\lambda_{\text{попереч}}^{\text{ср}} \cdot C_{\text{тенз}} = 2,00 \cdot 0,0001 = 0,0002 \text{ см.}$$

- 7) Вычислить площадь сечения образца по его размерам:

– $a = 8$ см;

– $h = 0,3$ см.

$$F_{\text{обр}} = a h = 8 \cdot 0,3 = 2,4 \text{ см}^2.$$

8) Вычислить модуль продольной упругости –

$$E = \frac{\Delta P_i \cdot l_{\text{бр}}}{\Delta l_{\text{бр}} \cdot F_{\text{обр}}} = \frac{0,4 \cdot 10}{0,000816 \cdot 2,4} = 20424,84 \text{ кН/см}^2 = 2,04 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2.$$

9) Вычислить коэффициент Пуассона –

$$\mu = \left| \frac{\Delta b_{\text{бр}} \cdot l_{\text{бр}}}{\Delta l_{\text{бр}} \cdot b_{\text{бр}}} \right| = \left| \frac{0,0002 \cdot 10}{0,000816 \cdot 8} \right| = 0,31.$$

10) Вывод (использование результатов эксперимента).

Во всех видах расчетов в рамках курса сопротивления материалов величины E и μ для стали типа ВСтЗсп5 принимать равными:

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 = \mathbf{2 \cdot 10^5 \text{ МПа}} = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2 \text{ (2 000 000 кг/см}^2\text{)};$$

$$\mu = 0,31.$$

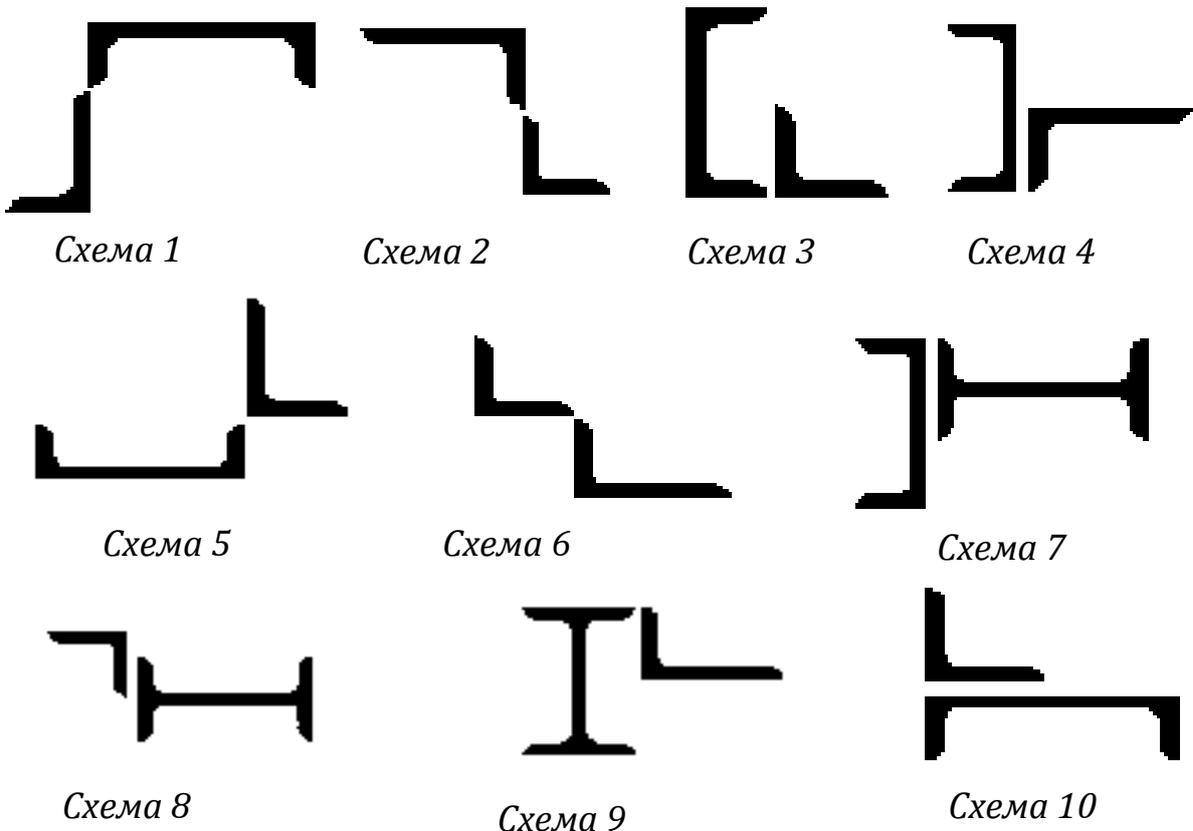
4. Вопросы к лабораторной работе

1. Что такое модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона? Каковы их буквенные обозначения, синонимы названия и смысловые определения?
2. Какими обладают свойствами, имеют численное равенство и единицы измерения модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона?
3. Как используется модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона в формулах сопротивления материалов, в расчетных и экспериментальных методах?
4. Как производится изыскание модулей продольной упругости и коэффициентов Пуассона различных материалов в инженерной практике при проведении расчетов и экспериментальных исследованиях?
5. Что такое абсолютные и относительные деформации? Какая существует необходимость в расчетных и экспериментальных методах для определения этих величин?
6. Что такое жесткость материала?

7. Как экспериментально определяется модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона? В чем заключается методика проведения лабораторной работы?
8. В чем назначение тензометра и каково его устройство? Что такое база тензометра?

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ НА ЗАЩИТУ РГР № 1 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЧЕНИЙ»

Найти положение главных центральных осей инерции и значение главных моментов инерции для поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка, или швеллера и неравнобокого уголка, или двутавра и равнобокого уголка или двутавра и неравнобокого уголка или двутавра и швеллера. Вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нём все размеры в числах и все оси.



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА СТАЛИ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ПОПЕРЕЧНОЙ УПРУГОСТИ СТАЛИ)

Цель работы: определение экспериментальным способом для стали ВСтЗсп5 модуля сдвига (модуля упругости II рода, модуля поперечной упругости), аналога характеристики упругости стали при растяжении – модуля продольной упругости – E .

1. Модуль поперечной упругости (модуль сдвига) – определение и использование

Модуль сдвига обозначается латинской буквой – " G ". G – это характеристика упругости (жесткости) материала, показывающая его способность сопротивляться поперечному деформированию (чистому сдвигу, кручению).

G является "упругой" постоянной материала, поэтому ее применение справедливо только в пределах линейных *упругих* деформаций материала – в пределах действия закона Гука (рис. 1).

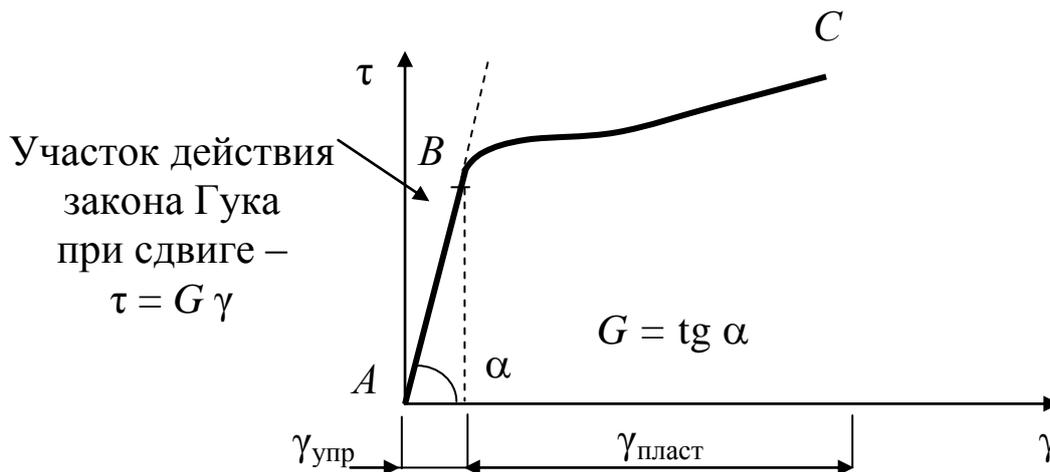


Рис. 1. Зависимость между деформациями сдвига (относительный сдвиг) – γ и касательными напряжениями – τ при чистом сдвиге и кручении для стали ВСтЗсп5:

- $A-B$ – участок линейной зависимости между деформациями и напряжениями (участок действия закона Гука);
- $B-C$ – участок нелинейной зависимости

G связывает между собой в формуле закона Гука при сдвиге деформации и напряжения и графически оценивается следующим образом: $G = \operatorname{tg}\alpha$ (см. рис. 1).

Материал с большим числовым значением G является более жестким и требует больших усилий при его деформировании.

Большинству материалов соответствует определенное постоянное (константа) значение G , которое меняется только при существенном увеличении или уменьшении температуры.

Модуль сдвига G связан с другими характеристиками упругости материала следующей зависимостью

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \quad (1)$$

где E – модуль продольной упругости;

μ – коэффициент Пуассона.

Значения G для большинства материалов приводятся в справочнике по сопротивлению материалов и в справочнике машиностроителя, в случае отсутствия данных в справочниках – определяются экспериментально.

В сопротивлении материалов G используется при расчетах брусьев, работающих на сдвиг или кручение. Между этими видами деформирования существует глубокая внутренняя связь.

С помощью G оценивается их прочность и жесткость, а также производится раскрытие статической неопределимости статически неопределимых брусьев, работающих на кручение.

При оценке прочности определяются напряжения, а при оценке жесткости – перемещения, и в том и в другом случае применяется промежуточный параметр – деформации.

Деформации – это изменение формы и размеров бруса в результате нагружения, они всегда сопровождаются возникновением напряжений. Деформации можно определять теоретическим способом по внешним нагрузкам или экспериментальным – при помощи специальных датчиков (тензорезисторов).

Перемещения – это изменение положения характерных точек бруса в пространстве, они складываются из деформаций.

При чистом сдвиге брусьев возникают деформации двух видов: абсолютный сдвиг – Δh и относительный сдвиг – γ (рис. 2).

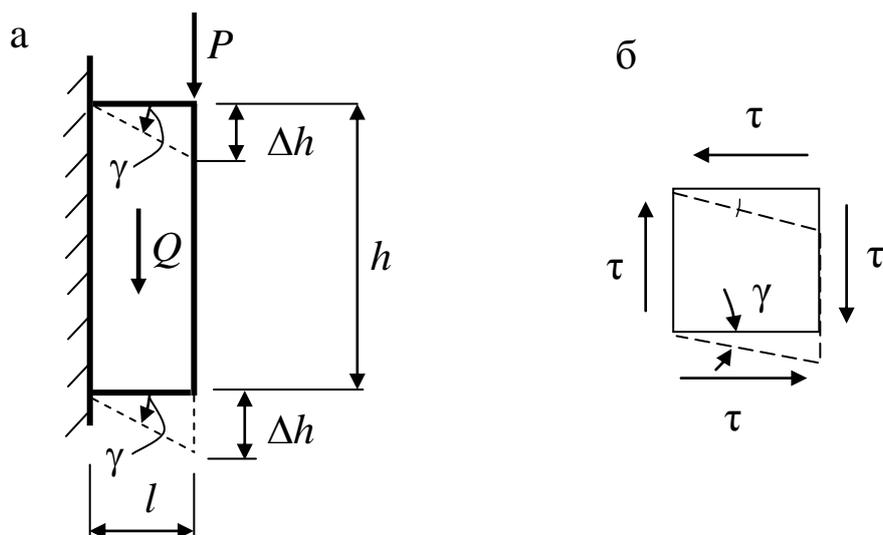


Рис. 2. Деформирование бруса при чистом сдвиге:
а – общий вид; б – деформирование элементарного объема

Абсолютный сдвиг определяется

$$\Delta h = \frac{Ql}{GF}, \quad (2)$$

где Q – поперечная сила, действующая в сечении бруса;

l – длина бруса;

F – площадь сечения бруса;

GF – жесткость бруса при сдвиге.

При небольших значениях Δh по сравнению с l *относительный сдвиг* определяется

$$\gamma = \frac{\Delta h}{l}. \quad (3)$$

При кручении брусков возникают деформации двух видов: абсолютный угол закручивания – $\Delta\varphi$ и относительный сдвиг – γ (рис. 3).

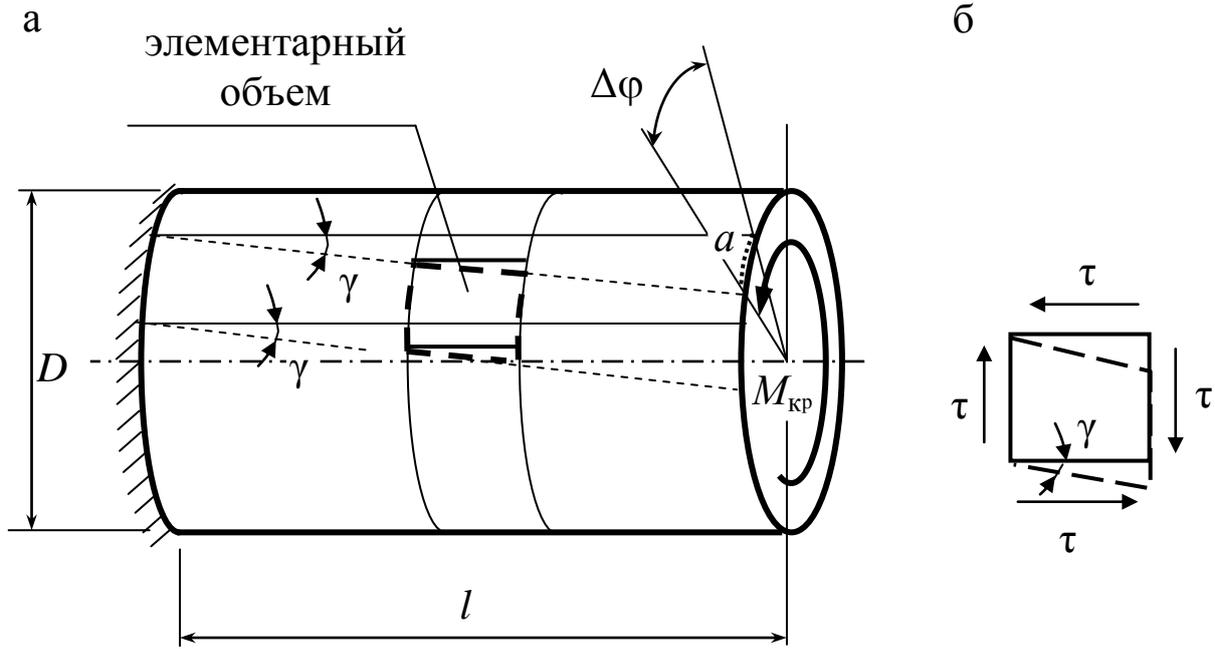


Рис. 3. Схема деформирования бруса при кручении:
а – общий вид бруса; б – элементарный объема

Относительный сдвиг при кручении бруса может быть определен

$$\gamma = \operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{l}, \quad (4)$$

где a – линейное перемещение точки на контуре сечения бруса при закручивании;

l – длина бруса.

Абсолютный угол закручивания (угловая деформация) определяется

$$\Delta\varphi = \frac{M_{\text{кр}} l}{G I_{\rho}}, \quad (5)$$

где $M_{\text{кр}}$ – крутящий момент, действующий в сечении бруса;

l – длина участка бруса;

I_{ρ} – полярный момент инерции поперечного сечения бруса;

$G I_{\rho}$ – жесткость бруса при кручении.

Полярный момент инерции для сплошного круглого поперечного сечения вычисляется по формуле

$$I_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32}, \quad (6)$$

где D – диаметр бруса.

В элементах конструкций, с помощью закона Гука при сдвиге смогут быть определены касательные напряжения

$$\tau = G \gamma. \quad (7)$$

Данная форма закона Гука является аналогией закона Гука I вид при растяжении-сжатии

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (8)$$

где σ – нормальные напряжения, действующие в исследуемом сечении бруса;

E – модуль продольной упругости;

ε – относительные продольные деформации.

Прочность исследуемого объекта проверяется с помощью выражения

$$\tau \leq [\tau], \quad (9)$$

где $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение, равное половине допускаемого напряжения при растяжении – $[\sigma]/2$.

Выражение (7) широко используется в теории упругости.

Из рис. 3 видно, что

$$\gamma = \frac{a}{l}, \quad \Delta\varphi = \frac{a}{D/2} \longrightarrow a = \gamma l = \Delta\varphi D/2 \longrightarrow \gamma = \frac{\Delta\varphi D/2}{l}. \quad (10)$$

Формула для определения касательных напряжений в любой точке сечения бруса при кручении выглядит

$$\tau = \frac{M_{кр}}{I_{\rho} / \left(\frac{D}{2}\right)}. \quad (11)$$

Подставим (10) и (11) в формулу закона Гука при сдвиге $\tau = G\gamma$ и получим формулу для определения угла закручивания

$$\frac{M_{кр}}{I_{\rho} / \left(\frac{D}{2}\right)} = G \frac{\Delta\varphi D/2}{l} \longrightarrow \Delta\varphi = \frac{M_{кр} l}{G I_{\rho}}. \quad (12)$$

Брусья на жесткость рассчитывают с целью установления нормальных условий эксплуатации объекта (механизма, конструкции). Из двух рассматриваемых видов деформирования (сдвиг, кручение), обычно, на жесткость рассчитывают брусья, подвергающиеся кручению.

Существует два критерия жесткости брусьев при кручении в зависимости от вида бруса и характера его работы. Этими критериями являются:

- непревышение абсолютным углом поворота – φ допускаемой величины – $[\varphi]$, такая проверка делается для жесткозакрепленных брусьев;
- непревышение относительным углом закручивания – Θ допускаемой величины – $[\Theta]$, такая проверка делается для вращающихся валов.

Расчет брусьев (валов) на жесткость производится нижеследующим образом.

а) Цель расчета жесткозакрепленного бруса на жесткость – исключение непредусмотренного контакта выступающих элементов бруса с деталями механизма (рис. 4).

Расчет производится с использованием абсолютного угла поворота, который определяется по формуле, подобной условию жесткости при растяжении-сжатии:

$$\varphi = \sum \Delta\varphi_i = \sum \frac{M_{кр i} l_i}{G I_{\rho i}} \leq [\varphi] = \frac{[\Delta]}{h} = \frac{\delta/n}{h}, \quad (13)$$

где φ – угол поворота (угловое перемещение) опасного сечения бруса;

$\Delta\varphi_i$ – угол закручивания (угловая деформация) i -го участка бруса;

$M_{кр i}$ – крутящий момент, действующий в сечениях i -го участка бруса;

l_i – длина i -го участка бруса;

$I_{\rho i}$ – полярный момент инерции круглого поперечного сечения бруса i -го участка бруса;

φ_{δ} – зазорный угол (угол, соответствующий моменту контакта выступающего элемента с деталью механизма);

$[\varphi]$ – допускаемый угол поворота;

h — длина выступающего элемента;
 n — коэффициент запаса жесткости.

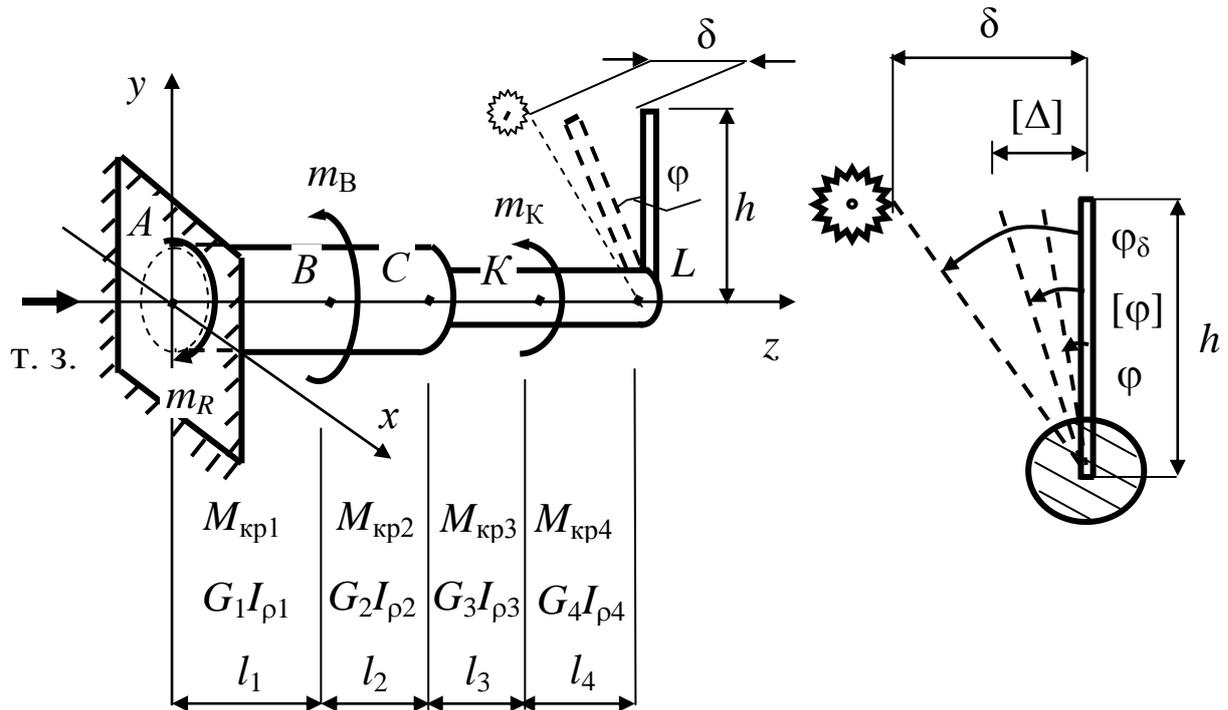


Рис. 4. Схема работы на кручение жесткозакрепленного бруса с кронштейном при наличии шестерни (расчет на жесткость):
 т. з. — точка зрения наблюдателя

б) Цель расчета вращающегося вала на жесткость — предотвращение его вибрации (рис. 5).

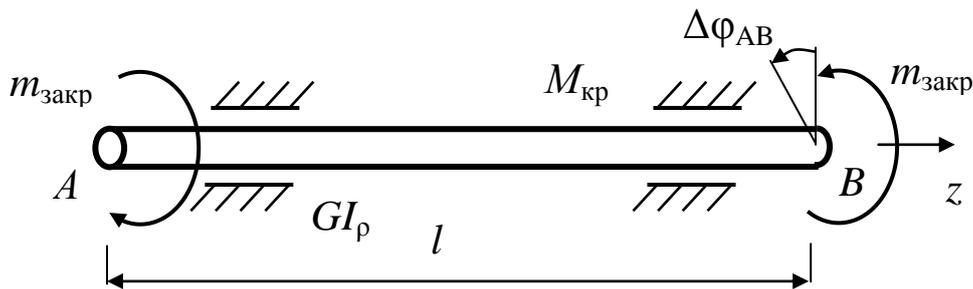


Рис. 5. Схема работы на кручение вращающегося вала (расчет на жесткость)

Расчет производится с использованием относительного угла закручивания, который определяется по формуле

$$\Theta = \frac{\Delta\varphi_{AB}}{l} = \frac{M_{кр} l}{G I_{\rho} l} = \frac{M_{кр}}{G I_{\rho}}. \quad (14)$$

Условие жесткости вращающегося вала имеет вид

$$\Theta = \frac{M_{кр}}{G I_{\rho}} \leq [\Theta], \quad (15)$$

где $[\Theta]$ – допускаемый относительный угол закручивания. Он является эмпирической величиной, приводится в нормативных источниках и зависит только от характера нагружения вала (статический, циклический, ударный). Максимальное значение для типичных условий $[\Theta] = 2 \text{ град/м} = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ рад/м} = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ рад/см}$.

G численно равен напряжению, которое могло бы возникнуть в бруске при его упругом сдвиге (при его угловом смещении γ) на 1 рад (57°).

G характеристика условная, т. к. при его определении условно считают, что исследуемый материал, способен, упруго деформируясь, сдвигаться на любой угол, хотя известно – не более чем на $0,002 \text{ рад} (\approx 0,1^\circ)$. Исключением являются резина, каучук и некоторые полимеры, способные сдвигаться на значительный угол. Основа 1 рад принята для удобства применения G в формуле закона Гука при сдвиге.

G в реальных условиях можно определить путем сдвига образца на незначительную долю радиана, с условием, чтобы напряжения не превышали предел пропорциональности, и увеличением полученного напряжения в соответствующее число раз.

Пример 1: при деформировании образца (при его сдвиге) на угол $\gamma = 0,001 \text{ рад}$ возникающие в образце напряжения τ равны, например, $80 \text{ МПа} (800 \text{ кг/см}^2)$, тогда модуль сдвига будет равен

$$G = \tau \cdot 1000 = 800 \cdot 1000 = 800 \ 000 \text{ кг/см}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Пример 2: } \gamma = 0,01 \text{ рад} &\longrightarrow \tau = 8000 \text{ кг/см}^2; \longrightarrow \\ &\longrightarrow G = \tau \cdot 100 = 800 \ 000 \text{ кг/см}^2. \end{aligned}$$

G имеет такую же размерность, как и напряжения: $[\text{кН/см}^2]$ или $[\text{МПа}]$.

Модуль сдвига G для приведенных материалов равен:

сталь –	$0,80 \cdot 10^4$ кН/см ²	= $0,80 \cdot 10^5$ МПа	= 800 000 кг/см ² ;
чугун –	$0,45 \cdot 10^4$ кН/см ²	= $0,45 \cdot 10^5$ МПа	= 450 000 кг/см ² ;
медь –	$0,40 \cdot 10^4$ кН/см ²	= $0,40 \cdot 10^5$ МПа	= 400 000 кг/см ² ;
алюминий –	$0,26 \cdot 10^4$ кН/см ²	= $0,26 \cdot 10^5$ МПа	= 260 000 кг/см ² ;
каучук –	$0,0000006 \cdot 10^4$ кН/см ²	= $0,000006 \cdot 10^5$ МПа	= 0,6 кг/см ² .

Из имеющихся в списке данных можно сделать вывод о соотношении жесткостей материалов (жесткость материала пропорционально зависит от модуля сдвига). Например, сталь в 2 раза жестче меди, поэтому при рассмотрении однотипных образцов, выполненных из стали и меди, для их закручивания на одинаковый угол в границах упругих деформаций, к стальному образцу необходимо прикладывать нагрузку в два раза большую при сравнении с медным.

2. Описание испытательного оборудования

В проводимой лабораторной работе экспериментально получают модуль сдвига для стали ВСтЗсп5 с пределом пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 100$ МПа. Испытания производятся на образце, имеющего круглое поперечное сечение диаметром $D = 1,5$ см (рис. 6).

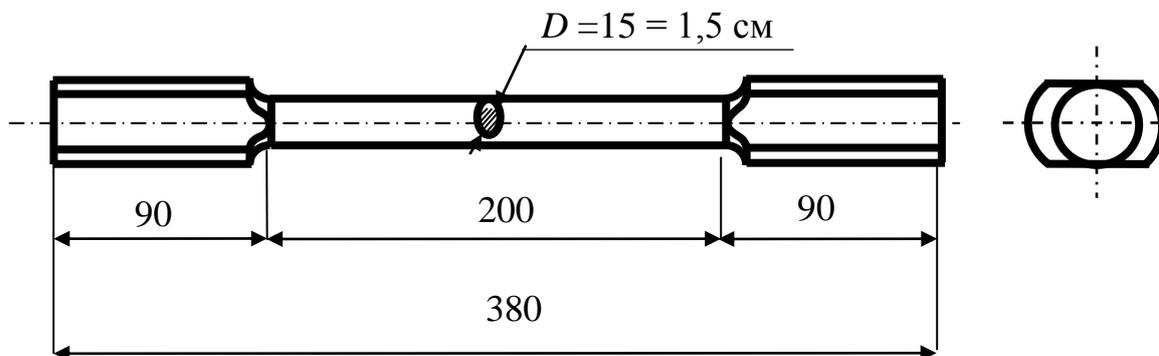
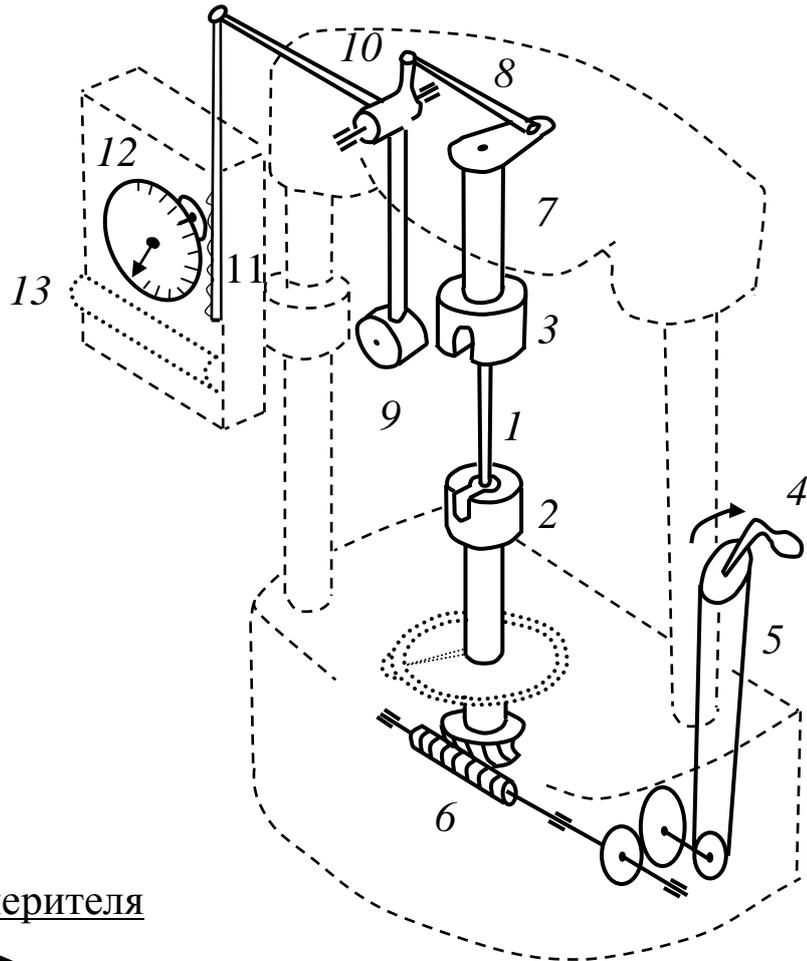


Рис. 6. Форма и размеры испытательного образца

Для испытаний используется стандартная крутильная машина КМ-50 (рис. 7).



Шкалы силоизмерителя

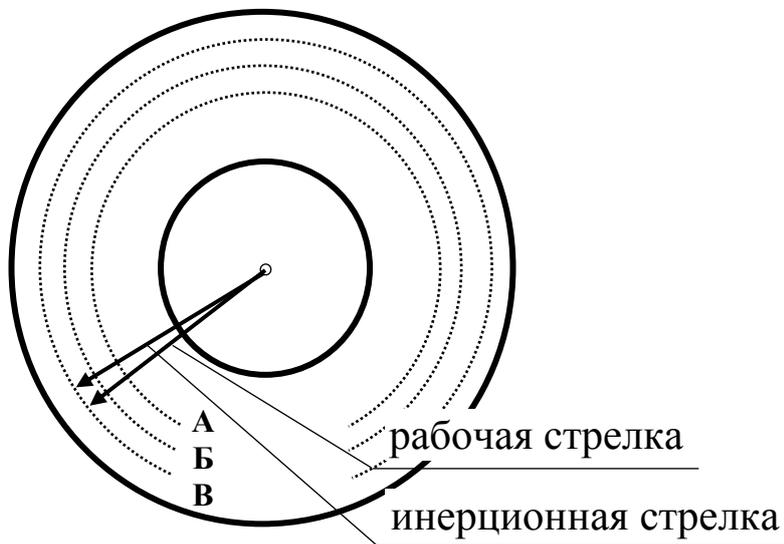


Рис. 7. Устройство крутильной машины КМ-50:

- 1 – образец; 2 – активный захват; 3 – пассивный захват;
 4 – рукоять; 5 – цепная передача; 6 – червячная передача;
 7 – кулиса; 8 – тяга; 9 – маятник; 10 – тяга; 11 – зубчатая рейка

В испытательной машине стационарно установлен образец *1* для регулярных экспериментов, т. к. получение модуля сдвига производится без его разрушения. Образец закреплен вертикально в активном *2* и пассивном *3* захватах машины.

Подача нагрузки на образец, его закручивание осуществляется вручную поворотом активного захвата с помощью вращения рукояти *4* через цепную *5* и червячную *6* передачи. Пассивный захват с присоединенной к нему кулисой *7* вращается вокруг вертикальной оси, перемещает тягу *8* и отклоняет маятник *9*.

Отклонение маятника от вертикального положения передает на образец реактивный закручивающий момент. Поворот соединенной с маятником тяги *10* приводит к вертикальному перемещению зубчатой рейки *11*, которая поворачивает стрелку силоизмерителя *12*.

На испытательной машине предусмотрен диаграммный аппарат *13*, с помощью которого автоматически строится диаграмма зависимости угла закручивания от нагрузки при испытаниях образца на разрушение, однако в данной лабораторной работе он не используется.

Испытательная машина имеет максимальные закручивающие усилия (момент – m_{\max}) в зависимости от массы реактивного груза, подвешиваемого на маятник силоизмерителя: $m_{\max} = 5$ кНм; 10 кНм и 15 кНм. При этом отсчеты нагрузки берутся по шкалам силоизмерителя соответственно А, Б, В. ***В данной лабораторной работе используется шкала "В" силоизмерителя.*** Для шкалы "В" цена одного малого деления равна $0,02 \text{ кгс}\cdot\text{м} = 0,02 \text{ кН}\cdot\text{см}$.

Для фиксирования изменения угла закручивания образца при нагружении в лабораторной установке используется специальное устройство – механический *торсиометр* (рис. 8). Торсиометр представляет собой систему, состоящую из образца *1* и закрепленных на нем двух стоек – прямой *2* и изогнутой *3*. Расстояние между точками крепления стоек является рабочей частью образца и называется *базой торсиометра*, она имеет величину $l_T = 14$ см. При закручивании образца стойки

расходятся, поворачиваясь относительно друг друга на угол $\Delta\varphi$, что увеличивает зазор b между концами стоек на величину Δb .

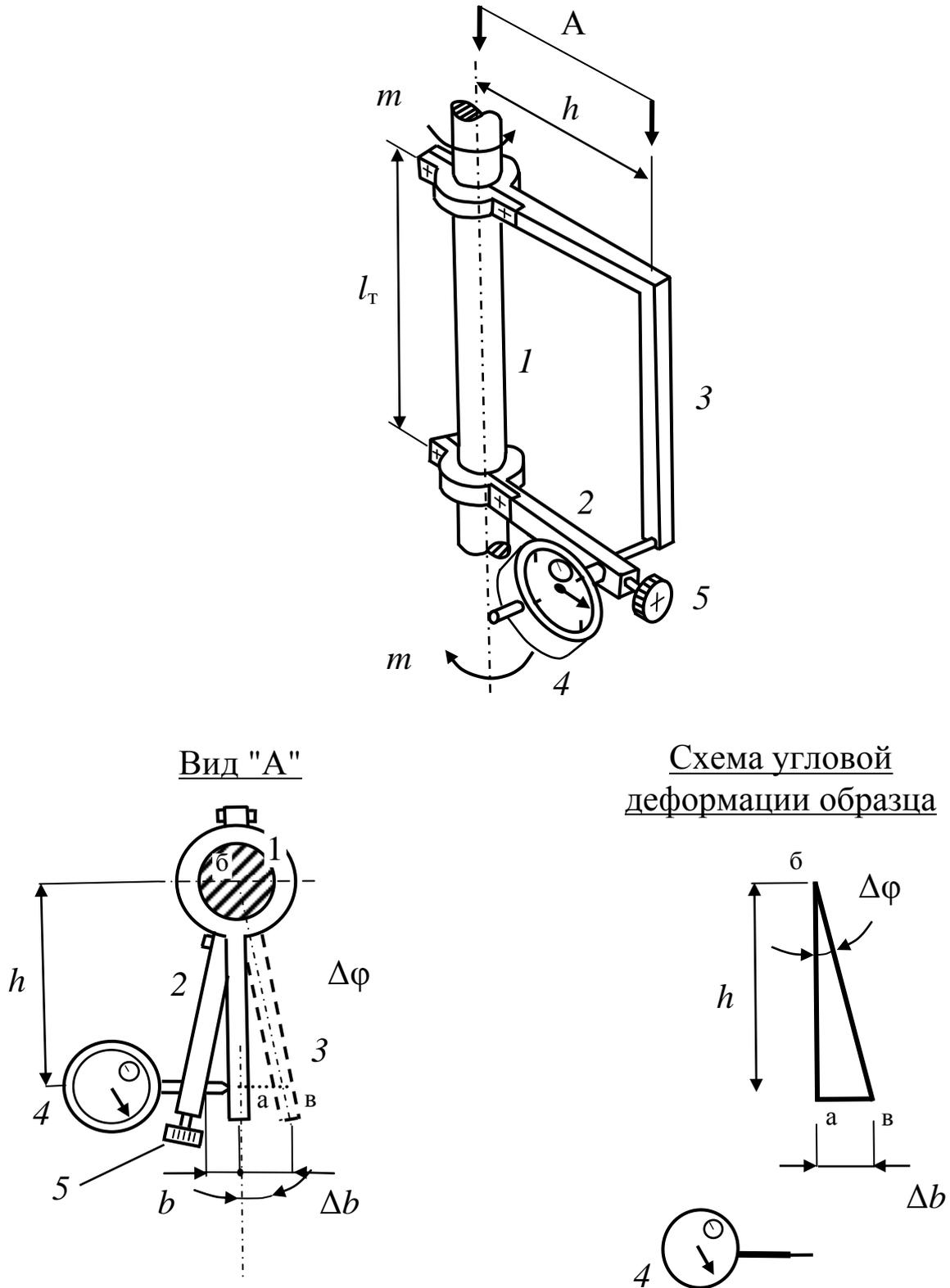


Рис. 8. Устройство и схема работы торсионметра:
 1 – образец; 2 – прямая стойка; 3 – изогнутая стойка;
 4 – индикатор часового типа; 5 – винт;
 l_T – база торсионметра (рабочая часть образца – $l_T = 14$ см);
 h – высота стоек ($h = 10$ см); $\Delta\varphi$ – угловая деформация образца,
 b – зазор между стойками, Δb – изменение зазора при нагружении образца

Для фиксирования величины зазора Δb используется прибор – *индикатор часового типа 4*. Он закреплен винтом 5 на конце прямой стойки торсиометра, а его штифт упирается в противоположный конец изогнутой стойки. При увеличении нагрузки штифт выходит из индикатора, при этом происходит поворот его стрелок. **Индикатор служит для измерения линейных перемещений, а не угла закручивания.**

Устройство индикатора показано на рис. 9.

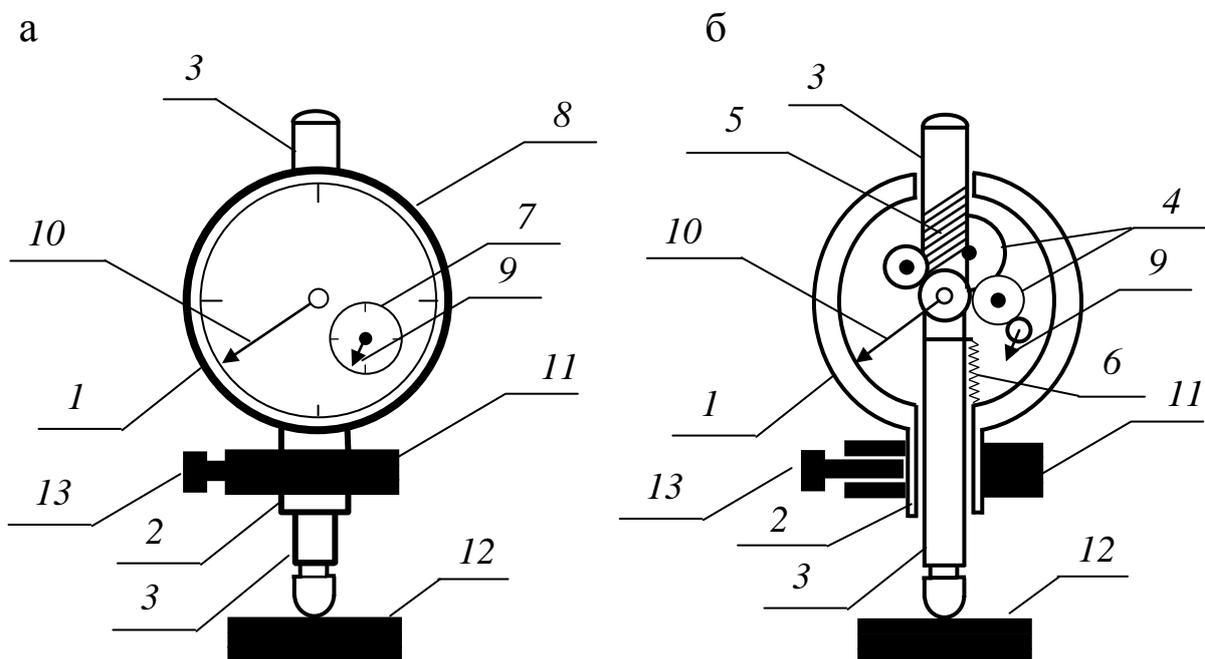


Рис. 9. Устройство индикатора часового типа:
 а – внешний вид; б – внутренняя структура;
 1 – корпус; 2 – трубка; 3 – подвижный штифт;
 4 – система шестерен; 5 – зубчатая рейка;
 6 – прижимная пружина; 7 – малая шкала; 8 – большая шкала;
 9 – индикаторная стрелка малой шкалы;
 10 – индикаторная стрелка большой шкалы;
 11 – изогнутая стойка; 12 – прямая стойка;
 13 – крепежный винт

Большая шкала индикатора подразделяется на красную и черную шкалы, используемые, соответственно, при повороте оси индикатора по часовой или против часовой стрелки, т. е. при выдвигании штифта и при его возвращении. ***При проводимых испытаниях используется красная шкала индикатора.***

Одно деление малой шкалы индикатора соответствует 100 делениям большой шкалы (одному полному обороту большой стрелки). Один оборот большой стрелки соответствует перемещению штифта на 0,1 см. Цена одного деления большой шкалы индикатора $C = 0,01$ мм, т. е. 0,001 см/дел.

При уменьшении нагрузки штифт выталкивается пружиной из индикатора и прижимается к концу изогнутой стойки торсиометра, при этом зубчатая рейка вращает шестерни и стрелки, и, таким образом, происходит изменение показаний индикатора.

Измерение зазора Δb индикатором при нагружении ведется в условных единицах – в делениях его шкалы – $\Delta \lambda$. Перевод приращения показаний индикатора в линейное перемещение производится с помощью выражения

$$\Delta b = \Delta \lambda C. \quad (16)$$

Приращение угла закручивания $\Delta \varphi$ при малых величинах и измерении его в радианах (рад) определяется из зависимости

$$\Delta \varphi \approx \text{tg}(\Delta \varphi) = \frac{\Delta b}{h}, \quad (17)$$

где Δb – изменение зазора между концами стоек торсиометра при нагружении образца;

h – расстояние от оси образца до точки контакта штифта индикатора с концом изогнутой стойки торсиометра.

3. Условия проведения эксперимента и рабочие формулы

1. С целью выборки зазоров и мертвых ходов в механизмах испытательной машины необходимо задавать предварительную (нулевую) ступень нагружения – Δm_0 .
2. Рабочую нагрузку на образец необходимо увеличивать равными ступенями Δm , т. к. при каждой ступени нагружения

должно получаться одинаковое приращение деформаций вследствие действия закона Гука (рис. 10).

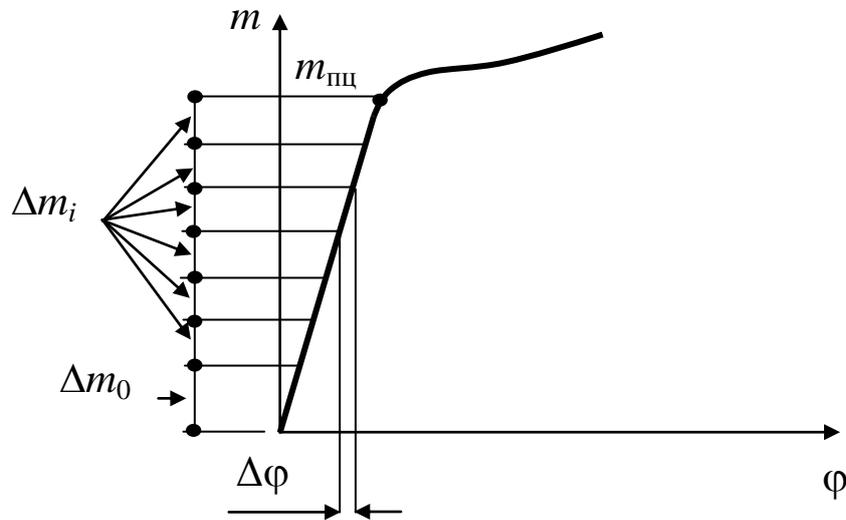


Рис. 10. Зависимость нагрузки от деформаций при закручивании образца

3. Количество ступеней – n должно быть не менее 6, что позволит избежать систематических ошибок при определении модуля сдвига и иметь достаточный объем измерений для статистической обработки.
4. Нагружение образца должно происходить в пределах действия закона Гука, т. е. в пределах линейных упругих деформаций до предела пропорциональности при сдвиге – $\tau_{\text{пц}}$, которому соответствует закручивающий момент – $m_{\text{пц}}$. Это необходимо для получения стабильных результатов, т. е. чтобы при каждой ступени нагружения получались одинаковые деформации.
5. Максимальная нагрузка не должна превышать момента пропорциональности, соответствующего пределу пропорциональности при сдвиге (см. рис. 10).
6. При изменении нагрузки (увеличении или уменьшении) необходимо избегать резких рывков рукоятки привода, раскачивания маятника, т. к. это снижает точность получаемых результатов.
7. Для выборки зазоров машины задается предварительная ступень нагружения – Δm_0 .

8. Значение максимальной нагрузки находится по условию

$$m_{\max} = \Delta m_0 + n \Delta m_i < m_{\text{пц}}, \quad (18)$$

где m_{\max} – максимальная нагрузка на образец при эксперименте;

Δm_0 – предварительная степень нагружения;

n – число рабочих ступеней нагружения;

Δm_i – рабочая степень нагружения;

$m_{\text{пц}}$ – момент, соответствующий пределу пропорциональности.

9. Момент, соответствующий пределу пропорциональности стали при кручении, находится

$$m_{\text{пц}} = \tau_{\text{пц}} W_{\rho}, \quad (19)$$

где $\tau_{\text{пц}}$ – предел пропорциональности при сдвиге;

W_{ρ} – полярный момент сопротивления круглого сечения образца.

10. Предел пропорциональности определяется

$$\tau_{\text{пц}} = 0,5\sigma_{\text{пц}}, \quad (20)$$

где $\sigma_{\text{пц}}$ – предел пропорциональности при растяжении.

Момент сопротивления определяется

$$W_{\rho} = \frac{I_{\rho}}{D/2} = \frac{\pi D^4 / 32}{D/2} = \frac{\pi D^3}{16}, \quad (21)$$

где D – диаметр образца.

11. При задании очередной степени нагружения снимается отчет λ по индикатору. Значения измеряемых величин заносятся в таблицу наблюдений.

12. После каждой рабочей степени нагружения – Δm_i вычисляется приращение показаний – $\Delta \lambda_i$.

13. В процессе эксперимента необходимо контролировать стабильность $\Delta \lambda$. Значительный разброс приращений, особенно в виде их монотонного увеличения, является сигналом нарушения нормальных условий работы установки и требует повторения опыта.

14. Модуль сдвига определяется из преобразованной формулы (4)

$$\Delta \varphi = \frac{M_{\text{кр}} l}{G I_{\rho}} \longrightarrow G = \frac{\Delta m_i l_{\text{T}}}{\Delta \varphi_{\text{ср}} I_{\rho}}. \quad (22)$$

4. Порядок выполнения работы (с примером оформления)

- 1) Задаться предварительной, нулевой ступенью нагружения на образец (начальная нагрузка) –
 $\Delta m_0 = 0,5 \text{ кгс}\cdot\text{м} = 0,5 \text{ кН}\cdot\text{см}.$
- 2) Задаться дополнительной рабочей ступенью нагружения на образец (рабочая нагрузка) –
 $\Delta m_i = 1 \text{ кгс}\cdot\text{м} = 1 \text{ кН}\cdot\text{см}.$
- 3) Определить предел пропорциональности стали ВСтЗсп5 –
 $\tau_{\text{пц}} = 0,5\sigma_{\text{пц}} \approx 100 \text{ МПа} = 10 \text{ кН}/\text{см}^2.$
- 4) Определить момент сопротивления сечения образца –

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 1,5^3}{16} = 0,66 \text{ см}^3.$$
- 5) Определить момент пропорциональности –
 $m_{\text{пц}} = \tau_{\text{пц}} W_{\rho} = 10 \cdot 0,66 = 6,6 \text{ кН}\cdot\text{см}.$
- 6) Определить величину максимальной нагрузки на образец:
 $m_{\text{max}} = \Delta m_0 + n \Delta m_i < m_{\text{пц}},$
 $m_{\text{max}} = 0,5 + 6 \cdot 1 = 6,5 \text{ кН}\cdot\text{см} < 6,6 \text{ кН}\cdot\text{см}.$
- 7) Определить полярный момент инерции сплошного круглого поперечного сечения образца –

$$I_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 1,5^4}{32} = 0,5 \text{ см}^4.$$
- 8) Произвести нагружение образца начальной нагрузкой (0-я – предварительная ступень) и рабочей нагрузкой (1÷6 – рабочие ступени), наблюдая при этом за показаниями индикатора.
- 9) Снять показания индикатора – λ_i и занести в "Ведомость экспериментальных данных" (таблица).
- 10) Вычислить изменения показаний индикатора – $\Delta\lambda$ и занести в таблицу.
- 11) Вычислить среднее изменение показаний индикатора при приложении дополнительной нагрузки (рабочей ступени нагружения) $\Delta m_i = 1 \text{ кгс}\cdot\text{м} = 1 \text{ кН}\cdot\text{см}$ –

$$\Delta\lambda^{\text{ср}} = \frac{34 + 34 + 36 + 37 + 37 + 37}{6} = 35,8 \text{ дел.}$$

- 12) Перевести линейное перемещение концов стоек торсиометра – Δb , выраженное в делениях индикатора (среднее изменение показаний – $\Delta\lambda_{cp}$), в сантиметры. Для этого умножить число делений индикатора – $\Delta\lambda_{cp}$ на цену 1 деления индикатора ($C = 0,01$ мм, т. е. $0,001$ см/дел.) –
 $\Delta b = \Delta\lambda^{cp} C_{инд} = 35,8 \cdot 0,001 = 0,0358$ см.

Таблица

Ведомость экспериментальных данных

№ ступени нагружения	Нагрузка на образец – m_i , кгс·м	Показания индикатора – λ , дел.	Изменение показаний индикатора – $\Delta\lambda$, дел.
0	0,5	24	–
1	1,5	58	34
2	2,5	92	34
3	3,5	128	36
4	4,5	165	37
5	5,5	202	37
6	6,5	239	37
$\Delta m_i = 1$		$\Delta\lambda^{cp} = 35,8$	

- 13) Вычислить приращение угла закручивания образца –

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta b}{h} = \frac{0,0358}{10} = 0,00358 \text{ рад.}$$

- 14) Определить модуль сдвига –

$$G = \frac{\Delta m_i l_T}{\Delta\varphi I_\rho} =$$

$$= \frac{1 \cdot 14}{0,00358 \cdot 0,5} = 7821 \text{ кН/см}^2 =$$

$$= 0,78 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 = 0,78 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

- 15) Определить модуль сдвига по характеристикам упругости стали ВСтЗсп5, полученным в лабораторной работе № 2:
– модуль упругости первого рода –

$$E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

– коэффициент Пуассона – $\mu = 0,3$;

$$- G = \frac{E}{2(1+\mu)} =$$

$$= \frac{2,1 \cdot 10^4}{2 \cdot (1+0,3)} = 0,8 \cdot 10^5 \text{ кН/см}^2 = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 0,8 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2.$$

16) Сравнить результаты экспериментального и расчетного способа определения модуля сдвига:

– экспериментальный результат – $G = 0,78 \cdot 10^5 \text{ МПа}$;

– расчетный результат – $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$;

$$- p = \frac{|n_{\text{больш}}| - |n_{\text{меньш}}|}{n_{\text{больш}}} 100\% =$$

$$= \frac{0,8 \cdot 10^5 - 0,78 \cdot 10^5}{0,8 \cdot 10^5} \cdot 100\% = 2,5\% < 5\%,$$

где $n_{\text{больш}}$, $n_{\text{меньш}}$ – большее и меньшее по модулю числа из двух сравниваемых результатов.

Вывод: результаты теоретических расчетов и эксперимента имеют допустимые расхождения.

17) Использование результатов эксперимента.

Во всех видах расчетов в рамках курса сопротивления материалов величина модуля сдвига для стали ВСтЗ принимается равной –

$$G = 0,8 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 800\,000 \text{ кг/см}^2 = 0,8 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2.$$

5. Вопросы к лабораторной работе

1. Какая цель лабораторной работы?
2. Что называется чистым сдвигом в точке тела?
3. Как деформируется элементарный объем тела при чистом сдвиге?
4. Как выглядит закон Гука при сдвиге и какой существует физический смысл модуля упругости второго рода?
5. При каких условиях возникает состояние кручения бруса?
6. Какая зависимость дает возможность найти угол закручивания?
7. Как оценивается жесткость брусьев и валов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 ЧИСТЫЙ ИЗГИБ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ БАЛКИ ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ)

Цель работы: экспериментальная проверка правильности теоретических формул для определения максимальных нормальных напряжений, прогиба в середине пролёта и углов поворота поперечных сечений балки на опорах для случая чистого изгиба.

1 Теоретические положения

Изгибом называется такой вид деформации стержня, при котором происходит искривление его продольной оси. Стержни, работающие на изгиб, называются балками. Если плоскость действия внешнего нагружения проходит через одну из главных центральных осей инерции поперечного сечения балки, то возникает прямой плоский изгиб. При прямом плоском изгибе в поперечных сечениях балки возникают изгибающие моменты ($M_{\text{изг}}$) и поперечные силы (Q). Изгиб называется чистым, если от внешнего нагружения в поперечном сечении балки возникает только изгибающий момент $M_{\text{изг}}$, от действия которого в точках сечения возникают нормальные напряжения σ . Поперечная сила Q и касательные напряжения τ отсутствуют.

Схема нагружения балки для проведения лабораторной работы приведена на рис. 1.

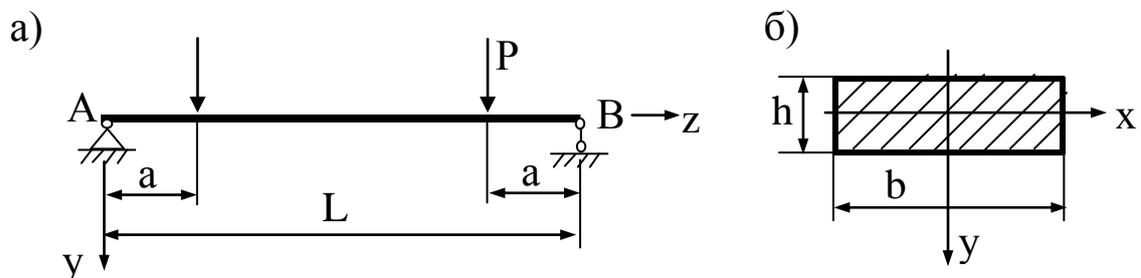


Рис. 1. Схема нагружения балки (а)
и форма поперечного сечения (б)

Перед проведением лабораторной работы студентам предлагается самостоятельно построить эпюры поперечных сил (Q) и изгибающих моментов ($M_{\text{изг}}$) для приведённой расчётной схемы и выявить наличие участка чистого изгиба балки.

Теоретические значения прогибов и углов поворота в стадии упругой деформации балки можно определить методом начальных параметров путём интегрирования дифференциального уравнения изогнутой оси балки или по методу Масвелла-Мора.

2 Теоретическое определение перемещений и напряжений

2.1. Прогиб в середине пролёта

Для приведенной расчётной схемы прогиб в середине пролёта балки определяется по формуле

$$f^T = \frac{Pa}{24EJ_x} (3L^2 - 4a^2), \quad (1)$$

где P – внешняя сила, соответствующая ступени нагружения;

L – пролёт балки;

a – расстояния от опор до точек приложения сил;

E – модуль упругости первого рода;

J_x – осевой момент инерции поперечного сечения, для

прямоугольного поперечного сечения $J_x = \frac{bh^3}{12}$.

2.2. Углы поворота

Углы поворота поперечных сечений на опорах определяются по формуле

$$\left| \theta_{\text{л}}^T \right| = \left| \theta_{\text{пр}}^T \right| = \frac{Pa}{2EJ_x} (L - a). \quad (2)$$

2.3. Нормальные напряжения

При изгибе нормальные напряжения по высоте поперечного сечения подчиняются линейному закону:

$$\sigma_k = \frac{M_{\text{изг}_x}}{J_x} y_k, \quad (3)$$

где $M_{\text{изг}_x}$ – изгибающий момент в рассматриваемом сечении;

y_k – координата точки сечения, в которой определяется напряжение.

В крайних точках (верхних и нижних) поперечного сечения балки нормальные напряжения принимают экстремальные значения. Причём, в случае симметричного поперечного сечения $|\sigma_{\text{max}}| = |\sigma_{\text{min}}|$ (рис. 2).

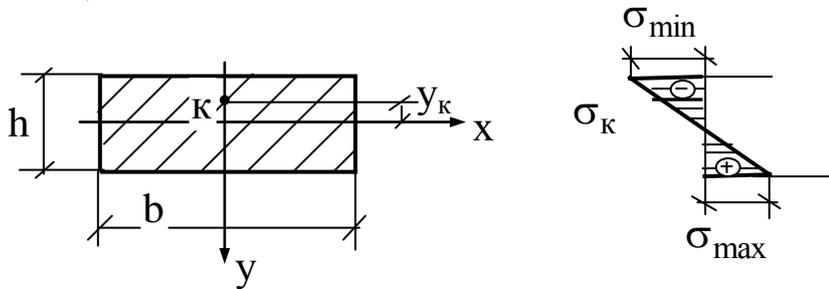


Рис. 2. Эпюра нормальных напряжений в прямоугольном поперечном сечении

Максимальные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{\text{max}}^T = \frac{M_{\text{изг}_x}}{W_x}, \quad (4)$$

где W_x – осевой момент сопротивления сечения балки при изгибе, для прямоугольного сечения он равен:

$$W_x = \frac{bh^2}{6}. \quad (5)$$

После теоретического определения перемещений и напряжений приступить к проведению опыта.

3. Опытное определение перемещений и напряжений

Опытная лабораторная установка представлена на рис. 3.

Схема опытной лабораторной установки

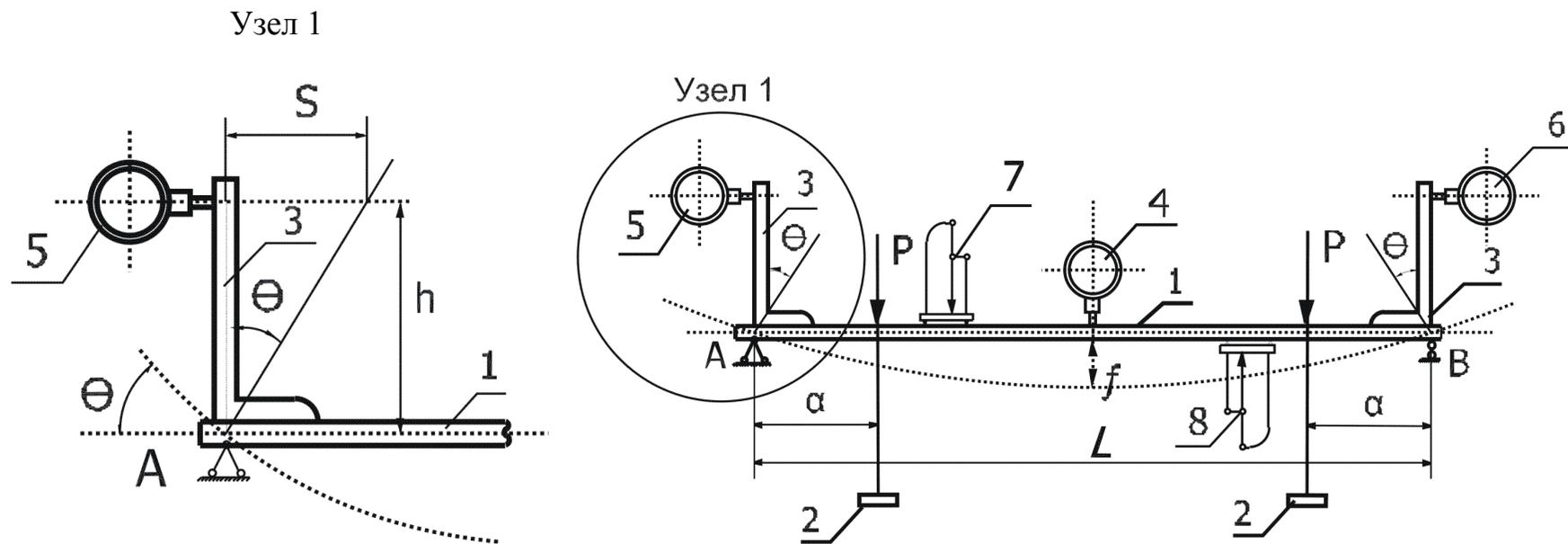


Рис. 3. Элементы установки и регистрационные приборы:

- 1 – испытуемая балка; 2 – подвесы; 3 – стойки; 4 – индикатор для замера прогиба;
5, 6 – индикаторы для замера перемещений концов стоек; 7, 8 – рычажные тензометры

В лабораторную установку входят: стальная балка 1 прямоугольного сечения, закреплённая на двух опорах (А и В); подвесы 2 для нагружения балки; стойки 3, жёстко прикрепленные к балке; индикатор 4 для регистрации величины прогиба; индикаторы 5 и 6 для регистрации перемещений концов стоек 3; 7 и 8 – рычажные тензометры для замера абсолютных деформаций верхних и нижних волокон испытываемой балки.

3.1. Прогиб в середине пролёта, как линейное перемещение точки балки, опытно замеряется индикатором часового типа (4),

$$f^{\text{оп}} = \Delta\lambda_{\text{ср}}^{\text{ср}} C, \quad (6)$$

где $\Delta\lambda_{\text{ср}}^{\text{ср}}$ – средняя разность отсчетов индикатора часового типа, установленного в середине пролёта;

C – цена деления индикатора ($C = 0,01$ мм).

3.2. Углы поворота поперечных сечений на опорах (см. рис. 3) опытно определяются по формуле

$$\left| \theta_{\text{л}}^{\text{оп}} \right| = \left| \theta_{\text{пр}}^{\text{оп}} \right| = \frac{S}{h_{\text{ст}}}, \quad (7)$$

где $S = \Delta\lambda_{\text{ср}} C$ – перемещение конца стойки;

$h_{\text{ст}}$ – высота стойки;

$\Delta\lambda_{\text{ср}}$ – средняя разность отсчётов по индикаторам 5 или 7 соответственно.

3.3. Нормальные напряжения возможно определить только косвенно – измерением деформаций верхних и нижних волокон балки и последующим вычислением их по закону Гука:

$$\left| \sigma_{\text{вер}}^{\text{оп}} \right| = \left| \sigma_{\text{ниж}}^{\text{оп}} \right| = E\varepsilon = E \frac{\Delta\lambda_{\text{ср}}^{\text{тен}} k}{\ell}, \quad (8)$$

где $\Delta\lambda_{\text{ср}}^{\text{тен}}$ – средняя разность отсчётов по верхнему и нижнему тензометрам рычажного типа;

ℓ – база рычажного тензометра;

k – цена деления рычажного тензометра ($k = 0,001$ мм).

4. Порядок выполнения работы

1. Для расчётной схемы, приведённой на рис. 1, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
2. Записать параметры лабораторной установки.
3. Установить подвесы на одинаковых расстояниях от точек опирания балки.
4. Нагрузить оба подвеса одновременно грузами в один килограмм.
5. Снять показания по всем приборам и занести в таблицу в соответствующие графы (λ).
6. Повторить пункты 4 и 5 три раза.
7. Найти разности отсчётов по всем приборам и занести в таблицу в графы $\Delta\lambda$.
8. Найти средние разности отсчётов по всем приборам.
9. По формулам (6), (7) и (8) определить прогиб, углы поворота и напряжения.
10. Результаты, полученные опытным путём, сравнить с теоретическими результатами.

№ ступени	Нагрузка на об-це Кг	Ступень нагрузки к	Индикаторы						Тензометры			
			Левый		Средний		Правый		Верхний		Нижний	
			λ	$\Delta\lambda$	λ	$\Delta\lambda$	λ	$\Delta\lambda$	λ	$\Delta\lambda$	λ	$\Delta\lambda$
—												
1												
2												
3												

5. Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Что называется чистым изгибом?
3. Как распределяются нормальные напряжения по высоте сечения балки при изгибе?
4. Какими приборами измеряются деформации внешних волокон балки?
5. Как определяется экспериментально угол поворота крайнего сечения балки?

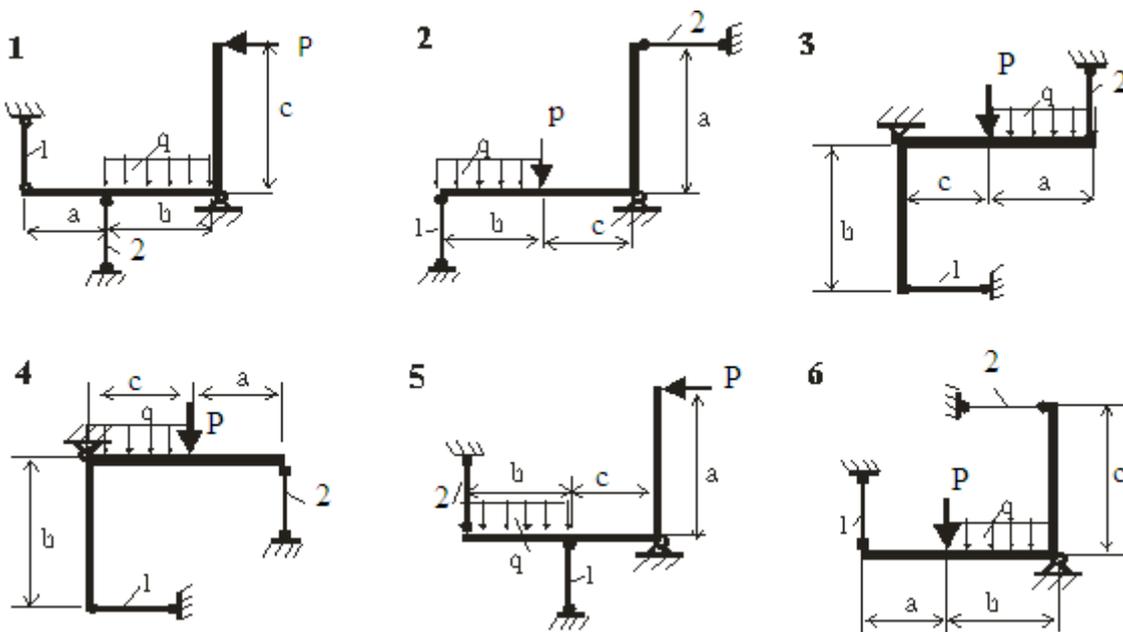
6. Как экспериментально определяются максимальные нормальные напряжения в сечении балки?
7. Как теоретически определяется нормальное максимальное напряжение в сечении на среднем участке балки?
8. Почему для определения напряжений устанавливают два тензометра?
9. Как экспериментально определяется прогиб балки в середине пролета?
10. Как теоретически определяется прогиб в середине пролета балки?
11. Как теоретически определяются углы поворота поперечных сечений балки на опорах?

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ НА ЗАЩИТУ РГР № 2 «РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ»

Жёсткий брус, нагруженный равномерно распределенной нагрузкой q и сосредоточенной силой P , поддерживается на шарнирной неподвижной опоре стальным 1 и медным 2 стержнями с модулями упругости $E_1 = 2 \cdot 10^5$ МПа, $E_2 = 1 \cdot 10^5$ МПа.

Определить площади сечений стержней с заданным соотношением F_1 / F_2 и коэффициентом запаса прочности n из расчета:

- а) по допускаемым напряжениям,
- б) по предельному состоянию.



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. КОСОЙ ИЗГИБ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ)

Цель работы: опытное определение величины и направления прогиба консольной балки и сравнение их с результатами теоретического расчета.

Постановка задачи

При прямом изгибе силовая плоскость совпадает с одной из главных плоскостей инерции, нейтральная ось поперечного сечения перпендикулярна силовой линии, упругая линия балки располагается в силовой плоскости.

При косом изгибе плоскость действия изгибающих моментов (силовая плоскость) не совпадает ни с одной из главных центральных осей инерции сечения балки.

В работе будет исследоваться случай плоского косоугольного изгиба, рассматриваемого как совокупность двух прямых изгибов во взаимно перпендикулярных главных плоскостях инерции XOY и XOZ .

Для проведения опыта деформируемая балка (1), представляющая собой отрезок равнобокого уголка $25 \times 25 \times 4$, жестко закрепляется одним концом в специальной опоре (2), позволяющей поворачивать балку вокруг своей оси от 0° до 360° (рис. 1).

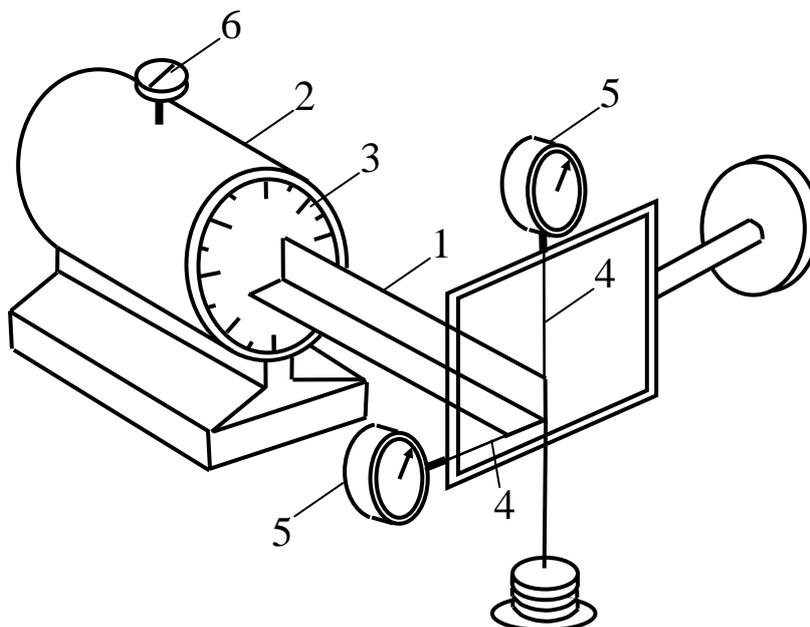


Рис. 1. Схема лабораторной установки

Для задания угла наклона главных центральных осей инерции сечения по отношению к силовой линии на опоре установлен лимб (3) с ценой деления 1° .

К свободному концевому сечению балки крепятся две жесткие нити 4, соединенные с ножками индикаторов часового типа 5. Индикаторы устанавливаются на жесткой рамке 7, закрепленной на одном основании с опорой 2. Таким образом, при нагружении балки ее свободный конец перемещается относительно рамки. Это перемещение посредством нитей передается индикаторам, при помощи которых и измеряются величины вертикального и горизонтального перемещений конца балки. Погрешность, полученная при измерениях, вследствие непараллельности осей индикаторов нитям, мала и ею можно пренебречь.

Проведение опыта

Поворачивая балку в опоре, устанавливают ее так, чтобы главные центральные оси повернулись по отношению к силовой линии (вертикали) на некоторый угол φ (рис. 2). Балку закрепляют в этом положении и загружают ее на свободном конце начальной нагрузкой (0,5 – 1,0 кг). По индикаторам снимают отсчеты λ_y и λ_z .

Затем последовательно балку загружают тремя ступенями нагружения P . и после каждой ступени нагружения снимают отсчеты, которые записывают в лабораторный журнал.

Вычисленные значения средних разностей отсчетов в горизонтальной $(\Delta\lambda_y^{cp})$ и вертикальной $(\Delta\lambda_z^{cp})$ плоскостях, умноженные на цену деления индикаторов C и будут проекциями вертикальной $f_z^{оп}$ и горизонтальной $f_y^{оп}$ составляющих прогиба конца балки.

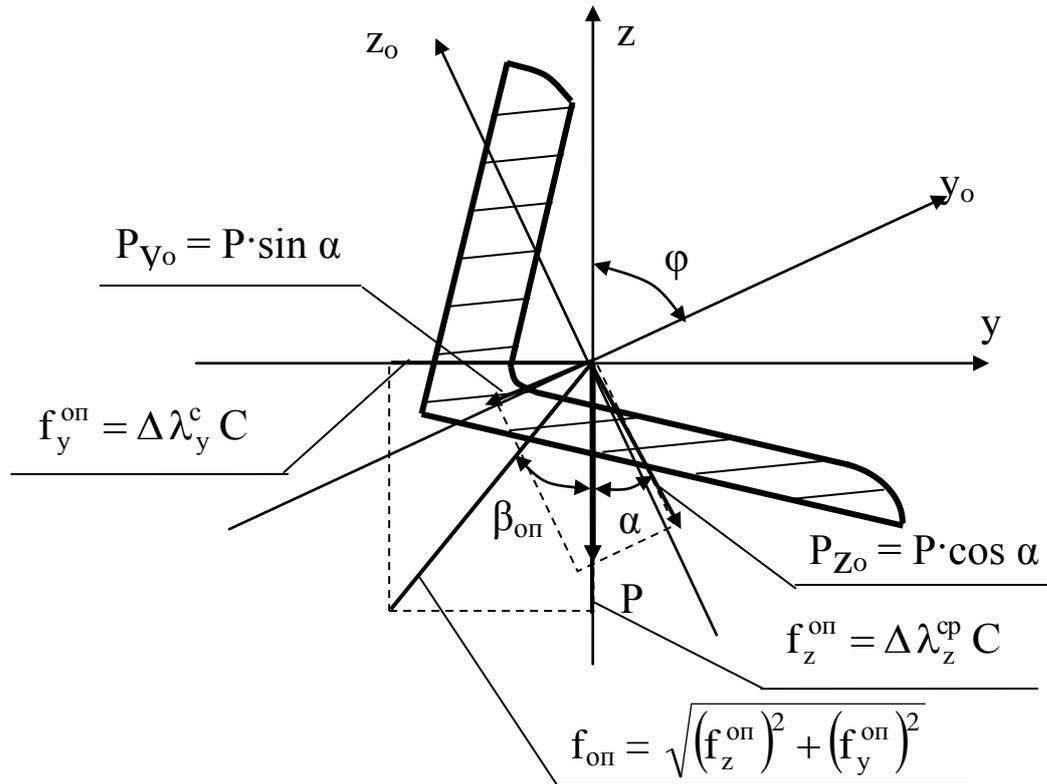


Рис. 2. Схема к определению опытных значений величины и направления прогиба

Обработка результатов опыта

Прогиб концевое сечения вычисляется как геометрическая сумма горизонтальной f_y и вертикальной f_z составляющих прогиба (рис. 2).

$$f_y^{\text{оп}} = \Delta \lambda_y^{\text{cp}} \cdot C,$$

$$f_z^{\text{оп}} = \Delta \lambda_z^{\text{cp}} \cdot C,$$

тогда

$$f^{\text{оп}} = \sqrt{f_y^{\text{оп}2} + f_z^{\text{оп}2}}.$$

Для определения направления полного прогиба подсчитывается угол β наклона полного прогиба с осью z (угол наклона нейтральной оси с осью z)

$$\operatorname{tg} \beta_{\text{оп}} = \frac{f_y^{\text{оп}}}{f_z^{\text{оп}}}.$$

Теоретическое определение величины и направления прогибов

Косой изгиб представляет собой сочетание двух поперечных изгибов, вызываемых составляющими силы P в главных плоскостях инерции сечения балки (рис. 3).

$$P_{z_0} = P \cdot \cos \alpha, \quad P_{y_0} = P \cdot \sin \alpha.$$

Составляющие прогибов определяются:

$$f_{y_0}^{\text{T}} = \frac{P_{y_0} \ell^3}{3EJ_{z_0}} = \frac{P \ell^3 \sin \alpha}{3EJ_{z_0}},$$

$$f_{z_0}^{\text{T}} = \frac{P_{z_0} \ell^3}{3EJ_{y_0}} = \frac{P \ell^3 \cos \alpha}{3EJ_{y_0}}.$$

Теоретическая величина полного прогиба определится как геометрическая сумма составляющих прогибов относительно главных центральных осей y_0 и z_0 :

$$f^{\text{T}} = \sqrt{f_{y_0}^{\text{T}2} + f_{z_0}^{\text{T}2}},$$

где P – ступень нагружения;

ℓ – длина балки;

E – модуль упругости первого рода ($E = 2 \cdot 10^6$ кг/см²);

J_{y_0}, J_{z_0} – главные моменты инерции сечения.

Теоретическое значение угла β_{T} определится (рис. 3):

$$\beta_T = \varphi - \gamma$$

$$\gamma = \arctg \frac{f_{z0}^T}{f_{y0}^T} .$$

Сравниваем вычисленные теоретически значения β_T и f_T с опытными. $\beta_{оп}$ и $f_{оп}$ и оцениваем соответствие теории опыту.

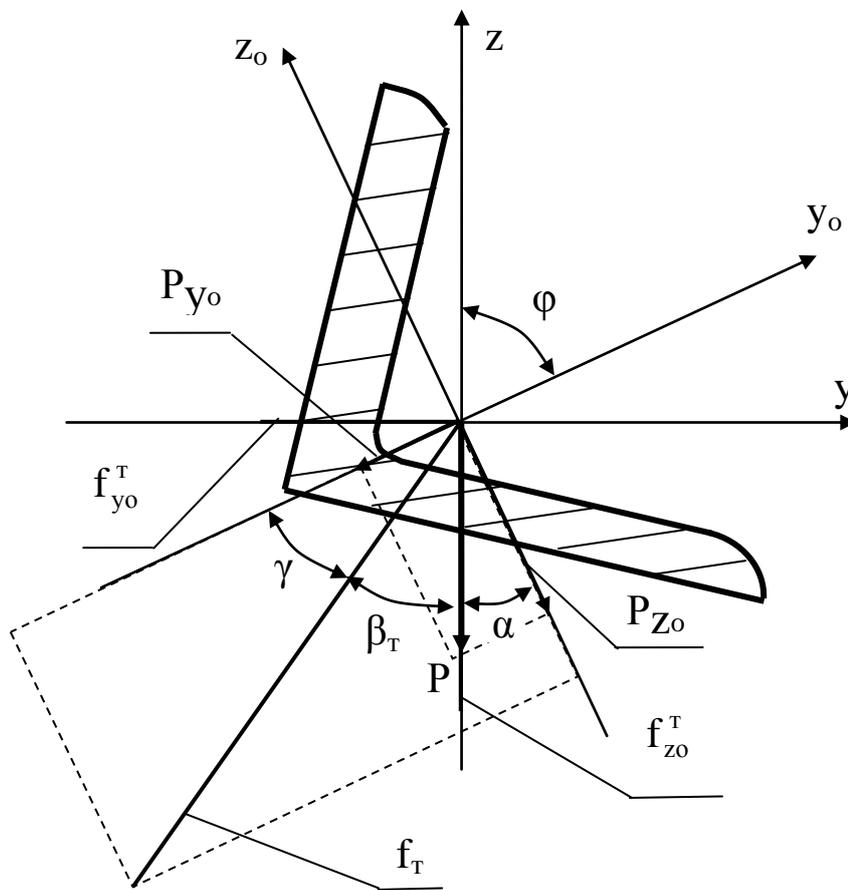


Рис.3. Схема к определению теоретических значений величины и направления прогиба

Вопросы для самопроверки

1. Что называется косым изгибом?
2. Как определяется направление прогиба опытным путем?
3. Что такое «степень нагружения»?
4. Какие прогибы используются в работе, с какой целью?
5. Как определяется направление прогиба при косом изгибе теоретически?
6. Что такое нейтральная ось и как найти ее положение?
7. Как располагается прогиб по отношению к нейтральной оси?
8. Что такое главные центральные оси инерции?
9. Какое положение занимает нейтральная ось при косом изгибе?
10. Как при косом изгибе определяются нормальные напряжения?
11. Какой результат сравнения опытного и теоретического прогибов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6 УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕРЖНЕЙ ПРИ СЖАТИИ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ СЖАТИИ СТЕРЖНЯ)

1. Цель работы

Цель данной лабораторной работы – ознакомление с особенностями работы стержня при сжатии его продольной силой.

2. Теоретические положения

Если стержень определенной длины подвергнуть продольному сжатию, то он может разрушиться, предварительно изогнувшись. При этом сжимающая сила, при которой произойдет разрушение, может оказаться значительно меньше той, которая была бы разрушающей при простом сжатии. Разрушение стержня произойдет потому, что он не сможет сохранить приданную ему прямолинейную форму и искривится, что вызовет появление изгибающих моментов от сжимающей силы P и, стало быть, добавочные напряжения от изгиба. В этом случае говорят, что стержень потерял устойчивость прямолинейной формы и после этого разрушился.

Значение сжимающей силы, при которой прямолинейная форма перестает быть устойчивой формой равновесия сжатого стержня, называется критическим $P_{кр}$. Критическую величину сжимающей силы $P_{кр}$ следует считать эквивалентной нагрузке, разрушающей сжатый стержень. Критическая сила $P_{кр}$ вызывает в сжатом стержне напряжение, называемое критическим. Оно определяется по формуле

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F}, \quad (1)$$

где F – площадь поперечного сечения стержня.

Поэтому для обеспечения устойчивости прямолинейной формы стержня, сжатого силой P , необходимо к условию прочности добавить условие устойчивости:

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma_y], \quad (2)$$

где $[\sigma_y]$ – допускаемое напряжение на устойчивость, равное критическому, деленному на коэффициент запаса на устойчивость, т.е.

$$[\sigma_y] = \sigma_{кр} / k_y,$$

где k_y – коэффициент запаса на устойчивость.

Критическое значение сжимающей силы можно определить с помощью двух формул: Эйлера и Ясинского.

Формула Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu \ell)^2}, \quad (3)$$

где $\pi = 3,14$; E – модуль упругости материала стержня; J_{\min} – минимальный момент инерции поперечного сечения стержня; μ – коэффициент, зависящий от способов закрепления концов стержня (рис. 1), называемый коэффициентом приведения длины; ℓ – длина стержня.

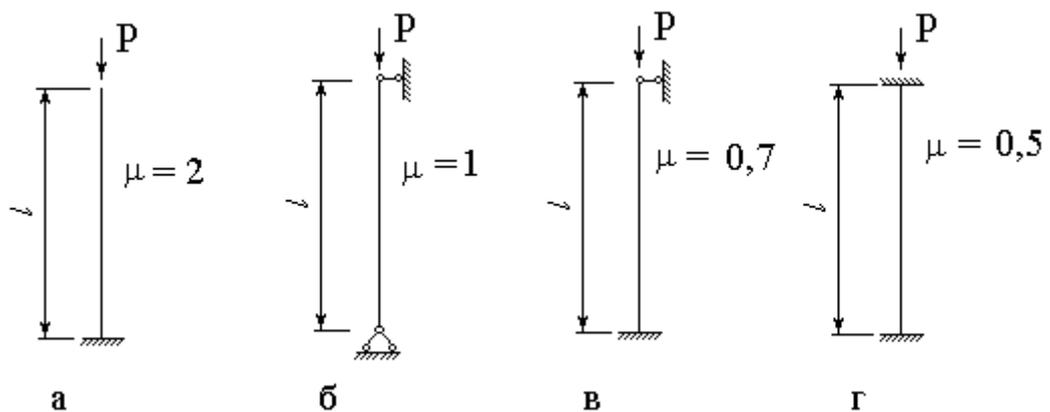


Рис. 1. Расчетные схемы наиболее распространенных способов закрепления концов стержня

Формула Ясинского:

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda, \quad (4)$$

где a и b – постоянные коэффициенты; λ – гибкость стержня, определяемая из выражения:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \quad (5)$$

где i_{\min} – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня.

Применение той или иной формулы для расчета определяется фактической величиной гибкости стержня λ . Формула Эйлера применима, если фактическая гибкость стержня λ не меньше предельного ее значения, определяемого для каждого материала по формуле

$$\lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}},$$

где $\sigma_{\text{пц}}$ – предел пропорциональности. Предельные значения гибкости составляют: для мягкой стали – около 100, для дюралюминия и древесины – около 60.

При меньших значениях гибкости λ формула Эйлера неприменима, т.к. потеря устойчивости происходит при напряжениях, превосходящих предел пропорциональности. В этих случаях применяют эмпирическую формулу Ясинского.

3. Содержание работы

На специальной установке (рис. 2), сконструированной и изготовленной студентами под руководством доц., к.т.н. Л. В. Кутенкова, экспериментально определяют критическое значение сжимающей силы $P_{кр}$. Эту же величину определяют теоретически по одной из вышеприведенных формул. Оба полученных результата сравнивают между собой. Выполнение всей работы рассчитано на 2 часа.

4. Описание установки

Установка, на которой производят экспериментальное определение критической силы $P_{кр}$ продольно-сжатого стержня, представляет собой раму в виде замкнутого прямоугольника 1, на которой размещены две опоры 2, 3 продольно-сжимаемого стержня 4 и две подшипниковые опоры 5, 6, каждая из которых имеет установленный в подшипниках вал. Схема закрепления концов стержня, реализованная в установке, представлена на рис. 3.

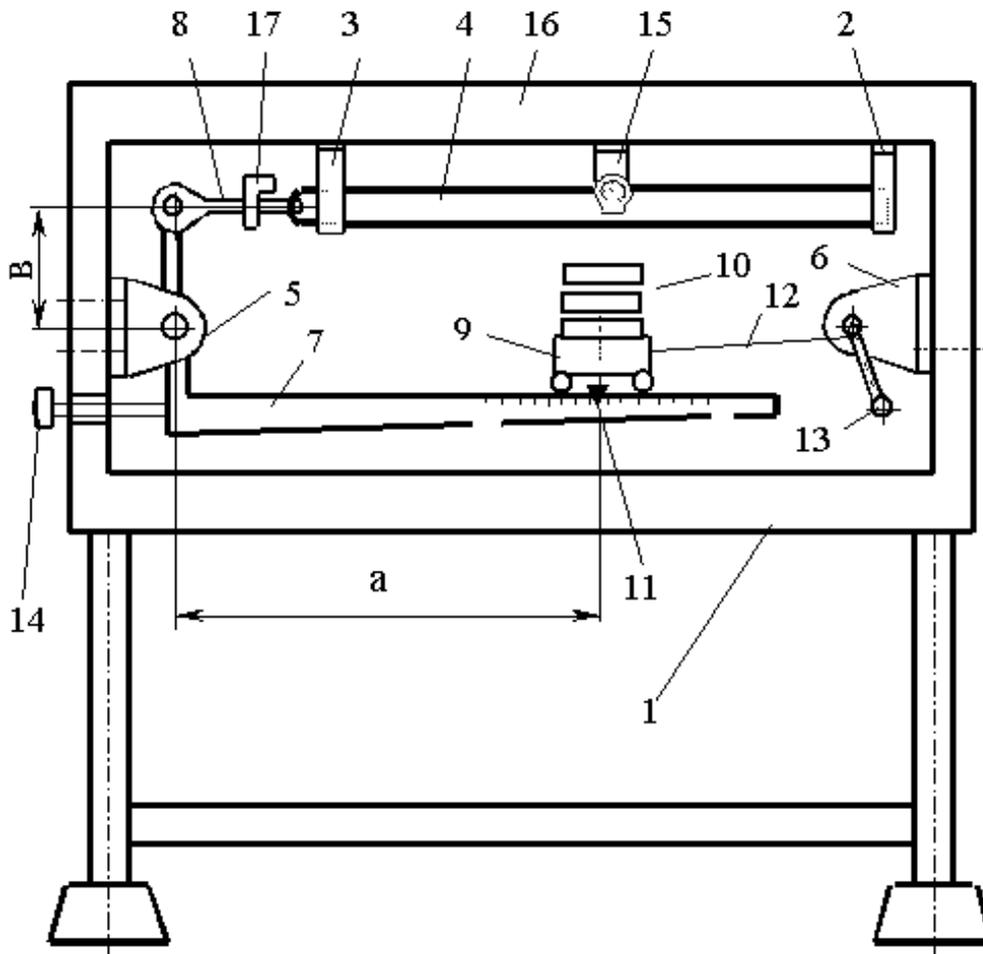


Рис. 2. Схема установки для испытания стержней на продольную устойчивость

На валу подшипниковой опоры 5 жестко закреплен двулучий рычаг 7, на вертикальном плече которого одним концом закреплен толкатель 8. Другим концом толкатель 8 упирается в подвижный торец продольно-сжимаемого стержня 4.

На горизонтальном плече рычага 7, имеющем миллиметровую разметку, свободно на роликах установлена подвижная каретка 9 с грузом 10, имеющая в средней своей части указатель положения П. На валу подшипниковой опоры 6 укреплен барабан с гибкой тягой 12. Свободным концом тяга прикреплена к каретке 9. Вал вместе с барабаном может вращаться вокруг своей оси с помощью прикрепленной к валу рукоятки 13. При наматывании гибкой тяги на барабан каретка 9 перемещается по горизонтальному плечу рычага 7, удаляясь от оси подшипниковой опоры. При этом изменяется (возрастает) размер a (см. рис. 2) и меняется соотношение плеч рычага (меняется коэффициент $R = \frac{a}{b}$, где b – размер вертикального плеча 7, не изменяющийся при нагружении), отчего продольная сила P , сжимающая стержень, возрастает. При сматывании гибкой тяги с барабана каретка свободно скатывается к опоре 5 из-за небольшого наклона горизонтального плеча рычага 7 (сила P при этом уменьшается). Для балансировки двуплечего рычага на нем установлен противовес 14. Контроль за состоянием прямолинейности сжимаемого стержня 4 может производиться с помощью индикатора часового типа 15, установленного в средней части, а также визуально сверху через щель в ригеле 16 рамы 1. Развитие больших деформаций в стержне 4 и его разрушение (возникновение пластических деформаций) предотвращаются наличием на толкателе 8 ограничителя его хода 17. Продольная сжимающая сила P , соответствующая определенному положению каретки с грузом на горизонтальном плече рычага 7, может быть определена по формуле

$$P = (q_k + q_{гр}) R, \quad (6)$$

где q_k – вес каретки; $q_{гр}$ – величина груза в каретке.

Коэффициент R , как указывалось ранее, определяется отношением размеров a и b . Так как размер b есть величина постоянная для данной установки, то коэффициент R является функцией только переменной величины a , поэтому для упрощения силы P этот коэффициент приводится в табличных

данных установки вместе с данными по испытываемому образцу. В табличных данных учтен также наклон горизонтального плеча рычага 7.

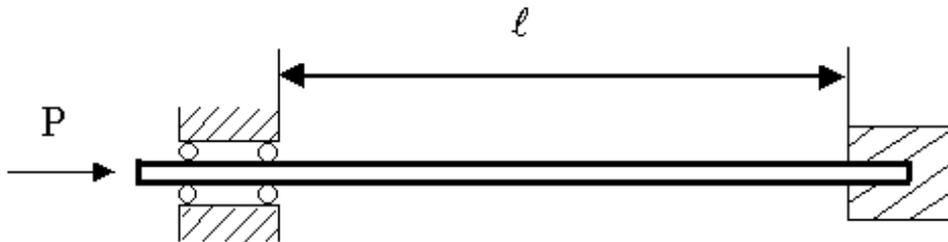


Рис. 3. Схема закрепления концов стержня

Максимально возможная продольная сила P , которая может создаваться на описанной установке, составляет 50 кг.

5. Порядок работы

1. Записать постоянные параметры испытываемого образца.
2. По формуле (5) вычислить фактическую гибкость λ стержня, после чего выбрать соответствующее выражение для определения критической силы – формулы (3) и (4).
3. По выбранной формуле вычислить величину критической силы $P_{кр}$.
4. Подготовить установку для проведения эксперимента, для этого сделать следующее: выбрать, используя выражение (6), величину груза 10 каретки 9 соответственно полученному в п. 3 значению критической силы ($P_{кр}$), взяв из таблицы технических данных установки значение коэффициента R , соответствующее среднему положению каретки на горизонтальном плече 7; снять каретку с рычага и отбалансировать его, вращая противовес в ту или иную сторону; поставить каретку на рычаг в крайнее нижнее (левое) положение; записать начальный отсчет по индикатору 15; осторожно уложить на каретку выбранный груз.
5. Вращая барабан с гибкой тягой 12 рукояткой 13, медленно передвигать по рычагу каретку 9 с грузом 10, внимательно наблюдая за прямолинейностью стержня по

индикатору 15, отмечающему величину бокового прогиба, и визуально – через щель в ригеле 16 сверху. О степени близости нагрузки к критическому значению можно судить по частоте соответственных колебаний стержня, которая уменьшается с нагружением и при критическом нагружении равна нулю. Для этого стержень приводят в колебательное состояние от руки: слегка деформируют и внезапно освобождают.

6. После определения состояния критической нагрузки берут отсчет по шкале рычага против указателя положения каретки II.

7. Согласно отсчету, определенному в п. 6, берут из таблицы технических данных установки значение коэффициента R , соответствующее критической нагрузке, и по выражению (6) вычисляют критическую нагрузку $P_{кр}$.

8. Сравнивают критические нагрузки, полученные аналитически и экспериментально, и оценивают расхождение.

6. Обработка результата

Исходные данные образца, результаты вычислений и испытаний записывают в таблицу.

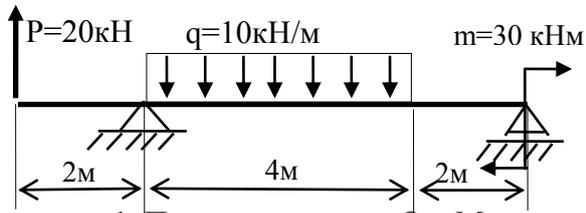
Наименование параметра	Выписанное (вычисленное) значение параметра
1. Схема нагружения по рисунку 1	
2. Коэффициент приведения длины μ	
3. Материал	
4. Предел пропорциональности $\sigma_{пл}$, Па	
5. Модуль упругости E , Па	
6. Длина образца l , м	
7. Поперечное сечение образца F , м ²	
8. Минимальный момент инерции сечения J_{min} , м ⁴	
9. Минимальный радиус инерции сечения i_{min} , м	
10. Фактическая гибкость стержня λ	
11. Предельная гибкость образца $\lambda_{пред}$	

12. Критическая сила $R_{кр}^T$, Н	
13. Величина выбранного груза для эксперимента $q_{гр}$, Н	
14. Начальный отсчет по индикатору	
15. Отсчет по шкале рычага, соответствующий состоянию критической нагрузки	
16. Коэффициент перевода веса каретки в продольную нагрузку стержня R	
17. Вес каретки q_k , Н	
18. Критическая сила, найденная экспериментально	
19. Погрешность $\frac{R_{кр}^э - R_{кр}^T}{R_{кр}^T} 100\%$	
20. Выводы	

Контрольные вопросы

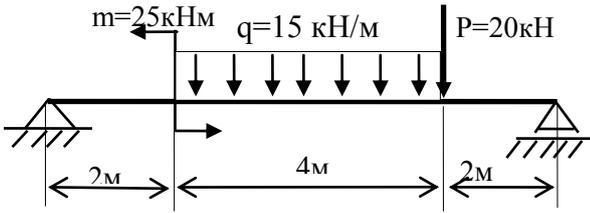
1. Какова цель данной работы?
2. Что понимается под критическим значением продольной сжимающей силы?
3. Как экспериментально определяется критическая сила?
4. Что такое гибкость стержня?
5. Что является критерием, определяющим область применения формул Эйлера и Ясинского?
6. Какой зависимостью связаны между собой критическая сила и критическое напряжение?
7. Как записывается условие устойчивости сжатого стержня?
8. Как устроена установка для определения критической силы сжатого стержня?
9. Каким образом фиксируется состояние критической нагрузки на образце?
10. Как зависит критическая сила от способов закрепления концов стержня?

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ НА ЗАЩИТУ РГР № 3 «ИЗГИБ»



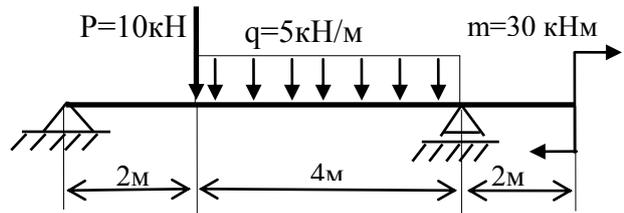
1. Построить эпюры Q и M.
2. Подобрать сечение \square

$$[\sigma]=160\text{МПа}$$



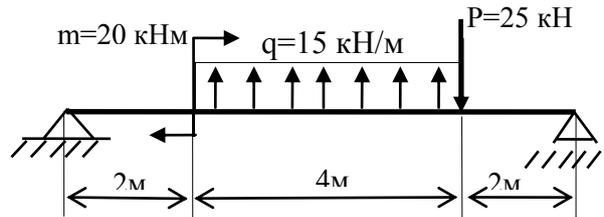
1. Построить эпюры Q и M.
2. Подобрать сечение $\text{штрихованный квадрат}$

$$[\sigma]=160\text{МПа}$$



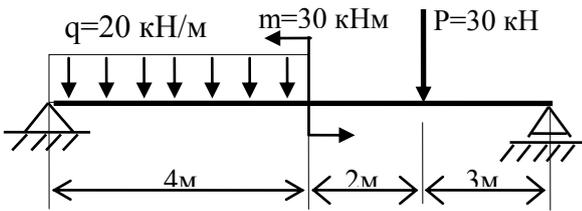
1. Построить эпюры Q и M.
2. Подобрать сечение I

$$[\sigma]=160\text{МПа}$$



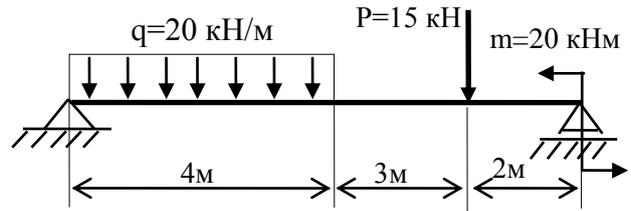
1. Построить эпюры Q и M.
2. Подобрать сечение штрихованный I $h=2b$

$$[\sigma]=160\text{МПа}$$



1. Построить эпюры Q и M.
2. Подобрать сечение $\text{штрихованный квадрат}$

$$[\sigma]=160\text{МПа}$$



1. Построить эпюры Q и M.
2. Подобрать сечение I

$$[\sigma]=160\text{МПа}$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Паначев, И. А. Сопротивление материалов [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И. А. Паначев, Г. В. Широколов, Ю. Ф. Глазков; ГОУ ВПО "Кузбас. гос. техн. ун-т". - Кемерово, 2010. - 208 с.

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90680&type=utchposob:common>

2. Александров, А. В. Сопротивление материалов: учеб. для студентов вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин; под ред. А. В. Александрова – 5-е изд., стереотип. – М.: Высш. шк., 2007. – 560 с.

3. Степин, П. А. Сопротивление материалов. – 11-е изд., стереотип. – М.: Высш. шк., 2010. – 314 с.

4. Афанасьев, А. М. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов / А. М. Афанасьев, В. А. Марьин. – М.: Наука, 1975. – 322 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа № 1. Испытание стали на растяжение.....	3
Лабораторная работа № 2. Определение модуля упругости и коэффициента Пуассона	30
Примеры заданий на защиту РГР № 1 «Геометрические характеристики сечений»	42
Лабораторная работа № 3. Определение модуля сдвига стали.....	43
Лабораторная работа № 4 . Определение деформаций и напряжений при чистом изгибе.....	63
Примеры заданий на защиту РГР № 2 «Расчет статически неопределимых шарнирно-стержневых систем»	79
Лабораторная работа № 5. Определение перемещений при косом изгибе.....	80
Лабораторная работа № 6. Устойчивость стержней при сжатии.....	86
Примеры заданий на защиту РГР № 3 «Изгиб»	95
Список рекомендуемой литературы.....	95