

В. В. Дырдин А. А. Мальшин
В. Г. Смирнов Т. Л. Ким

Теплотехника

Кемерово 2017

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва»

В. В. Дырдин А. А. Мальшин
В. Г. Смирнов Т. Л. Ким

Теплотехника

Учебное пособие

Кемерово 2017

УДК 621.1(075.8)

Рецензенты:

Кафедра физики ФГБОУ ВО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности» (заведующий кафедрой профессор, доктор технических наук А. М. Осинцев)

Заведующий лабораторией «Прогноз и предотвращение внезапных выбросов угля и газа и других газодинамических явлений» Кемеровского филиала АО ВНИМИ профессор, доктор технических наук В. С. Зыков

Теплотехника / В. В. Дырдин, А. А. Мальшин, В. Г. Смирнов, Т. Л. Ким ; КузГТУ. – Кемерово, 2017. – 172 с.
ISBN 978-5-906888-92-1

Учебное пособие содержит основные понятия и законы термодинамики. Рассмотрено применение методов термодинамики для получения закономерностей равновесных тепловых процессов, а также для расчёта параметров газового потока в каналах, соплах и диффузорах. На основе законов преобразования теплоты приведён расчёт циклов, описывающих работу теплотехнических устройств, даны основные уравнения, позволяющие осуществить расчёт тепло- и массопереноса в различных средах, и основные критерии подобия для расчёта тепловых процессов на модельных системах.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности 21.05.04 «Горное дело», а также может быть использовано студентами других направлений подготовки.

Печатается по решению редакционно-издательского совета КузГТУ.

УДК 621.1(075.8)

© КузГТУ, 2017

© Дырдин В. В., Мальшин А. А.,
Смирнов В. Г., Ким Т. Л., 2017

ISBN 978-5-906888-92-1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие подготовлено на кафедре физики Кузбасского государственного технического университета имени Т. Ф. Горбачёва и предназначено для студентов, обучающихся по специальности «Горное дело» различных специализаций. Написано на основе лекций, прочитанных авторами, а также практических и лабораторных занятий, проведённых преподавателями кафедры в течение нескольких лет со студентами КузГТУ.

Курс «Теплотехника» базируется на основных законах термодинамики, его цель – подготовить студентов к последующему изучению дисциплин, связанных с безопасностью процессов горного производства. Это эндогенные пожары на открытых и подземных горных работах, управление состоянием массива горных пород для предотвращения опасных газодинамических явлений.

Курс теплотехники является теоретической основой для понимания сложной совокупности вопросов, связанных с добычей, транспортированием, хранением и обогащением полезных ископаемых и в определённой мере позволяет заполнить существующий разрыв между курсами физики, теоретической механики и специальными дисциплинами.

В этой связи в учебное пособие наряду с теоретическими положениями по термодинамике и тепло- и массообмену включены сведения, представляющие практический интерес при разработке мероприятий по обеспечению эффективности и безопасности горного производства и созданию нормальных условий для работы в горных выработках.

Авторы благодарны рецензентам профессору, доктору технических наук В. С. Зыкову и профессору, доктору технических наук А. М. Осинцеву за ценные замечания и обсуждение некоторых методологических аспектов пособия.

Авторы будут благодарны за все замечания и предложения по улучшению содержания учебного пособия, которые направлять по адресу: 650000, г. Кемерово, ул. Весенняя, 28, КузГТУ, кафедра физики.

ВВЕДЕНИЕ

Теплотехника – это дисциплина, которая изучает методы получения и преобразования тепловой энергии, а также методы её использования в технологических процессах и тепловых машинах. Основной целью изучения дисциплины «Теплотехника» является формирование у студентов, обучающихся по специальности «Горное дело», представлений о законах распространения теплоты в горных породах, её преобразовании в работу, а также принципах функционирования теплотехнических устройств.

Необходимо отметить, что в природе также наблюдаются преобразования различных видов энергии. Например при грозах электрические разряды сопровождаются световыми и звуковыми волновыми процессами. В технических устройствах сгорание топлива приводит к получению тепловой энергии, которая затем используется для превращения воды в пар и вращения паровых турбин и электрогенераторов, находящихся с ними на одном валу, что позволяет вырабатывать электрическую энергию, которая может передаваться на расстояния и в дальнейшем преобразовываться в различные виды энергии.

В курсе «Теплотехника» рассматриваются тепловые свойства горных пород и других тел, изменение фазовых состояний веществ при изменении температуры и давления системы, а также законы движения газовых потоков и условия совершения ими технической работы, а также движения в соплах и диффузорах. Теоретической основой дисциплины «Теплотехника» являются законы термодинамики, теория тепло- и массопереноса и термодинамика газовых потоков. На основе изучения тепловых свойств веществ и законов преобразования теплоты проведён расчёт идеализированных циклов и процессов, описывающих работу теплотехнических устройств: компрессоров, турбин, двигателей внутреннего сгорания, теплообменных аппаратов, газотурбинных и паросиловых установок. Обсуждаются пути и методы повышения их эффективности.

В структуре курса «Теплотехника» приведены примеры расчёта распределения температуры, а также плотности теплового потока в сплошных средах, которые могут быть использованы в расчётах параметров теплового состояния массива горных пород. Рассмотрены также энергетические и экологические проблемы теплотехники и их значимость для горного дела.

ГЛАВА 1. ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 1.1. Основные понятия и постулаты термодинамики

Термодинамика рассматривает явления, обусловленные совокупным действием огромного числа непрерывно движущихся частиц. Как наука термодинамика изучает закономерности теплового движения в системах, находящихся в тепловом равновесии, следовательно, она изучает свойства равновесных физических систем на основе трёх основных законов, не затрагивая представлений о молекулярном строении вещества.

Термодинамика оперирует макроскопическими параметрами, носит феноменологический характер, что не позволяет вскрывать природу наблюдаемых явлений, но с её помощью можно устанавливать свойства физических систем. Для решения практических задач применяются методы термодинамики.

Исторически зарождение термодинамики, как науки, связывают с опубликованием в 1824 г. Сади Карно трактата «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу».

Исследования Джеймса Джоуля и Юлиуса Майера в сороковых годах XIX века позволили установить механический эквивалент теплоты, на основе чего был сформулирован закон сохранения и превращения энергии, называемый первым началом (законом) термодинамики. Количественная сторона этого закона состоит в том, что внутренняя энергия системы является однозначной функцией её состояния. При любых термодинамических процессах в изолированных системах подводимая к системе теплота равна сумме изменения внутренней энергии и работе, совершённой данной системой.

В пятидесятых годах XIX века в работах Рудольфа Клаузиуса и Уильяма Томсона (лорд Кельвин) были даны современные формулировки второго начала (закона) термодинамики, а также введены понятия энтропии и абсолютной температуры. Для изучения поведения термодинамических систем в круговых процессах был разработан метод круговых процессов. В работах Джозайя Гиббса, которые появились в конце XIX века, был создан новый метод – метод термодинамических потенциалов.

В 1906 г. Вальтер Нернст установил третье начало (закон) термодинамики, согласно которому при температуре, близкой к абсолютному нулю, равновесные изотермические процессы происходят без изменения энтропии.

1.1.1. Основные понятия термодинамики

Любое физическое тело, состоящее из большого числа частиц, называют *макроскопической системой*. Параметры таких систем: плотность, объём, упругость, концентрация и т. д. – называют макроскопическими. Совокупность этих параметров определяет состояние макроскопической системы, *если параметры с течением времени не изменяются, состояние называют стационарным*. Стационарное состояние макроскопической системы будет равновесным, если при этом будут отсутствовать стационарные потоки энергии за счёт действия внешних источников. Следовательно, *термодинамическими называют макроскопические системы, находящиеся в термодинамическом равновесии*. Параметры, их характеризующие, называют термодинамическими.

Термодинамические параметры разделяют на внутренние и внешние. *Внешние параметры*, например объём, напряжённость электрического и магнитного поля, *характеризуют степень внешнего воздействия на систему*. Внутренние параметры разделяют на *интенсивные* и *экстенсивные*. *Интенсивные параметры*, например температура и давление, *не зависят от количества вещества в системе*, а *экстенсивные*, например массы составляющих систему компонентов, *изменяются пропорционально размерам системы*. Удельные параметры, т. е. отнесённые к единице массы вещества, являются интенсивными.

Равновесное значение термодинамического параметра – это его среднее значение за большой промежуток времени:

$$\langle \rho \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \rho(t) dt.$$

Термодинамические системы различают как гомогенные и гетерогенные. *Гомогенные* – это такие термодинамические системы, *внутри которых свойства изменяются непрерывно при переходе от одного участка к другому*. В общем случае это физически однородная система, имеющая одинаковые физические свойства в любых своих частях, например, это смеси различных газов, растворы, в которых могут происходить различные химические реакции.

Гетерогенные – это такие системы, которые *состоят из нескольких физически однородных тел, вследствие чего внутри этих систем имеются разрывы непрерывности изменения свойств*.

Например, лед – вода – пар, твёрдые растворы в горных породах, содержащих участки с различными физическими свойствами.

Фаза – это гомогенная часть гетерогенной системы, отделённая от других частей поверхностью разрыва, на которой скачком изменяются какие-либо физические свойства, например, плотность, удельный объём. Фаза и агрегатное состояние – это различные понятия. Агрегатные состояния вещества связаны определённой диаграммой ($P-V$). В тройной точке воды пар, вода и лёд существуют одновременно. У твёрдых тел существует явление полиморфизма. В естественных условиях в горных породах под действием изменяющихся температуры и давления одна фаза может образовываться внутри другой. Например, кварц имеет двенадцать фаз, углерод – две.

Компонента – это такая часть термодинамической системы, содержание которой не зависит от содержания других частей. Смесь газов, например, является однофазной, но многокомпонентной системой. Если система содержит две компоненты, то она называется бинарной, если три компоненты – тернарной.

1.1.2. Постулаты термодинамики

Постулаты являются обобщением экспериментальных данных, из которых следует, что при термодинамическом подходе к системам случайные (спонтанные) отклонения параметров от равновесных не существенны.

Первый постулат. У адиабатно изолированной макроскопической системы существует состояние термодинамического равновесия, в которое она приходит с течением времени и никогда самопроизвольно из него выйти не может.

Второй постулат. Все равновесные внутренние параметры системы являются функциями внешних параметров и температуры.

Температура – это интенсивный внутренний параметр системы, а положение о существовании температуры как особой функции состояния равновесной системы представляет собой суть второго постулата термодинамики. Например, энергия системы являет-

ся её внутренним параметром и в состоянии равновесия системы является функцией внешних параметров и температуры.

§ 1.2. Равновесные и неравновесные термодинамические процессы

Если какие-то параметры термодинамической системы изменяются с течением времени, то в ней идёт процесс. *Релаксация* – это процесс перехода системы из неравновесного состояния в равновесное. Время перехода называют временем релаксации. Пусть Δa_i – изменение внешнего параметра системы за время τ (время релаксации), тогда скорость изменения параметра системы a_i можно определить как $\frac{\Delta a_i}{\tau}$.

Идеализированный процесс, состоящий из последовательных равновесных состояний, называется равновесным. При этом все параметры системы изменяются бесконечно медленно. Скорость изменения какого-либо параметра системы при равновесном процессе $\frac{da_i}{dt}$ всегда много меньше скорости изменения этого параметра при релаксации, т. е.

$$\frac{da_i}{dt} \ll \frac{\Delta a_i}{\tau}.$$

Процесс считается неравновесным, если изменение параметра системы, например a_i , происходит за меньшее время, чем время релаксации τ .

Изучение равновесных процессов важно, потому что коэффициент полезного действия (КПД) тепловых машин имеет максимально возможные значения именно при этих процессах.

§ 1.3. Внутренняя энергия системы. Работа и теплота

Суммарная энергия частиц, составляющих систему, является полной энергией системы. *Если из полной энергии вычесть кинетическую энергию движения частиц и потенциальную энергию частиц, находящихся в поле внешних сил, то оставшаяся часть энергии называется внутренней энергией, обозначается U .* Она является внутренним параметром системы и при равновесии зависит от внешних параметров и температуры. Малые изменения внутренней энергии можно представить выражением

$$dU = \sum_i \left(\left(\frac{\partial U}{\partial a_i} \right)_T da_i \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{a_i} dT.$$

Для идеального газа изменение внутренней энергии при равновесных процессах не зависит от вида термодинамического процесса, рассчитывается по формуле

$$dU = \frac{m}{M} C_{MV} dT = m C_{mV} dT,$$

где m , M – масса и молярная масса идеального газа; C_{MV} , C_{mV} – молярная и удельная изохорная теплоёмкость газа при постоянном объёме.

При взаимодействии термодинамической системы с внешней средой происходит обмен энергией. При этом возможны два различных способа передачи энергии:

- с изменением внешних параметров a_i системы – это работа L ;
- без изменения внешних параметров – это теплообмен Q .

Система, не обменивающаяся энергией с другими телами, называется *адиабатной*, не обменивающаяся веществом, но обменивающаяся энергией, называется *закрытой*. Если система не обменивается с окружающими телами ни веществом, ни энергией, то она называется *адиабатно замкнутой* или *изолированной системой*.

Работу в теплотехнике обозначают буквой L , а теплоту Q . Работа и теплота имеют размерность энергии. Работа L считается положительной, если она совершается системой над другими телами. Теплота Q считается положительной, если она передаётся системе без изменения её внешних параметров.

Одной из основных задач теплотехники является исследование взаимных превращений теплоты и работы. При подводе теплоты Q к теплотехническому телу происходит изменение параметров его состояния. Теплоту получают за счёт химических (сжигания различных видов топлива) и ядерных реакций и за счёт сил трения.

В отличие от теплоты работа связана с макроскопическим движением тел, их перемещением или изменением их положения в пространстве. В современной промышленности, в том числе горной, основная часть работы, которую совершают машины, преобразована из теплоты, полученной при сжигании топлива. В горной промышленности работу могут совершать силы горного давления, которые деформируют массив, крепь, разрушают отдельные участ-

ки. Заключённый в массиве полезного ископаемого газ также может совершать работу. Он может перемещать определённую часть полезного ископаемого на значительное расстояние.

Основной закон, который связывает преобразование теплоты и работы в различных процессах, это первое начало термодинамики. Подводимая теплота и совершаемая работа не являются в отличие от внутренней энергии функциями состояния, а являются функциями процесса. Вводятся коэффициенты преобразования теплоты в работу $\psi_L = \frac{L}{Q}$ и во внутреннюю энергию $\psi_U = \frac{\Delta U}{Q}$.

Сумма этих коэффициентов всегда равна единице

$$\psi_L + \psi_U = 1.$$

Элементарная работа рассчитывается по формуле

$$\delta L = \sum_{i=1}^n A_i da_i,$$

где A_i – обобщённая сила; da_i – изменение внешнего параметра системы.

Необходимо отметить, что элементарная работа, так же как и теплота, не является полным дифференциалом.

Примеры расчёта элементарной работы:

1. При квазистатическом расширении

$$\delta L = PdV,$$

где P – давление системы; dV – изменение объёма системы.

2. Работа сил поверхностного натяжения при изменении площади поверхности на $d\Sigma$

$$\delta L = -\sigma d\Sigma,$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, имеющий смысл силы, приходящейся на единицу длины периметра, или поверхностной энергии, приходящейся на единицу площади поверхности. Работа является в данном случае отрицательной, т. к. силы поверхностного натяжения относятся к внешним силам.

3. Элементарная работа однородной деформации единицы объёма твёрдого тела

$$\delta L = - \sum_{i,j=1}^3 \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij},$$

где σ_{ij} – нормальные и сдвиговые компоненты напряжений; $d\varepsilon_{ij}$ – компоненты деформаций.

Элементарная работа, совершаемая системой при равновесном переходе системы из одного состояния в другое, всегда больше элементарной работы при неравновесном переходе.

§ 1.4. Уравнение состояния термодинамической системы

1.4.1. Термические и калорические уравнения

Второй постулат термодинамики, согласно которому все внутренние параметры системы являются функциями внешних параметров и температуры, приводит к существованию термических и калорических уравнений системы. Если внешние параметры системы обозначить a_i , а внутренние – b_i , тогда какой-либо внутренний параметр находим по формуле

$$b_k = b_k(a_1, a_2, \dots, a_n, T). \quad (1.1)$$

Если внутренним параметром является внутренняя энергия, то выражение (1.1) принимает вид

$$U = U(a_1, a_2, \dots, a_n, T). \quad (1.2)$$

Это выражение называется *калорическим уравнением состояния* системы.

При изменении параметров состояния, например температуры и давления, термодинамическая система поглощает или выделяет теплоту, количество которой зависит от размеров тела, диапазонов изменения температуры, а также вида процесса, при котором происходит поглощение или выделение теплоты.

Калорическое уравнение (1.1) выражает зависимость внутренней энергии от внешних параметров и температуры. Дальше будет показано, что для идеального газа внутренняя энергия не зависит от внешних параметров, т. е.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial a_i}\right)_{T=\text{const}} = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0.$$

Поэтому внутренняя энергия идеального газа определяется выражением

$$U = \frac{m}{M} \int C_{MV} dT = m \int C_{mV} dT. \quad (1.3)$$

Из молекулярно-кинетических представлений с учётом равномерного распределения энергии по степеням свободы удельная изохорная теплоёмкость при постоянном объёме идеального газа равна:

для одноатомных молекул $C_{MV} = \frac{3}{2} \frac{R}{M} = \frac{3}{2} R_m$;

для двухатомных молекул $C_{MV} = \frac{5}{2} \frac{R}{M} = \frac{5}{2} R_m$;

для трехатомных молекул $C_{MV} = 3 \frac{R}{M} = 3R_m$.

Здесь $R = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$, $R_m = \frac{R}{M} = \frac{8,314}{M}$ – универсальная и индивидуальная газовые постоянные соответственно.

Внутренняя энергия одного моля реального газа (Ван-дер-Ваальса) определяется выражением

$$U_M = C_{MV} T - \frac{a}{V} + U_{M0}, \quad (1.4)$$

где a – постоянная Ван-дер-Ваальса.

Если внутренним параметром системы является сопряжённая внешнему параметру a_i обобщённая сила A_i (например, давление), то уравнение типа

$$A_i = A_i(a_1, a_2, \dots, a_n, T)$$

называют *термическим уравнением состояния*.

Общее число термических и калорических уравнений равно числу степеней свободы системы. Термические и калорические уравнения не являются независимыми, они связаны дифференциальным уравнением в частных производных.

Одним из самых простых, но в то же время отражающим основные термодинамические свойства систем, является уравнение состояния идеальных газов Менделеева – Клапейрона, имеющее следующий вид:

$$PV = \frac{m}{M} RT = mR_m T, \quad (1.5)$$

или уравнение $P = nkT = \rho R_m T$, которое называют основным уравнением молекулярно-кинетической теории.

Здесь $n = \frac{N}{V}$ – концентрация молекул, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – по-

стоянная Больцмана, $\rho = \frac{m}{V}$ – плотность газа.

Уравнение Менделеева – Клапейрона (1.5) можно применять для описания состояния разреженных газов, плотность которых существенно меньше плотности жидкости. Взаимодействие между молекулами здесь не учитывается.

Если в рассматриваемом объёме содержится смесь идеальных газов, т. е. каждый газ подчиняется уравнению Менделеева – Клапейрона, то температура у всех газов одна и та же, а давление смеси складывается из парциальных давлений отдельных компонент:

$$P = \sum_{i=1}^n P_i, \quad (1.6)$$

где P_i – давление i -й компоненты газа.

Выражение (1.6) носит название *закона Дальтона*. В выражении (1.6) не учитывается взаимодействие молекул разных газов.

Для описания газов, в которых нужно учитывать взаимодействие молекул, используется модель реального газа. Нет одного уравнения, описывающего все газы. Для реальных газов установлено более 150 термических уравнений состояния. Наиболее известны из них:

а) *уравнение Ван-дер-Ваальса*

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) \cdot (V - b) = RT \quad \text{– для одного моля газа;} \quad (1.7)$$

$$\left(P + v^2 \frac{a}{V^2} \right) \cdot (V - vb) = vRT \quad \text{– для } v \text{ молей газа,} \quad (1.7a)$$

где a, b – *постоянные Ван-дер-Ваальса*;

б) *первое уравнение Дитеричи*

$$P \cdot (V - b) = RT \cdot \exp\left(-\frac{a}{RTV}\right) \quad \text{– для одного моля газа;} \quad (1.8)$$

в) *второе уравнение Дитеричи*

$$\left(P + \frac{a}{V^{5/3}} \right) \cdot (V - b) = RT \quad \text{– для одного моля газа;} \quad (1.9)$$

г) *уравнение Бертло*

$$\left(P + \frac{a}{V^2 T} \right) \cdot (V - b) = RT \quad \text{– для одного моля газа.} \quad (1.10)$$

Из термических уравнений состояния путём дифференцирова-

ния одного переменного параметра можно получить следующие термодинамические коэффициенты:

а) коэффициент изобарного расширения

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P;$$

б) коэффициент изотермической сжимаемости

$$\beta = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T;$$

в) изохорный коэффициент давления

$$\gamma_1 = \frac{1}{P_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V,$$

где V_0, P_0 – начальные значения объёма и давления. Частные производные находят из соответствующего уравнения состояния. Термодинамические коэффициенты связаны соотношением

$$\alpha = P_0 \beta \gamma_1.$$

В уравнениях (1.7)–(1.10) зависимость $P = f(V)$ имеет нелинейный характер. При разных температурах можно получить семейство изотерм. При некоторой температуре, называемой *критической*, у изотермы Ван-дер-Ваальса появляется точка перегиба, касательная к изотерме в этой точке горизонтальна. Эта точка носит название критической, а значения давления и объёма в этой точке называются критическими. Термодинамические параметры в этой точке можно найти двумя способами.

По первому способу в критической точке уравнение Ван-дер-Ваальса (1.7) можно записать следующим образом:

$$P_K V^3 - (RT_K + P_K b)V^2 + aV - ab = 0. \quad (1.11)$$

Учитывая, что в точке перегиба $V_1 = V_2 = V_3 = V_K$, уравнение (1.7) можно записать так:

$$P_K (V - V_K)^3 = 0. \quad (1.12)$$

Из (1.11) и (1.12) путём сравнения коэффициентов получаем

$$V_K = 3b; P_K = \frac{a}{27b^2}; T_K = \frac{8}{27} \cdot \frac{a}{Rb}. \quad (1.13)$$

По второму способу необходимо взять от уравнений реального газа (1.7)–(1.10) первую и вторую производную и приравнять их к нулю:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0. \quad (1.14)$$

С учётом основного уравнения получим три уравнения с тремя неизвестными. Решая систему уравнений, находим критическую точку (давление, объём и температуру).

Общим недостатком приведённых термических уравнений (1.7)–(1.10) является наличие постоянных, которые для каждого газа свои. С практической точки зрения удобнее пользоваться *приведённым термическим уравнением состояния*. Для этого необходимо использовать соотношения

$$\varphi = \frac{V}{V_k}; \quad \tau = \frac{T}{T_k}; \quad \beta = \frac{P}{P_k}. \quad (1.15)$$

Из (1.15) выразим давление, объём и температуру:

$$V = 3b\varphi; \quad P = \frac{a\beta}{27b^2}; \quad T = \frac{8a\tau}{27Rb}. \quad (1.16)$$

Соотношения (1.16) подставляем в уравнение Ван-дер-Ваальса и получаем его приведённую форму:

$$\left(\beta + \frac{3}{\varphi^2}\right) \cdot \left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau. \quad (1.17)$$

Данное уравнение не содержит постоянных величин, которые индивидуальны для каждого газа.

Аналогично получим приведённое уравнение Бертло:

$$\left(\beta + \frac{3}{\tau\varphi^2}\right) \cdot (3\varphi - 1) = 8\tau. \quad (1.18)$$

1.4.2. Парциальные параметры газов в смеси

Масса и плотность газовой смеси являются суммой данных параметров всех компонент смеси. *Парциальная плотность газа* – это плотность, которую имела бы определённая компонента газовой смеси, если бы его давление и температура были равны давлению и температуре газовой смеси.

Парциальный объём газовой компоненты численно равен объёму, который займёт определённое количество данной компоненты газа при температуре и давлении смеси газов. При этом общий объём смеси равен сумме парциальных объёмов отдельных компонент:

$$V = \sum_{i=1}^n v_i,$$

где $v_i = \frac{V_i}{m_i}$ – парциальный объём газовой компоненты.

Парциальная плотность связана с парциальным объёмом:

$$\rho_i = \frac{m_i}{V_i} = \frac{1}{v_i} = \frac{P}{R_{mi}T};$$

$$v_i = \frac{1}{\rho_i} = \frac{R_{mi}T}{P}.$$

Здесь учтено, что каждая компонента газовой смеси характеризуется своей газовой постоянной, равной отношению универсальной газовой постоянной к молярной массе компонента $R_{mi} = \frac{R}{M_i}$.

Состав газовой смеси может быть задан массовыми, объёмными и молярными долями, которые определяются соответственно следующими выражениями:

$$g_i = \frac{m_i}{m}; \quad r_i = \frac{v_i}{V}; \quad \omega_i = \frac{N_i}{N}, \quad (1.19)$$

где m_i , v_i , N_i – масса, парциальный объём, число молей определённой компоненты газа. Для идеального газа объёмные и молярные доли равны, т. е. $r_i = \omega_i$. Очевидно, что сумма всех долей всегда равна единице:

$$\sum g_i = \sum r_i = \sum \omega_i = 1.$$

Плотность и удельный объём смеси газов можно выразить через парциальную плотность и парциальный удельный объём:

$$\rho = \sum(\rho_i r_i); \quad v = \frac{\sum v_i}{m} = \sum(v_i g_i).$$

В качестве примера рассмотрим решение следующей задачи.

В ёмкости содержится смесь азота и углекислого газа при температуре $T = 285 \text{ K}$ и давлении $P = 0,12 \text{ МПа}$. Плотность смеси составляет $\rho = 1,86 \text{ кг/м}^3$. Определить концентрацию и плотность молекул каждого газа, молярные и массовые доли компонент. Рассчитать кажущуюся молярную массу и теплоёмкость смеси.

Пусть величины с индексом «1» характеризуют азот, величины с индексом «2» – углекислый газ, а величины без индексов – смесь в целом.

Известно, что молярная масса азота $M_1 = 0,028$ кг/моль, углекислого газа $M_2 = 0,044$ кг/моль; удельные изохорные теплоёмкости азота $C_{mV1} = 2,5R_{m1}$ и углекислого газа $C_{mV2} = 3R_{m2}$.

Рассчитаем индивидуальные газовые постоянные для каждого газа:

$$R_{m1} = \frac{R}{M_1} = \frac{8,314}{0,028} = 296,9 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$R_{m2} = \frac{R}{M_2} = \frac{8,314}{0,044} = 189,0 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Масса смеси равна сумме масс компонент: т. е. $m = m_1 + m_2$; учитывая, что газы равномерно распределены по объёму сосуда, можно записать: $\frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V}$, следовательно, плотность смеси равна сумме плотностей компонент: $\rho = \rho_1 + \rho_2$.

Применяя уравнение Менделеева – Клапейрона (1.5) для каждого газа и закон Дальтона, получим систему уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \rho = \rho_1 + \rho_2; \\ P = (\rho_1 R_{m1} + \rho_2 R_{m2}) T. \end{cases}$$

Из первого уравнения выразим ρ_2 и подставим во второе уравнение, тогда получим

$$\rho_1 = \frac{P/T - \rho R_{m2}}{R_{m1} - R_{m2}} = \frac{(1,2 \cdot 10^5) / 285 - 1,86 \cdot 189}{269,9 - 189} = 0,859 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho_2 = \rho - \rho_1 = 1,86 - 0,859 = 1,001 \text{ кг/м}^3.$$

Исходя из основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов $P = nkT$ и уравнения состояния $P = \rho R_m T$, выразим плотность каждого газа:

$$n_1 = \rho_1 \frac{R_{m1}}{k} = \rho_1 \frac{N_A}{M_1} = 0,859 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / 0,028 = 1,85 \cdot 10^{25} \text{ (м}^{-3}\text{)};$$

$$n_2 = \rho_2 \frac{N_A}{M_2} = 1,001 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / 0,044 = 1,37 \cdot 10^{25} \text{ (м}^{-3}\text{)}.$$

Концентрация молекул углекислого газа (индекс «2») в баллоне меньше, чем концентрация молекул азота, а плотность больше (связано с отличием молекулярных масс газов).

Рассчитаем массовые и молярные доли компонент смеси:

$$g_1 = \frac{m_1}{m} = \frac{m_1/V}{m/V} = \frac{\rho_1}{\rho} = \frac{0,859}{1,86} = 0,462;$$

$$g_2 = \frac{\rho_2}{\rho} = \frac{1,001}{1,86} = 0,538.$$

Аналогично находятся и молярные доли компонент:

$$\omega_1 = \frac{N_1}{N} = \frac{N_1 \cdot N_A/V}{N \cdot N_A/V} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{1,85 \cdot 10^{25}}{(1,85 + 1,37) \cdot 10^{25}} = 0,575;$$

$$\omega_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} = \frac{1,37 \cdot 10^{25}}{(1,85 + 1,37) \cdot 10^{25}} = 0,425.$$

Видно, что для каждой компоненты молярные и массовые доли имеют разные значения. Кажущаяся молярная масса смеси

$$M = M_1\omega_1 + M_2\omega_2 = 0,028 \cdot 0,575 + 0,044 \cdot 0,425 = 0,0348 \text{ кг/моль.}$$

Теплоёмкость смеси рассчитаем исходя из удельных теплоёмкостей компонент и их массовых долей:

$$C_{mV} = g_1 C_{mV1} + g_2 C_{mV2} = g_1 2,5R_{m1} + g_2 3R_{m2}.$$

Таким образом

$$C_{mV} = 0,462 \cdot 2,5 \cdot 296,9 + 0,538 \cdot 3 \cdot 189 = 648 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Для сравнения рассчитаем теплоёмкости чистых компонент:

$$C_{mV1} = 2,5R_{m1} = 742 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$C_{mV2} = 3R_{m2} = 567 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

§ 1.5. Измерение термодинамических параметров

Параметры состояния термодинамической системы: абсолютное давление P (Па); абсолютная температура T (К); удельный объём ν ($\text{м}^3/\text{кг}$) или плотность ρ ($\text{кг}/\text{м}^3$).

1.5.1. Измерение давления

Давление – физическая величина, численно равная силе, действующей на единицу площади поверхности перпендикулярно этой поверхности.

В Международной системе единиц (СИ) давление измеряется в паскалях: $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$.

Паскаль равен давлению, вызываемому силой, равной одному ньютону, равномерно распределённой по нормальной к ней поверхности площадью один квадратный метр.

Вместе с паскалем допущены к использованию внесистемные единицы измерения давления: бар, миллиметр водяного столба, атмосфера техническая, миллиметр ртутного столба.

Соотношение между единицами измерения давления

$$1 \text{ Па} = 10^{-5} \text{ бар} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.} = 9,87 \cdot 10^{-6} \text{ атм.}$$

$$1 \text{ атм} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1,013 \text{ бар} = 760 \text{ мм рт. ст.}$$

Измерение давления необходимо для управления технологическими процессами и обеспечения безопасности производства. Кроме того, этот параметр используется при косвенных измерениях других технологических параметров: уровня, расхода, температуры, плотности и т. д.

Для измерения давления используют манометры, вакуумметры, напорометры, тягомеры, датчики давления, дифманометры.

В большинстве приборов измеряемое давление преобразуется в деформацию упругих элементов, поэтому они называются деформационными.

Измерения малых давлений газа в сосудах производят с помощью U -образного манометра. Это жидкостный манометр, состоящий из сообщающихся сосудов, в которых измеряемое давление определяют по одному или нескольким уровням жидкости.

В U -образных стеклянных манометрах свободный конец трубки сообщается с атмосферой, а к другому концу подводится измеря-

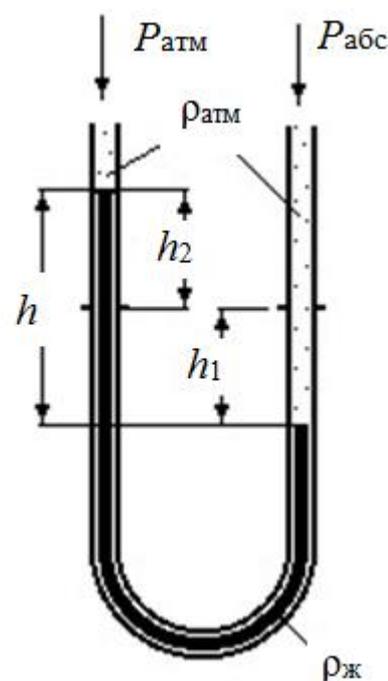


Рис. 1.1. Схема измерения давления с помощью U -образной трубки

емое давление. Простейшая схема измерения давления жидкостным стеклянным манометром показана на рис. 1.1.

Атмосферное давление $P_{\text{атм}}$ воздействует на один конец U-образной трубки, частично заполненной рабочей жидкостью. Другой конец трубки с помощью различного рода подводных устройств соединён с областью измеряемого давления $P_{\text{изм}}$. При $P_{\text{изм}} > P_{\text{атм}}$ жидкость, находящаяся в части подведённого измеряемого давления, будет вытесняться в часть, соединённую с атмосферой. В результате между уровнями жидкостей, находящимися в разных частях U-образной трубки, образуется столб жидкости, высота h характеризует измеряемое избыточное давление.

$$P_{\text{изм}} = P_{\text{атм}} + \rho_{\text{ж}} gh,$$

где g – ускорение свободного падения; h – разность столбов жидкости; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости.

1.5.2. Измерение температуры

Температура (от лат. *temperatura* – надлежащее смешение, нормальное состояние) – физическая величина, характеризующая термодинамическую систему, является мерой интенсивности теплового движения микрочастиц.

Температура является физической величиной, характеризующей внутреннее состояние равновесной системы, имеющей одно и то же значение во всех частях сложной системы, содержащей статистически значимое число частиц, определяемое внешними параметрами и внутренней энергией отдельных частей данной равновесной системы.

Приборы для измерения температуры называются термометрами, они измеряют так называемую *эмпирическую температуру*. В эмпирической шкале температур устанавливаются две реперные точки (температура кипения воды и таяния льда) и число делений между ними – так были введены шкалы Цельсия, Фаренгейта (США, Англия), Реомюра (страны Западной Европы) и другие. *Абсолютная термодинамическая температура* вводится на основе второго начала термодинамики. За единицу абсолютной температуры в системе измерений «СИ» (SI) принят кельвин (К), который ра-

вен $\frac{1}{273,15}$ части термодинамической температуры тройной точки воды.

В шкалах Цельсия и Реомюра тепловое состояние тающего льда оценивается в нуль градусов, у Фаренгейта – 32 °Ф. Тепловое состояние воды, кипящей при давлении $1,013 \cdot 10^5$ Па, оценивается у Цельсия в 100 °С, у Реомюра – в 80 °Р, а у Фаренгейта – в 212 °Ф.

Для перехода между шкалами Цельсия, Реомюра и Фаренгейта необходимо использовать соотношение

$$1 \text{ } ^\circ\text{C} = 0,8 \text{ } ^\circ\text{P} = 1,8 \text{ } ^\circ\text{F}.$$

Кроме того, должно быть учтено несовпадение нуля градусов по Фаренгейту с нулём градусов по Цельсию и Реомюру. С учётом вышесказанного связь между цифровыми выражениями одного и того же теплового состояния в различных шкалах можно представить соотношениями:

$$t_1 \text{ } ^\circ\text{C} = 1,25 t_2 \text{ } ^\circ\text{P} = \frac{5}{9} (t_3 \text{ } ^\circ\text{F} - 32 \text{ } ^\circ\text{F});$$

$$t_2 \text{ } ^\circ\text{P} = 0,8 t_1 \text{ } ^\circ\text{C} = \frac{4}{9} (t_3 \text{ } ^\circ\text{F} - 32 \text{ } ^\circ\text{F});$$

$$t_3 \text{ } ^\circ\text{F} = 1,8 t_1 \text{ } ^\circ\text{C} + 32 \text{ } ^\circ\text{F} = 2,25 t_2 \text{ } ^\circ\text{P} + 32 \text{ } ^\circ\text{F}.$$

В 1877 г. Международный комитет мер и весов установил в качестве идеального термометра для определения эмпирической температуры водородный термометр. Ртутные термометры применяются в границах от –30 до 300 °С. Для низких температур (до –70 °С) применяют (рабочее тело) толуол, а до температур порядка –200 °С применяют так называемый «технический пентан».

В ряде случаев необходимо иметь в виду, что температура убывает с высотой:

$$T_h = T_0 - 0,0065h.$$

Нормальными термодинамическими условиями для системы считаются

$$T_0 = 273,15 \text{ К},$$

$$P_0 = 101325 \text{ Па} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1 \text{ атм.}$$

§ 1.6. Первое начало термодинамики

Первое начало (закон) термодинамики – это закон об эквивалентности теплоты и работы, приводящий к установлению закона сохранения и превращения энергии применительно к термодинамическим системам. Математическое выражение количественной сто-

роны закона было установлено в результате экспериментальных и теоретических исследований в разных областях науки и техники.

В XVIII веке было установлено, что создать механический вечный двигатель невозможно, в 1847 г. Джеймс Джоуль экспериментально определил значение *механического эквивалента теплоты*:

$$1 \text{ Дж} = 0,299 \text{ кал} \quad \text{или}$$

$$1 \text{ кал} = 4,19 \text{ Дж}.$$

Теплота, сообщаемая термодинамической системе, идёт на увеличение её внутренней энергии и совершение работы.

$$Q = \Delta U + L, \quad (1.19)$$

где Q – теплота; ΔU – изменение внутренней энергии; L – работа.

Для элементарного процесса уравнение первого начала термодинамики имеет вид

$$\delta Q = dU + \delta L. \quad (1.20)$$

В выражении изменение внутренней энергии dU является полным дифференциалом, то есть величина dU не зависит от пути перехода ($1a2$ или $1b2$) системы из состояния 1 в состояние 2 (рис. 1.2), а зависит только от значений внутренней энергии в состояниях 1 и 2. Другими словами, *внутренняя энергия является однозначной функцией состояния термодинамической системы*.

Величины δQ и δL не являются полными дифференциалами, т. е. их величины зависят от характера процесса, по которому система переходит из состояния 1 в состояние 2, или обратно.

Если система совершает замкнутый термодинамический цикл, который начинается из состояния 1 (см. рис. 1.2), и по пути « a » переходит в состояние 2 и далее по пути « c » возвращается в состояние 1, то изменение внутренней энергии равно нулю, а работа не равна нулю, она численно равна площади фигуры $1a2c1$ в координатах P – V . Это происходит вследствие того, что температура также изменяется в зависимости от вида процесса. Работа системы совершается или за счёт убыли внутренней энергии (адиабатный процесс), или за счёт подведённого к системе тепла (изобарный процесс).

$$Q = L .$$

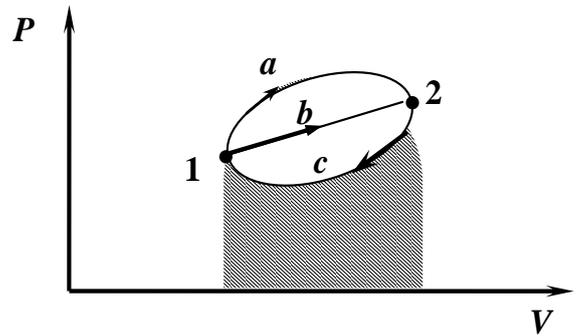


Рис. 1.2. Цикл $1a2c1$ в координатах P – V

Поэтому и невозможен вечный двигатель I рода (механический).

Первое начало термодинамики в закрытой термодинамической системе в расчёте на один килограмм (удельный)

$$dq = du + dl,$$

где dq – элементарное удельное количество теплоты, подведённой к рабочему телу или отведённой от него; u – запас удельной внутренней энергии; l – удельная работа.

Для сложных систем, например водяного пара, внутренняя энергия не может быть описана аналитическими выражениями, а определяется по справочным таблицам и диаграммам, построенным на основе обобщения экспериментальных данных. Для того чтобы найти теплоту и работу для сложных систем, также необходимо использовать диаграммы состояния и справочные данные.

Весьма важным является то, что первое начало термодинамики выполняется как для равновесных, так и для неравновесных процессов. Оно позволяет определить внутреннюю энергию термодинамической системы только с точностью до аддитивной постоянной $U = U(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0}, T_0)$, зависящей от выбора начального состояния.

§ 1.7. Теплоёмкость

Теплоёмкость относится к калорическим свойствам, она определяет количество теплоты, необходимое для повышения его температуры на 1 К, т. е.

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1.21)$$

Количество теплоты δQ зависит от вида процесса, поэтому теплоёмкость вещества при различных процессах будет разной. Так, δQ при адиабатном процессе равна нулю, поэтому $C_{ад} = 0$. При изотермическом процессе, протекающем при постоянной температуре, $C_{изот} = \infty$. Практическое значение имеют теплоёмкость при постоянном давлении

$C_P = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_P$ и теплоёмкость при постоянном объёме

$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \left(\frac{\delta U}{dT} \right)_V$. Эти теплоёмкости связаны соотношением

Майера: для молярных теплоёмкостей $C_{MP} - C_{MV} = R$;

для удельных теплоёмкостей $C_{mP} - C_{mV} = \frac{R}{M} = R_m$.

В качестве примера рассмотрим политропические процессы идеального газа. Политропным называется процесс, идущий при постоянной теплоёмкости.

Для единицы массы идеального газа с учётом определения теплоёмкости подводимая теплота будет $\delta q = C_m dT$, изменение внутренней энергии $du = C_{mV} dT$, а работа $\delta L = PdV$. Подставив эти выражения в первое начало термодинамики (1.20), получим

$$C_m dT = C_{mV} dT + PdV. \quad (1.22)$$

Для идеального газа справедливо уравнение Менделеева – Клапейрона (1.5), возьмём дифференциал от обеих частей данного уравнения. Получим

$$PdV + VdP = R_m dT. \quad (1.23)$$

Из уравнения (1.22) выразим dT и подставим в (1.23), получим

$$(C_m - C_{mV} - R_m)PdV + (C_m - C_{mV})VdP = 0. \quad (1.24)$$

После интегрирования уравнение (1.24) будет иметь следующее решение, определяющее связи между параметрами состояния в политропическом процессе:

$$PV^n = \text{const}, \quad TV^{n-1} = \text{const}, \quad \frac{P^{(n-1)/n}}{T} = \text{const}, \quad (1.25)$$

где n – показатель политропы:

$$n = \frac{C_{mP} - C_m}{C_{mV} - C_m}. \quad (1.26)$$

Данные выражения можно записать в следующем виде:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Из уравнения (1.26) можно выразить зависимость теплоёмкости процесса от показателя политропы:

$$C_m = \frac{C_{mp} - nC_{mV}}{1 - n} = C_{mV} \frac{k - n}{1 - n} = C_{mV} \frac{n - k}{n - 1}. \quad (1.27)$$

Здесь введён коэффициент Пуассона $k = \frac{C_{mP}}{C_{mV}}$, равный отношению изобарной к изохорной теплоёмкости. По физическому

смыслу данный параметр k есть показатель политропы адиабатического процесса, поэтому его называют показателем адиабаты.

Представляет интерес графическая зависимость удельной теплоёмкости политропного процесса C_m от показателя политропы n , представленная на рис. 1.3. Физический смысл отрицательной теплоёмкости нужно рассматривать применительно к двигателям внутреннего сгорания. Он состоит в том, что нагрев газа происходит не за счёт энергии, сообщаемой в форме теплоты, а вследствие затрат в форме работы. Причём, её количество столь значительно, что часть её отводится от газа в форме теплоты. А отрицательный характер политропы проявляется в области расширения газа, при этом наблюдается такой большой подвод тепла, что, несмотря на расширение, давление растёт.

Показатель адиабаты всегда больше единицы, он является одной из характеристик газов или смесей газов и определяется экспериментально. Точное значение показателя адиабаты можно найти в справочниках. В молекулярно-кинетической теории значение показателя адиабаты связывается с числом степеней свободы молекул:

$$k = \frac{i + 2}{i}. \quad (1.28)$$

Молекулы одноатомных идеальных газов обладают тремя степенями свободы, обусловленными поступательным движением. Следовательно, энергия поступательного движения каждой молекулы с учётом её равномерного распределения по степеням свободы равна $E' = \frac{3}{2}kT$, а энергия одного моля газа равна

$$E = N_A E' = \frac{3}{2}kN_A T = \frac{3}{2}RT$$

с учётом того, что $R = kN_A$. Следовательно, теплоёмкость одного моля одноатомного идеального газа при постоянном объёме

$$C_{MV} = \frac{3}{2}R.$$

Для двухатомных газов характерны ещё две степени свободы, которые появляются вследствие возможности вращения молекулы двух осей, перпендикулярных друг другу, и оси молекулы. Следовательно, теплоёмкость моля двухатомного газа

$$C_{MV} = \frac{5}{2}R.$$

Многоатомные молекулы, если они не являются линейными, имеют шесть степеней свободы, а их теплоёмкость

$$C_{MV} = 3R.$$

Молекулы твёрдого тела имеют три колебательные степени свободы, на каждую из которых приходится энергия kT . Следовательно, молярная теплоёмкость твёрдого тела равна $3R$, что хорошо выполняется при температурах от комнатной и выше. Соотношение для твёрдого тела

$$C_{MV} = 3R \quad (1.29)$$

получило название закона Дюлонга и Пти, согласно которому теплоёмкость твёрдых тел не зависит от температуры.

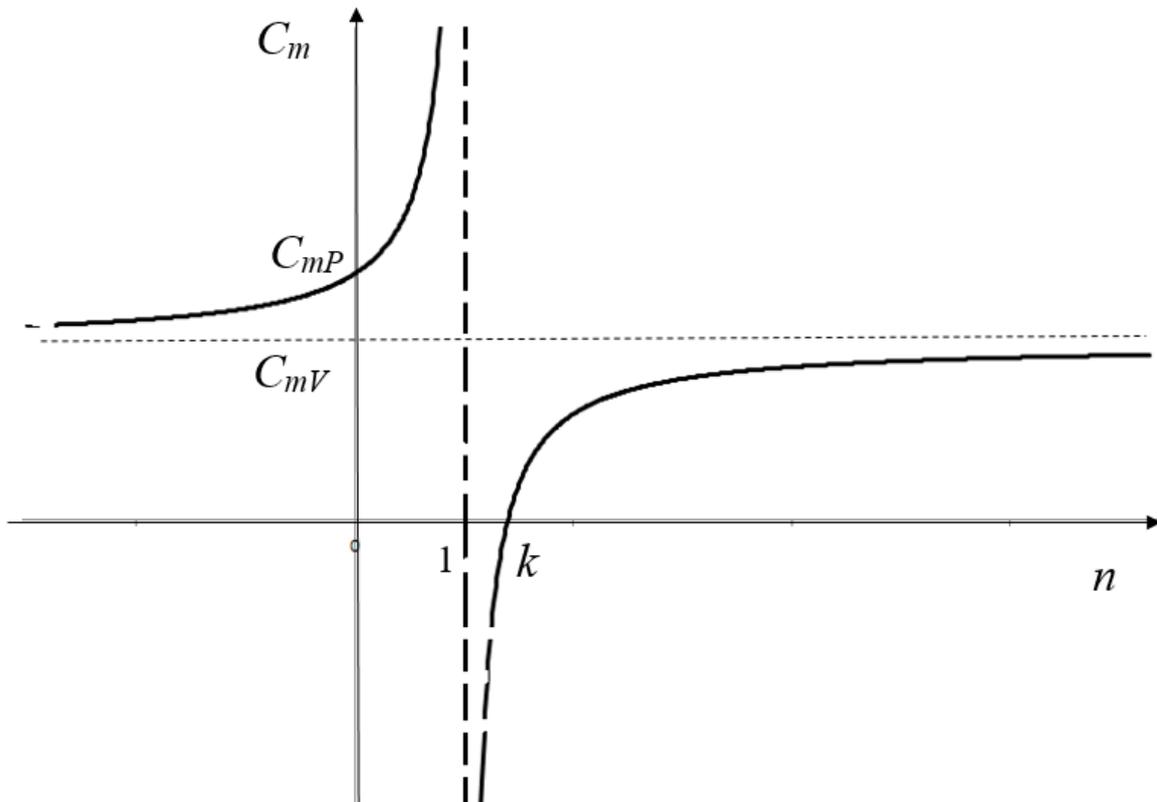


Рис. 1.3. Зависимость удельной теплоёмкости от показателя политропы

Истинная теплоёмкость (или теплоёмкость при заданной температуре) рабочего тела есть отношение полученного телом дифференциально малого количества теплоты к соответствующему мало-

му изменению температуры: $C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta T} = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_x$, где индекс x

определяет свойства процесса, в котором происходит подвод теплоты. Зависимость истинной теплоёмкости от температуры может быть представлена таблично, графически (Приложения) или в форме аппроксимирующих многочленов, имеющих вид для простых веществ и неорганических соединений $C = a + b_1T + b_2T^{-2}$; а для органических веществ $C = a + b_1T + b_2T^2$, где a, b_1, b_2 – индивидуальные константы, характеризующие свойства различных газов. Данные выражения аналогичны для удельной и молярной теплоёмкостей.

Удельная теплота, сообщаемая рабочему телу в каком-либо термодинамическом процессе в интервале температур $T_1 - T_2$, определяется интегрированием функции теплоёмкости по температуре

$$q = \int_{T_1}^{T_2} C(T) dT.$$

Для любого интервала температур можно определить среднюю теплоёмкость по формуле

$$\langle C \rangle \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{q}{T_2 - T_1} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} C(T) dT. \quad (1.30)$$

Полное количество теплоты, сообщаемое рабочему телу, можно найти:

$$Q = m \langle C_m \rangle (T_2 - T_1) = \langle C \rangle (T_2 - T_1) \text{ либо} \\ Q = \nu \langle C_M \rangle (T_2 - T_1) = \langle C \rangle (T_2 - T_1).$$

Эти формулы удобно использовать в случае, если теплоёмкость меняется незначительно в заданном диапазоне температур. Значение средней теплоёмкости определяется экспериментально и приводится в справочных таблицах.

В справочниках для сокращения объёма данных экспериментальное значение средней теплоёмкости указывается для диапазонов, одно из значений температуры фиксировано – T_0 , т. е. можно найти значения $\langle C \rangle \Big|_{T_0}^{T_1}$ и $\langle C \rangle \Big|_{T_0}^{T_2}$. В этом случае теплоёмкость для произвольного диапазона температур определяется исходя из тожд-

дества, которое следует из определения средней теплоёмкости:

$$\langle C \rangle_{T_1}^{T_2} = \frac{(T_2 - T_0) \cdot \langle C \rangle_{T_0}^{T_2} - (T_1 - T_0) \cdot \langle C \rangle_{T_0}^{T_1}}{T_2 - T_1}. \quad (1.31)$$

Для газовых смесей удельную теплоёмкость смеси можно найти с учётом массовых долей отдельных компонент:

$$C = \sum_{i=1}^n (C_i g_i),$$

где g_i – массовая доля компоненты.

Аналогично можно найти объёмную и молярную теплоёмкости смеси:

$$C' = \sum_{i=1}^n (C'_i r_i); \quad C_M = \sum_{i=1}^n (C_{Mi} r_i).$$

В качестве примера определения теплоёмкости газовых смесей приведём решение следующей задачи.

Используя таблицы (Приложения), найти молярную и удельную, изобарную и изохорную теплоёмкость воздуха в интервале температур 600–900 К, а также показатель адиабаты, соответствующий этим теплоёмкостям. Состав воздуха: объёмная доля азота $\omega_{N_2} = 78,85\%$, объёмная доля кислорода $\omega_{O_2} = 21,15\%$.

Другими газами пренебрегаем. Молярная масса воздуха $M = 0,029$ кг/моль. Дополнительно определить количество теплоты, необходимой для нагревания двух килограммов воздуха от 600 до 900 К в изохорном процессе.

Из Приложений находим:

$$\begin{aligned} \left\langle C_{MP}^{N_2} \right\rangle_{T_0}^{T_1} &= 29,80 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; & \left\langle C_{MP}^{N_2} \right\rangle_{T_0}^{T_2} &= 30,65 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \\ \left\langle C_{MP}^{O_2} \right\rangle_{T_0}^{T_1} &= 30,87 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; & \left\langle C_{MP}^{O_2} \right\rangle_{T_0}^{T_2} &= 32,09 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \end{aligned}$$

Зависимость молярной изобарной теплоёмкости от температуры аппроксимируем следующими выражениями:

$$\begin{aligned} C_{MP}^{N_2}(T) &= 27,88 + 4,27 \cdot 10^{-3} \cdot T, \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}); \\ C_{MP}^{O_2}(T) &= 31,46 + 3,39 \cdot 10^{-3} \cdot T - (3,77 \cdot 10^5) / T^2, \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

По формуле (1.31) найдём среднюю теплоёмкость азота и кислорода в заданном интервале температур:

$$\left\langle C_{MP}^{N_2} \right\rangle_{600}^{900} = \frac{(900 - 298) \cdot 30,65 - (600 - 298) \cdot 29,80}{900 - 600} = 31,51 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}};$$

$$\left\langle C_{MP}^{O_2} \right\rangle_{600}^{900} = \frac{(900 - 298) \cdot 32,09 - (600 - 298) \cdot 30,87}{900 - 600} = 33,32 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Полученные величины имеют экспериментальное происхождение и заметно отличаются от величины теплоёмкости, полученной для двухатомных газов исходя из модельных представлений молекулярно-кинетической теории:

$$C_{MP} = (7/2)R = 3,5 \cdot 8,314 = 29,1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Эта величина приведена для сравнения, и мы её не будем принимать в расчёт.

Найдём среднюю молярную изобарную теплоёмкость воздуха с учётом объёмных долей кислорода и азота:

$$\langle C_{MP} \rangle = \langle C_{MP}^{N_2} \rangle \omega_{N_2} + \langle C_{MP}^{O_2} \rangle \omega_{O_2} = 31,89 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Изохорную молярную теплоёмкость воздуха определим с учётом соотношения Майера:

$$\langle C_{MV} \rangle = \langle C_{MP} \rangle - R = 31,89 - 8,314 = 23,58 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Показатель адиабаты $k = \langle C_{MP} \rangle / \langle C_{MV} \rangle = 1,35$. Здесь и далее мы оставляем знак усреднения, но опускаем диапазон, подразумевая, что он один и тот же для всех величин.

Далее найдём средние удельные теплоёмкости:

$$\langle C_{mP} \rangle = \langle C_{MP} \rangle / M = 31,89 / 0,029 = 1100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$\langle C_{mV} \rangle = \langle C_{MV} \rangle / M = 23,58 / 0,029 = 813 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Другой способ найти среднюю теплоёмкость – прямое интегрирование экстраполяционного уравнения (1.30):

$$\begin{aligned} \langle C_M \rangle_{T_1}^{T_2} &= \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} C_M(T) dT = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} (a + bT + c'/T^2) dT = \\ &= a + b \frac{T_2 + T_1}{2} + \frac{c'}{T_2 T_1}. \end{aligned}$$

Соответственно для азота и кислорода средние теплоёмкости будут иметь значение:

$$\left\langle C_{MP}^{N_2} \right\rangle_{600}^{900} = 27,88 + 0,00427 \frac{900 + 600}{2} = 31,08 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}};$$

$$\left\langle C_{MP}^{O_2} \right\rangle_{600}^{900} = 31,46 + 0,00339 \frac{900 + 600}{2} - \frac{3,77 \cdot 10^5}{900 \cdot 600} = 33,30 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Отсюда находится изобарная и изохорная теплоёмкости воздуха, а также показатель адиабаты:

$$\langle C_{MP} \rangle = \langle C_{MP}^{N_2} \rangle \omega_{N_2} + \langle C_{MP}^{O_2} \rangle \omega_{O_2} = 31,55 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К});$$

$$\langle C_{MV} \rangle = \langle C_{MP} \rangle - R = 31,55 - 8,314 = 23,24 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К});$$

$$k = \langle C_{MP} \rangle / \langle C_{MV} \rangle = 1,36.$$

Отличие в третьей значащей цифре величин теплоёмкости (и изобарной, и изохорной), рассчитанной разными способами, является приемлемым (расхождение менее 1,5 %).

Аналогично найдём удельные величины средней теплоёмкости воздуха в заданном интервале температур:

$$\langle C_{mP} \rangle = \langle C_{MP} \rangle / M = 31,89 / 0,029 = 1088 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$\langle C_{mV} \rangle = \langle C_{MV} \rangle / M = 23,58 / 0,029 = 801 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Количество теплоты, которое необходимо подвести к двум килограммам воздуха в изохорном процессе, найдём по формуле

$$Q = m \langle C_{mV} \rangle (T_2 - T_1) = 2 \cdot 801 \cdot 300 = 480,6 \text{ кДж}.$$

Построим график зависимости изобарной молярной теплоёмкости воздуха от температуры. Для этого воспользуемся следующим соотношением:

$$C_{MP}(T) = \omega_{N_2} C_{MP}^{N_2}(T) + \omega_{O_2} C_{MP}^{O_2}(T). \quad (1.32)$$

Подставим в аппроксимирующие выражения для молярных изобарных теплоёмкостей азота и кислорода промежуточные значения температуры, полученные данные представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Величины молярных изобарных теплоёмкостей азота, кислорода и воздуха при различных температурах

$T, \text{ К}$	300	500	700	900	1100	1300
Азот N_2	29,16	30,02	30,87	31,72	32,58	33,43
Кислород O_2	28,29	31,65	33,06	34,05	34,88	35,64
Воздух	28,98	30,36	31,33	32,21	33,06	33,90

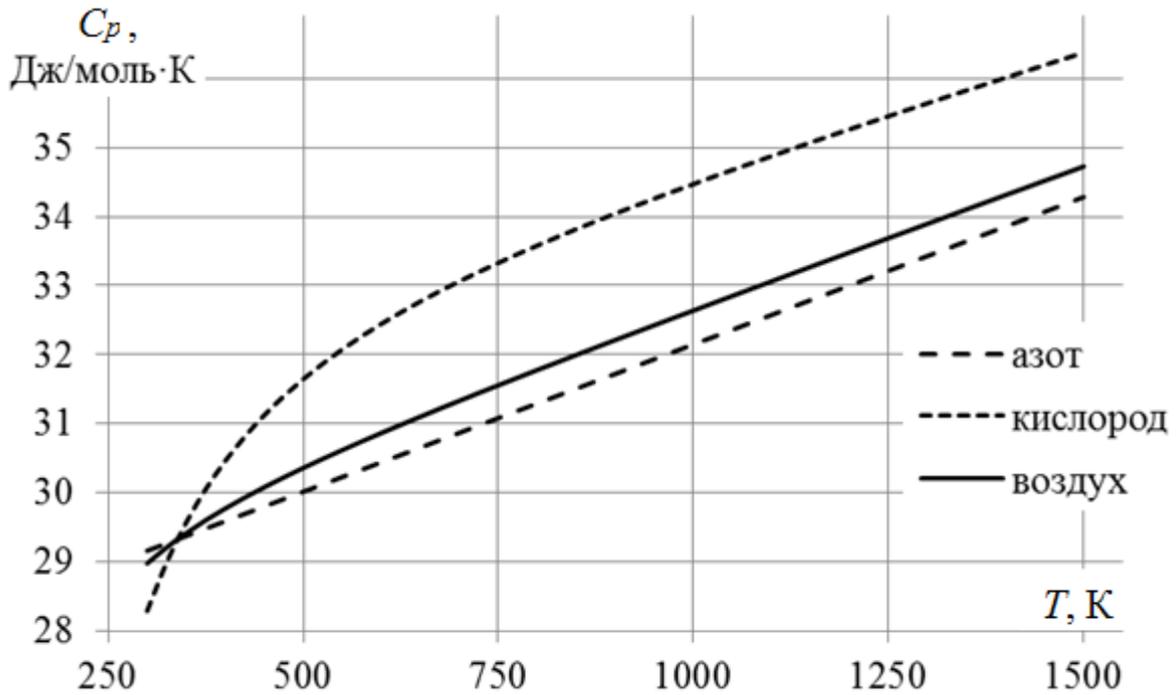


Рис. 1.4. Зависимость молярной изобарной теплоёмкости азота, кислорода и воздуха от температуры при постоянном давлении

На рис. 1.4 представлен искомый график. По оси ординат показан диапазон, в котором происходит изменение теплоёмкости изучаемых веществ. Заметим, что, исходя из определения теплоёмкости, полная площадь (до нуля по оси ординат) под кривой температурной зависимости теплоёмкости равна количеству подведённой теплоты в выбранном диапазоне температур.

§ 1.8. Уравнения термодинамических процессов

При изменении в системе термодинамических параметров P , V , T (одновременно или по отдельности) в ней будут происходить термодинамические процессы, сама система при этом будет последовательно проходить ряд состояний (рис. 1.5). Функциональная связь между двумя из величин P , T и V называется уравнением термодинамического процесса.



Рис. 1.5. Изопроцессы

Рассматривают политропные процессы с постоянной теплоёмкостью:

изотермический – $T = \text{const}$, $C_T = \infty$;

изобарный – $P = \text{const}$, $C_P = \text{const}$;

изохорный – $V = \text{const}$, $C_V = \text{const}$;

адиабатный – $C_Q = 0$.

Изотермический и адиабатный процессы являются идеальными, которые на практике осуществить нельзя, к ним можно только приблизиться. Изотермический процесс должен происходить бесконечно медленно, а адиабатный бесконечно быстро.

Для идеального газа уравнение *изотермического процесса* (закон Бойля – Мариотта)

$$PV = \text{const} \text{ при } T = \text{const}, m = \text{const}. \quad (1.33)$$

Уравнение *изохорного процесса* (закон Шарля)

$$\frac{P}{T} = \text{const} \text{ при } V = \text{const}, m = \text{const}. \quad (1.34)$$

Уравнение *изобарного процесса* (закон Гей-Люссака)

$$\frac{V}{T} = \text{const} \text{ при } P = \text{const}, m = \text{const}. \quad (1.35)$$

Уравнение *адиабатного процесса* (уравнение Пуассона) следует из дифференциального уравнения:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP + k \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV = 0, \quad (1.36)$$

где частные производные определяются из уравнения Менделеева – Клапейрона. После разделения переменных получаем

$$\frac{dP}{P} = -k \frac{dV}{V}.$$

После интегрирования получим уравнение Пуассона

$$PV^k = \text{const}, \quad (1.37)$$

где k – коэффициент Пуассона (показатель адиабаты).

Уравнение Пуассона (адиабатного процесса) является частным случаем политропного процесса $PV^n = \text{const}$, где n – показатель политропы.

Уравнение (1.37) в других переменных имеет вид:

$$\text{в переменных } T, V \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}, \quad (1.38)$$

в переменных T, P
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (1.39)$$

Работу при адиабатном процессе можно рассчитать по формулам:

$$L_{12} = \frac{m}{M} C_{MV} (T_2 - T_1) \text{ или } L_{12} = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} \right]. \quad (1.40)$$

Графическое изображение изобарного и изохорного процессов очевидно. А совместное изображение изотермического и адиабатного процессов сложнее. Поскольку коэффициент Пуассона больше единицы, то адиабата должна идти более круто по сравнению с изотермой в координатах $P-V$. Действительно, их наклон в каждой точке

определяется производными $\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$ и $\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{\delta Q=0}$, которые опре-

делим из уравнений Менделеева – Клапейрона и Пуассона соответственно:

для изотермы
$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -\frac{P}{V}, \quad (1.41)$$

для адиабаты
$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{\delta Q=0} = -\frac{c \cdot k \cdot V^{k-1}}{V^{2k}} = -k \frac{c}{V \cdot V^k} = -k \left(\frac{P}{V} \right). \quad (1.42)$$

Сравнивая (1.41) и (1.42), видим, что

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T < k \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{\delta Q=0}, \quad (1.43)$$

а т. к. $k > 1$, то наклон адиабаты больше, чем изотермы (как и представлено на рис. 1.5).

В качестве примера расчёта термодинамических процессов приведём решение следующих задач.

В сосуде объёмом 20 л находится водород при давлении 0,15 МПа. Сколько теплоты нужно подвести к газу, чтобы его давление увеличилось в 3,5 раза?

Данные $V = 20 \text{ л} = 0,02 \text{ м}^3$; $P_1 = 0,15 \text{ МПа} = 0,15 \cdot 10^6 \text{ Па}$;

$P_2 = 0,525 \text{ МПа} = 0,525 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $M = 0,002 \text{ кг/моль}$;
 $i = 5$.

Поскольку объём сосуда остаётся постоянным, это изохорный процесс, работа которого равна нулю, т. е. $L = 0$. Изменение внутренней энергии во всех процессах определяется уравнением $\Delta U = mC_{mV}(T_2 - T_1)$. Начальную и конечную температуру выразим из уравнения Менделеева – Клапейрона: $T_1 = \frac{P_1V}{mR_m}$, $T_2 = \frac{P_2V}{mR_m}$.

Количество теплоты найдём по формуле

$$Q = \frac{i}{2} R_m \left(\frac{P_2V}{R_m} - \frac{P_1V}{R_m} \right) = \frac{i}{2} (P_2 - P_1)V =$$

$$= 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,15 \cdot 10^6 (3,5 - 1) \left(\frac{5}{2} \right) = 18,75 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

Идеальный газ (аргон) находится при температуре 400 К. Данный газ изохорно нагревается до температуры 700 К. При какой температуре изотермического процесса, протекающего в том же интервале изменения давления, подводимая теплота будет равна теплоте, подводимой в изохорном процессе?

Пусть изохорный процесс идёт между точками 1 и 2, это будут индексы начала и окончания изохорного процесса. Изотермический процесс идёт между точками 3 и 4, т. е. $P_2 = P_3$, $P_4 = P_1$, $T_{3-4} = \text{const}$, удельная теплота процессов одинакова.

Данные $M = 0,040$ кг/моль; $i = 3$; $T_1 = 400$ К; $T_2 = 700$ К;

$$V_{1-2} = \text{const}; P_3 = P_2; P_4 = P_1; R_m = \frac{R}{M} = \frac{8,314}{0,04} = 208 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$T_{3-4} = \text{const}; q_{1-2} = q_{3-4}; C_{mV} = (i/2) \cdot R = 312 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$C_{mP} = ((i + 2)/2) \cdot R = 520 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Из уравнения изохорного процесса следует, что

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{700}{400} = 1,75.$$

Поскольку не задана масса газа, расчёт будем вести на единицу массы. Удельная теплота в изохорном процессе 1 – 2 определяется следующим выражением:

$$q = C_{mV}(T_2 - T_1) = (i/2) \cdot R_m (T_2 - T_1).$$

Для идеального газа внутренняя энергия при изотермическом процессе не изменяется. Из первого начала термодинамики следует, что

теплота процесса равна совершенной работе, которую можно найти, интегрируя выражение $l = \int P dv$ по пути процесса от v_3 до v_4 :

$$q' = l = \int P dv = R_m T_3 \int \frac{dv}{v} = R_m T_3 \ln \left(\frac{v_4}{v_3} \right) = R_m T_3 \ln \left(\frac{P_3}{P_4} \right),$$

здесь учтено, что из уравнения состояния $P = R_m T / v$, и для изотермического процесса $T_3 = T_4 = \text{const}$, выполняется соотношение:

$$P_4 v_4 = P_3 v_3.$$

Из условия задачи $q = q'$ находим температуру T_3 :

$$\frac{i}{2} R_m (T_2 - T_1) = R_m T_3 \ln(P_3/P_4), \text{ откуда } T_3 = \frac{i(T_2 - T_1)}{2 \ln(P_3/P_4)}.$$

Из условий задачи следует, что $\frac{P_3}{P_4} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{700}{400} = 1,75$.

Тогда температура изотермического процесса будет равна

$$T_3 = \frac{i(T_2 - T_1)}{2 \ln(P_3/P_4)} = \frac{3(700 - 400)}{2 \ln(1,75)} = 804 \text{ К}.$$

Зная температуру в каждой точке, можно рассчитать отношение объёмов между точками 2 и 3, лежащими на изобаре $P_3 = P_2$, а также между точками 1 и 4, лежащими на изобаре

$$P_4 = P_1 : \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{804}{700} = 1,15; \quad \frac{v_4}{v_1} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{804}{400} = 2,01.$$

Исходя из данных расчётов, построена P - V -диаграмма (рис. 1.6) процессов с соблюдением всех пропорций данной задачи.

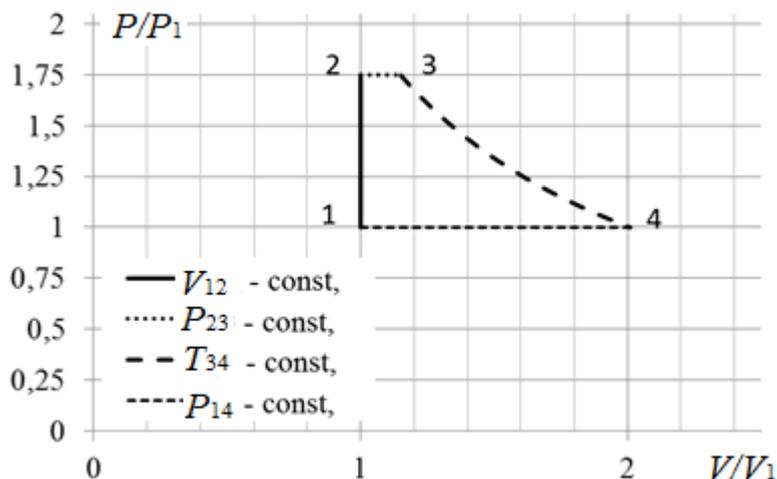


Рис. 1.6. Диаграмма изохорного и изотермического процессов

§ 1.9. Второе начало термодинамики

Второе начало термодинамики устанавливает наличие у всякой равновесной системы особой функции состояния – энтропии S , которая в изолированной системе при равновесных процессах не изменяется, а при неравновесных – возрастает.

Второе начало является обобщением знаний, полученных экспериментальным путём. Понятия «теплота» и «работа» как формы передачи энергии не являются равноценными. Если работа может непосредственно пойти на увеличение энергии, то теплота – нет. Теплота приводит только к увеличению внутренней энергии системы. В круговых процессах происходит также передача части теплоты окружающим телам, т. е. «компенсация». Следовательно, это приводит к односторонней направленности естественных тепловых процессов.

Действительно, в практике не наблюдается случаев самопроизвольной передачи теплоты от холодного тела к горячему.

Исходная формулировка второго начала термодинамики: *невозможен вечный двигатель второго рода, т. е. устройство, которое без компенсации могло бы превращать теплоту в работу*. Таким образом, если у какого-либо тела взята теплота Q , а совершённая при этом работа L , то всегда $Q \geq L$. Если же работа превращается в тепло, то всегда $Q = L$. Данные положения устанавливают односторонний характер изменения энтропии S , которая не убывает при любых процессах в изолированной системе. Это позволяет все процессы в замкнутой системе разделить на обратимые и необратимые. *Обратимым называется процесс, если возвращение системы в исходное состояние можно осуществить без каких-либо изменений в окружающих телах. Процесс называется необратимым, если обратный переход нельзя осуществить без изменений в окружающих телах.*

Примеры необратимых процессов:

1) в процессах с трением работа без компенсации превращается в теплоту, а обратный переход осуществить невозможно без компенсации;

2) в процессах теплопередачи происходит передача тепла от горячего тела к более холодному, а обратный процесс без компенсации невозможен;

3) процессы диффузии газов также необратимы, т. к. для раз-

деления газов на исходные компоненты нужно совершить работу (компенсация).

На основе анализа данных процессов было сформулировано II начало термодинамики в виде существования однозначной функции S состояния системы энтропии, которая в изолированных системах при обратимых процессах не изменяется, а при необратимых возрастает, т. е. *изменение энтропии в изолированной системе является мерой необратимости протекающих процессов.*

Математическая запись II начала термодинамики для равновесных процессов:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (1.44)$$

Интегрирование уравнения (1.44) даёт изменение энтропии в процессе 1 – 2:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad (1.45)$$

Поскольку энтропия S является однозначной функцией состояния, то в любом круговом равновесном процессе интеграл

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (1.46)$$

Выражения (1.46) называют интегральным уравнением второго начала термодинамики для равновесных процессов или *равенством Клаузиуса.*

В 1850 г. Рудольф Клаузиус сформулировал второе начало термодинамики. Согласно его формулировке, *теплота сама по себе не может переходить от более холодного тела к более нагретому телу.* Таким образом, он связывает второе начало термодинамики с направлением тепловых процессов в системах без внешних воздействий.

Формулировка Уильяма Томсона (1851 г.): *невозможен процесс, единственным результатом которого является совершение работы за счёт охлаждения одного тела.*

§ 1.10. Основное уравнение термодинамики равновесных процессов

Оно объединяет первое и второе начало термодинамики

$$\begin{cases} \delta Q = dU + \delta L; \\ dS = \frac{\delta Q}{T}. \end{cases}$$

Отсюда следует

$$TdS = dU + \delta L. \quad (1.47)$$

В общем случае работу δL можно представить в виде суммы произведений обобщённых сил A_i на изменение внешних параметров системы da_i под их действием:

$$\delta L = \sum_{i=1}^N A_i da_i. \quad (1.48)$$

Тогда основное уравнение термодинамики для равновесных процессов примет вид

$$TdS = dU + \sum_{i=1}^N A_i da_i. \quad (1.49)$$

Оно является исходным при анализе всех равновесных процессов в термодинамических системах с постоянным количеством частиц. Для простых термодинамических систем уравнение (1.49) можно представить следующим образом:

$$TdS = dU + PdV. \quad (1.50)$$

Из основного уравнения (1.49) можно получить полный дифференциал изменения энтропии, т. е.

$$dS = \frac{dU + \sum_{i=1}^N A_i da_i}{T} = \frac{1}{T} \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{a_i} dT + \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial U}{\partial a_i} \right)_T + A_i \right] da_i \right\}. \quad (1.51)$$

В данном выражении учтено, что

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{a_i} dT + \left(\frac{\partial U}{\partial a_i} \right)_T da_i. \quad (1.52)$$

Так как энтропия есть однозначная функция состояния, в последнем равенстве слева стоит полный дифференциал, следовательно, и справа – также полный дифференциал. Следовательно, имеем частные производные в виде

$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{a_i}; \quad \frac{\partial S}{\partial a_i} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial U}{\partial a_i} \right)_T + A_i \right]. \quad (1.53)$$

§ 1.11. Уравнение дифференциальной связи термического и калорического уравнений

Общим свойством полного дифференциала является равенство вторых смешанных производных, т. е.

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial a_i} = \frac{\partial^2 S}{\partial a_i \partial T}. \quad (1.54)$$

После взятия вторых частных смешанных производных от выражений (1.53) получим в общем случае

$$T \left(\frac{\partial A_i}{\partial T} \right)_{a_i} = \left(\frac{\partial U}{\partial a_i} \right)_T + A_i, \quad (1.55)$$

для простой термодинамической системы

$$T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P. \quad (1.56)$$

Выражения (1.55), (1.56) позволяют упрощать решение некоторых задач. В качестве примера приведём применение соотношения (1.56):

а) для определения изменения внутренней энергии идеального газа, для которого справедливо уравнение Менделеева – Клапейрона. Для одного моля газа ($\nu = 1$ моль) $PV = RT$, следовательно:

$$P = \frac{RT}{V} \text{ и } \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{V}. \quad (1.57)$$

Подставим (1.57) в (1.56) и получим

$$T \frac{R}{V} = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P. \quad (1.58)$$

Но из уравнения Менделеева – Клапейрона следует, что $P = \frac{RT}{V}$, тогда получаем $P = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P$, т. е. $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0$, это означает, что внутренняя энергия идеального газа не зависит от внешних параметров. Таким образом, изменение внутренней энергии идеального газа равно:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT = C_V dT, \quad (1.59)$$

т. к. при $V = \text{const}$; $\delta L = 0$, следовательно, $\delta Q = dU$, а после интегрирования (1.59) получим $U = C_V T + U_0$;

б) для определения внутренней энергии реального газа, состояние которого описывается уравнением Ван-дер-Ваальса, из которого будем иметь

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}. \quad (1.60)$$

Тогда получим

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b}. \quad (1.61)$$

Подставим (1.61) в (1.56) и находим, что для реального газа внутренняя энергия зависит от внешнего параметра:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2}. \quad (1.62)$$

Тогда изменение внутренней энергии

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV = C_V dT + \frac{a}{V^2} dV. \quad (1.63)$$

Интегрируя (1.63), получим

$$U = C_V T - \frac{a}{V} + U_0. \quad (1.64)$$

Отсюда следует, что внутренняя энергия реальных газов, например водяного пара, зависит и от внешних параметров. Следовательно, изменение внутренней энергии пара при изотермических процессах никогда не будет равно нулю, а вычисляется с помощью специальной диаграммы *h-s-состояния*;

в) для определения разности молярных теплоёмкостей при постоянном давлении и объёме.

Из первого начала термодинамики следует

$$\delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] dV. \quad (1.65)$$

Разделим правую и левую части выражения (1.65) на dT и учтём, что $C_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P$; $C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V$, а выражение, стоящее в квадратных скобках в равенстве (1.65), запишем согласно выражению (1.56), т. е.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P = T\left(\frac{dP}{dT}\right)_V.$$

Получим

$$C_P - C_V = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\left(\frac{dV}{dT}\right)_P. \quad (1.66)$$

Используем известное тождество термодинамики:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -1 \quad (1.67)$$

и получим, переходя к термодинамическим коэффициентам:

$$C_P - C_V = V_0 T \frac{\alpha^2}{\beta}. \quad (1.68)$$

Если в выражение (1.68) подставим коэффициенты изобарного расширения α и изотермического сжатия β , а частные производные найдём из уравнения Менделеева – Клапейрона, то после упрощений получим $C_P - C_V = R$ (для 1 моля газа), т. е. соотношение Майера для идеального газа. Для реальных термодинамических систем эта разность зависит от коэффициентов изобарного расширения α и изотермического сжатия β . Из уравнения (1.62) следует, что при $\alpha = 0$ $C_P = C_V$, т. е. изобарная и изохорная теплоёмкости равны. Это наблюдается у воды при $t = 4$ °С, но при $0 < t < 4$ °С коэффициент изобарного расширения $\alpha < 0$, а при $t > 4$ °С коэффициент $\alpha > 0$.

Интересно то, что при адиабатном сжатии в интервале температур $0 < t < 4$ °С вода не нагревается, а охлаждается.

§ 1.12. Физический смысл и вычисление энтропии

На переход системы из состояния 1 в состояние 2 с помощью одного процесса требуется теплота перехода $Q_1 = \int_1 \delta Q$, а при другом процессе – теплота $Q_2 = \int_2 \delta Q$, и согласно первому началу термодинамики $Q_1 \neq Q_2$. Но при этом и температура этих переходов разная, если взять отношение $\frac{\delta Q_i}{T_i}$, то для процессов 1 и 2 будет справедливо соотношение

$$\int_1 \frac{\delta Q_1}{T_1} = \int_2 \frac{\delta Q_2}{T_2}.$$

Это указывает на существование некоторой однозначной функции состояния системы, которая называется *энтропией* S , т. е. для равновесного перехода открытой системы справедливо соотношение

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

При нагревании системы $\delta Q > 0$, следовательно, $dS > 0$, а при охлаждении $dS < 0$. Изменение энтропии является мерой необратимости процессов в изолированной системе и характеризует направление естественных процессов.

С позиции статистической физики энтропия системы в данном состоянии характеризует вероятность этого состояния системы:

$$S = k \ln W, \quad (1.69)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана; W – термодинамическая вероятность, определяемая числом микросостояний, реализующих данное макросостояние системы.

Выражение (1.69) отражает односторонний характер изменения энтропии, что связано с переходом системы из менее устойчивого состояния (менее вероятного) в более устойчивое (более вероятное).

Необходимо различать макро- и микросостояния системы, т. к. макросостояние определяется термодинамическими параметрами P , T , V , из которых достаточно знать любые два и иметь термическое уравнение состояния, а микросостояние системы определяется совокупностью параметров состояния всех частиц, входящих в систему. Поэтому одному макросостоянию соответствует достаточно большое число микросостояний. Следовательно, термодинамическая вероятность является достаточно большим числом.

При переходе системы из менее устойчивого состояния в более устойчивое состояние её энтропия возрастает.

Расчёт изменения энтропии

По второму началу термодинамики изменение энтропии при

равновесных процессах рассчитывается по формуле

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dU + \sum_{i=1}^N A_i da_i}{T}. \quad (1.70)$$

Распишем полный дифференциал внутренней энергии и подставим в (1.70), получим после замены согласно выражению (1.56)

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{C_V dT}{T} + \int_1^2 \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV.$$

Для идеального газа $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{V}$.

Тогда окончательно получаем для одного моля газа

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (1.71)$$

Как известно, энтропия системы вычисляется с точностью до постоянной, величина которой может быть определена с помощью третьего начала термодинамики. Третье начало термодинамики играет значительную роль при описании процессов, протекающих при низких термодинамических температурах. Кроме того, математическая формулировка тепловой теоремы Нернста, являющейся третьим началом, позволяет исключить константу интегрирования на основе новых свойств системы, полученных при низких температурах.

§ 1.13. Третье начало термодинамики

В результате экспериментальных исследований немецкий физик Вальтер Нернст (в 1906 г.) установил третье начало термодинамики, которое очень важно для теплотехники и применяется при изучении процессов, протекающих при сжижении газов.

Формулировка третьего начала термодинамики: *по мере приближения температуры к 0 К энтропия всякой равновесной системы при изотермических процессах перестает зависеть от каких-либо термодинамических параметров состояния и в пределе ($T \rightarrow 0$ К) принимает одну и ту же для всех систем постоянную величину, которую можно принять равной нулю.*

Математически это можно записать следующим образом:

$$\lim_{T \rightarrow 0\text{K}} [S(T, x_2) - S(T, x_1)] = 0 \text{ или } \lim_{T \rightarrow 0\text{K}} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_T = 0, \quad (1.72)$$

где x – термодинамический параметр системы.

Следствия из третьего начала термодинамики

Первое следствие устанавливает поведение термодинамических коэффициентов α и γ вблизи абсолютного нуля температуры.

Термический коэффициент изобарного расширения равен

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P.$$

Термический (изохорный) коэффициент давления равен

$$\gamma = \frac{1}{P_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V.$$

Из основного уравнения термодинамики для равновесных процессов выразим изменение внутренней энергии:

$$dU = T dS - PdV. \quad (1.73)$$

Из обеих частей уравнения (1.73) вычтем полный дифференциал $d(TS)$, получим

$$d(U - TS) = -S dT - PdV. \quad (1.74)$$

В левой части равенства (1.74) стоит полный дифференциал, следовательно, в его правой части должен быть также полный дифференциал. Поэтому можно записать на основании равенства вторых смешанных производных:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V. \quad (1.75)$$

К обеим частям равенства (1.74) прибавим полный дифференциал $d(PV)$, получим

$$d(U - TS + PV) = -S dT + VdP. \quad (1.76)$$

В выражении (1.76) правая часть также является полным дифференциалом, поэтому будем иметь

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P. \quad (1.77)$$

При $T \rightarrow 0$ К пределы $\lim_{T \rightarrow 0\text{K}} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = \lim_{T \rightarrow 0\text{K}} \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = 0$, следо-

вательно, термодинамические коэффициенты α и γ при $T \rightarrow 0$ К также стремятся к нулю.

Второе следствие – недостижимость 0 К.

Систему можно попытаться привести к 0 К разными способами.

Одним из них является повторение процессов адиабатного расширения и последующего изотермического сжатия (рис. 1.7). Оно приводит к тому, что температура системы начинает понижаться, но по мере падения температуры её скачки уменьшаются.

При изотермическом сжатии уменьшается энтропия, а при адиабатном расширении уменьшается температура. При приближении к абсолютному нулю энтропия системы в изотермических процессах перестаёт уменьшаться, следовательно, и температура также. Поэтому за конечное число таких процессов достичь состояния с $T = 0$ К невозможно. К этому состоянию можно лишь приближаться.

Иногда это следствие из третьего начала термодинамики представляют следующим из второго начала термодинамики.

Это не совсем так, потому что при $T = 0$ К нулевая изотерма совпадает с нулевой адиабатой. Действительно, по третьему началу термодинамики

$$\lim_{T \rightarrow 0 \text{ К}} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = 0, \text{ а } \delta Q = C_V dT + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V. \quad (1.78)$$

Для изотермического процесса имеем $T = \text{const}$, поэтому $\delta Q = 0$, а это условие адиабатного процесса, следовательно, адиабата при $T = 0$ К совпадает с изотермой и цикл Карно замкнуть при $T = 0$ К невозможно.

Третье следствие – вырождение идеального газа.

Энтропия системы 1 моля идеального газа определяется выражением

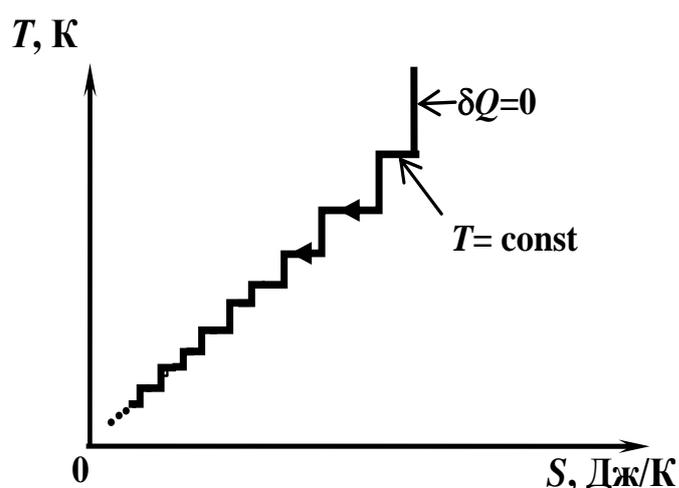


Рис. 1.7. Изменение энтропии и абсолютной температуры системы при повторении процессов адиабатного расширения и изотермического сжатия

$$S = C_V \ln T + R \ln \frac{V}{N} + S_0. \quad (1.79)$$

Но выражение (1.79) противоречит третьему началу термодинамики в двух отношениях:

а) изменение энтропии при изотермическом процессе $(\Delta S)_T = R \ln \frac{V_2}{V_1}$ при $T = 0$ К не равно нулю;

б) при $T \rightarrow 0$ К энтропия стремится к минус бесконечности, а не к постоянной величине. Следовательно, при низких температурах идеальный газ должен вести себя не по уравнению Менделеева – Клапейрона, а иначе. Это отступление от классического закона называют *вырождением идеального газа*. Реальные системы при низких температурах должны описываться с применением квантовых законов и квантовой статистики.

§ 1.14. Задачи для самостоятельного решения

Задачи 1.1–1.10. В ёмкости содержится смесь двух газов при температуре T и давлении P . Её плотность составляет ρ . Определить концентрацию молекул каждого газа (таблица), молярные и массовые доли каждого компонента. Рассчитать кажущуюся молярную массу и теплоёмкость данной смеси в модели идеального газа.

1.11. Дымовые газы содержат углекислый газ CO_2 и азот N_2 , объёмные доли которых 25 и 75 % соответственно. Двумя способами, на основании данных (Приложения), найти среднюю удельную теплоёмкость получившейся газовой смеси в диапазоне температур 500–1000 К и показатель адиабаты. Рассчитать, сколько теплоты выделится при охлаждении каждого килограмма дымовых газов от 1500 до 300 К. На основании данных, приведённых в Приложениях, построить графики зависимости теплоёмкости и показателя адиабаты смеси от температуры в диапазоне температур от 300 до 1500 К.

1.12. В компрессоре воздух нагревается до 500 К и помещается в сосуд с постоянным объёмом. Определить количество теплоты, которое необходимо отвести от каждого килограмма воздуха для того, чтобы охладить его до 320 К. Рассчитать удельную и молярную теплоёмкость воздуха для изохорного и изобарного процесса в диапазоне температур от 300 до 700 К.

Данные для решения задач 1.1–1.10

№ п/п	Газы		Давление	Температура	Плотность
			P МПа	T К	ρ кг/м ³
1.1	O ₂	Кислород	0,2	285	2,5
	N ₂	Азот			
1.2	N ₂	Азот	0,3	290	1,6
	H ₂	Водород			
1.3	H ₂	Водород	0,2	300	0,28
	Ar	Аргон			
1.4	He	Гелий	0,25	305	1,2
	N ₂	Азот			
1.5	Ne	Неон	0,15	280	1,5
	O ₂	Кислород			
1.6	O ₂	Кислород	0,28	308	3,8
	Ar	Аргон			
1.7	N ₂	Азот	0,21	300	3,0
	Kr	Криптон			
1.8	H ₂	Водород	0,35	320	2,0
	Xe	Ксенон			
1.9	Ar	Аргон	0,15	305	1,2
	H ₂	Водород			
1.10	He	Гелий	0,18	310	2,2
	Kr	Криптон			

1.13. При неполном сгорании углеводородного топлива в выхлопных газах содержатся углекислый газ CO₂, угарный газ CO, азот N₂ и пары воды H₂O, объёмные доли которых равны 17, 6, 75 и 2 % соответственно. Сколько теплоты выделится при изобарном охлаждении каждого килограмма получившейся газовой смеси от 1350 до 340 К? Найти среднюю удельную изохорную и изобарную теплоёмкость данной смеси для диапазона температур 500–1000 К.

1.14. В смеси метана и этана объёмная доля этана составляет 10 %. Построить графики зависимости удельной изобарной и изохорной теплоёмкости данной смеси в диапазоне температур от 300 до 1200 К. Рассчитать показатель адиабаты смеси при 300 и 1200 К.

1.15. Рассчитать среднюю удельную (изохорную и изобарную) теплоёмкость сероводорода в диапазоне температур от 500 до 1000 К. Построить график температурной зависимости истинной удельной изохорной теплоёмкости в данном диапазоне. Чему равен показатель адиабаты сероводорода при температуре 700 К?

1.16. Определить среднюю молярную и удельную изобарную теплоёмкость водяного пара в интервале температур от 500 до 1200 К, построить график зависимости истинной теплоёмкости водяного пара от температуры. Исходя из рассчитанных теплоёмкостей определить показатель адиабаты для начальной и конечной точки указанного диапазона.

1.17. В сосуде находится газ массой 2 кг, состоящий по объёму из 20 % азота (N_2), 30 % диоксида углерода (CO_2) и 50 % монооксида углерода (CO). Газ охлаждается от температуры 1500 до 700 К при постоянном давлении. Определить количество тепла, выделившегося в окружающую среду.

1.18. Зависимость истинной молярной теплоёмкости воздуха от температуры имеет следующий вид:

$$C_{MP} = 28,5 + 4,1 \cdot 10^{-3} T - 0,8 \cdot 10^{-5} T^{-2}.$$

Какое количество теплоты необходимо сообщить 1,5 кг воздуха для повышения его температуры от 300 до 750 К при постоянном давлении? Молярная масса воздуха $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

1.19. В сосуде объёмом $V = 3$ л находится азот, который нагревается от 27 до 150 °С. Начальное давление в сосуде $P_1 = 0,1$ МПа. Определить количество подведённого тепла и конечное давление в сосуде. Какое количество тепла необходимо подвести к такому же количеству азота для нагревания его от 227 до 350 °С? Найти среднюю теплоёмкость для каждого из температурных интервалов.

1.20. При подземной газификации угля получают синтез-газ, в котором содержится CO , H_2 , CH_4 , CO_2 . Для случая, когда объёмные доли компонент синтез-газа равны 15, 35, 10, 40 %, рассчитать кажущуюся молярную массу данной смеси, среднюю теплоёмкость в интервале температур от 300 до 1500 К. Построить температурную зависимость теплоёмкости смеси. Определить показатель адиабаты для начальной и конечной точки температурного интервала.

1.21. Изобразить схему перераспределения энергетических составляющих в политропных процессах идеального двухатомного га-

за с показателем $n = -1$ и рассчитать долю теплоты, расходуемой на совершение работы и изменение внутренней энергии при его расширении и сжатии.

1.22. Идеальный газ (кислород) находится при температуре 350 К. Данный газ изохорно нагревается до температуры 600 К. При какой температуре изотермического процесса, протекающего в том же интервале изменения давления, подводимая теплота будет равна теплоте, подводимой в изохорном процессе? Изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$.

1.23. Идеальный газ (азот) находится при температуре 385 К. Данный газ изохорно нагревается до температуры 750 К. При какой температуре изотермического процесса, протекающего в том же интервале изменения давления, подводимая теплота будет равна теплоте, подводимой в изохорном процессе? Изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$.

1.24. Идеальный газ (неон) находится при температуре 400 К. Данный газ изохорно нагревается до температуры 850 К. При какой температуре изотермического процесса, протекающего в том же интервале изменения давления, подводимая теплота будет равна теплоте, подводимой в изохорном процессе? Изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$.

1.25. Идеальный газ (углекислый газ) находится при температуре 450 К. Данный газ изохорно нагревается до температуры 900 К. При какой температуре изотермического процесса, протекающего в том же интервале изменения давления, подводимая теплота будет равна теплоте, подводимой в изохорном процессе? Изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$.

1.26. Двухатомный идеальный газ в результате политропного расширения переходит из состояния 1 в состояние 2. При этом его давление уменьшается в два раза. Далее газ адиабатно переводят в состояние 3, при этом объём газа принимает такое же значение, как и в состоянии 1, а давление превышает исходное давление в состоянии 1 в 2 раза. Изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$, определить показатель политропы n и пояснить теплоэнергетические преобразования в процессах.

1.27. Одноатомный идеальный газ в результате политропного расширения переходит из состояния 1 в состояние 2. При этом его давление уменьшается в два раза. Далее газ адиабатно переводят

в состояние 3, при этом объём газа принимает такое же значение, как и в состоянии 1, а давление превышает исходное давление в состоянии 1 в два раза. Схематично изобразив процессы в координатах TS , определить показатель политропы n и пояснить теплоэнергетические преобразования в процессах.

1.28. Двухатомный идеальный газ в результате политропного процесса расширяется от состояния 1 до состояния 2. Далее газ изохорно нагревают, при этом подводят количество теплоты, равное $\frac{1}{3}$ работы расширения в процессе 1 – 2. Температура после изохорного нагревания станет равной исходной температуре T_1 . Схематично изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$ и определить показатель политропы. Привести схему теплоэнергетических преобразований.

1.29. Трехатомный идеальный газ в результате политропного процесса расширяется от состояния 1 до состояния 2. Далее газ изохорно нагревают, при этом подводят количество теплоты, равное половине работы расширения в процессе 1 – 2. Температура после изохорного нагревания станет равной исходной температуре T_1 . Схематично изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$ и определить показатель политропы. Привести схему теплоэнергетических преобразований.

1.30. Одноатомный идеальный газ в результате политропного процесса расширяется от состояния 1 до состояния 2. Далее газ изохорно нагревают, при этом подводят количество теплоты, равное $\frac{2}{3}$ работы расширения в процессе 1 – 2. Температура после изохорного нагревания станет равной исходной температуре T_1 . Схематично изобразить процессы в координатах $P-V$ и $T-S$ и определить показатель политропы. Привести схему теплоэнергетических преобразований.

ГЛАВА 2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ

Термодинамические циклы – это совокупность термодинамических процессов, последовательно совершаемых системой или рабочим телом, в течение которых система может как отдавать тепло, так и получать его, а в результате возвращается в исходное состояние.

Если изобразить какой-либо цикл в координатах P – V , то площадь цикла численно равна работе, совершаемой за данный цикл за счёт подведённой извне энергии.

Поскольку начальное и конечное состояния системы совпадают, то изменение внутренней энергии при этом равно нулю, а первое начало термодинамики запишется следующим образом:

$$\oint \delta Q = \oint \delta L, \quad (2.1)$$

т. е. подведённая теплота расходуется на совершение работы системой. Необходимо иметь в виду, что в (2.1) теплота

$$\oint \delta Q = Q_1 - Q_2, \quad (2.2)$$

т. е. любой замкнутый цикл совершается при наличии *компенсации*, т. е. теплоты Q_2 , которая отдаётся окружающей среде, а Q_1 есть теплота, получаемая системой от нагревателя.

§ 2.1. Цикл Карно

Исторически первым разработал теорию тепловых машин Сади Карно, который в 1824 г. опубликовал работу «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу». В основу тепловой машины был положен цикл, который был назван «циклом Карно».

Прямой *цикл Карно*, представленный на рис. 2.1, состоит из двух изотерм 1 – 2 и 3 – 4 и двух адиабат 2 – 3 и 4 – 1.

Исходное состояние рабочего тела (идеального газа) характеризуется параметрами P_1 , V_1 (точка 1). Газ совершает изотермическое расширение 1 – 2 при постоянной температуре T_1 . Для обеспечения этого условия к нему подводится тепло Q_1 :

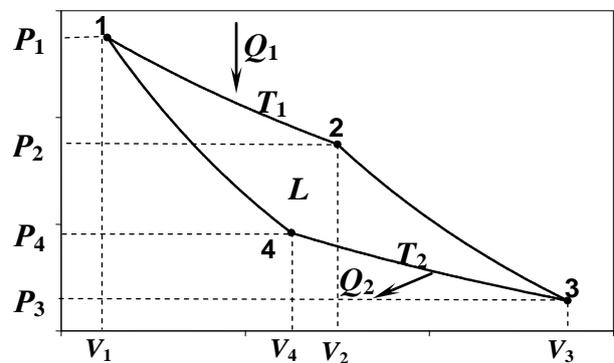


Рис. 2.1. Прямой цикл Карно в координатах P – V

$$Q_1 = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2.3)$$

Новое состояние (точка 2) характеризуется параметрами P_2, V_2 . Изменение внутренней энергии при этом равно нулю, т. к. $T_1 = \text{const}$. Тепло Q_1 подводится от нагревателя, температура которого T_H на бесконечно малую величину больше T_1 .

Далее рабочее тело совершает адиабатное расширение до состояния (точка 3), характеризуемого параметрами P_3, V_3 . Поскольку адиабатный процесс совершается без теплообмена с окружающей средой, $\delta Q = 0$, то работа расширения газа совершается за счёт убыли внутренней энергии. Поэтому его температура понижается до T_2 . Согласно первому началу термодинамики для процесса 2 – 3 будем иметь:

$$0 = dU + \delta L \quad \text{или} \quad (2.4)$$

$$\int dL = -\int dU = -\int_2^3 \frac{m}{M} C_V dT = L_{2-3} = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2). \quad (2.5)$$

Далее по изотерме 3 – 4 начинается сжатие газа при температуре T_2 . Работа, совершаемая при этом за счёт внешних источников, равна

$$L_{3-4} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_4}{V_3}. \quad (2.6)$$

При этом от газа отводится тепло Q_2 и передаётся нагревателю, температура которого на бесконечно малую величину меньше T_2 . Путём адиабатного сжатия по 4 – 1 газ возвращается в исходное состояние, а температура его при этом повышается до T_1 , и газ будет иметь прежнее значение внутренней энергии U_1 , её общее изменение за цикл равно нулю.

КПД цикла Карно, который всегда меньше единицы, можно рассчитать по общей формуле

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\delta L}{Q_1}. \quad (2.7)$$

Поскольку подсчёт элементарной работы δL за цикл Карно по рис. 2.1 затруднён, то данный цикл можно также изобразить в координатах T, S (рис. 2.2), где процессы 1 – 2 и 3 – 4 являются изотермическими, а 2 – 3 и 4 – 1 – адиабатными. Площадь цикла равна

$$\delta L = Q_1 - Q_2 = T_1(S_2 - S_1) - T_2(S_2 - S_1) = (T_1 - T_2)(S_2 - S_1),$$

где $Q_1 = T_1(S_2 - S_1)$, а $Q_2 = T_2(S_2 - S_1)$. Тогда КПД цикла Карно будет равен

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (2.8)$$

Следовательно, КПД цикла Карно не зависит от природы рабочего тела, а определяется температурой теплоотдатчика T_1 и теплоприёмника T_2 . Это первая теорема Карно.

Согласно второй теореме Карно КПД тепловой машины, работающей по необратимому циклу, всегда меньше КПД обратимой тепловой машины, то есть $\eta_{\text{необр}} < \eta_{\text{обр}}$.

Как эффективнее повысить КПД цикла? Очевидно, что-либо путём повышения T_1 , либо – понижением T_2 . Но сравнивая производные

$$\left(\frac{d\eta}{dT_1} \right)_{T_2} = \frac{T_2}{T_1^2}, \quad \left(\frac{d\eta}{dT_2} \right)_{T_1} = -\frac{T_1}{T_1^2}, \quad (2.9)$$

можно заключить, что $\left| \frac{d\eta}{dT_1} \right| < \left| \frac{d\eta}{dT_2} \right|$, т. к. $T_2 < T_1$.

Следовательно, более эффективно повышать КПД можно путём понижения T_2 . Но следует заметить, что осуществить цикл при $T_2 = 0$ К нельзя, это противоречит второму началу термодинамики, поскольку при этом отсутствует компенсация, т. е. $Q_2 = 0$. Также нужно отметить, что цикл по существу при $T = 0$ К не получится, т. к. изотерма при этом совпадает с адиабатой.

Кроме исторического значения, цикл Карно обладает ещё одним достоинством, т. к. обладает наибольшим КПД по сравнению с другими циклами, работающими при таких же температурах теплоотдатчика и теплоприёмника (рис. 2.3).

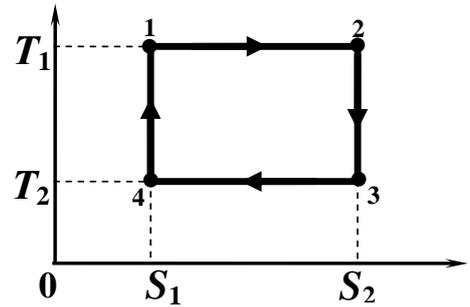


Рис. 2.2. Прямой цикл Карно в координатах T – S

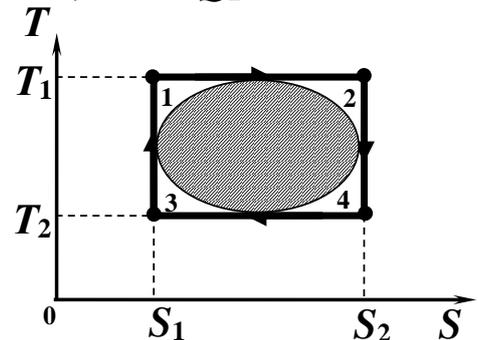


Рис. 2.3. Схема для сравнения КПД цикла Карно с другими циклами

Сравнение КПД цикла Карно и произвольного цикла

Подводимая теплота Q_1 в цикле Карно (рис. 2.4) определяется площадью большого прямоугольника, и она больше теплоты Q_1 произвольного цикла на величину площадей 1 и 2. В то же время в цикле Карно отводится теплота Q_2 меньшая, чем в произвольном цикле, на величину площадей 3 и 4. Тогда

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

отношение $\frac{Q_2}{Q_1}$ меньше всех у цикла Карно, поэтому у него максимальный КПД. Цикл Карно является эталоном для оценки максимального КПД других циклов.

Температура T_1 (теплоотдатчика) в цикле Карно больше температуры T_2 (теплоприёмника), поэтому тепловая машина, работающая по прямому циклу Карно, называется тепловым двигателем, т. к. фактически превращает разность теплот ($Q_1 - Q_2$) в эквивалентную работу L .

На рис. 2.4 представлен обратный цикл Карно в координатах $P-V$. Изотермическое расширение 1 – 2 осуществляется при температуре T_2 , а изотермическое сжатие – при более высокой температуре T_1 , поэтому теплота Q_1 , отдаваемая теплообменнику:

$$Q_1 = Q_2 + L.$$

Тепловая машина, работающая по обратному циклу Карно, называется холодильной машиной, если при этом Q_1 передаётся окружающей среде посредством теплообменника. Она характеризуется холодильным коэффициентом:

$$\psi = \frac{Q_2}{L} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}, \quad (2.10)$$

где Q_2 – теплота, полученная рабочим телом в процессе изотермического расширения 1 – 2.

В принципе коэффициент ψ может быть больше или меньше единицы. Коэффициент ψ не следует путать с КПД η , который всегда меньше единицы.

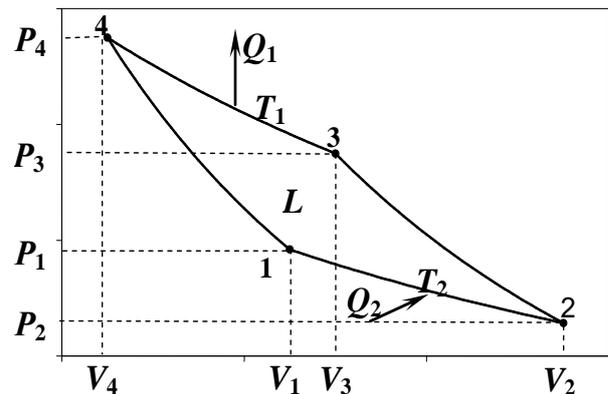


Рис. 2.4. Обратный цикл Карно в координатах $P-V$

Тепловая машина, работающая по обратному циклу Карно, называется тепловым насосом, если теплота, полученная от тела с меньшей температурой, передаётся телу с большей температурой. Характеризуется коэффициентом преобразования:

$$\varphi = \frac{Q_1}{L}. \quad (2.11)$$

Коэффициент φ , определяемый выражением (2.11), всегда больше единицы, т. к. $Q_1 = Q_2 + L$. Только в предельном случае, если $Q_2 = 0$, когда в теплоту, передаваемую нагреваемому телу, превращается только работа L , коэффициент $\varphi = 1$.

Сочетание тепловой машины, работающей в режиме теплового двигателя, и теплового насоса называют термотрансформатором, т. к. данный комплекс тепловых машин преобразует одно количество тепла при температуре T_1 в другое количество тепла при температуре T_2 .

§ 2.2. Цикл Отто

В двигателе, работавшем по циклу Отто, подвод тепла к рабочему телу осуществлялся при постоянном объёме, т. е. в изохорном процессе. Идеальный цикл Отто изображён на рис. 2.5.

Введём обозначения:

$$\frac{V_1}{V_2} = \varepsilon \text{ — степень сжатия; } \frac{P_3}{P_2} = \lambda \text{ —}$$

степень повышения давления.

Рассчитаем количество тепла Q_1 , подводимого к рабочему телу в изохорном процессе 2 – 3, и количество тепла Q_2 , отводимого от рабочего тела, также в изохорном процессе 4 – 1.

В изохорном процессе $\delta L = 0$, поэтому $\delta Q = dU$, а следовательно,

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_V dT. \text{ Тогда}$$

$$Q_1 = \frac{m}{M} C_V (T_3 - T_2), \text{ аналогично } Q_2 = \frac{m}{M} C_V (T_4 - T_1). \text{ Для расчёта КПД по формуле}$$

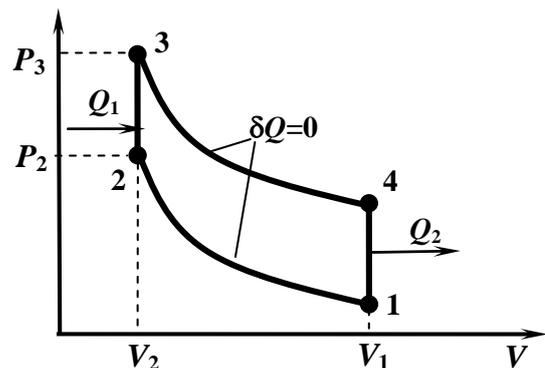


Рис. 2.5. Цикл Отто в координатах P – V

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (2.12)$$

необходимо знать температуру на всех стадиях цикла. Если в точке 1 исходную температуру обозначим через T_1 , то температуру в точке 2 можно рассчитать по уравнению адиабатного процесса:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1},$$

где γ – показатель адиабаты. Тогда будем иметь

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \varepsilon^{\gamma-1}. \quad (2.13)$$

Уравнение изохорного процесса 2 – 3 имеет вид $\frac{P_3}{T_3} = \frac{P_2}{T_2}$.

Отсюда получим, что $T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2}$. С учётом принятых выше обозначений будем иметь

$$T_3 = \lambda T_1 \varepsilon^{\gamma-1}. \quad (2.14)$$

Температуру T_4 также определим из уравнения адиабатного процесса 4 – 1. Получим

$$T_4 = \lambda T_1. \quad (2.15)$$

Подставляя соотношения (2.13)–(2.15) в (2.12), получим, что КПД двигателя, работающего по циклу Отто, равен

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}. \quad (2.16)$$

Повышая степень сжатия, можно повышать КПД двигателя, но реально с учётом антидетонационных свойств топлива можно достигать степени сжатия $\varepsilon = 9$. Параметр γ для аэрозолей равен 1,33, если использовать водород, то его можно поднять до 1,4. Максимальный КПД при этом $\eta = 1 - 9^{-0,4} = 0,585$.

Реально увеличить КПД цикла и соответственно двигателя, работающего по данному циклу, можно, если кардинально увеличить степень сжатия. Этого можно достичь, если осуществлять отдельно сжатие воздуха. При этом температура в адиабатном процессе поднимается до значений, превышающих температуру самовоспламенения. Этот Цикл был разработан Рудольфом Дизелем.

§ 2.3. Цикл Дизеля

В координатах $P-V$ цикл Дизеля изображается следующим образом (рис. 2.6). Цикл состоит из следующих процессов: 1) всасывание в цилиндр воздуха; 2) адиабатическое сжатие воздуха до давления P_2 ; в конце сжатия впрыскивается топливо; 3) сгорание топлива с расширением при постоянном давлении; 4) адиабатическое расширение продуктов горения; 5) изохорический отвод тепла из цилиндра – выхлоп. Введём обозначения:

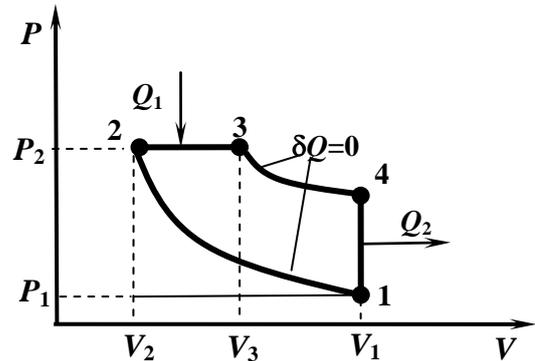


Рис. 2.6. Цикл Дизеля в координатах $P-V$

$\frac{V_1}{V_2} = \varepsilon$ – степень сжатия воздуха;
 $\frac{V_3}{V_2} = \rho$ – степень предварительного расширения рабочего тела.

ла.

С учётом того, что

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{m}{M} C_{MV} (T_3 - T_2) + \frac{m}{M} R (T_3 - T_2) = \\ &= \frac{m}{M} (C_{MV} + R) (T_3 - T_2) = \frac{m}{M} C_{MP} (T_3 - T_2), \end{aligned}$$

а $Q_2 = \frac{m}{M} C_{MV} (T_4 - T_1)$, получим, что КПД цикла Дизеля будет равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\gamma (T_3 - T_2)}, \quad (2.17)$$

а после расчёта и подстановки в (2.17) соответствующих температур, получим, что

$$\eta = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma (\rho - 1) \varepsilon^{\gamma-1}}. \quad (2.18)$$

КПД цикла Дизеля существенно выше КПД цикла Отто, если они работают в одинаковых диапазонах давлений и температур.

Выражения, полученные для КПД двигателей, работающих

циклом Отто и Дизеля, являются оценочными, т. к. для более точного расчёта необходимо учитывать зависимость C_{MP} и C_{MV} от температуры, а также состав газов и возможные изменения показателя γ .

§ 2.4. Циклы газотурбинных и паросиловых установок

Блок-схема газотурбинной установки изображена на рис. 2.7. Жидкое топливо из топливного резервуара РТ с помощью топливного насоса подаётся в камеру сгорания КС, куда одновременно подаётся воздух, предварительно сжатый в осевом компрессоре ОК. Газы, образованные вследствие сгорания топлива, подаются на рабочие лопатки газовой турбины ГТ, которая приводит во вращение электрогенератор ЭГ. Таким образом, происходит превращение тепловой энергии в электрическую энергию. КПД газотурбинной установки можно оценить на основании её идеального цикла (рис. 2.8) в координатах P – V . Подвод и отвод тепла здесь осуществляется при постоянном давлении.

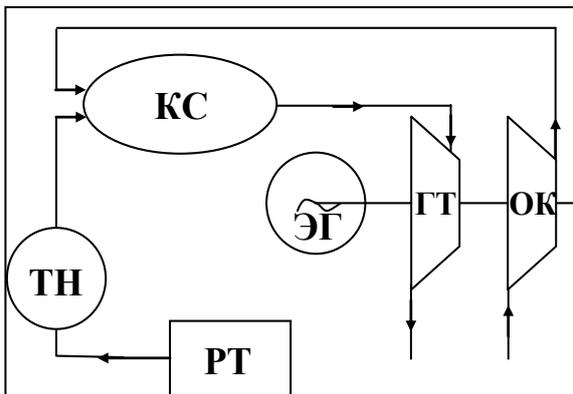


Рис. 2.7. Блок-схема газотурбинной установки

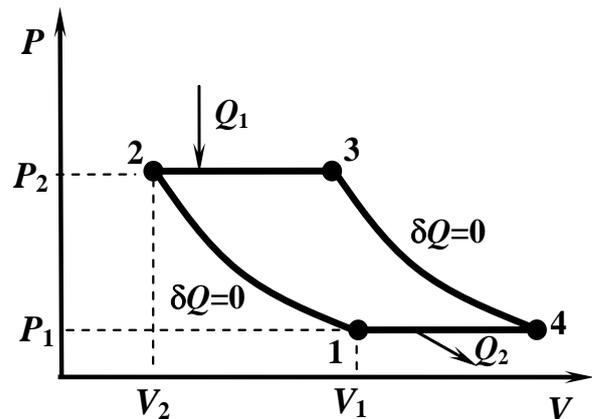


Рис. 2.8. Идеальный цикл газотурбинной установки

Если обозначить $\lambda = \frac{P_2}{P_1}$, а $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$, то после расчёта соответствующих параметров давлений и температур получим, что

$$\eta = 1 - \frac{1}{\lambda^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}. \quad (2.19)$$

Для трёхатомного газа $\gamma = \frac{4}{3}$, тогда $\lambda^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \lambda^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{\lambda}}$, а КПД газотурбинной установки равен

$$\eta = 1 - \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\lambda}}}. \quad (2.20)$$

Большая часть электроэнергии в России производится на ТЭЦ, основу которых составляют паросиловые установки (ПСУ), отличающиеся от газотурбинных рабочим телом, в качестве которого используют водяной пар. Конечно, КПД ПСУ, работающих по циклу Карно, максимален по сравнению с ПСУ, работающих по другим циклам. Вместе с тем ПСУ, работающая по циклу Карно, имеет ряд существенных недостатков, поэтому за идеальный цикл ПСУ принят цикл Ренкина. Блок-схема ПСУ представлена на рис. 2.9.

Цикл ПСУ Ренкина изображён на рис. 2.10 в координатах $P-V$.

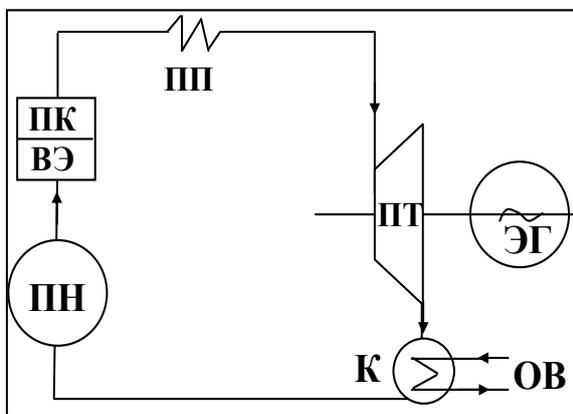


Рис. 2.9. Блок-схема паросиловой установки

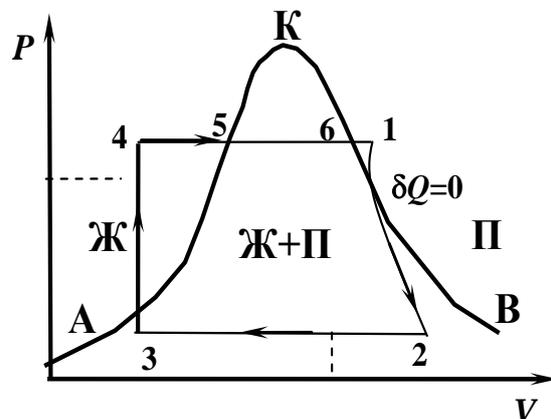


Рис. 2.10. Цикл ПСУ Ренкина

Вода с помощью питательного насоса ПН предварительно сжимается (3 – 4) и подаётся в водяной экономайзер ВЭ, в котором предварительно подогревается (4 – 5). На рис. 2.10 область, лежащая левее кривой АК, представляет жидкое состояние, т. е. воду, правее её КВ – пар, а вот область под кривой АКВ представляет двухфазное состояние, т. е. вода + пар. Следовательно, при дальнейшем изобарном расширении происходит превращение воды в пар ПК (точка 6), а по 6 – 1 – осуществляется перегрев пара в пароперегревателе ПП. После чего перегретый пар направляется на лопатки паровой турбины ПТ (рабочий процесс 1 – 2), а затем осуществляется конденсация пара в конденсаторе К с помощью охлаждающей воды ОВ (2 – 3). КПД цикла ПСУ может быть вычислен через соответствующие значения энтальпии с помощью диаграммы $h-s$ -состояния.

В качестве примера рассмотрим задачи расчёта КПД циклов.

Задача 1. Найти работу, производимую идеальным двухатомным газом ($i = 5$), и количество тепла, получаемого им при совершении кругового процесса (цикл на рис. 2.11), состоящего из двух изохорных и двух изобарных процессов.

Система последовательно проходит состояния: 1) P_1, V_1 ; 2) P_1, V_2 ; 3) P_2, V_2 ; 4) P_2, V_1 ; 5) P_1, V_1 . $P_1 = 3P_2, V_2 = 4V_1$. Определить КПД цикла.

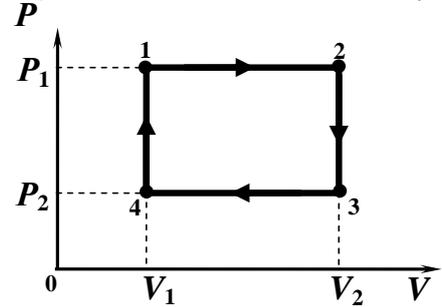


Рис. 2.11. Схема цикла к задаче 1

Изменение внутренней энергии для кругового процесса равно нулю, т. к. начальное состояние совпадает с конечным. Поэтому работа L , совершаемая газом, и поглощённое им тепло Q равны друг другу. При изохорных процессах работа равна нулю, а при изобарных она определяется соответственно для изобары $P = P_1$, $L_{12} = P_1(V_2 - V_1)$ и для второй изобары $P = P_2$, $L_{34} = P_2(V_1 - V_2)$. Таким образом,

$$Q = L = L_{12} + L_{34} = (P_1 - P_2)(V_2 - V_1) = 6P_2V_1.$$

КПД цикла равен $\eta = \frac{L}{Q_1}$, где Q_1 – теплота, полученная идеальным газом. Газ получает тепло на участках 1 – 2 и 2 – 3, следовательно:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23};$$

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \frac{i}{2} \nu R \Delta T + P_1(V_2 - V_1) = \\ &= \frac{i}{2} P_1(V_2 - V_1) + P_1(V_2 - V_1) = \left(\frac{i}{2} + 1\right) \cdot 6P_2V_1; \end{aligned}$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{23} = \frac{i}{2} (P_2V_2 - P_1V_1) = \frac{i}{2} \cdot P_2V_1, \text{ тогда}$$

$$Q_1 = \left(\frac{i}{2} + 1\right) \cdot 6P_2V_1 + \frac{i}{2} \cdot P_2V_1 = \left(\frac{7}{2}i + 6\right) \cdot P_2V_1.$$

$$\text{КПД цикла равен } \eta = \frac{6 \cdot P_2V_1}{\left(\frac{7}{2}i + 6\right) \cdot P_2V_1} = \frac{12}{7i + 12} \approx 0,26 = 26\%.$$

Задача 2. Найти КПД тепловой машины с идеальным газом, работающей по циклу Стирлинга (рис. 2.12), состоящему из двух изохор и двух изотерм, и сравнить его с КПД машины, работающей

щей по циклу Карно с теми же температурами T_1 и T_2 . Указать пути повышения коэффициента полезного действия для данного цикла.

При изохорных процессах $V_2 = V_3$; $V_1 = V_4$ работа равна нулю, а при изотермических изменение внутренней энергии равно нулю.

КПД машины равен $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$,

где Q_1 – теплота, полученная идеальным газом. Газ получает тепло на участках 3 – 4 и 4 – 1, следовательно:

$$Q_1 = Q_{34} + Q_{41};$$

$$Q_{34} = L_{34} = \int_{V_2}^{V_1} P dV = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} \text{ и } Q_{41} = \Delta U_{41} = \nu C_{MV} (T_1 - T_2);$$

$$Q_1 = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} + \nu C_{MV} (T_1 - T_2).$$

Газ отдаёт тепло на участках 1 – 2 и 2 – 3, следовательно:

$$Q_2 = -(Q_{12} + Q_{23});$$

$$Q_{12} = L_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \nu R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ и } Q_{23} = \Delta U_{23} = \nu C_{MV} (T_2 - T_1);$$

$$Q_2 = \nu R T_2 \ln \frac{V_1}{V_2} + \nu C_{MV} (T_1 - T_2).$$

Подставив Q_1 и Q_2 в выражение для КПД и преобразовав его, найдём:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} + \nu C_{MV} (T_1 - T_2) - \nu R T_2 \ln \frac{V_1}{V_2} - \nu C_{MV} (T_1 - T_2)}{\nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} + \nu C_{MV} (T_1 - T_2)} = \\ &= \frac{T_1 - T_2}{T_1 + C_{MV} \frac{(T_1 - T_2)}{R \ln(V_1/V_2)}}. \end{aligned}$$

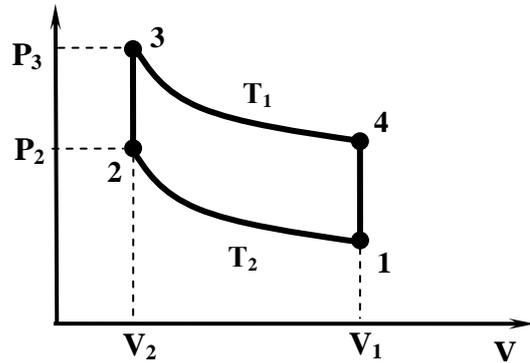


Рис. 2.12. Схема цикла к задаче 2

КПД цикла Карно равен $\eta_K = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$. Следовательно, $\eta < \eta_K$.

Отличие КПД рассматриваемого цикла от КПД цикла Карно тем меньше, чем больше отношение объёмов $\frac{V_1}{V_2}$.

§ 2.5. Задачи для самостоятельного решения

2.1. Тепловая машина совершает цикл Карно. При изотермическом расширении газу передаётся теплота $Q_1 = 538$ кДж, КПД тепловой машины составляет 24,5 %. Определить теплоту, отдаваемую при изотермическом сжатии.

2.2. Определить КПД тепловой машины, совершающей цикл Карно, если температура нагревателя в 3,5 раза выше температуры холодильника.

2.3. Как изменится КПД тепловой машины: 1) если температуру нагревателя повысить в два раза; 2) в два раза уменьшить температуру холодильника?

2.4. Изменится ли КПД цикла Карно, если идеальный газ заменить газом Ван-дер-Ваальса?

2.5. Определить КПД цикла тепловой машины, состоящего из двух изохор и двух изобар, если $P_2 = 2P_1$, а $V_2 = 3V_1$.

2.6. Определить получаемое тепло и работу 1 моля идеального газа, совершающего цикл, состоящий из двух изобар и двух изотерм, если температура $T_2 = 1,8T_1$, а $P_2 = 0,5P_1$.

2.7. Выразить КПД цикла идеального двухатомного газа, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если $P_2 = 2,5P_1$, а $V_2 = 1,5V_1$.

2.8. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, за один цикл совершила работу 4,5 кДж, а холодильнику передала 2,7 кДж. Определить КПД цикла и температуру холодильника, если температура нагревателя 550 К.

2.9. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, за один цикл совершила работу 5 кДж. Температура нагревателя 450 К, холодильника 300 К. Определить количество теплоты, получаемой и отдаваемой рабочим телом за один цикл.

2.10. 2,5 кг азота при начальной температуре 20 °С изобарно расширяется, совершая при этом работу 2 кДж, затем изохорически охлаждается до прежней температуры и изотермически сжимается

до первоначального объёма и давления. Изобразить цикл и определить его КПД, а также теплоту, передаваемую газу в изобарном процессе.

2.11. Определить, как изменится КПД цикла Отто, если степень сжатия горючей смеси, которую можно считать идеальным газом, повысится с $\varepsilon_1 = 7$ до $\varepsilon_2 = 9$.

2.12. Сравнить КПД цикла Отто, для которого $T_1 = 325$ К, $T_4 = 550$ К, а степень сжатия $\varepsilon = 8,5$ с КПД цикла Карно, работающего в таком же интервале температур, если рабочим телом является трёхатомный идеальный газ.

2.13. Как изменится выражение для КПД машины, работающей по циклу Отто, если адиабаты цикла заменить политропами с показателем $n > k$?

2.14. Как изменится КПД газотурбинной установки, если одноатомный газ, являющийся рабочим телом, заменить трёхатомным при той же степени сжатия?

2.15. Рассчитать давление и температуру во всех характерных точках цикла Дизеля, считая, что $T_1 = 320$ К, $P_1 = 10^5$ Па, $V_1 = 2$ л, $\varepsilon = 20$, $\rho = 2$. Определить КПД цикла, если рабочим телом служит трёхатомный идеальный газ.

2.16. Холодильник работает по обратному циклу Карно, получает тепло от тела с температурой 280 К и передаёт тепло окружающей среде с температурой 300 К. Работа за цикл равна 2,5 кДж. Определить количество тепла, отбираемого у холодного тела за цикл и КПД.

2.17. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передаёт тепло от холодильника с водой при температуре 0 °С кипятильнику при температуре 100 °С. Какое количество воды надо заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар 3 кг воды?

2.18. Определить КПД цикла Тринклера для двигателей внутреннего сгорания со смешанным подводом тепла, выразив его через

следующие параметры цикла: $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ – степень сжатия, $\lambda = \frac{P_3}{P_2}$ –

степень повышения давления, $\rho = \frac{V_4}{V_3}$ – степень предварительного

расширения.

ГЛАВА 3. МЕТОДЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 3.1. Метод круговых процессов

Метод круговых процессов исторически первым возник в середине XIX столетия, чему послужило открытие первого и второго начал термодинамики. Цель метода – установление закономерности процесса или зависимости определённых термодинамических параметров от параметров состояния.

С этой целью рассматривается определённый обратимый термодинамический цикл, как правило, состоящий из четырёх последовательно протекающих процессов, в результате которых система возвращается в исходное состояние. Изменение внутренней энергии при этом равно нулю:

$$dU = 0; \oint \frac{\delta Q}{T}. \quad (3.1)$$

К данному циклу применяют первое и второе начала термодинамики, в результате чего и отыскивают необходимую закономерность. В большинстве случаев для этих целей используют прямой или обратный цикл Карно, а также первую теорему Карно, согласно которой КПД цикла Карно не зависит от природы рабочего тела, а определяется только температурой нагревателя и холодильника.

Рассмотрим пример применения метода циклов.

Найти закон изменения коэффициента поверхностного натяжения жидкости с температурой.

Конечно, данную зависимость можно установить и экспериментально, но это сопряжено с длительными измерениями на установке, которую еще необходимо разработать. Необходимо также приобрести приборы достаточной точности. В то же время данную зависимость достаточно просто получить с помощью термодинамического метода круговых процессов. Для этого рассмотрим проволочную рамку, на которую натянута жидкая плёнка, с которой и осуществим обратный цикл Карно (рис. 3.1).

При изотермическом расши-

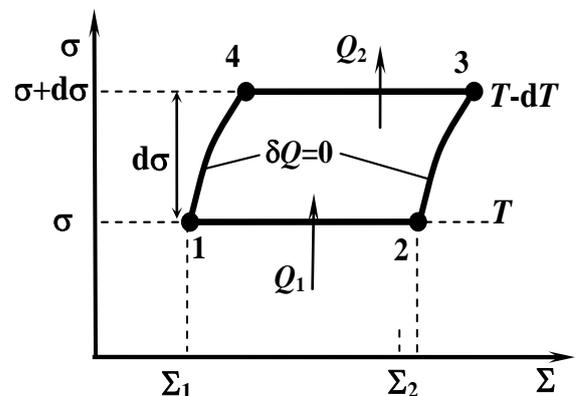


Рис. 3.1. Обратный цикл Карно с жидкой плёнкой, натянутой на рамку

рении 1 – 2 подводится тепло Q_1 , после чего плёнка расширяется адиабатно (процесс 2 – 3), при этом температура её понижается на dT , что должно привести к увеличению коэффициента поверхностного натяжения на $d\sigma$, так как имеем обратный цикл Карно. Вследствие этого работа за цикл $Q_1 - Q_2$ отрицательна, т. к. совершается внешними силами. На рис. 3.1 работа численно равна площади цикла:

$$L = -(\Sigma_2 - \Sigma_1) d\sigma. \quad (3.2)$$

Конечно, (3.3) справедливо с точностью до величины высшего порядка малости относительно $d\sigma$. Применяя первую теорему Карно, найдём КПД цикла:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T - (T - dT)}{T} = \frac{dT}{T}. \quad (3.3)$$

С учётом (3.2) запишем в виде

$$-\frac{(\Sigma_2 - \Sigma_1) d\sigma}{Q_1} = \frac{dT}{T}, \quad (3.4)$$

откуда получим

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{Q_1}{\Sigma_2 - \Sigma_1} \cdot \frac{1}{T} = -\frac{r}{T}, \quad (3.5)$$

где $r = \frac{Q_1}{\Sigma_2 - \Sigma_1}$ – теплота образования единицы площади поверхности жидкости.

Таким образом, установили, что коэффициент поверхностного натяжения жидкости убывает обратно пропорционально росту температуры.

Данный метод применим для решения широкого круга задач, но во всех случаях нужно подбирать наиболее подходящий цикл.

§ 3.2. Метод термодинамических потенциалов

Метод был разработан Джозайя Гиббсом во второй половине XX века. Исходным положением данного метода является основное уравнение термодинамики для равновесных процессов для закрытой системы (1.49) или для простых систем (1.50). Эти уравнения связывают пять параметров: T , S , U , P , V . Для определения состояния системы достаточно двух. Метод в этом и заключается, что две функции выбирают в качестве независимых переменных, подставляют в уравнения (1.49) или (1.50), добавляют термическое и

калорическое уравнения, и это позволяет определить термические и калорические параметры системы. Всего рассматривается четыре *термодинамических потенциала*: внутренняя энергия U , энергия Гельмгольца F , энергия Гиббса Φ и энтальпия H .

Рассмотрим физический смысл каждого термодинамического потенциала и определим те закономерности, которые могут быть получены с их помощью, не прибегая к дополнительным исследованиям. Также попытаемся их использовать для оценки устойчивости различных термодинамических систем.

3.2.1. Внутренняя энергия U

Независимыми переменными принимаем энтропию S и объём V , найдём внутреннюю энергию как функцию $U = U(S, V)$, тогда из (1.50) будем иметь

$$dU = TdS - PdV. \quad (3.6)$$

Слева в выражении (3.6) стоит полный дифференциал, значит справа – тоже полный дифференциал. Тогда

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V \quad \text{и} \quad P = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S, \quad (3.7)$$

т. е. получили термические параметры системы.

Если взять вторые частные производные, то можно найти калорические свойства и термодинамический коэффициент. Найдём

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \right)_V = \left(\frac{\partial T}{\partial S} \right)_V, \quad \text{а с учётом } (dS)_V = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_V = \frac{C_V dT}{T} \quad \text{получаем}$$

$$C_V = \frac{T}{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \right)_V}. \quad (3.8)$$

Если приравнять вторые смешанные производные, то можно получить уравнение

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S = - \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_V, \quad (3.9)$$

которое связывает изменение температуры при адиабатном процессе с изменением давления в изохорном процессе. Последний процесс осуществить экспериментально достаточно просто.

С практической точки зрения этот потенциал не очень удобен,

т. к. энтропию S нельзя измерить, а значит и задать. В ряде случаев U (потенциал, внутренняя энергия) называют адиабатическим термодинамическим потенциалом, т. к.

$$-dU_S = P dV_S.$$

3.2.2. Энергия Гельмгольца F (свободная энергия)

Независимыми переменными принимаем температуру T и объём V , найдём свободную энергию как функцию $F = F(T, V)$. В выражении (3.6) из обеих частей равенства вычтем полный дифференциал $d(TS)$ от произведения температуры на энтропию. Тогда получим

$$d(U - TS) = -S dT - P dV. \quad (3.10)$$

Обозначим

$$U - TS = F. \quad (3.11)$$

Величина F и называется термодинамическим потенциалом Гельмгольца (свободной энергией).

Тогда получим выражение

$$dF = -S dT - P dV, \quad (3.12)$$

из которого можно найти термические параметры:

$$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T; \quad S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V, \quad (3.13)$$

а также калорические свойства:

$$C_V = -T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V. \quad (3.14)$$

Поскольку $U = TS + F$, то можно сказать, что внутренняя энергия является суммой свободной F и связанной T - S энергий. Убыль свободной энергии равна работе системы при изотермических процессах. Термодинамические потенциалы U и F связаны между собой соотношением

$$U = F + TS = F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V. \quad (3.15)$$

3.2.3. Энергия Гиббса Φ

Независимыми переменными принимаем температуру T и давление P , найдём энергию Гиббса как функцию $\Phi = \Phi(T, P)$.

Если к обеим частям равенства (3.10) прибавим полный дифференциал $d(PV)$, то получим

$$d(U - TS + PV) = -S dT + V dP \quad (3.16)$$

$$\text{или } d\Phi = -S dT + V dP, \quad (3.17)$$

$$\text{где } \Phi = U - TS + PV. \quad (3.18)$$

Φ называется энергией Гиббса (термодинамический потенциал Гиббса).

Из (3.17) можно получить

$$S = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_P; \quad V = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P}\right)_T, \quad (3.19)$$

а после взятия вторых частных производных от (3.19) получим

$$C_P = -T \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2}\right)_P; \quad \beta = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2}\right)_P, \quad (3.20)$$

где β – коэффициент изотермического сжатия.

Физический смысл потенциала Гиббса Φ следует из (3.17), в изотермических процессах $d\Phi = V dP$, т. е. изменение потенциала Гиббса равно работе расширенной системы. А в закрытой системе в изобарно-изотермических процессах убыль Φ равна работе системы против немеханических сил. Потенциал Гиббса Φ получил применение в технической термодинамике.

3.2.4. Энтальпия H

Независимыми переменными являются S и P . К обеим частям основного равенства термодинамики (3.6) прибавим полный дифференциал произведения $d(PV)$:

$$TdS + V dP + P dV = dU + P dV + d(PV).$$

Откуда получим

$$d(U + PV) = TdS + V dP. \quad (3.21)$$

Функция $H = U + PV$ называется энтальпией. Это термодинамический потенциал при независимых переменных S и P .

Физический смысл энтальпии: в изобарных процессах изменение энтальпии равно поглощённому количеству теплоты.

При адиабатных процессах изменение (убыль) энтальпии равно работе расширенной системы. Из выражения

$$dH = TdS + V dP \quad (3.22)$$

определяем термические параметры T и V , а также теплоёмкость

при постоянном давлении. Действительно,

$$T = \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P ; \quad V = \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_S ; \quad C_P = \frac{T}{\left(\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} \right)_P} . \quad (3.23)$$

Также получим связь изменения параметров системы при различных процессах, не прибегая к дополнительным исследованиям. Как и в предыдущих случаях, нужно приравнять вторые смешанные производные. Тогда получим соотношение

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_P , \quad (3.24)$$

связывающее изменение температуры в адиабатных процессах с изменением объёма в изобарных процессах.

Термодинамический потенциал H получил широкое применение в теплотехнике для определения состояния водяного пара в различных процессах. В частности, получила практическое применение диаграмма $h-s$ -состояния, позволяющая осуществлять расчёт параметров водяного пара при различных температурах, давлениях и степени влагосодержания.

3.2.5. Применение метода термодинамических потенциалов

Таким образом, имеем четыре термодинамических потенциала, каждый из которых содержит практически все параметры системы.

Вычислим термодинамический потенциал $U(S, V)$ для идеального газа. Ранее нами было получено выражение для внутренней энергии идеального газа в виде

$$U = C_V T + U_0 ,$$

которое можно преобразовать, если термодинамическую температуру выразить из функции энтропии идеального газа, находящегося в состоянии, определяемом параметрами T, V . Откуда

$$\frac{T}{T_0} = e^{\frac{S-S_0-R \ln V}{C_V}} = \frac{e^{\frac{S-S_0}{C_V}}}{e^{\frac{R \ln V}{C_V}}} = \frac{1}{V^{\gamma-1}} e^{\frac{S-S_0}{C_V}} . \quad (3.25)$$

В (3.25) учтено, что $\frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \gamma$, тогда $\frac{R}{C_V} = \gamma - 1$.

Таким образом, будем иметь термодинамический потенциал $U(S, V)$, с помощью которого легко получить термические уравнения состояния, термические и другие параметры системы:

$$U(S, V) = \frac{C_V}{V^{\gamma-1}} e^{\frac{S-S_0}{C_V}} + U_0. \quad (3.26)$$

Для реальных газов термодинамические потенциалы вычисляют методами статистической физики, а для жидкостей и твёрдых тел их находят экспериментально путём измерения теплоёмкостей.

Между термодинамическими потенциалами существует определённая связь. Из уравнений

$$dF = -SdT - PdV, \quad S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V, \quad U = F + TS \text{ найдём}$$

$$U = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V. \quad (3.27)$$

Соотношение (3.27) называют уравнением Гиббса – Гельмгольца. Аналогично из выражения $\Phi = H - TS$ с учётом, что

$$d\Phi = -SdT + VdP \quad \text{и} \quad S = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_P, \quad \text{получим}$$

$$H = \Phi - T\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_P. \quad (3.28)$$

Найдём зависимость коэффициента поверхностного натяжения жидкости от температуры методом термодинамических потенциалов.

Пусть σ , Σ – коэффициент поверхностного натяжения и площадь поверхности плёнки соответственно. Тогда элементарная работа внешних сил по увеличению поверхности плёнки равна

$$\delta L = -\sigma d\Sigma,$$

т. к. σ численно равна поверхностной энергии, приходящейся на единицу площади. Следовательно, дифференциал энергии Гельмгольца для плёнки равен

$$dF = -S dT + \sigma d\Sigma. \quad (3.29)$$

Полный дифференциал функции предполагает равенство вторых смешанных производных

$$\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial \Sigma} = \frac{\partial^2 F}{\partial \Sigma \partial T}, \quad (3.30)$$

следовательно, из (3.29) с учётом (3.30) будем иметь

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial \Sigma}\right)_T = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_\Sigma. \quad (3.31)$$

$$\text{Из (3.31) получаем } \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_\Sigma = -\frac{1}{T} \left(\frac{\delta Q}{\partial \Sigma}\right)_T = -\frac{r}{T} \quad (3.32)$$

с учётом соотношений $dS = \frac{\delta Q}{T}$ и $\left(\frac{\delta Q}{\partial \Sigma}\right)_T = r$ – удельная теплота образования единицы поверхности плёнки. Таким образом, выражение (3.32) полностью совпадает с выражением, полученным методом круговых процессов.

Термодинамика опыта Джоуля – Томсона

В опыте Джоуля – Томсона использовалась цилиндрическая труба с теплоизолирующим покрытием, в середине которой помещалась плотная пробка из ваты, через которую под действием разности давлений протекал исследуемый газ. Пробка обеспечивала медленность проходящего потока газа, в результате чего газ по обе стороны пробки находился в равновесных состояниях. Измерялись температура T_1 по одну сторону и T_2 по другую сторону пробки. Поскольку процесс проходил без притока тепла, то выполняется соотношение:

$$H_1 = U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2 = H_2, \quad (3.33)$$

т. е. энтальпия $H_1 = H_2 = \text{const}$ (процесс называется изоэнтальпическим), т. е. энтальпия не изменяется. В данном опыте энтальпия зависит только от температуры и давления, поэтому её полный дифференциал запишется следующим образом:

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP = 0. \quad (3.34)$$

Из (3.34) следует, что

$$\frac{dT}{dP} = - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P}. \quad (3.35)$$

Частную производную $\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$ найдём исходя из того, что при $P = \text{const}$, $dH = \delta Q$, а $dH = dU + PdV$, из первого начала термодинамики $dH = \delta Q = C_P dT$ получаем

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\delta Q}{\delta T}\right)_P = C_P, \quad (3.36)$$

где C_P – молярная теплоёмкость при постоянном давлении.

Частную производную $\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T$ найдём следующим образом. Из соотношения (3.22) следует:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T + V. \quad (3.37)$$

Частную производную $\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$ в выражении (3.37) заменим с учётом соотношения (3.9):

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P. \quad (3.38)$$

С учётом соотношений (3.36) и (3.38) получим

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V}{C_P}. \quad (3.39)$$

Для идеального газа на основании уравнения Менделеева – Клапейрона $T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{RT}{P} = V$, поэтому числитель выражения (3.29) равен нулю, что означает для идеального газа $T_1 = T_2$, т. е. эффект Джоуля – Томсона отсутствует. Для реального газа наблюдается повышение или понижение температуры T_2 по сравнению с

T_1 , что называют дифференциальным эффектом Джоуля – Томсона (для малой разности давлений P_1 и P_2).

Если разность давлений ΔP велика, то наблюдают интегральный эффект Джоуля – Томсона, который используют для получения низких температур. Процесс в опыте Джоуля – Томсона является равновесным, поэтому реальное изменение температуры можно получить путём интегрирования выражения (3.39).

Применим дифференциальный эффект Джоуля – Томсона к газу Ван-дер-Ваальса. Учтём, что если при протекании газа через пробку температура понижается, т. е. $\Delta T = (T_2 - T_1) < 0$,

$\Delta P = (P_2 - P_1) < 0$, то при этом $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H > 0$, а эффект считается по-

ложительным, в противном случае $\Delta T = (T_2 - T_1) > 0$, $\Delta P = (P_2 - P_1) < 0$, эффект считается отрицательным.

Для расчёта $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H$ необходимо знать частную производную $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$. Для нахождения данной частной производной воспользу-

емся известным тождеством

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \cdot \left(\frac{\partial V_i}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1.$$

$$\text{Откуда} \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}. \quad (3.40)$$

Выражение (3.40) подставим в (3.39) и получим

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = -\frac{T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}{C_P\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}. \quad (3.41)$$

Частную производную $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b}$ вычислим из уравнения

Ван-дер-Ваальса.

Следовательно:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = -\frac{\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2}}{C_P \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}. \quad (3.42)$$

Если газ разреженный, то поправкой b по сравнению с V можно пренебречь, а также пренебречь членом $\frac{a}{V^2}$ по сравнению с P ,

и тогда производная $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{RT}{V^2}$, как для идеального газа, а из (3.32), поделив на данное выражение, получим соотношение

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = -\frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_P}. \quad (3.43)$$

Из (3.43) следует, что положительный эффект Джоуля – Томсона для разреженного газа Ван-дер-Ваальса наблюдается только в случае $\frac{2a}{RT} - b > 0$, т. е. при этом газ охлаждается.

Очевидно, что при $b = 0$ разреженный газ Ван-дер-Ваальса всегда охлаждается. При этом кинетическая энергия молекул расходуется на работу против сил молекулярного взаимодействия.

Из выражения (3.43) следует, что при

$$T = \frac{2a}{Rb} \quad (3.44)$$

$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = 0$, а сама температура, определяемая по (3.44), называется температурой инверсии дифференциального эффекта разреженного газа Ван-дер-Ваальса. Для большинства газов температура инверсии превышает 290 К. Для водорода и гелия она значительно меньше этой величины, следовательно, они будут при этом нагреваться.

§ 3.3. Задачи для самостоятельного решения

3.1. Получить выражение термодинамического потенциала F для идеального газа, приняв, что $\nu = 1$ моль, а $C_V = \text{const}$.

3.2. Получить выражения термодинамических потенциалов F и H для одного моля идеального газа, приняв, что $\nu = 1$ моль, а C_V не зависит от температуры.

3.3. Найти энергию Гельмгольца бинарной смеси, содержащей ν_1 и ν_2 молей различных идеальных газов.

3.4. Определить изменение энергии Гельмгольца смеси из ν_1 и ν_2 молей различных идеальных газов при взаимной диффузии при $T = \text{const}$.

3.5. Найти энергию Гиббса бинарной смеси, содержащей ν_1 и ν_2 молей идеальных газов.

3.6. Определить изменение энергии Гиббса смеси из ν_1 и ν_2 молей идеальных газов при взаимной диффузии и $T = \text{const}$.

3.7. Энтальпия идеального газа определяется выражением

$$H = C_p P^{\gamma-1} e^{\frac{\gamma}{C_V} \frac{S-S_0}{\gamma}}.$$

Получить выражение для адиабаты и уравнение состояния газа.

3.8. Найти выражения для свободной энергии F и потенциала Гиббса Φ идеального газа, у которого $C_V = a + bT$ ($a, b = \text{const}$).

3.9. Найти уравнение адиабаты, если внутренняя энергия газа определяется выражением

$$U = C_V V^{-\frac{R}{C_V}} e^{\frac{R}{C_V} \frac{S-S_0}{R}} + U_0,$$

где U_0, S_0 – постоянные величины, а C_V не зависит от температуры.

3.10. Получить выражения для свободной энергии, энергии Гиббса и энтальпии для одного моля газа Ван-дер-Ваальса. Принять $C_V = \text{const}$.

3.11. Получить уравнение состояния одного моля газа, для которого свободная энергия определяется выражением

$$F = C_V T(1 - \ln T) - RT \ln(V - b) + U_0,$$

где b, U_0 и C_V – постоянные величины.

3.12. Рассчитать, как изменится температура в опыте Джоуля – Томсона у азота, если давление возрастает на $\Delta P = 0,25 \cdot 10^4$ Па. Уменьшится настолько же? Значение постоянных a и b приведено в Приложениях.

ГЛАВА 4. ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ

Как уже говорилось выше, идеальный газ является относительно простой системой, процессы в которой могут быть с большой точностью описаны аналитическими уравнениями. С позиций теплотехники идеальный газ является достаточно удобным рабочим телом, которое при нагревании способно многократно увеличивать свой объём, совершая при этом полезную работу. Идеальным газом можно считать рабочее тело в карбюраторных, дизельных и реактивных двигателях, а также в газотурбинных установках, используемых для выработки электричества. Для того чтобы вернуть идеальный газ в начальное положение, его необходимо остудить; в этом случае работа по сжатию газа будет меньше работы, полученной при расширении газа.

Ещё одним примером теплотехнического тела, которое способно расширяться при нагревании и очень сильно сжиматься при охлаждении, является вода на границе её превращения в водяной пар. При нагревании вода превращается в водяной пар и, расширяясь, совершает полезную работу; чтобы вернуть воду в начальное состояние, её необходимо охладить, при этом она конденсируется и занимает очень небольшой объём. Следовательно, требуется небольшая работа по её сжатию и возвращению в начальное состояние. Водяной пар является рабочим телом в паровых установках, работающих по циклу Ренкина, применяющихся на подавляющем большинстве теплоэлектростанций. Свойства водяного пара достаточно хорошо изучены. Связь между параметрами состояния водяного пара, его внутренней энергией, энтальпией, энтропией не может быть записана в аналитических функциях.

§ 4.1. Основные параметры влажного воздуха

Влажный воздух можно представить в виде смеси сухого воздуха и паров воды. Давление в воздухе находим по закону Дальтона, как сумму парциальных давлений сухого воздуха и паров воды. Необходимо отметить, что парциальное давление паров воды в воздухе мало (по сравнению с давлением сухого воздуха). В большинстве случаев воздух в естественных условиях является *ненасыщенным*, но каждому парциальному давлению можно подобрать температуру, при которой он станет насыщенным. М. Г. Шатров [1] приводит зависимость давления насыщенного пара от температуры:

$$P_{\text{нас}} = 10^{\left(10,95 - \frac{2224}{T_{\text{нас}}}\right)}, \quad (4.1)$$

где $P_{\text{нас}}$ и $T_{\text{нас}}$ – давление и температура насыщенного пара соответственно.

Зависимость давления насыщенного пара от температуры представлена на рис. 4.1. Если начальные параметры пара определяются точкой A , то понижая температуру (изобарное охлаждение) до пересечения с графиком в точке B и опуская перпендикуляр на ось абсцисс до точки C , можно определить *точку росы*, т. е. температуру, при которой пар становится насыщенным.

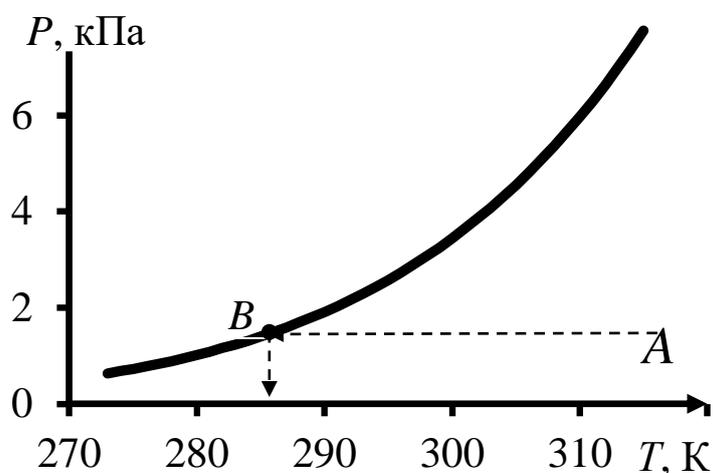


Рис. 4.1. Зависимость давления насыщенного пара от температуры

Из выражения (4.1) можно найти значение температуры точки росы по формуле

$$T_{\text{нас}} = \frac{2224}{10,95 - \lg P_{\text{нас}}}. \quad (4.2)$$

Основные определения

Абсолютная влажность воздуха ρ_n – это масса паров воды (кг) в одном кубическом метре влажного воздуха, т. е. это плотность пара в структуре влажного воздуха:

$$\rho_{\text{п}} = \frac{m_{\text{п}}}{V}. \quad (4.3)$$

Относительная влажность воздуха φ – это отношение парциального давления паров воды $P_{\text{п}}$ к давлению насыщенного пара $P_{\text{нас}}$ при данной температуре, выражается формулой

$$\varphi = \frac{P_{\Pi}}{P_{\text{нас}}} . \quad (4.4)$$

Относительная влажность изменяется от 0 до 1 (от 0 до 100 %).

Удельное влагосодержание пара d – это масса паров воды, содержащихся в 1 кг сухого воздуха, т. е.

$$d = \frac{m_{\Pi}}{m_{\text{с.в}}} , \quad (4.5)$$

где m_{Π} – масса паров воды; $m_{\text{с.в}}$ – масса сухого воздуха.

Выражение (4.5) можно представить иначе. Для этого необходимо выразить массы паров воды и сухого воздуха из уравнения Менделеева – Клапейрона. Тогда получим

$$d = \frac{P_{\Pi} M_{\Pi}}{P_{\text{с.в}} M_{\text{с.в}}} = 0,622 \frac{P_{\Pi}}{P - P_{\Pi}} = 0,622 \frac{\varphi P_{\text{нас}}}{P - \varphi P_{\text{нас}}} , \quad (4.6)$$

где $M_{\Pi} = 0,018$ кг/моль; $M_{\text{с.в}} = 0,029$ кг/моль – молярные массы паров воды и сухого воздуха соответственно.

Удельное влагосодержание пара при условии его насыщения ($\varphi = 1$) рассчитывается по формуле

$$d = 0,622 \frac{P_{\text{нас}}}{P - P_{\text{нас}}} . \quad (4.7)$$

При расчёте параметров смесей нужно знать молярное влагосодержание и массовую долю пара.

Молярное влагосодержание χ – это отношение количества молей водяного пара v_{Π} к количеству молей сухого воздуха $v_{\text{с.в}}$:

$$\chi = \frac{v_{\Pi}}{v_{\text{с.в}}} . \quad (4.8)$$

Массовая доля пара x_m – это отношение массы пара m_{Π} к массе влажного воздуха $m_{\text{вл.в}}$:

$$x_m = \frac{m_{\Pi}}{m_{\text{вл.в}}} . \quad (4.9)$$

Массовая доля пара изменяется от 0 до 1.

Степень сухости пара x – это отношение массы сухого насыщенного пара $m_{\text{с.н.п}}$ к массе влажного насыщенного пара $m_{\text{вл.н.п}}$:

$$x = \frac{m_{\text{с.н.п}}}{m_{\text{вл.н.п}}} . \quad (4.10)$$

Степень сухости пара необходимо знать при расчётах процес-

сов с паром с помощью *диаграммы $h-s$ -состояния*, она изменяется от 0 до 1.

Плотность влажного воздуха ρ представляет сумму плотностей сухого воздуха $\rho_{с.в}$ и пара $\rho_{п}$:

$$\rho = \rho_{с.в} + \rho_{п}. \quad (4.11)$$

Выражение (4.11) можно представить иначе, используя уравнение Менделеева – Клапейрона (1.5) (с индивидуальными газовыми постоянными), тогда получим

$$\rho = \frac{P_{с.в}}{R_{с.в}T} + \frac{P_{п}}{R_{п}T} = \frac{P - P_{п}}{R_{с.в}T} + \frac{P_{п}}{R_{п}T}. \quad (4.12)$$

§ 4.2. Удельная энтальпия влажного воздуха

Рассчитаем удельную энтальпию влажного воздуха, состоящего из 1 кг сухого воздуха и $dm_{с.в}$ пара по формуле [1]

$$h = \frac{H}{m} = h_{с.в} + h_{п}d, \quad (4.13)$$

где $h_{с.в}$, $h_{п}$ – удельные энтальпии сухого воздуха и пара соответственно.

Удельную энтальпию сухого воздуха $h_{с.в}$ в выражении (4.13) рассчитаем по формуле

$$h_{с.в} = C_{P_{с.в}}T_{с.в}, \quad (4.14)$$

где $C_{P_{с.в}} = 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ – удельная теплоёмкость сухого воздуха при постоянном давлении.

Удельную энтальпию пара $h_{п}$ рассчитаем следующим образом:

$$h_{п} = r_{п} + C_{P_{п}}T_{в}, \quad (4.15)$$

где $r_{п} = 2,50 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ – удельная теплота парообразования;

$C_{P_{п}} = 1,97 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ – удельная теплоёмкость пара при постоянном давлении.

Подставляя выражения (4.14) и (4.15) в (4.13), получим, что удельная энтальпия влажного воздуха будет равна:

$$h = C_{P_{с.в}}T_{с.в} + d(r_{п} + C_{P_{п}}T_{в}). \quad (4.16)$$

Удельная энтальпия пересыщенного влажного воздуха (при наличии водяных капель) рассчитывается по выражению (4.16),

к которому необходимо добавить член, ответственный за теплосо-
 держание водяных капель:

$$h = C_{P_{C.B}} T_{C.B} + d(r_{\Pi} + C_{P_{\Pi}} T_B) + C_{P_{Воды}} (d - d_{\text{нас}}) T_B, \quad (4.17)$$

где $d_{\text{нас}}$ – удельное влагосодержание насыщенного пара; $d - d_{\text{нас}}$ –
 удельное содержание воды; $C_{P_{Воды}} = 4,19 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ – удельная теп-
 лоёмкость воды.

§ 4.3. Процессы с влажным воздухом

Процессы с влажным воздухом рассмотрим на графической
 зависимости давления насыщенного пара от температуры (рис. 4.2).

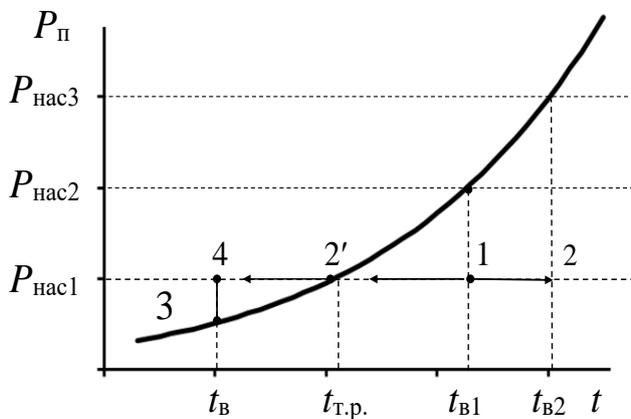


Рис. 4.2. Изображение процессов
 с водяным паром

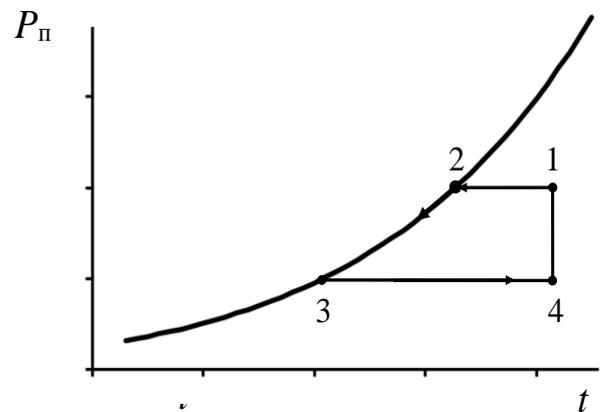


Рис. 4.3. Охлаждение влажного
 воздуха, удаление конденсата
 и нагревания

Первый процесс 1 – 2 – нагрев влажного воздуха, относитель-
 ная влажность ϕ уменьшается.

Второй процесс 1 – 2' – охлаждение влажного воздуха, относи-
 тельная влажность ϕ увеличивается и в точке 2' влажность $\phi = 1$,
 т. е. воздух становится насыщенным (охлаждение до точки росы).

Третий процесс 2' – 3 – охлаждение влажного воздуха с кон-
 денсацией пара, относительная влажность ϕ остаётся равной единице.

Четвёртый процесс 2' – 4 – охлаждение воздуха с перенасыще-
 нием – образование тумана.

Рассмотрим совокупность процессов с влажным воздухом
 (рис. 4.3), состоящих:

1 – 2 охлаждение влажного воздуха до точки росы;

- 2 – 3 охлаждение с удалением образовавшегося конденсата;
3 – 4 нагревание до исходной температуры.

Рассчитаем удельную энтальпию влажного воздуха после охлаждения и удаления конденсата (точка 3 на рис. 4.3).

Удельная энтальпия влажного воздуха после процесса охлаждения 1 – 2 будет равна

$$h_2 = C_{Pc.B} T_{B2} + d_{\Pi} (r_{\Pi} + C_{P\Pi} T_{B2}), \quad (4.18)$$

где T_{B2} – температура воздуха в точке 2; d_{Π} – удельное влагосодержание пара в точке 2.

После охлаждения водяного пара до точки 3 по графику зависимости давления пара от температуры (см. рис. 4.3) видно, что температура уменьшится, соответственно уменьшится и удельная энтальпия на величину

$$\Delta h_{B23} = h_{B2} - h_{B3}. \quad (4.19)$$

Кроме того, энтальпия уменьшится за счёт удаления влаги при конденсации:

$$\Delta h_{\text{воды}3} = d_{\text{воды}} \left(r_{\Pi} + C_{P\text{воды}} \frac{t_{B2} - t_{B3}}{2} \right). \quad (4.20)$$

Таким образом, удельная энтальпия влажного воздуха в точке 3 с учётом (4.18–4.20) будет равна

$$h_3 = h_2 - \Delta h_{B23} - \Delta h_{\text{воды}3}. \quad (4.21)$$

§ 4.4. Процессы образования пара

Пар образуется в специальных паровых котлах, в которых происходит процесс получения пара из воды с определёнными температурой и давлением, после чего он направляется на паровые турбины. При этом происходит его адиабатное расширение, и он, совершая механическую работу по вращению турбины, охлаждается и конденсируется. После чего вода питательным насосом вновь подаётся в паровой котёл и процесс повторяется. Схема данного процесса представлена на рис. 2.9. P – V -диаграмма этого цикла представлена на рис. 4.4.

Вода при температуре T_0 поступает в паровой котёл. В изобарном процессе ab происходит нагрев воды до кипения, а в изобарно-изотермическом процессе bec происходит парообразование во всём объёме. В этом процессе получают влажный насыщенный пар (ВНП), который представляет собой смесь образовавшегося сухого насыщенного пара (СНП) с водой. В начале его кипения (точка b)

степень его сухости $x = 0$, в точке e (изотерма I) – чуть меньше единицы, а в точке c (изотерма II) – $x = 1$. На рис. 4.4 Q обозначена теплота, которая подводится от внешнего источника в изобарном процессе при расширении bc . Отрезок cd соответствует перегреву пара. Температура перегрева при изобарном процессе определяется соотношением

$$T_{\text{пер}} = T_d - T_c. \quad (4.22)$$

Температура перегрева в изотермическом процессе определяется из выражения $T'_{\text{пер}} = T_{d'} - T_{c'}$ при степени сухости пара $x = 1$. При степени сухости пара $x = 0$ получим нижнюю пограничную кривую (НПК), а при $x = 1$ получим верхнюю пограничную кривую (ВПК).

На рис. 4.4 V' соответствует объёму системы к началу превращения воды в пар, а V'' соответствует объёму системы по завершению процесса превращения воды в пар. V соответствует объёму системы в изобарном расширении после окончания процесса прогрева.

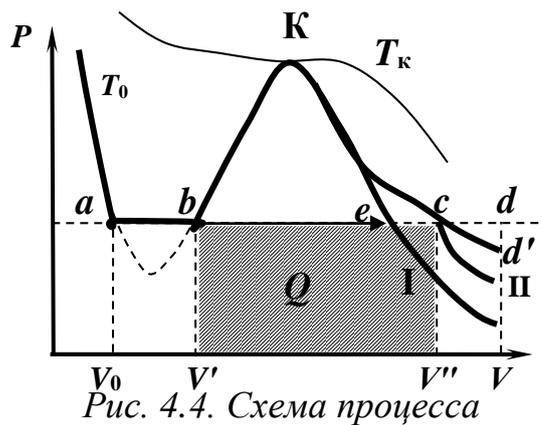


Рис. 4.4. Схема процесса превращения воды в пар

§ 4.5. Диаграмма h – s -состояния

На диаграмме h – s -состояния (рис. 4.5) изобарный и изотермический процессы совпадают до точки a , b и т. д., после чего они идут по разным кривым, т. е. изотермы отделяются от изобар при степени сухости пара $x = 1$. Для изобарного процесса $\delta q = dh$ подведённая удельная теплота равна изменению энтальпии.

Учитывая, что $\delta q = Tds$, получим $\left(\frac{\delta q}{ds}\right)_P = T$, т. е. график температуры представляет собой касательную к кривой $P = \text{const}$ в точках пересечения последней с кривой $x = 1$. Изобара $P = P_\kappa$ и изотерма $T = T_\kappa$ ограничивают область двухфазного состояния системы. Вы-

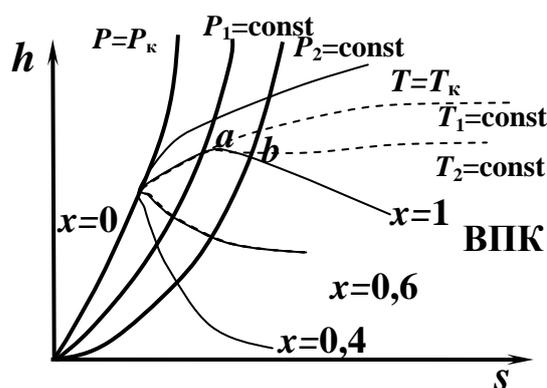


Рис. 4.5. Диаграмма h – s -состояния

ше – это область перегретого пара. Причём температура пара увеличивается вверх по вертикали, т. е. чем выше изотерма, тем выше её температура. Изохоры в области влажного пара являются наклонными прямыми линиями, в области перегретого пара они приобретают выпуклость, обращённую вниз.

Диаграмму h – s -состояния применяют для приближённого расчёта процессов с водяным паром. Линии, отвечающие изобарным, изохорным и изотермическим процессам, проводят по точкам, значения которых берут из термодинамических таблиц. Таким образом, если задана точка, то все параметры пара находят из диаграммы. Изменение энтропии определяют по оси абсцисс $\Delta S = S_2 - S_1$, изменение энтальпии – по оси ординат $\Delta h = h_2 - h_1$, а изменение удельной внутренней энергии находят по выражению

$$\Delta u = (h_2 - P_2 v_2) - (h_1 - P_1 v_1), \quad (4.23)$$

где v_1, v_2 – удельные объёмы, которые также находят из диаграммы.

На рис. 4.6 представлен фрагмент h – s -диаграммы (Приложение). Самая жирная линия на диаграмме есть ВПК (верхняя пограничная кривая), выше которой находится область сухого пара, а ниже пограничной кривой находится область насыщенного пара. Насыщенный водяной пар представляет собой механическую смесь жидкой воды и капелек водяного пара, подобную туману.

Изолинии постоянной степени сухости идут ниже ВПК и почти повторяют её форму. Выше пограничной кривой степень сухости равна единице – это область перегретого пара. В области насыщенного пара давление и температура однозначно связаны между собой уравнением фазового равновесия воды и водяного пара. В этой области совпадают изобары и изотермы, поэтому изотермы не изображены.

Диаграмма состояния водяного пара (см. рис. 4.6) расчерчена изолиниями постоянного давления, объёма, температуры и степени сухости, а по вертикальным и горизонтальным осям отложены значения энтальпии и энтропии в каждой точке.

Чтобы полностью задать состояние водяного пара, необходимо указать два любых параметра состояния, затем по изолиниям можно определить набор из шести величин (h, s, v, P, T, x – это удельная энтальпия, удельная энтропия, удельный объём, давление, температура и степень сухости соответственно), характеризующих состояние водяного пара в этой точке. Удельная энтальпия определяется проекцией точки на вертикальную ось, а удельная энтропия определяется по горизонтальной оси.

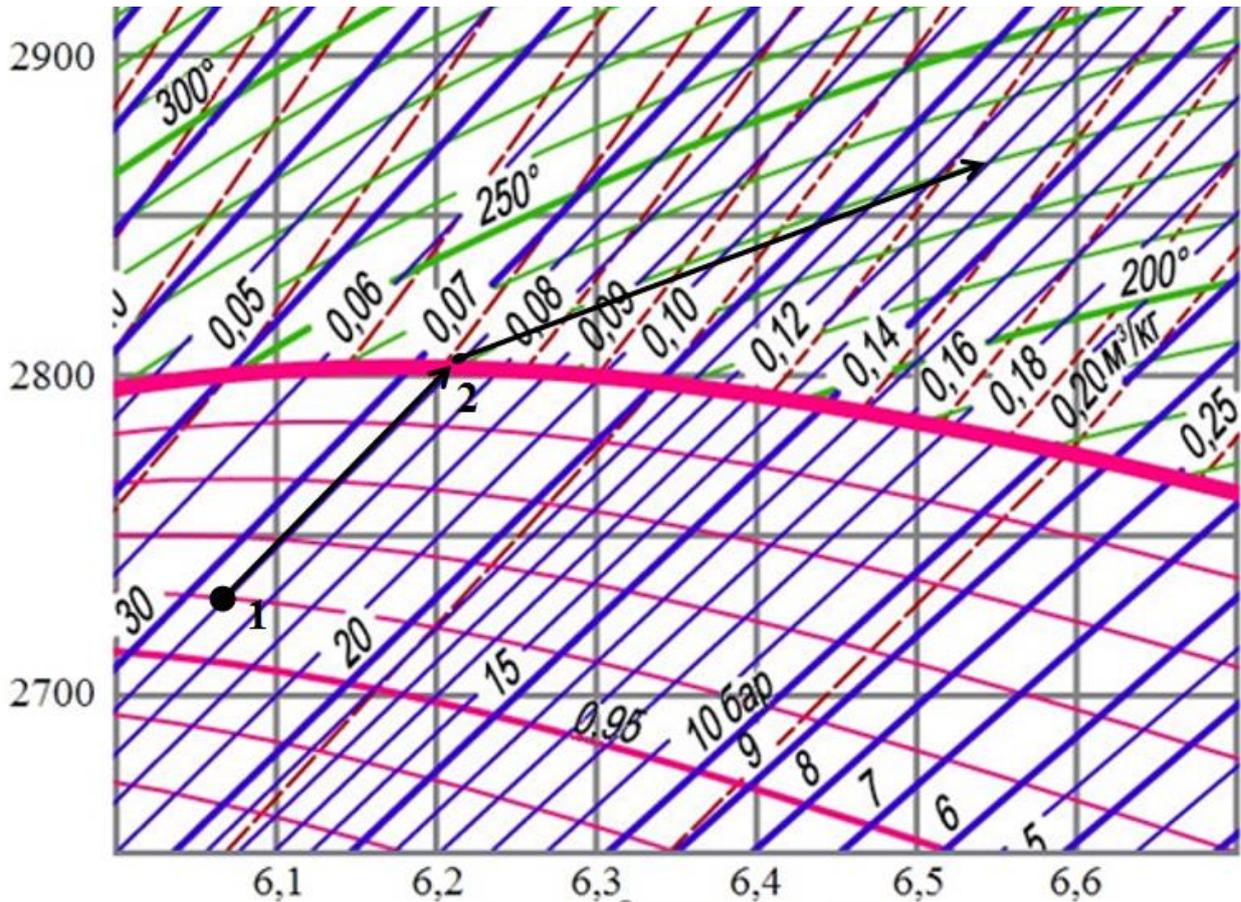


Рис. 4.6. Участок h – s -диаграммы водяного пара:
 вертикальная ось – удельная энтальпия h , кДж/кг;
 горизонтальная ось – энтропии s , кДж/(кг · К)

Энтропия и энтальпия являются термодинамическими потенциалами. В любых процессах физический смысл имеет лишь изменение данных величин, поэтому они могут быть определены с точностью до произвольной константы. На h – s -диаграмме водяного пара за нулевое значение энтальпии и энтропии принято значение, соответствующее состоянию жидкой воды при $t = 0$ °С и атмосферном давлении.

Перечислим, как выглядят основные процессы с водяным паром на h – s -диаграмме. Очевидно, что изохорный, изобарный и изотермический процессы совпадают с соответствующими изолиниями или идут параллельно им. При этом ниже пограничной кривой изобары и изотермы совпадают, а затем расходятся, так что изотермы наклоняются вправо, а изобары становятся круче. Адиабатный процесс, он же изоэнтропический, на h – s -диаграмме изображается вертикальной линией.

§ 4.6. Термодинамические процессы с водяным паром

Рассмотрим расчёт ряда термодинамических процессов с помощью h – s -диаграммы.

4.6.1. Изобарный процесс

На рис. 4.6 изобарный процесс расширения изображается кривой 1–2, протекает с подводом тепла. По мере нагревания степень сухости пара растёт и на верхней пограничной кривой достигает значения $x = 1$. Далее идёт перегрев пара. Степень перегрева пара при $T = \text{const}$ можно определить по формуле

$$\Delta T = T_{P2} - T_S ,$$

где T_S – температура насыщенного пара.

Расчёт изменения удельной внутренней энергии в изобарном процессе осуществляется по формуле

$$\Delta u = q - P(v_2 - v_1) , \quad (4.24)$$

где $q = h_2 - h_1$ – подведённая теплота, находится по разности энтальпии конечного и начального состояний; $(v_2 - v_1)$ – разность удельных объёмов, определяют по кривым $v = \text{const}$, также проведённым через точки начального и конечного состояний.

4.6.2. Изотермический процесс

В области влажного пара процесс изотермического расширения идёт с подводом тепла и совпадает с изобарным процессом, но в состоянии 2 пар уже является перегретым. Удельная подведённая теплота подсчитывается по формуле

$$q = T(s_2 - s_1) , \quad (4.25)$$

где s_1, s_2 – удельные энтропии начального и конечного состояний, значения которых определяют из диаграммы по оси абсцисс.

Для идеального газа при изотермическом процессе изменение внутренней энергии равно нулю, а для пара она не остаётся постоянной, а рассчитывается по выражению (4.23). Вычитая почленно из уравнения (4.25) уравнение (4.23), найдём удельную работу:

$$l = \frac{L}{m} = q - \Delta u . \quad (4.26)$$

В качестве примера рассмотрим решение следующей задачи:

Один килограмм пара с начальными параметрами $P_1 = 28$ бар и температурой $x_1 = 0,96$ расширяется изотерми-

чески с понижением давления до величины $P_2 = 17$ бар. Определить изменение удельной внутренней энергии пара Δu , удельную подведённую теплоту q , а также удельную работу l , совершаемую им при расширении. Рассчитать массу воды, превратившейся в пар в этом процессе. Сравнить с расчётами для идеального двухатомного газа в заданном диапазоне изменения давления, молярную массу которого принять равной $M = 0,027$ кг/моль.

Решение: Задачи с водяным паром решают с помощью h - s -диаграммы (см. рис. 4.6). Точка 1 на диаграмме, соответствующая начальному состоянию пара, находится на пересечении изобары $P_1 = 28$ бар и изолинии постоянной степени сухости $x_1 = 0,96$. Температуру находим, пройдя по изолинии давления (изобаре) до ВПК, и определяем температуру по изотермам в точке пересечения данной изобары и верхней пограничной кривой. В области ниже верхней пограничной кривой изотермический процесс совпадает с изобарным. Выше пограничной кривой изотермический процесс будет идти вдоль изотермы. Определим параметры состояния в точке пересечения изотермы $t = 230$ °С и изобары $P_2 = 17$ бар. По кривым удельного объёма для начального и конечного состояний находим $v_1 = 0,068$ м³/кг, $v_2 = 0,127$ м³/кг, а степень сухости $x_2 = 1$. По осям находим: $s_1 = 6,07 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $h_1 = 2,73 \cdot 10^6$ Дж/кг, $s_2 = 6,54 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $h_2 = 2,87 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Изменение удельной внутренней энергии пара определяется исходя из определения энтальпии:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (h_2 - P_2 v_2) - (h_1 - P_1 v_1).$$

Подставим численные значения:

$$\Delta u = ((2,87 - 1,7 \cdot 0,127) - (2,73 - 2,8 \cdot 0,068)) \cdot 10^6 = 114,5 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}.$$

Для изотермического процесса, исходя из определения энтропии, можно найти подведённую теплоту: $q = T \Delta S$. Произведём расчёты:

$$q = 503 \cdot (6,54 - 6,07) \cdot 10^3 = 236,4 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}.$$

На основе первого начала термодинамики $q = \Delta u + l$ можно рассчитать работу, совершённую в этом процессе:

$$l = q - \Delta u = (236,4 - 114,5) \cdot 10^3 = 121,9 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг.}$$

Для того чтобы найти массу воды, превратившуюся в пар в течение данного процесса, воспользуемся определением степени сухости. В начальном состоянии степень сухости равна 0,96, следовательно, в смеси жидкой воды и сухого пара содержится 4 массовых процента жидкой воды. В конечном состоянии степень сухости равна единице, вся вода превратилась в пар. Таким образом, $\Delta m_{\text{ж}} = 0,04 \text{ кг}$.

Для расчёта по модели идеального газа определим индивидуальную газовую постоянную: $R_m = \frac{R}{M} = \frac{8,314}{0,027} = 308 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

Рассчитаем совершаемую работу, интегрируя выражение $l = \int P dv$ по пути процесса в заданном диапазоне изменения давления от P_1 до P_2 :

$$l = \int P dv = R_m T \int \frac{dv}{v} = R_m T \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = R_m T \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right),$$

здесь учтено, что из уравнения состояния $P = R_m T / v$, и для изотермического процесса выполняется соотношение: $P_1 v_1 = P_2 v_2$.

Произведём расчёты:

$$l = 308 \cdot 503 \cdot \ln \left(\frac{2,8 \cdot 10^6}{1,7 \cdot 10^6} \right) = 78,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг.}$$

4.6.3. Изохорный процесс

Изохорный процесс сопровождается нагреванием за счёт подвода теплоты. В исходной точке 1 пар является влажным, а в точке 2, лежащей выше ВПК, он перегретый. Работа при изохорном процессе всегда равна нулю, а изменение внутренней энергии можно рассчитать по формуле

$$\Delta u = (h_2 - h_1) - v(P_2 - P_1). \quad (4.27)$$

Обратим внимание, что порядок расчёта изменения внутренней энергии, подводимой теплоты и совершённой работы на основании данных h - s -диаграммы различный для различных процессов. Это необходимо учитывать при решении конкретных задач с учётом указаний, приведённых выше.

4.6.4. Изоэнтропийный процесс

Переход системы из состояния 1 в состояние 2 при постоянной энтропии – это адиабатное сжатие. Подведённая теплота равна нулю. Работу $-l = \Delta u$, которая идёт на увеличение внутренней энергии пара, совершают внешние силы.

Необходимо отметить, что при обратном процессе, т. е. при адиабатном расширении энтальпия, температура и давление пара уменьшаются, а удельный объём увеличивается. При переходе через ВПК из области перегретого пара в область влажного пара показатель адиабаты изменяется скачком, а в области влажного пара его можно рассчитать по формуле [1]

$$\gamma = 1,035 + 0,1x, \quad (4.28)$$

где x – степень сухости пара.

§ 4.7. Задачи для самостоятельного решения

При решении задач 4.1–4.10 использовать диаграмму $h-s$ состояний (Приложения).

4.1. 3 кг пара с начальными параметрами $P_1 = 30$ бар и $t = 250^\circ\text{C}$ расширяется адиабатно с понижением давления до $P_2 = 8$ бар. Определить температуру t_2 , степень сухости расширенного пара, а также изменение внутренней энергии пара и совершённую работу в этом процессе. Рассчитать данные величины для модели идеального газа и сравнить полученные результаты. Молярную массу идеального газа принять $M = 27 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

4.2. 4 кг пара с начальными параметрами $P_1 = 40$ бар и $t = 270^\circ\text{C}$ расширяется адиабатно с понижением давления до $P_2 = 7$ бар. Определить конечную температуру t_2 , степень сухости расширенного пара, изменение внутренней энергии пара и совершённую работу. Рассчитать данные величины для модели идеального газа и сравнить полученные результаты. Молярную массу идеального газа принять $M = 27 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

4.3. 0,6 кг пара с начальными параметрами $P_1 = 0,2$ бар, $t_1 = 50^\circ\text{C}$ и степенью сухости $x_1 = 0,96$ адиабатно сжимается с повышением давления до величины $P_2 = 1,0$ бар. Определить температуру t_2 , изменение внутренней энергии пара и совершённую работу.

ту. Рассчитать данные величины для модели идеального газа и сравнить полученные результаты. Молярную массу идеального газа принять $M = 27 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{Моль}}$.

4.4. 1,6 кг пара со степенью сухости 0,95 при давлении $P_1 = 2,0$ бар изотермически расширяется до давления $P_2 = 0,5$ бар. Определить количество теплоты, подводимой к системе, изменение внутренней энергии и работу расширения. Считая пар идеальным газом с $M = 27 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{Моль}}$, повторить расчёт для идеального газа и сравнить полученные результаты.

4.5. 3,5 кг пара со степенью сухости 0,9 при давлении $P_1 = 4,0$ бар изотермически расширяется до давления $P_2 = 1,6$ бар. Определить количество теплоты, подведённой к системе, изменение внутренней энергии и работу расширения. Произвести аналогичный расчёт для идеального газа, принимая, что $M = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{Моль}}$.

4.6. 1,6 кг пара со степенью сухости 0,91 и при давлении $P_1 = 6,0$ бар изобарно нагревается до температуры $t_2 = 190$ °С. Определить количество подведённой теплоты, изменение внутренней энергии и работу, совершённую за процесс, изменение энтропии и энтальпии системы.

4.7. 1,9 кг пара со степенью сухости 0,94 при давлении $P_1 = 20,0$ бар изобарно нагревается до температуры $t_2 = 260$ °С. Определить количество подведённой теплоты, изменение внутренней энергии, совершённую работу, изменение температуры, энтропии и энтальпии системы.

4.8. 6,5 кг пара со степенью сухости 0,95 и при давлении $P_1 = 19,0$ бар изохорно нагревается до температуры $t_2 = 250$ °С. Определить количество подведённой теплоты, изменение внутренней энергии, изменение давления, энтропии и энтальпии системы.

ГЛАВА 5. ТЕРМОДИНАМИКА ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ

Газовые потоки создаются в двигателях: газотурбинных, реактивных, внутреннего сгорания, а также в компрессорах, диффузорах и соплах, в теплообменных аппаратах и других устройствах. В газовой или паровой турбине работу совершает газ или пар, в компрессорах и вентиляторах, наоборот, работа совершается над потоком газа с целью изменения его параметров, например, изменения его давления или скорости. Газ приходится перемещать по магистральным трубопроводам, для чего создаются необходимые условия.

§ 5.1. Параметры потока

Различают *статические* (стационарные) параметры потока: скорость, плотность, давление, температура, удельный объём. В теплотехнике рассматривают также *заторможенные* параметры, под которыми понимают параметры газа после адиабатного торможения потока.

Характеристиками потока являются: средняя макроскопическая скорость потока w , которая может иметь разное значение вдоль пути потока в разных сечениях канала, по которому движется поток. Поток можно характеризовать также массовым G_m или объёмным G_V расходом, который определяется как масса или объём вещества, прошедшие через выбранное сечение за единицу времени. Массовый и объёмный расход связаны со скоростью потока и площадью A сечения канала следующим образом:

$$G_m = \frac{dm}{dt} = \frac{Aw}{v}; \quad G_V = \frac{dV}{dt} = Aw. \quad (5.1)$$

Для стационарного потока массовый расход имеет постоянное значение в каждом сечении канала, а объёмный расход может быть постоянным только для веществ, сжимаемостью которых мы можем пренебречь, например для жидкости. Газовый поток в процессе своего течения изменяет свои параметры состояния. Меняется удельный объём газа вдоль потока – газовый поток может сжиматься или расширяться. В разных точках потока может иметь разное значение давление и температура газа. Но в любой точке потока эти три параметра состояния связаны уравнением состояния, которое для идеального газа можно записать следующим образом:

$$Pv = R_m T \quad \text{либо} \quad P/R_m T = \rho.$$

Для описания газового потока удобнее использовать удельный объём или объём единицы газа: $v = V/m = 1/\rho$, здесь ρ – плотность газа.

§ 5.2. Первый закон термодинамики для газового потока

Причины, по которым стационарный поток изменяет своё состояние, обусловлены внешним воздействием. Газовый поток может получать или отдавать теплоту, совершать работу над внешними телами, или внешние тела могут совершать работу над потоком. Из-за трения или вязкости часть энергии потока может переходить во внутреннюю энергию газа или внешних объектов. Но наряду с теплотой, работой и вязкими потерями внешним воздействием на поток является также изменение поперечного сечения канала, по которому протекает поток.

Для потока несжимаемого вещества (например жидкости) сужение сечения сопровождается понижением давления и ускорением потока, а увеличение сечения канала приводит к понижению скорости потока. Для газового потока возможно как ускорение, так и замедление потока в сужающихся и в расширяющихся каналах. Можно показать, что в случае если скорость газового потока меньше скорости звука, то ускоряющее воздействие оказывает уменьшение площади сечения газового канала, но в том случае, если скорость самого газового потока превосходит местную скорость звука, то ускоряющее воздействие будет оказывать увеличение площади, т. е. сверхзвуковой поток будет ускоряться в расширяющемся канале.

В канале постоянного сечения несжимаемая жидкость будет двигаться с постоянной скоростью, а дозвуковой газовый поток будет ускоряться при понижении давления вдоль канала.

Для изменения скорости газового потока используют сопла и диффузоры. В соплах происходит ускорение потока и понижение давления газа. В диффузорах происходит замедление потока и увеличение давления. Для несжимающейся жидкости и дозвуковых газовых потоков соплом является сужающийся канал, а для сверхзвуковых течений функции сопла выполняет расширяющийся канал. Диффузором является расширяющийся канал для несжимаемых жидкостей и дозвуковых течений газа и сужающийся канал при сверхзвуковом течении газа.

Стационарным потоком называется поток, в каждой точке которого скорость, а также параметры состояния имеют постоянное во

времени значение. При этом скорость потока, а также давление, удельный объём, температура могут иметь разные значения в разных точках пространства.

Мы будем рассматривать стационарный поток без вязкости. В этом случае закон, который именуется как первое начало термодинамики для потока, можно записать следующим образом:

$$q = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + l_{\text{техн}}. \quad (5.2)$$

Теплота, подводимая к потоку, идёт на изменение энтальпии потока, ускорение потока, а также совершение потоком технической работы. В данном выражении q , h_2 , h_1 , $l_{\text{техн}}$ – удельная теплота, подведённая к газу между первым и вторым сечением, удельная энтальпия во втором и первом сечении, а также техническая работа, совершённая потоком над внешними объектами. Техническая работа отличается от полной работы, совершённой газом, на величину работы, пошедшей на ускорение самого потока и его сжатие. Техническая работа положительна, если газ совершает работу, и отрицательна, если работа совершается над газом.

В случае если рассматриваемые сечения 1 и 2 отстоят близко друг от друга, выражение (5.2) можно записать в дифференциальной форме:

$$\delta q = dh + wdw + \delta l_{\text{техн}}.$$

В случае адиабатного течения, т. е. течения потока без подвода теплоты $q = 0$, уравнение (5.2) преобразуется к следующему виду:

$$l_{\text{техн}} = h_1 - h_2 + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}. \quad (5.3)$$

Исходя из этого выражения определяется работа, которую способен совершить поток над внешними объектами. Работа совершается за счёт падения энтальпии и скорости потока. Отсюда следует, что если мы планируем, чтобы поток совершил существенную работу, например, при вращении турбины, то в начальном сечении он должен обладать высокой энтальпией.

В компрессорах работа совершается над потоком, т. е. техническая работа имеет отрицательную величину. В тех случаях, когда скорость потока не очень велика, можно говорить, что затрачиваемая компрессором работа идёт на увеличение энтальпии потока. Из

величины энтальпии и уравнения состояния определяется изменение температуры и давления газа.

При свободном течении потока нет теплообмена с окружающей средой и не совершается техническая работа. В этом случае первое начало термодинамики для потока можно будет записать в следующем виде:

$$0 = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \quad \text{либо} \quad h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2}. \quad (5.4)$$

В случае свободного течения потока в любом сечении остаётся постоянной величиной сумма энтальпии и квадрата скорости потока, делённого на два: $h + \frac{w^2}{2} = \text{const}$. Константу можно определить как энтальпию заторможенного потока, т. е. удельную энтальпию, которая станет у газа при равновесном адиабатном торможении потока:

$$h + \frac{w^2}{2} = h^*. \quad (5.5)$$

Энтальпия заторможенного потока является удобной характеристикой всего потока, она связывает между собой параметры потока в любом произвольном сечении. По сути, уравнение (5.5) устанавливает связь скорости потока с его энтальпией в каждом сечении вдоль пути потока.

Чтобы использовать уравнения (5.2)–(5.4) для расчёта параметров состояния потока вдоль его движения, необходимо уточнить уравнение состояния конкретной среды и уравнение энтальпии, т. е. зависимость энтальпии от параметров состояния рабочего тела конкретного потока. Удобно рассматривать в качестве рабочего тела потока идеальный газ, его уравнение состояния определено ранее уравнением (1.5). Если принять, что C_{mP} – удельная изобарная теплоёмкость газа – является постоянной, то на основе определения энтальпии (3.21) получим

$$h = C_{mP}T. \quad (5.6)$$

Еще одной характеристикой газа, которая становится существенной при исследовании закономерностей течения потока, является скорость звука в данной среде:

$$a = \sqrt{kRT}. \quad (5.7)$$

Скорость звука зависит от температуры потока, таким образом скорость звука может иметь разное значение в разных сечениях потока. Для уточнения этого факта часто используют термин «местная скорость звука».

Скорость звука является характерной скоростью установления равновесия в среде, для газового потока скорость звука является максимальной скоростью, с которой может распространяться волна изменения давления внутрь потока. В общем случае только за счёт понижения давления в выходном сечении потока нет возможности ускорить газовый поток до скоростей бóльших, чем местная скорость звука в данном сечении. Сечение, в котором скорость потока становится равной местной скорости звука, называется критическим сечением, а параметры состояния в этом сечении называются критическими параметрами: $T_{кр}$, $P_{кр}$.

§ 5.3. Параметры газового потока

5.3.1. Скорость потока газа в произвольном сечении канала

Рассмотрим порядок действий, применяемый для расчёта параметров свободного газового потока. Допустим, что в некотором произвольном сечении, параметры в этом сечении мы будем помечать индексом «1», нам известна скорость потока, а также температура и давление газа в данной точке. В этом случае мы можем найти параметры заторможенного потока. Из выражения (5.5) следует

$C_{mP}T_1 + \frac{w_1^2}{2} = C_{mP}T^*$, отсюда можно найти температуру заторможенного потока:

$$T^* = T_1 + \frac{w_1^2}{2C_{mP}}. \quad (5.8)$$

Свободное течение происходит без подвода тепла, связь температуры и давления определяется обычным уравнением адиабаты:

$$P^* = P_1 \left(\frac{T^*}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (5.9)$$

Если течение потока происходит равновесно, т. е. ни в одном из сечений не достигается скорости звука, то считая известными параметры заторможенного потока T^* , P^* , w^* , можно найти пара-

метры потока в произвольном сечении. Обозначим параметры состояния в этом сечении индексом «2». Если во втором сечении известен хотя бы один параметр состояния: давление, температура или скорость, то оставшиеся параметры можно определить из связи между параметрами состояния в сечении «2» с параметрами заторможенного потока:

$$T_2 = T^* - \frac{w_2^2}{2C_{mP}}; \quad P_2 = P^* \left(\frac{T_2}{T^*} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (5.10)$$

Удельный объём и плотность газа можно определить исходя из уравнения состояния (1.5). Мы предоставляем возможность студенту самостоятельно решить три задачи по поиску полного набора параметров потока исходя из выражений (5.11), если известно только давление, только температура или только скорость потока во втором сечении.

5.3.2. Критические параметры газового потока

Полученные выражения (5.10) остаются справедливы при равновесном течении потока и нарушаются при достижении потоком местной скорости звука в некотором сечении, называемом критическим. Для идеального газа с числом степеней свободы i показатель адиабаты и удельная изобарная теплоёмкость могут быть записаны

следующим образом: $k = \frac{i+2}{i}$; $C_{mP} = \frac{i+2}{2} R_m$, отсюда

$C_{mP} = \frac{k}{k-1} R_m$. Предположив, что в некотором сечении скорость

потока равна (5.7) местной скорости звука $w_{кр} = \sqrt{kR_m T_{кр}}$, из выражений (5.10) можно найти критические параметры в этом сечении через параметры заторможенного потока:

$$T_{кр} = \frac{2}{k+1} T^*; \quad P_{кр} = P^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R_m T^*}. \quad (5.11)$$

Фактически мы определили максимальное отношение давлений, которое может быть реализовано в ускорении потока, без возникновения неравновесностей в виде турбулентностей, скачков давления и т. д. Критическое отношение давлений будет равно:

$$\beta_{\text{кр}} = \frac{P_{\text{кр}}}{P^*} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (5.12)$$

Эта величина зависит только от показателя адиабаты газа. Например, для воздуха $k = 1,4$ критическое отношение давлений будет $\beta_{\text{кр}} = 0,528$.

Если отношение давления на выходе из канала к давлению заторможенного потока меньше, чем критическое значение:

$$\beta = \frac{P_2}{P^*} < \beta_{\text{кр}},$$

возникает сверхкритический режим течения и формулы (5.10) не пригодны для расчёта параметров состояния. В случае закритического течения параметры состояния определяются уравнениями (5.11). Если же выполняется обратное условие

$$\beta = \frac{P_2}{P^*} > \beta_{\text{кр}},$$

то реализуется равновесный режим течения, расчёт которого производится по формулам (5.10).

Таким образом, для выполнения расчёта параметров потока на выходе из каналов необходимо по формулам (5.8)–(5.10) определить отношение выходного давления потока к давлению заторможенного потока и сравнить его с критическим значением. Если $\beta > \beta_{\text{кр}}$, для расчёта использовать формулы (5.8)–(5.10), в противоположном случае при $\beta < \beta_{\text{кр}}$ расчёты необходимо проводить по формулам (5.8)–(5.9), (5.11).

Например, в случае докритического режима расчёт параметров потока в произвольном сечении, исходя из формул (5.10), при известном отношении давлений $\beta = \frac{P}{P^*}$ можно проводить по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} P &= \beta P^*; & T &= T^* \beta^{\frac{k-1}{k}}; \\ v &= 1/\rho = RT/P = RT^*/(P^* \cdot \sqrt[k]{\beta}) = v^*/\sqrt[k]{\beta}; \end{aligned}$$

$$w = \sqrt{2C_{mP}(T^* - T)} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R_m T^* \left(1 - \beta^{\frac{k-1}{k}}\right)}. \quad (5.13)$$

Студентам предоставляется возможность самостоятельно проверить, что при критическом отношении давлений (5.12) данные выражения (5.13) перейдут в (5.11). Если известна площадь сечения канала, по которому протекает поток, можно определить по (5.1) объёмный и массовый расход газа:

$$\begin{aligned} G_V &= Aw = A \sqrt{\frac{2k}{k-1} R_m T^* \left(1 - \beta^{\frac{k-1}{k}}\right)}; \\ G_m &= \frac{Aw}{v} = \frac{A}{v^*} \sqrt{\frac{2k}{k-1} R_m T^* \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}; \\ G_m &= \frac{Aw}{v} = A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P^{*2}}{R_m T^*} \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

В последних выражениях $\beta = P/P^*$ – отношение текущего давления к давлению заторможенного потока; T^* , P^* , v^* – параметры заторможенного потока; R_m , k – удельная газовая постоянная и показатель адиабаты газа; A – площадь сечения канала. Обратим внимание, что при стационарном течении массовый расход должен оставаться постоянным в любом сечении, так что в последнем выражении в неявном виде учитывается связь площади канала и давления в каждой точке вдоль пути потока.

Формулы (5.13) и (5.14) удобны ещё и тем, что они пригодны для расчёта как критического, так и сверхкритического режима течения потока. Для расчёта докритического режима в эти формулы необходимо подставлять $\beta_2 = P_2/P^*$ – реальное отношение давления, а при сверхкритическом режиме $\beta_{кр}$ – критическое отношение (5.12), рассчитанное исходя из показателя адиабаты газа.

В задачах на истечение с учётом трения и сужения струи в формулы необходимо ввести поправочные коэффициенты. При определении w_2 – скорости газового потока на выходе канала вво-

дится коэффициент скорости φ_c , учитывающий изменение скорости из-за трения. При определении массового расхода G_m вводится коэффициент расхода $\mu = \varphi_c \cdot \varepsilon_c$, учитывающий уменьшение расхода вследствие трения и сужения струи, где ε_c – коэффициент сужения струи. Коэффициент скорости и коэффициент расхода являются характеристикой каждого конкретного канала и имеют значение меньше или равное единице. С использованием этих коэффициентов формулы (5.13)–(5.14) можно записать так:

$$w = \varphi_c \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT^* \left(1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)};$$

$$G_m = \mu_c A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P^{*2}}{RT^*} \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}} \right)}. \quad (5.15)$$

Ещё раз уточним условия, при которых становятся справедливы полученные выше уравнения (5.8)–(5.14) для расчёта скорости потока и расхода. Они получены для потока, ускоряющегося за счёт понижения давления в сужающемся сопле. При этом подходе величина максимальной скорости потока ограничена местной скоростью звука, т. к. её невозможно превзойти только за счёт понижения газового давления на выходе из канала. Если мы понижаем давление на выходе из канала так, что отношение давления на выходе и на входе становится ниже критического, то дополнительный перепад давления не может быть реализован на ускорение потока и переходит в возникновение очагов турбулентности и звуковых волн. Возникают разнообразные неравновесные процессы, при которых увеличивается энтропия потока, т. е. энергия переходит в неупорядоченное состояние.

§ 5.4. Сопло Лавалья

Существуют условия, при которых преодолевается ограничение и скорость свободного потока становится выше местной скорости звука. Такое возможно в специально профилированных соплах, которые называются сопла Лавалья. В этих соплах газ сначала ускоряется до скорости звука в начальной сужающейся части, затем сопло становится расширяющимся и происходит дальнейшее ускорение потока выше скорости звука. Принцип действия сопла Лавалья

основан на том, что для дозвукового потока газа ускоряющее воздействие оказывает сужающийся канал, а для сверхзвукового потока ускоряющее воздействие оказывает расширяющийся канал. Если сопло правильно спроектировано, то в его самом узком сечении скорость газового потока равна местной скорости звука. Профиль расширяющейся части сопла также требует точного проектирования, т. к. при слишком медленном увеличении сечения канала мало воздействие на газовый поток, а при слишком быстром изменении сечения канала газовый поток срывается. В последнем случае между потоком и стенками канала возникают турбулентности, проникающие в ядро потока и нарушающие течение потока.

Будем рассматривать правильно спроектированное сопло Лавала, работающее в расчётном режиме. В его наименьшем сечении достигается скорость потока, равная скорости звука, т. е. это будет критическое сечение потока, которое мы определили ранее, и к этому сечению подходят формулы (5.11)–(5.12). Для объёмного и массового расхода газа (5.14) можно записать:

$$G_V = Aw = A \sqrt{\frac{2k}{k+1} R_m T^*};$$

$$G_m = \frac{Aw}{v} = A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P^{*2}}{R_m T^*} \left(\left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}} - \frac{2}{k+1} \right)}. \quad (5.16)$$

Ввиду того, что газовый поток способен сильно расширяться, объёмный расход имеет разное значение в каждом сечении. Но при стационарном течении массовый расход газа имеет постоянное значение в любом сечении, и его удобнее считать через массовый расход в самом узком, критическом сечении сопла.

В сопле Лавала практически полностью может реализоваться превращение энтальпии газа в скорость газового потока. В этом случае справедливы законы (5.12)–(5.16), полученные для стационарного равновесного газового потока. Соответственно, максимальную скорость потока, уже безо всяких ограничений, можно выразить через параметры заторможенного потока (5.13):

$$w = \sqrt{2C_{mP}(T^* - T)} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R_m T^* \left(1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)}.$$

Если считать, что на выходе из потока давление много меньше, чем на входе, $\beta = P_2/P^* \ll 1$, то данную формулу можно трактовать следующим образом:

$$w_{\max} = \sqrt{2C_{mP}T^*} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}R_mT^*}. \quad (5.17)$$

Эта величина может быть существенно выше местной скорости звука на выходе из потока, т. к. в формуле (5.7) фигурирует температура на выходе из потока, а в формуле (5.17) использована температура заторможенного потока.

Стоит сказать про реальные приложения полученной формулы (5.17). Мощность реактивных двигателей, используемых для движения ракет и самолетов, линейно зависит от скорости, с которой возможно выбрасывать реактивную струю. Чем больше скорость струи, тем больше мощность реактивного двигателя при одинаковом массовом расходе потока, выбрасываемого реактивным двигателем.

Абсолютное значение скорости (5.17) зависит как от температуры заторможенного потока, так и от молярной массы газа, формирующегося в потоке: $R_m = R/M$. Чем меньше молярная масса выхлопных газов и чем больше их температура, тем больше будет абсолютная скорость потока, вылетающего из сопла реактивного двигателя. Таким образом, реактивное топливо должно обладать высокой теплотой сгорания, а продукты сгорания должны быть с малой молекулярной массой. Так как обычно используется углеводородное топливо, то в нём должна быть повышена доля водорода по сравнению с углеродом. Продуктами горения водорода являются пары воды $M_{H_2O} = 0,018$ кг/моль, а продуктами горения углерода являются углекислый газ $M_{CO_2} = 0,044$ кг/моль и оксид углерода $M_{CO} = 0,028$ кг/моль.

В качестве примера расчёта параметров потока рассмотрим решение двух следующих задач.

Задача 1. Из рабочего колеса центробежного компрессора воздух поступает в диффузор, имея параметры $P_1 = 0,11$ МПа, $T_1 = 290$ К и абсолютную скорость $w_1 = 300$ м/с. Давление за диффузором $P_2 = 0,17$ МПа, площадь выходного сечения

$A = 7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Показатель адиабаты $k = 1,4$; удельная газовая постоянная $R_m = 287 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; теплоёмкость $C_{mP} = 1005 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Определить скорость воздуха на выходе из диффузора и расход газа.

Вначале необходимо определить местную скорость звука (5.7) в заданном сечении (сечение 1):

$$a_1 = \sqrt{kR_m T_1} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 290} = 341 \text{ м/с}.$$

Так как у нас скорость потока ниже, чем скорость звука, поток дозвуковой. Диффузором для дозвукового газового потока является канал с уменьшающимся сечением. В процессе движения по диффузору поток замедляется, в нем растёт давление, повышается температура и местная скорость звука. Следовательно, отношение скорости потока к скорости звука вдоль всего канала уменьшается, поток останется дозвуковым.

В предположении, что поток двигается стационарно и равномерно, для нахождения температуры и давления на выходе канала можно воспользоваться законами адиабатического процесса:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 290 \cdot \left(\frac{0,17}{0,11} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 328 \text{ К}.$$

Теперь на основании изменения энтальпии потока газа (5.6), на основании формулы (5.4) можно рассчитать скорость газового потока во втором сечении:

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 + 2(h_1 - h_2)} = \sqrt{w_1^2 + 2C_{mP}(T_1 - T_2)}.$$

Произведём расчёты:

$$w_2 = \sqrt{300^2 + 2 \cdot 1005 \cdot (290 - 328)} = 117 \text{ м/с}.$$

Чтобы определить массовый и объёмный расход газа на выходе из канала, воспользуемся определениями (5.14). Для расчёта объёмного расхода достаточно данных, полученных из предыдущих расчётов:

$$G_V = A_2 w_2 = 7 \cdot 10^{-4} \cdot 117 = 0,0817 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Для того чтобы определить массовый расход, необходимо из уравнения Менделеева – Клапейрона рассчитать удельный объём газа в выходном сечении:

$$v_2 = 1/\rho_2 = R_m T_2 / P_2$$

и использовать полученное значение для расчёта массового расхода:

$$G_m = \frac{A_2 w_2}{v_2} = \frac{A_2 w_2 P_2}{R_m T_2} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot 117 \cdot 0,17 \cdot 10^6}{287 \cdot 328} = 0,148 \text{ кг/с.}$$

Отметим, что мы произвели промежуточные расчёты, т. е. рассчитали температуру в сечении (2), но могли бы использовать выражение для расчёта температуры и подставить его в конечные формулы. Тогда выражения для расчёта скорости в выходном сечении и массового расхода выглядели бы так:

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 + 2C_{mP} \cdot T_1 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}.$$

Задача 2. Воздух вытекает из сопла Лавалья с диаметром узкого (критического) сечения $D_{кр} = 5,5$ см. Скорость на входе сопла $w_1 = 140$ м/с, на выходе $w_2 = 1200$ м/с. Параметры воздуха на входе $P_1 = 14,5$ МПа; $t_1 = 825$ °С. Удельная теплоёмкость при постоянном давлении $C_{mP} = 1005$ Дж/(кг · К); показатель адиабаты $k = 1,4$; удельная газовая постоянная $R_m = 287$ Дж/(кг · К). Определить давление P_2 , площадь критического сечения сопла, а также параметры – температуру, плотность и массовый расход воздуха на выходе сопла. Оценить диаметр выходного сечения сопла. Какая должна быть длина сопла от критического сечения до выходного сечения, если расширяющуюся часть сопла можно приближённо считать усечённым конусом с углом при вершине $\alpha = 10^\circ$?

Параметры заторможенного потока можно рассчитать на осно-

ве формул (5.8), (5.9):

$$T^* = T_1 + \frac{w_1^2}{2C_{mp}}; \quad P^* = P_1 \left(\frac{T^*}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Подставим численные значения: $T_1^* = 1098 + \frac{140^2}{2 \cdot 1003} = 1108$ К;

$$P_1^* = 14,5 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{1108}{1098} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 15,0 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

На основании полученных данных из формул (5.11) можно определить параметры потока в критическом сечении:

$$T_{\text{кр}} = \frac{2}{k+1} T^* = \frac{2}{1,4+1} 1108 = 923 \text{ К};$$

$$P_{\text{кр}} = P^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 15 \cdot 10^6 \left(\frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 7,92 \text{ МПа};$$

$$w_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R_m T^*} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{1,4+1} 287 \cdot 1108} = 609 \text{ м/с}.$$

Критические параметры позволяют нам рассчитать параметры потока в самом узком сечении, которое при расчётном режиме течения через сопло Лавала является критическим сечением. Для решения задачи необходимо найти массовый расход газа на выходе из сопла. При стационарном течении газа массовый расход является одинаковой величиной для любого сечения, это следует из закона сохранения массы. Нам удобнее определить массовый расход в критическом, самом узком сечении сопла. Удельный объём в этом сечении можно выразить из уравнения состояния: $v_{\text{кр}} = R_m T_{\text{кр}} / P_{\text{кр}}$.

Площадь узкого сечения:

$$A_{\text{кр}} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 5,5^2 \cdot 10^{-4}}{4} = 23,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Массовый расход газа можно рассчитать на основе выражения (5.14):

$$G_m = \frac{A_{\text{кр}} w_{\text{кр}}}{v_{\text{кр}}} = \frac{A_{\text{кр}} w_{\text{кр}} P_{\text{кр}}}{R_m T_{\text{кр}}} = \frac{23,8 \cdot 10^{-4} \cdot 609 \cdot 7,92 \cdot 10^6}{287 \cdot 1108} = 36,1 \text{ кг/с}.$$

Параметры газового потока на выходе из сопла можно определить исходя из основного уравнения термодинамики для свободного потока (5.4) с учётом зависимости энтальпии от параметров состояния (5.6):

$$C_{mP} T_2 + \frac{w_2^2}{2} = C_{mP} T_1 + \frac{w_1^2}{2}.$$

Так как скорости на входе и выходе канала известны, отсюда можно выразить температуру потока на выходе из канала:

$$T_2 = T_1 + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2C_{mP}} = 1098 + \frac{140^2 - 1200^2}{2 \cdot 1003} = 390 \text{ К}$$

и, исходя из уравнения адиабаты, определить давление в выходном сечении:

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 14,5 \cdot 10^6 \left(\frac{390}{1098} \right)^{3,5} = 0,387 \text{ МПа}.$$

Плотность газа на выходе из сопла можно выразить из уравнения состояния идеального газа:

$$\rho_2 = P_2 / (R_m T_2) = (0,387 \cdot 10^6) / (287 \cdot 390) = 3,49 \text{ кг/м}^3.$$

Так как массовый расход газа одинаков в любом сечении, можно оценить площадь выходного сечения.

$$G_m = A_2 w_2 \rho_2 = 36,1 \text{ кг/с};$$

$$A_2 = \frac{G_m}{w_2 \rho_2} = \frac{36,1}{1200 \cdot 3,49} = 0,862 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

В предположении, что профиль выходного сечения круглый, можно рассчитать диаметр канала в выходном сечении:

$$D_2 = \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,862 \cdot 10^{-2}}{3,14}} = 0,105 \text{ м}.$$

Длина расширяющейся части сопла l_p определится из геометрических построений, приведённых на рис. 5.1:

$$l_p = l_{0-2} - l_{0-кр} = \frac{d_2}{2 \operatorname{tg}(\alpha/2)} - \frac{d_{кр}}{2 \operatorname{tg}(\alpha/2)} = \frac{d_2 - d_{кр}}{2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}.$$

Подставим численные значения:

$$l_p = \frac{0,105 - 0,055}{2 \cdot \operatorname{tg}(5^\circ)} = 0,286 \text{ м}.$$

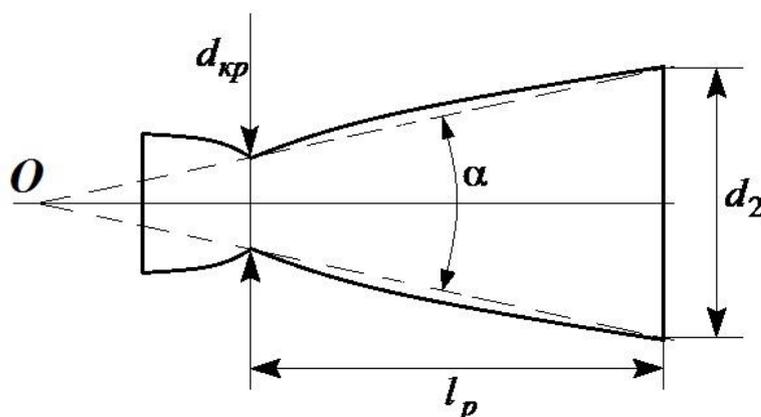


Рис. 5.1. Схема для определения длины l_p расширяющейся части сопла Лавая

Подставим численные значения:

$$l_p = \frac{0,0115 - 0,0055}{2 \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{10}{2}\right)} = 0,034 \text{ м.}$$

Расход определяется параметрами в узком сечении сопла. При неизменных параметрах воздуха на входе критические параметры остаются неизменными. Поэтому при увеличении площади выходного сечения расход воздуха не изменится. Так как $G = v_2 \rho_2 A_2 = \text{const}$, то с увеличением площади A_2 пропорционально уменьшится плотность ρ_2 и с учётом $\rho_2 = \frac{P_2}{R_m T_2}$ при неизменном давлении $P_2 = P_0$ увеличится температура T_2 .

§ 5.5. Задачи для самостоятельного решения

5.1. Азот из компрессора поступает в канал с изменяющимся сечением. Параметры азота на входе канала: $P_1 = 0,2$ МПа, $T_1 = 320$ К и скорость $w_1 = 280$ м/с. Давление на выходе канала $P_2 = 0,12$ МПа, а площадь выходного сечения – $A = 11,0 \cdot 10^{-4}$ м². Показатель адиабаты рассчитать как для идеального газа. Удельная газовая постоянная $R_m = 0,296 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплоёмкость при постоянном давлении равна $C_p = 1,035 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Определить скорость на выходе канала, объёмный и массовый расход газа.

5.2. Азот из компрессора поступает в канал с диффузором. Параметры поступающего потока азота: $P_1 = 0,3$ МПа, $T_1 = 320$ К и скорость потока $w_1 = 230$ м/с. Давление на выходе канала $P_2 = 0,180$ МПа, площадь выходного сечения $A = 11,0 \cdot 10^{-4}$ м². Показатель адиабаты $k = 1,4$. Удельная газовая постоянная $R_m = 0,296 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплоёмкость при постоянном давлении $C_p = 1,035 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Определить скорость на выходе канала и расход газа.

5.3. Азот из компрессора поступает в канал с диффузором. Параметры поступающего потока азота: $P_1 = 0,2$ МПа, $T_1 = 320$ К и скорость потока $w_1 = 130$ м/с. Давление на выходе канала $P_2 = 0,156$ МПа, площадь выходного сечения $A = 11,0 \cdot 10^4$ м². Показатель адиабаты $k = 1,4$. Удельная газовая постоянная $R_m = 0,296 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплоёмкость при постоянном давлении $C_p = 1,035 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Определить скорость на выходе канала и расход газа.

5.4. Отработанные газы выпускаются из цилиндра при давлении в цилиндре $P_1 = 0,55$ МПа и температуре $t_1 = 1250$ °С. Давление за выпускным каналом $P_0 = 0,11$ МПа, а площадь сечения канала $A_2 = 12,5 \cdot 10^{-6}$ м². Принять, что коэффициент скорости $\varphi_c = 0,86$, а коэффициент расхода $\mu = 0,82$. Удельная газовая постоянная $R_m = 0,287 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, показатель адиабаты $k = 1,33$. Определить скорость истечения, массовый расход выпускных газов, их температуру и плотность на выходе из цилиндра.

5.5. Из сопла Лавалья вытекает газ. Диаметр узкого (критического) сечения сопла равен $d_{кр} = 5,0 \cdot 10^{-3}$ м. Скорость на входе сопла $w_1 = 150$ м/с, на выходе $w_2 = 1300$ м/с. Параметры воздуха на входе $P_1 = 14,0$ МПа; $t_1 = 850$ °С. Удельная теплоёмкость при постоянном давлении $C_p = 1,003 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, показатель адиабаты $k = 1,33$, удельная газовая постоянная $R_m = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Определить давление P_2 , площадь критического сечения сопла, а также параметры – температуру, плотность и расход воздуха на выходе сопла.

5.6. В центробежном компрессоре происходит адиабатное сжатие воздуха. Показатель адиабаты $k = 1,4$. Удельная работа сжатия составляет $66,0 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Температура на входе в рабочее колесо компрессора $t_1 = 17$ °С, давление равно 1,1 МПа, а скорость 125 м/с. На выходе температура 42 °С. Изобарная теплоёмкость со-

ставляет $1,003 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Определить скорость воздуха на выходе из центробежного компрессора. Какое давление установится в резервуаре при адиабатном торможении этого потока?

5.7. В процессе впуска в цилиндр дизеля засасывается атмосферный воздух, имеющий параметры $P_1^* = 0,1$ МПа и $t_1 = 27$ °С. Определить давление, которое установится в цилиндре после адиабатного торможения потока, если скорость воздуха на входе в цилиндр 110 м/с, а коэффициент скорости во впускном канале $\varphi_c = 0,83$.

5.8. Кислород из компрессора поступает в канал с диффузором. Параметры поступающего потока кислорода: $P_1 = 0,25$ МПа, $T_1 = 315$ К и скорость потока $330 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Давление на выходе канала $P_2 = 0,160$ МПа, площадь выходного сечения $A = 10,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Показатель адиабаты $k = 1,4$. Удельная газовая постоянная $R_m = 0,268 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплоёмкость при постоянном давлении $C_p = 1,032 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Определить скорость потока на выходе канала и массовый расход кислорода.

5.9. В центробежном компрессоре происходит адиабатное сжатие азота. Удельная работа сжатия составляет $66,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Температура на входе в рабочее колесо компрессора $T_1 = 290$ К, давление равно 0,8 МПа, а скорость 120 м/с. На выходе температура 310 К. Изобарная теплоёмкость составляет $1,004 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Определить скорость азота на выходе из центробежного компрессора. Какое давление установится в резервуаре при адиабатном торможении этого потока?

ГЛАВА 6. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА

§ 6.1. Основные определения

При работе различных теплотехнических устройств двигателей внутреннего сгорания, компрессоров, холодильников, теплообменных аппаратов происходит нагрев отдельных частей установок и окружающей среды. Для минимизации вредного воздействия на среду и создания безопасных условий температура нагрева частей устройств не должна превышать определённых величин.

Теплообмен представляет собой процесс необратимого распространения тепла в пространстве, которое может быть заполнено твёрдыми горными породами, жидкостью или газом, т. е. в средах, в которых существует градиент температурного поля. Передача теплоты может осуществляться теплопроводностью, конвекцией и излучением.

Конвекцией называется процесс переноса теплоты путём перемещения газа или жидкости из области с большей температурой в область с меньшей температурой.

Тепловое излучение представляет собой электромагнитное излучение, суммарная мощность которого зависит от температуры излучающего тела и площади излучающей поверхности.

Теплопроводность наблюдается как в твёрдых, так и в жидких и газообразных средах.

Если концентрации отдельных компонентов системы в различных точках пространства разные, то происходит необратимый процесс переноса массы компонентов из одной точки среды в другую. Данный процесс называется *массообменом*, который продолжается до установления равновесия. Если массообмен сопровождается переносом теплоты, то этот процесс называют *конвективным массообменом*.

§ 6.2. Основной закон (уравнение Фурье)

Мысленно выделим в рассматриваемой среде две параллельные площадки, площадь которых равна Σ , расположенных на расстоянии Δl друг от друга (в положительном направлении оси x). Пусть температура первой площадки равна T_1 , а второй – T_2 , причём $T_1 > T_2$. Количество теплоты, прошедшее через площадку за время Δt , определяется уравнением Фурье:

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{l} \sum \Delta \tau, \quad (6.1)$$

где λ – коэффициент удельной теплопроводности среды.

Выражение (6.1) для малых изменений параметров можно записать:

$$\delta Q = -\lambda \text{grad} T \sum d\tau, \quad (6.2)$$

где $\text{grad} T = n \frac{-dt}{dl}$, это векторная величина, направленная от площадки с меньшей T к площадке с большей T . Минус « \leftarrow » показывает, что тепло движется в обратном направлении. Другими словами, градиент температуры – это вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры. В декартовых координатах:

$$\text{grad} T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}.$$

В цилиндрических координатах: $\text{grad} T = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{e}_z$.

В неравномерно нагретом теле всегда имеется векторное поле $\text{grad} T$. Первую и левую части выражения (6.2) разделим на произведение $\sum d\tau$, тогда получим

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad} T, \quad (6.3)$$

где \vec{q} – удельный тепловой поток, проходящий через единицу времени в перпендикулярном направлении к площадке.

Если площадка расположена под некоторым углом к тепловому потоку, то необходимо найти проекцию площади S на площадь, перпендикулярную потоку $S_n = S \cos \alpha$.

Таким образом, тепловой поток численно равен количеству тепла, проходящего через рассматриваемую поверхность в единицу времени. Тепловой поток по размерности совпадает с мощностью. Удельный тепловой поток – это векторная величина, определяемая суммой удельных потоков по осям координат:

$$\vec{q} = q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k}. \quad (6.4)$$

Количество теплоты, которое за время $\Delta \tau$ путём теплопроводности подводится к элементарному объёму ΔV , можно рассчитать по формуле

$$Q = -\text{div} \vec{q} \Delta \tau \Delta V, \quad (6.5)$$

$$\text{где } \operatorname{div} \vec{q} = \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right).$$

Формулу (6.5) можно получить и другим способом.

§ 6.3. Дифференциальное уравнение теплопроводности

Его необходимо знать при изучении температурного поля в массиве горных пород при подземных горных работах или в отвалах – при открытых.

Будем считать, что разность количества теплоты, поступившего в элементарный объём dV за время dt через грань на расстоянии x и отведённого через грань на расстоянии $(x + dx)$, равна изменению внутренней энергии твёрдого тела или другой среды:

$$\delta Q_x - \delta Q_{x+dx} = c_m \nu dmdT, \quad (6.6)$$

где $c_m \nu$ – удельная теплоёмкость при постоянном объёме; δQ_x – количество теплоты, поступающее в элементарный объём твёрдого тела через грань, перпендикулярную оси ox и отстающую от начала координат на расстоянии x ; δQ_{x+dx} – количество теплоты, выходящее из элементарного объёма через грань на расстоянии $(x + dx)$ от начала координат.

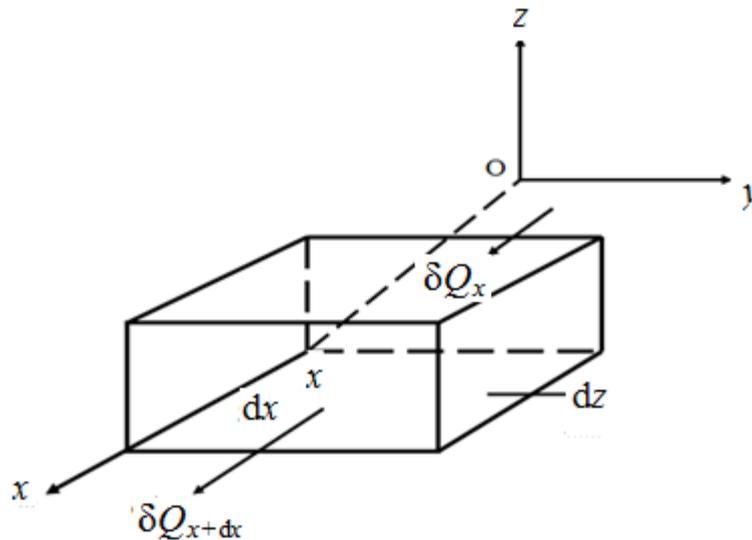


Рис. 6.1. Схема поступления теплоты в элементарный объём твёрдого тела

Найдём теплоту, поступающую в элементарный объём, по формуле $\delta Q_x = q_x dy dz dt$, а выходящую теплоту по формуле

$$\delta Q_{x+dx} = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} (dx)^2 + \dots \right) dy dz d\tau. \quad (6.7)$$

В выражении (6.7) удельная теплота, выходящая из элементарного объёма q_{x+dx} , представлена в виде разложения в ряд Тейлора с ограничением второй производной. Тогда разность количеств теплоты равна

$$\delta Q_x - \delta Q_{x+dx} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy dz d\tau. \quad (6.8)$$

Аналогичными выражениями определяется количество теплоты, поступившее в элементарный объём через грани, перпендикулярные осям y и z .

Общее количество теплоты, поступившее в элементарный объём горной породы за время $d\tau$, определяется выражением

$$\delta Q = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dy dz d\tau = -\text{div} \vec{q} dV d\tau. \quad (6.9)$$

Выражение (6.9) совпадает с (6.5), которое написано исходя из теоремы Остроградского – Гаусса. Учли, что масса равна выражению

$$dm = \rho dx dy dz, \quad (6.10)$$

где ρ – плотность вещества.

На основании первого начала термодинамики из уравнения (6.6) с учётом (6.9) будем иметь

$$C_{mp} \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right). \quad (6.11)$$

Процесс передачи тепла идёт при постоянном давлении $dP = 0$, следовательно, всё поступающее тепло идёт на увеличение энтальпии.

Действительно:

$$dh = TdS + V dP,$$

поэтому

$$dh = (TdS)_P = (\delta Q)_P = C_{mP} dT.$$

С учётом закона Фурье

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \quad \text{получим}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{C_{mp}\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (6.12)$$

Выражение (6.12) можно записать в операторной форме:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{C_{mp}\rho} \nabla^2 T = \frac{\lambda}{C_{mp}\rho} \Delta T = \alpha \nabla^2 T, \quad (6.13)$$

где $\alpha = \frac{\lambda}{C_{mp}\rho}$ – коэффициент температуропроводности среды.

Выражения (6.12) и (6.13) называют дифференциальными уравнениями теплопроводности. Коэффициент температуропроводности является мерой «инерционных» свойств тела в отношении выравнивания температуры. Скорость изменения температуры в точке прямо пропорциональна коэффициенту температуропроводности, т. е. чем больше α , тем быстрее тело охлаждается или нагревается. Значения α для некоторых веществ в качестве примера приведены в табл. 6.1 [3].

Интересно, что коэффициент температуропроводности можно трактовать как коэффициент диффузии теплоты. Коэффициент α характеризует также и процессы конвективного теплообмена.

Если состояние среды стационарно, т. е. распределение температуры с течением времени не изменяется, то выражение (6.12) запишется

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0. \quad (6.14)$$

Таблица 6.1

Численные значения коэффициента температуропроводности α

№	Вещество	$\alpha, 10^{-5} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}$
1	Медь ($T = 273 \text{ К}$)	11,6
2	Воздух ($T = 273 \text{ К}, P = 0,101 \text{ МПа}$)	1,88
3	Сталь 20 ($T = 273 \text{ К}$)	1,16
4	Вода ($T = 273 \text{ К}, P = 0,101 \text{ МПа}$)	0,0169

При стационарном режиме и наличии внутреннего источника тепла уравнение (6.12) примет вид

$$\alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q'}{C_{mp} \rho} = 0, \quad (6.15)$$

где q' – удельный тепловой поток, создаваемый внутренним источником.

В уравнениях (6.14) и (6.15) имеются две неизвестные функции: температура и удельный тепловой поток.

Оператор Лапласа $\nabla^2 T = \Delta T = \text{div grad } T$ в цилиндрических координатах имеет вид

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (6.16)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение теплопроводности является уравнением с частными производными. Его решение в каждом конкретном случае зависит от совокупности начальных и граничных условий.

§ 6.4. Начальные и граничные условия

Решение дифференциального уравнения теплопроводности в каждом конкретном случае даёт получение распределения температуры в зависимости от координат и времени. При этом считается, что геометрические размеры и коэффициенты λ , C_{mp} и ρ заданы дополнительно. К этим данным необходимо задать начальные условия. С учётом начальных и граничных условий в каждом случае нужно решить краевую задачу по распределению температуры в массиве горных пород.

Начальные условия задают распределением температуры в массиве горных пород в момент времени, принятый за начало отсчёта, т. е. при $t = 0$:

$$T(x, y, z, t)|_{t=0} = f(x, y, z), \quad (6.17)$$

где $f(x, y, z)$ – заданная функция.

Граничным условием первого рода задаётся температура поверхности при $t > 0$ как функция координат отдельных точек границ поверхности.

Граничным условием второго рода задаётся выбор плотности теплового потока \vec{q} на границе поверхности. При этом \vec{q} считается

положительным, если тепловой поток направлен от поверхности в окружающую среду, в противном случае, если вектор плотности теплового потока направлен к поверхности, он считается отрицательным:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_{\Sigma} = \bar{q}. \quad (6.18)$$

Величина \bar{q}_1 задаётся для любой точки поверхности в произвольный момент времени. В выражении (6.18) λ это теплопроводность при температуре T в данной точке границы (поверхности) тела. Для установившегося температурного поля должно выполняться условие

$$\int_V \operatorname{div} \bar{q}_1 dV = \int_{\Sigma} \bar{q}_1 d\Sigma = 0, \quad (6.19)$$

где Σ – площадь поверхности, ограничивающей некоторый объём V .

Для расчёта параметров температурного поля с граничными условиями второго рода необходимо знать температуру в какой-либо точке поверхности. Граничным условием третьего рода задаётся температура среды T_c (вмещающих горных пород) и температура поверхности тела T_n в виде закона Ньютона – Рихмана:

$$q_1 = \alpha(T - T_c), \quad (6.20)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, который численно равен количеству теплоты, проходящей через единицу поверхности массива горных пород в единицу времени при разности их температур в 1 К.

С учётом (6.20) граничное условие третьего рода записывается следующим образом:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_{\Sigma} = \alpha(T - T_c). \quad (6.21)$$

В выражении (6.21) коэффициент α характеризует интенсивность конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающими горными породами.

Если в рассматриваемой задаче кроме конвективного теплообмена происходит теплообмен излучением, то выражение (6.21) перепишется следующим образом:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_{\Sigma} = \alpha(T - T_c) + \alpha(T^4 - T_c^4). \quad (6.22)$$

Уравнение (6.22) может быть линейным, если коэффициент $\alpha = \text{const}$. Если $\alpha = f(T)$, то данное уравнение становится нелинейным. Дифференциальные уравнения второго порядка с граничными условиями типа (6.22) всегда являются нелинейными и решаются численным методом.

Граничное условие четвёртого рода наблюдается при тепловом контакте горных пород с различными коэффициентами теплопроводности. На поверхности их соприкосновения будет равенство подводимого и отводимого потоков тепла:

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right) \Big|_{\Sigma} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right) \Big|_{\Sigma}. \quad (6.23)$$

Начальные и граничные условия позволяют в каждом конкретном случае, решив краевую задачу, найти параметры температурного поля в массиве горных пород. Это особенно актуально для процессов самовозгорания полезного ископаемого в выработанном пространстве при подземных горных работах в штабелях при хранении на поверхности добытого полезного ископаемого или при перевозке, а также в отвалах при открытой добыче полезного ископаемого.

Интересно то, что форма источника тепловыделения влияет на решение дифференциального уравнения только в ближайшей к нему зоне.

§ 6.5. Стационарная теплопроводность. Передача теплоты через плоскую стенку

Теплота от горячей стенки к холодной передаётся по механизму теплопроводности. Если тепло к горячей стенке поступает от более горячей среды, а от более холодной стенки передаётся другой среде, то здесь проявляется механизм теплоотдачи. Введём обозначения: пусть температура более горячей среды T_{c1} , а более холодной – T_{c2} ; температура более горячей стенки T_1 , а более холодной – T_2 ; коэффициент теплоотдачи от более горячей среды к стенке α_1 , от стенки к менее горячей среде – α_2 ; коэффициент теплопроводности стенки λ (рис. 6.2).

Вектор плотности теплового потока в данном случае постоянен во всех процессах теплоотдачи и теплопроводности:

а) при теплоотдаче от горячей среды к стенке:

$$|\vec{q}| = \alpha_1 (T_{c1} - T_1); \quad (6.24)$$

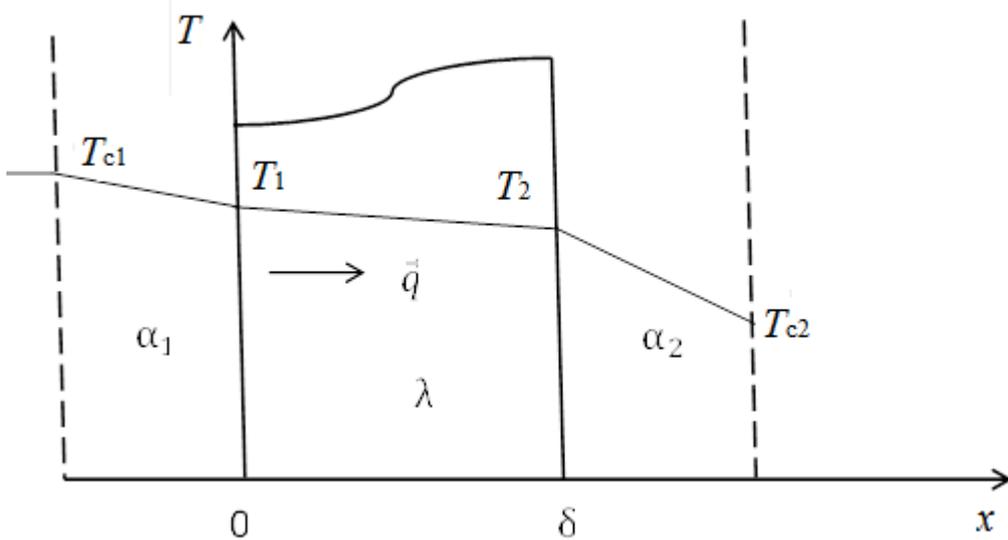


Рис. 6.2. Схема, поясняющая теплопередачу через плоскую стенку

б) при теплопроводности в стенке:

$$|\vec{q}| = \frac{\lambda}{\delta} (T_1 - T_2); \quad (6.25)$$

в) при теплоотдаче от более холодной стенки к среде:

$$|\vec{q}| = \alpha_2 (T_2 - T_{c2}). \quad (6.26)$$

Поскольку температура вдоль стенки остаётся постоянной, то дифференциальное уравнение стационарной теплопроводности от горячей стенки к холодной запишется следующим образом:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0, \quad (6.27)$$

а граничные условия для теплопроводности через плоскую стенку: при $x = 0$, $T = T_1$, а при $x = \delta$, $T = T_2$.

После интегрирования получаем

$$\frac{\partial T}{\partial x} = C_1 \text{ и } T = C_1 x + C_2. \quad (6.28)$$

Постоянные C_1 и C_2 найдём из граничных условий: при $x = 0$ $T = T_1 = C_2$, а при $x = \delta$ $T = T_2 = C_1 \delta + C_2$, откуда имеем

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{\delta}. \quad (6.29)$$

Внутри стенки температура линейно уменьшается от T_2 до T_1 . Действительно:

$$T = \frac{T_2 - T_1}{d} x + T_1. \quad (6.30)$$

Отношение $\frac{\lambda}{\delta}$ называют тепловой проводимостью стенки, а обратную величину $\frac{\delta}{\lambda}$ – термическим сопротивлением стенки.

Зная величину плотности теплового потока через стенку, можно рассчитать количество теплоты, которое пройдет через площадь S за время t :

$$Q = |\vec{q}|St = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{\delta} St. \quad (6.31)$$

Если стенка состоит из n -слоев, то приняв температуру на поверхности соприкасающихся слоев одинаковой, а вектор плотности теплового потока постоянным, т. е. $\vec{q} = \text{const}$, в соответствии с (6.26) будем иметь:

$$|\vec{q}| = q = \frac{\lambda_1(T_1 - T')}{\delta_1}; \quad q = \frac{\lambda_2(T' - T'')}{\delta_2}; \quad \dots; \quad q = \frac{\lambda_n(T^n - T^{n+1})}{\delta_n},$$

где $T_1, T', T'', T^n, T^{n+1}$ – температура каждой последующей поверхности.

Отсюда будем иметь:

$$q = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}}, \quad (6.32)$$

где $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ – толщина каждого последующего слоя соответственно; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – их теплопроводность. В выражении (6.32) сумму термических сопротивлений отдельных слоев называют полным термическим сопротивлением многослойной стенки.

Коэффициент теплопроводности в общем случае зависит от температуры. Пусть в первом приближении эта зависимость линейна, тогда плотность теплового потока запишется следующим образом:

$$q = -\lambda_0(1 + bT) \frac{dT}{dx}, \quad (6.33)$$

где λ_0 – коэффициент теплопроводности при $T = 273$ К; b – постоянная, характеризующая скорость изменения коэффициента теплопроводности с температурой.

После интегрирования выражения (6.33) получим, что температура внутри стенки изменяется нелинейно с ростом x .

Плотность теплового потока от горячей жидкости к холодной через теплопроводящую стенку выражается соотношениями (6.25), (6.26), (6.27), при этом $\vec{q} = \text{const}$, после несложных преобразований получим

$$q = \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{T_{c1} - T_{c2}}{K}. \quad (6.34)$$

В выражении (6.34) физическая величина $K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$ име-

ет размерность $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}$ и называется *коэффициентом теплопередачи*,

который численно равен количеству теплоты, передаваемой через единицу площади поверхности стенки от горячей жидкости к более холодной через теплопроводящую стенку в единицу времени при разности температур между жидкостями, равной 1 К. Величина обратная кельвину называется термическим сопротивлением:

$$R = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (6.35)$$

В выражении (6.35) записано термическое сопротивление многослойной стенки. При наличии однослойной стенки температуру стенок можно рассчитать по формулам:

$$T_1 = T_{c1} - \frac{q}{\alpha_1}; T_2 = T_{c2} - q \left(\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda} \right); T_{c2} = T_{c1} - q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right). \quad (6.36)$$

§ 6.6. Передача теплоты через цилиндрическую стенку

Рассмотрим стационарный процесс теплопередачи, т. е.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0.$$

Пусть цилиндрическая стенка на внутренней поверхности имеет температуру T_{c1} , а на внешней T_{c2} . Распределению температуры в данной стенке отвечает дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0. \quad (6.37)$$

Поскольку распределение температуры в данной задаче не зависит от угла φ и координат z , то уравнение (6.37) примет вид

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0. \quad (6.38)$$

Решение уравнения (6.38) необходимо провести в граничных условиях, записанных выше, т. е. стенка имеет температуру T_1 внутренней поверхности при $r = r_1$ и температуру T_2 внешней поверхности при $r = r_2$.

Уравнение (6.38) решаем путём замены $\frac{dT}{dr} = U$, тогда оно примет вид

$$\frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} = 0. \quad (6.39)$$

Уравнение (6.39) легко решить методом разделения переменных.

А после перехода к переменной T будем иметь:

$$T = C_1 \ln r + C_2. \quad (6.40)$$

Постоянные C_1 и C_2 найдём из граничных условий. Получим

$$C_1 = \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}; \quad C_2 = (T_1 - T_2) \frac{\ln r_1}{\ln \frac{r_1}{r_2}}. \quad (6.41)$$

Подставляя (6.41) в уравнение (6.40), после упрощений получим

$$T = T_1 - (T_1 - T_2) \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (6.42)$$

В выражении (6.41) $r_1 < r < r_2$.

Исходя из (6.42), полагаем что распределение температуры в цилиндрической стенке при передаче теплоты от внутренней к наружной имеет нелинейный характер. При этом нужно иметь в виду, что плотность теплового потока q с увеличением радиуса относительно радиуса внутренней поверхности не остаётся постоянной, т. к. при этом увеличивается площадь боковой поверхности

цилиндра, но количество теплоты, проходящее через стенку в единицу времени, остаётся постоянным.

Величину плотности теплового потока через боковую поверхность внутренней стенки можно рассчитать по формуле

$$q_1 = \frac{2\lambda(T_1 - T_2)}{d_1 \ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad (6.43)$$

где T_1 , T_2 – температура внутренней и внешней стенок соответственно; d_1 , d_2 – диаметр внутренней и внешней цилиндрической поверхности соответственно.

А через боковую поверхность внешней стенки по аналогичной формуле:

$$q_2 = \frac{2\lambda(T_1 - T_2)}{d_2 \ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (6.44)$$

Если коэффициент теплопроводности линейно зависит от температуры, например, $\lambda = \lambda_0(1 + bT)$, где b – постоянная, то распределение температуры в цилиндрической стенке нелинейно и будет определяться выражением

$$T = \sqrt{\left(\frac{1}{b} - T_1\right)^2 - \frac{q_1 \ln \frac{d}{d_1}}{\pi b \lambda_0}} - \frac{1}{b}. \quad (6.45)$$

В выражении (6.45) q_1 рассчитывают по формуле (6.43). Для решения задач теплоэнергетики необходимо произвести расчёт линейной плотности теплового потока, т. е. плотности теплового потока, отнесённого к единице длины трубы, для случая, когда внутри трубы проходит горячая жидкость, температура которой T_1 , а сама труба помещена в жидкость с меньшей температурой T_2 . Обозначим коэффициенты теплоотдачи соответственно α_1 и α_2 .

Запишем линейную плотность теплового потока для внутренней среды (6.46), самой трубы (6.47) и внешней среды (6.48) в виде

$$q_l = \alpha_1 \pi d_1 (T_{c1} - T_1); \quad (6.46)$$

$$q_l = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (6.47)$$

$$q_l = \alpha_2 \pi d_2 (T_2 - T_{c2}). \quad (6.48)$$

После преобразований получим линейную плотность теплового потока от горячей жидкости внутри трубы к жидкости вне трубы

$$q_l = \frac{\pi(T_{c1} - T_{c2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \quad (6.49)$$

где T_{c1} , T_{c2} – абсолютная температура горячей и холодной жидкости.

Величина

$$K_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} \quad (6.50)$$

называется линейным коэффициентом теплопередачи. Он численно равен количеству теплоты, которое передаётся через единицу площади поверхности цилиндрической стенки от горячей жидкости к холодной в единицу времени при разности температур горячей и холодной жидкости в 1 К.

Величина обратная линейному коэффициенту теплопередачи называется термическим сопротивлением теплопередачи:

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \quad (6.51)$$

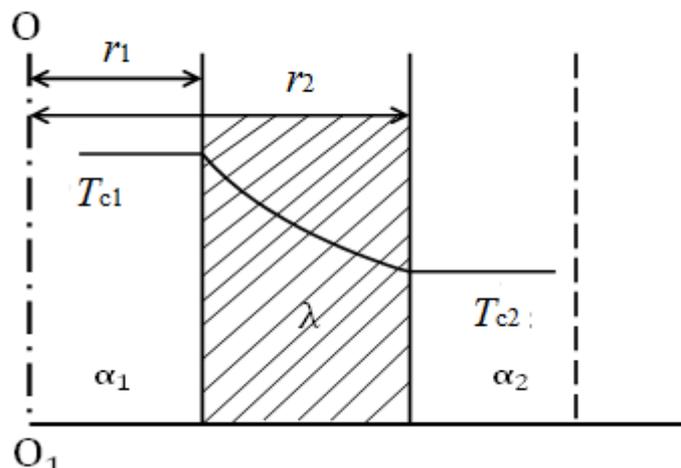


Рис. 6.3. Схема к расчёту теплопередачи через цилиндрическую стенку

Линейный коэффициент теплопередачи на внутренней и внешней поверхностях трубы зависит не только от коэффициен-

тов теплоотдачи α_1 и α_2 , но и от диаметров этих цилиндрических поверхностей, т. е.

$$K_l = d_1 K_1 = d_2 K_2, \quad (6.52)$$

отсюда коэффициенты теплопередачи K_1 и K_2 будут равны:

$$K_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{\alpha_2 d_2}}; \quad K_2 = \frac{1}{\frac{d_2}{\alpha_1 d_1} + \frac{d_2}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (6.53)$$

Термическое сопротивление теплопередачи R_l цилиндрической стенки – это величина обратная K_l :

$$R_l = \frac{1}{K_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}.$$

Изменится ли термическое сопротивление теплопередачи при изменении толщины цилиндрической стенки? Для ответа на этот вопрос возьмём производную от R_l по d_2 :

$$\frac{dR_l}{dd_2} = \frac{1}{2\lambda d_2} - \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} = 0, \quad (6.54)$$

поскольку увеличение d_2 в выражении (6.51) приводит к росту второго слагаемого и уменьшению третьего. В силу того, что третье слагаемое уменьшается быстрее, чем возрастает второе, при $d_2 = d_{кр}$ будем иметь минимум термического сопротивления теплопередачи.

Тогда из выражения (6.54) получим

$$d_2 = d_{кр} = \frac{2\lambda}{\alpha_2}. \quad (6.55)$$

Если толщину внешней цилиндрической поверхности трубы выбрать согласно (6.55), будем иметь максимальный коэффициент теплопередачи. Это особенно актуально для теплопроизводства, связанного с радиоактивным первичным контуром.

Для трубопроводов с горячей и холодной водой решают обратную задачу т. е. для уменьшения теплотерь при транспортировке горячей воды или нагревании транспортируемой холодной воды необходима теплоизоляция, которую накладывают на внешнюю поверхность трубы (рис. 6.4).

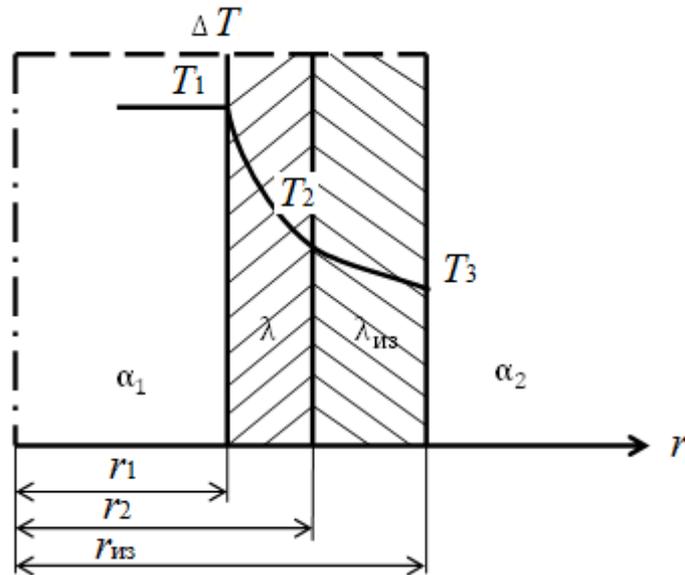


Рис. 6.4. Схема к определению толщины изоляции, наносимой на внешнюю поверхность цилиндрической стенки

Критический радиус изоляции представляет собой число, измеренное в единицах длины. Действительно, если $\lambda_{\text{из}} = 0,1 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, а $\alpha_2 = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, то $r_2^+ = r_{\text{кр.из}} = 10 \text{ мм}$. Если $r_2 > r_{\text{кр.из}}$, то тепловой поток будет уменьшаться с увеличением толщины изоляции (рис. 6.5) [3].

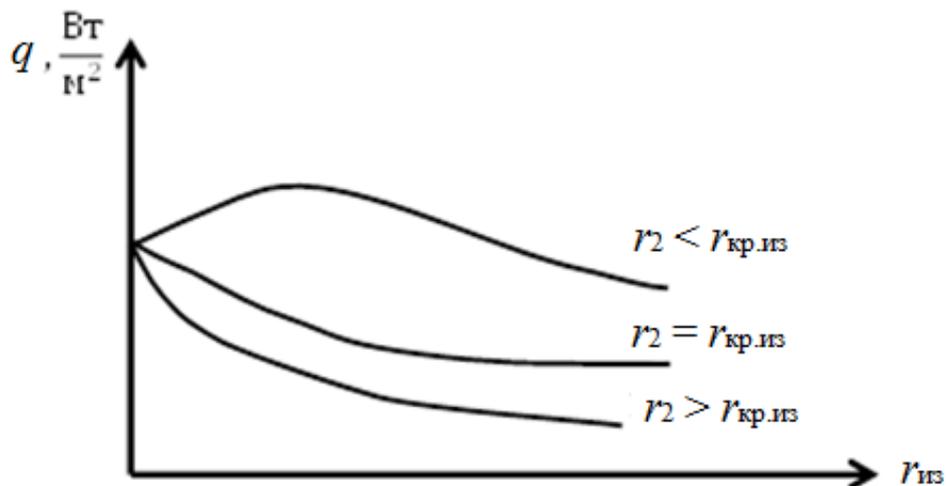


Рис. 6.5. Изменение плотности теплового потока в зависимости от внешнего радиуса трубы и толщины слоя изоляции

Из рис. 6.5 следует, что тепловые потери будут увеличиваться, если $r_2 < r_{кр.из}$, даже при увеличении толщины изоляции. Для уменьшения потерь необходимо, чтобы $r_2 > r_{кр.из}$.

Полипропиленовые трубы горячего водоснабжения необходимо изолировать для предотвращения потерь. Трубы холодного водоснабжения также необходимо изолировать для сохранения и поддержания гигиенических норм, предъявляемых к питьевой воде. Толщину и тип изоляции обычно выбирают в зависимости от разницы температур в помещении, где находится трубопровод с водой, и текущей воды. Определённое влияние также оказывает и способ прокладки трубопроводов: открытая, под штукатуркой, в специальных каналах, в грунте и т. д. Для холодного водоснабжения рекомендуются значения толщины изоляции, которые приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

*Рекомендуемая толщина изоляции
для труб холодного водоснабжения*

Способ прокладки трубопроводов	Рекомендуемая толщина изоляции, мм
1. Открытая прокладка в неотапливаемом помещении	4,0
2. Открытая прокладка в отапливаемом помещении	9,0
3. Прокладка в одиночных каналах без горячей воды	4,0
4. Прокладка в каналах рядом с горячей водой	13,0
5. Прокладка в стене рядом с горячей водой	13,0

Толщина изоляции для полипропиленовых труб с горячей водой колеблется от 9 до 15 мм. Металлические трубы раньше изолировали с помощью стекловаты, а сейчас для этих целей применяется вспененный полиэтилен. Изолирующий материал должен обладать малой теплопроводностью, негорючестью. В большинстве случаев применяется многослойная теплоизоляция. В качестве первого теп-

лоизоляционного слоя трубопроводов с температурой жидкости внутри них 300 °С и более допускается применять теплоизоляционные материалы с плотностью не более $300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ и коэффициентом теплопроводности при температуре 300 °С не более $0,12 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. Для второго и последующих слоев применяют материалы с плотностью не более $200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ и коэффициентом теплопроводности не более $0,08 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

§ 6.7. Конвективная теплоотдача

6.7.1. Основные понятия

Конвективная теплоотдача происходит за счёт теплопроводности и конвекции. При этом осуществляется перенос теплоты от одной более нагретой части жидкости или газа к другой менее нагретой за счёт теплопроводности. А движение микрочастиц среды обеспечивает конвективный теплообмен.

Практический интерес вызывает конвективный теплообмен между нагретой поверхностью твёрдого тела и омывающей её жидкостью.

Его интенсивность зависит от коэффициента теплоотдачи и α , который при теплопередаче через плоскую и цилиндрическую поверхности принимался постоянной величиной. В общем случае определение его величины в конкретных условиях является одной из главных задач теории конвективного теплообмена.

Для любого момента времени выполняется следующие соотношение:

$$\vec{q} = \vec{q}_{\text{тепл}} + \vec{q}_{\text{конв}}, \quad (6.56)$$

где \vec{q} – вектор плотности общего теплового потока; $\vec{q}_{\text{тепл}}$ – вектор плотности части теплового потока за счёт теплопроводности; $\vec{q}_{\text{конв}}$ – вектор плотности части теплового потока за счёт перемешивания молекул жидкости или газа из области с более высокой температурой в область с меньшей температурой.

Процесс теплоотдачи путём омывания нагретой поверхности газом или жидкостью описывается уравнением Ньютона – Рихмана:

$$|q| = \alpha(T_{\text{пов}} - T_{\text{ж}}), \quad (6.57)$$

где α – коэффициент теплоотдачи; $T_{\text{пов}}$, $T_{\text{ж}}$ – температура поверхности тела и жидкости.

Так как скорость жидкости или газа на поверхности равна нулю, то по дифференциальному уравнению Фурье имеем:

$$\vec{q}_{\text{пов}} = -\lambda \left(\frac{dT}{d\vec{n}} \right)_{\text{пов}}. \quad (6.58)$$

Если градиент температуры известен, то коэффициент теплоотдачи определяется по формуле

$$\alpha = \frac{q_{\text{пов}}}{\Delta T} = -\frac{\lambda}{\Delta T} \left(\frac{dT}{d\vec{n}} \right)_{\text{пов}}. \quad (6.59)$$

В общем случае температура является также функцией координат и зависит от поля скоростей. В этой связи решение задач конвективного теплообмена сводится к решению системы дифференциальных уравнений неразрывности, движения и энергии. Она содержит пять уравнений, из которых находят пять неизвестных функций при определённых начальных и граничных условиях.

Конвекция жидкости или газа может быть вызвана действием объёмных или поверхностных сил. К их числу относятся гравитационные силы, электромагнитные, а также силы трения и внешнего давления. Явление конвекции сопровождается переносом массы. Плотность потока массы \vec{q}_m – это масса газа или жидкости, переносимая за единицу времени через единицу площади поверхности:

$$\vec{q}_m = \frac{m}{\Delta t \Delta S} \vec{n}, \quad (6.60)$$

т. е. вектор плотности потока массы определяется в направлении нормали к выбранному элементу поверхности. С позиции физики конвективный массообмен – это перенос массы за счёт молекулярной диффузии и конвекции.

6.7.2. Дифференциальное уравнение переноса тепла за счёт конвекции и теплопроводности

Изменение массы веществ в определённом объёме пространства равно потоку массы через поверхность, ограничивающую рассматриваемый объём, и потоку от действия объёмных источников:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dt = \int_V \omega dt - \oint_S \vec{q}_m d\vec{n}, \quad (6.61)$$

где ρ – объёмная плотность; ω – мощность объёмного источника; \vec{q}_m – плотность потока массы.

Заменяя в (6.61) интеграл по замкнутой поверхности по теореме Остроградского на интеграл по объёму, получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dt = \int_V \omega dt - \int_V \operatorname{div} \vec{q}_m dt. \quad (6.62)$$

На основании выражения (6.62) можно записать:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{q}_m = \omega. \quad (6.63)$$

Для описания процесса изменения энергии будем иметь аналогичное уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(u + \frac{\rho v^2}{2} \right) + \operatorname{div} \vec{q}_m = \omega, \quad (6.64)$$

где $u, \frac{\rho v^2}{2}$ – плотность внутренней и кинетической энергии.

Из дифференциального уравнения теплопроводности следует:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{q} + q_{\text{внутр}}, \quad (6.65)$$

где h – удельная энтальпия.

Левая часть выражения (6.65) представляет изменение объёма. А в правой – мощность потока переносимого тепла и мощность потока тепла внутренних источников $q_{\text{внутр}}$.

При конвективном тепловом потоке нужно иметь в виду, что

$$\vec{q}_{\text{конв}} = \rho \vec{v} \frac{\delta Q}{m}, \quad (6.66)$$

где \vec{v} – вектор скорости потока; $\frac{\delta Q}{m} = h$ – количество тепла, переносимого единицей массы жидкости, равное удельной энтальпии.

Тогда плотность потока тепла по координатам x, y, z будет выражаться следующим образом:

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v_x h; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho v_y h; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \rho v_z h. \quad (6.67)$$

В выражениях (6.67) первое слагаемое отражает перенос тепла за счёт теплопроводности, а второе – за счёт конвекции.

Подставляя выражения (6.67) в (6.65) и учитывая, что жидкость несжимаемая, следовательно, $\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \text{div}\vec{v} = 0$, получим уравнение

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho \left(v_x \frac{\partial h}{\partial x} + v_y \frac{\partial h}{\partial y} + v_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \lambda \nabla^2 T + q_{\text{внутр}}. \quad (6.68)$$

Выражение (6.68) преобразуем с учётом того, что полная производная от удельной энтальпии по времени равна сумме частных производных от удельной энтальпии по координатам x , y , z , умноженных на соответствующие проекции скорости переноса массы, тогда получим выражение

$$\frac{dh}{dt} = a \nabla^2 T + \frac{q_{\text{внутр}}}{\rho C_{mP}}, \quad (6.69)$$

где a – коэффициент температуропроводности.

Выражения (6.68) и (6.69) – наиболее общие дифференциальные уравнения переноса тепла за счёт теплопроводности и конвекции, из них следуют частные случаи, когда перенос тепла не зависит от времени или происходит только по одной координате.

§ 6.8. Критерии подобия при определении теплофизических параметров потока

6.8.1. Основные понятия подобия

Тепловые процессы в выработанном пространстве при подземной разработке полезных ископаемых и в отвалах при открытой разработке существенным образом влияют на безопасность горных работ, сроки и последовательность проведения горнотехнических мероприятий, связанных с добычей, транспортированием и хранением полезного ископаемого. Геомеханические и теплотехнические измерения в горных выработках трудно организуемы, требуют определённых затрат на оборудование и влияют на технологический процесс. В этой связи достаточно просто было бы провести измерения на моделях и с учётом особенностей перехода результаты перенести на реальный массив. Для этого изготавливаются физические модели, задаются источники тепла и экспериментально на стенде измеряются параметры теплового поля. Для отождествления

измеренных параметров на модели с реальными параметрами теплового процесса полученные численные результаты необходимо умножить на соответствующие модельные множители перехода.

При изготовлении моделей используют теорию подобия, которая базируется на геометрическом и физическом подобии. Геометрическое подобие рассматриваемых моделей и реальных систем предусматривает постоянство отношения сходственных геометрических размеров системы и модели, т. е.

$$\frac{l''}{l'} = \frac{d''}{d'} = \text{const} = C_l, \quad (6.70)$$

где геометрические размеры с двумя штрихами относятся к параметрам натурной системы, а с одним штрихом – к модели.

Понятие подобие можно применить и к различным физическим процессам, но они должны быть одного и того же характера. Например, скорость течения среды в натуре и на модели, температура в сходственных точках пространства и времени и т. д. Тогда отношения физических величин в таких точках системы и модели в определённые моменты времени являются постоянными величинами. Например, отношение скоростей потока по осям x и y равно постоянной величине

$$\frac{v_x''}{v_x'} = \frac{v_y''}{v_y'} = \text{const} = C_v. \quad (6.71)$$

Также эти соотношения можно записать для отношения давлений, плотностей и т. д. Следовательно, подобие физических процессов в натуре и на модели сводится к подобию полей одноименных физических параметров.

Из величин, характерных для определённого процесса, составляют числа подобия, для получения которых необходимо иметь математическое описание физического процесса, например его дифференциальное уравнение.

Параметры дифференциального уравнения, характеризующие реальный физический процесс, помечают двумя штрихами. После чего параметры с двумя штрихами заменяют на параметры с одним штрихом по соотношениям (6.70), соблюдая правила преобразования производных.

1. Для производных первого порядка:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(C_P P')}{\partial(C_l x')} = \frac{C_P}{C_l} \frac{\partial P'}{\partial x'}. \quad (6.72)$$

2. Для производной n -го порядка:

$$\frac{\partial^n (P'')}{(\partial x'')^n} = \frac{C_P}{C_l^n} \frac{\partial^n (P')}{(\partial x')^n}. \quad (6.73)$$

6.8.2. Критерии подобия

Замена на параметры модели по соотношениям (6.72) и (6.73) позволяет получить дифференциальное уравнение для параметров модели, содержащее комбинации из постоянных, которые должны быть равны друг другу и отвечать соотношениям динамического подобия:

$$\frac{C_\rho C_\nu C_l}{C_\mu} = 1; \quad \frac{C_{\Delta P}}{C_\rho C_\nu^2} = 1. \quad (6.74)$$

Если в выражения (6.74) подставить значения постоянных, то получим следующее выражение:

$$\frac{\rho' V_0' l'}{\mu'} = \frac{\rho'' V_0'' l''}{\mu''}. \quad (6.75)$$

Выражение (6.75) имеет название числа Рейнольдса, т. е.

$$\frac{\rho V_0 l}{\mu} = \text{Re},$$

где ρ , V_0 – плотность и скорость потока; l – характерная длина; μ – динамическая вязкость.

В теории подобия число Рейнольдса называют критерием Рейнольдса, его величина позволяет судить о характере потока, т. е. он ламинарированный или турбулентный. Это зависит от соотношения сил инерции и вязкости. Выражение (6.76) носит название числа или критерия Эйлера, который указывает на соотношение сил давления и инерции в потоке:

$$\frac{(P_0 - P_1)}{\rho V_0^2} = \varepsilon. \quad (6.76)$$

Критерий Рейнольдса и Эйлера – одно и то же значение для реального процесса и физической модели.

Критерий подобия Нуссельта получают из выражения для коэффициента теплоотдачи

$$\alpha'' = \frac{\lambda''}{T_1'' - T_2''} \frac{dT''}{dH''}. \quad (6.77)$$

Введём коэффициенты:

$$C_m = \frac{T_1'' - T_2''}{T_1' - T_2'}; \quad C_n = \frac{dn''}{dn'}.$$

Тогда для модельного процесса получим

$$\alpha' = \frac{\lambda'}{T_1' - T_2'} \frac{dT'}{dH'} \frac{C_\alpha - C_n}{C_\lambda}. \quad (6.78)$$

Если числовой комплекс $\frac{C_\alpha - C_n}{C_\lambda} = 1$, то соотношение (6.77)

для реального процесса совпадает с (6.78) для модельного. После подстановки значений в числовой комплекс получим

$$\frac{\alpha'' n''}{\lambda''} = \frac{\alpha' n'}{\lambda'} = \text{Nu}. \quad (6.79)$$

Критерий подобия Нуссельта

$$\text{Nu} = \frac{\alpha n}{\lambda}. \quad (6.80)$$

В (6.80) характерным размером вместо n может являться любой другой линейный размер, длина или диаметр трубы l , т. е.

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}. \quad (6.81)$$

Абсолютная величина *критерия Нуссельта* характеризует соотношение между теплообменом, конвекцией и теплопроводностью.

Существуют и другие критерии подобия.

Критерий Прандтля. Он характеризует тепловые характеристики теплоносителя:

$$\text{Pr} = \frac{\mu C_{mP}}{\lambda}, \quad (6.82)$$

где μ – динамическая вязкость; λ – коэффициент теплопроводности; C_{mP} – удельная теплоёмкость при постоянном давлении.

Кроме того, критерий Прандтля характеризует также соотношение толщин динамического и теплового пограничных слоев.

Критерий Грасгофа. Он характеризует интенсивность движения среды при естественной конвекции и определяет соотношение между подъёмной силой и силой вязкости:

$$\text{Gr} = \frac{g\beta\Delta T l^3 \rho^2}{\mu^2}, \quad (6.83)$$

где g – ускорение свободного падения; $\beta = \frac{1}{T}$ – коэффициент температурного расширения для газа; l – характерный размер; μ – коэффициент динамической вязкости; ρ – плотность; ΔT – разность температур.

Нестационарные тепловые процессы характеризуются следующими критериями:

Критерий Фурье характеризует связь теплофизических свойств и размеров тела со скоростью изменения в нём поля температуры:

$$\text{Fo} = \frac{a\tau}{l^2}. \quad (6.84)$$

Критерий Био характеризует соотношение между температурными условиями в окружающей среде и распределением температуры в исследуемом теле:

$$\text{Bi} = \frac{al}{\lambda}. \quad (6.85)$$

6.8.3. Определяющие и определяемые критерии

В критерий Рейнольдса (6.75) входит множителем скорость, которую можно задавать изначально, то есть критерий Рейнольдса отвечает условиям однозначности. В критерий Эйлера (6.76) входит разность давлений, которая является зависимой, т. е. определяемой. Следовательно, необходимым и достаточным условием подобия является равенство критериев реального и модельного процессов, которые называют определяющими, например критерий Рейнольдса, а определяемые критерии, например Эйлера, выражаются через определяющие. В разных задачах определяющими могут быть разные критерии.

6.8.4. Теоремы подобия

1. Теорема Ньютона – Бертрана [2] предполагает установление определяющих критериев подобия и измерение параметров, входящих в данные критерии, а также установление связи между критериями.

2. Теорема Федермана – Бекингема [2] устанавливает возможность замены системы дифференциальных уравнений, описывающих реальный физический процесс, уравнениями в критериях подобия, образованных из физических параметров, входящих в дифференциальное уравнение. Результаты эксперимента можно получить путём решения критериального уравнения.

3. Теорема Кирпичёва – Гухмана [2] устанавливает, что подобны лишь те процессы, условия однозначности которых подобны, а критерии подобия, составленные из условий однозначности, численно равны.

ГЛАВА 7. ЭЛЕМЕНТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ И ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

§ 7.1. Химические реакции и тепловые эффекты.

Закон Гесса

В горных породах, являющихся вмещающими, при подземной и открытой разработке месторождений, и в самих полезных ископаемых, протекают различные химические реакции: окислительные, восстановительные, горения и т. д.

Часть из них приводит к образованию макрогальванических элементов в пределах залежи или пласта и протеканию токов в массиве горных пород. В силу незначительной величины они не вносят каких-либо изменений в тепловые состояния месторождения, но их параметры могут быть использованы в практике разработок месторождения для оценки геомеханического состояния его отдельных участков.

Интенсивные окислительные процессы, протекающие в больших соотношениях разрыхлённого полезного ископаемого при наличии достаточного притока кислорода, сопровождаются нагреванием вследствие выделения тепла, которое в зависимости от условий может заканчиваться либо самовозгоранием, либо выветриванием. В этой связи необходима термодинамическая оценка этих процессов на основе первого и второго начала термодинамики. Первое начало термодинамики позволяет рассчитать тепловой эффект химической реакции и направления перемещения тепла, а на основе второго начала термодинамики можно определить условия, при которых возможно протекание определённых видов реакций.

Примеры экзотермических реакций:

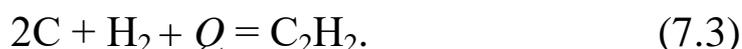
1) Неполное сгорание углерода



2) Горение водорода в кислороде



Пример эндотермической реакции – сгорание углерода в водороде с образованием ацетилен



В соответствии с первым началом термодинамики можно утверждать, что если реакция идёт без совершения работы и её тепловой эффект может быть рассчитан как разность внутренней энергии конечного и начального состояния, т. е.

$$Q_V = U_2 - U_1. \quad (7.4)$$

Если при протекании реакции совершается работа, то это изобарная реакция, протекающая при постоянном давлении. Примером таких реакций могут служить циклы некоторых двигателей внутреннего сгорания (Дизеля). Тепловой эффект такой реакции равен

$$\delta Q_p = dL + P(dV) = dL + d(PV) = d(L + PV) = dH. \quad (7.5)$$

Из (7.5) следует, что тепловой эффект изобарной реакции равен разности энтальпий её конечного и начального состояний.

В жидкости могут протекать реакции диссоциации, т. е. превращение (разложение) сложной молекулы в несколько простых молекул. Пример реакции диссоциации



Если две молекулы разных химических элементов образуют одну молекулу, то такую реакцию называют *бимолекулярной*. Тепловые эффекты реакций связаны между собой первым началом термодинамики:

$$Q_p = Q_V + P(V_2 - V_1). \quad (7.7)$$

Работу при изобарной реакции, идущей с изменением числа молей, можно оценить по уравнению Менделеева – Клапейрона:

$$P(V_2 - V_1) = R(v_2 T_2 - v_1 T_1), \quad (7.8)$$

где v_1, v_2 – начальное и конечное число молей; T_1, T_2 – начальная и конечная термодинамическая температура.

Как следует из выражений (7.4), (7.5), (7.7), тепловой эффект химической реакции зависит от параметров конечного и начального состояния термодинамической системы и не зависит от параметров промежуточных состояний.

Закон Гесса устанавливает, что тепловой эффект химической реакции, идущей в одну или несколько стадий, не зависит от их числа и последовательности, а также параметров состояния системы в этих стадиях, а полностью определяется конечным и начальным состоянием системы.

Закон Гесса справедлив для необратимых реакций. Для обратимых реакций изменение внутренней энергии и энтальпии равно нулю, поэтому тепловой эффект таких реакций также равен нулю.

На основании закона Гесса можно рассчитать тепловой эффект реакции. Для этого необходимо из теплоты образования исходных веществ вычесть температуру образования продуктов реакции, величину которых можно найти в справочной литературе (Приложения).

Например, при неполном сгорании углерода в кислороде выделяется определённое количество тепла:



Теплоту рассчитаем следующим образом. Из таблиц Приложений имеем, что удельная теплота образования CO равна 11562 Дж. Теплота образования одного моля CO равна $39,486 \cdot 10^5$ Дж/моль.

Но один килограмм CO содержит 35,714 молей. Следовательно, теплота образования одного моля CO равна 110562 Дж/моль. Теплота образования простых химических элементов: C (углерод) и O₂ (кислород) равна нулю, поэтому тепловой эффект химической реакции в данном случае равен 110562 Дж/моль.

Следствие из закона Гесса:

1) теплота образования химического соединения не зависит от способа, которым получено данное соединение;

2) тепловой эффект образования химического соединения равен тепловому эффекту разложения его до исходных веществ в результате химических реакций может превращаться в два различных продукта, то разность тепловых эффектов, сопровождающих эти превращения, равна тепловому;

3) если исходное вещество в результате химической реакции может превратиться в два различных продукта, то разность тепловых эффектов, сопровождающих эти превращения, равна тепловому эффекту превращения одного продукта в другой.

Например, теплота превращения в CO равна 110,562 кДж/моль, а тепловой эффект превращения углерода в CO₂ равен 393,703 кДж/моль. Разность тепловых эффектов превращения CO в CO₂ составляет 283,141 кДж/моль, что равно тепловому эффекту дожигания CO до CO₂.

Стандартная теплота образования некоторых веществ в состоянии идеального газа при $T = 0$ К приведена в табл. 7.1.

Стандартная теплота Q образования некоторых веществ

№	Вещество	Q , кДж/моль
1	СО – оксид углерода	-113,81
2	СО ₂ – углекислый газ	-393,15
3	Н ₂ О – вода	-238,91
4	С – графит	0
5	Н – атомарный водород	216,03
6	Н ₂ – водород	0
7	СН ₄ – метан	-66,89
8	С ₂ Н ₄ – этан	-69,11
9	С ₄ Н ₈ – пропан	-81,51
10	С ₂ Н ₄ – этилен	60,78

§ 7.2. Закон Кирхгофа

Тепловой эффект химической реакции зависит от температуры, при которой она идёт. Температурная зависимость теплового эффекта химической реакции определяется законом Кирхгофа. Учитывая, что для изобарных реакций

$$\delta Q_p = dL + d(PV) = d(L + PV) = dH,$$

$$\frac{\delta Q_p}{dT} = \frac{\partial H_p}{dT} - \frac{\partial H_{и}}{dT} = C_{Pp} - C_{Pi}, \quad (7.10)$$

где C_{Pp}, C_{Pi} – изобарные теплоёмкости продуктов реакции и исходных веществ.

А для изохорных реакций в зависимости от температуры

$$\frac{\delta Q_V}{dT} = \frac{\partial V_p}{dT} - \frac{\partial V_{и}}{dT} = C_{Vp} - C_{Vi}, \quad (7.11)$$

где C_{Vp}, C_{Vi} – изохорные теплоёмкости продуктов реакции и исходных веществ. В общем случае

$$\frac{\delta Q}{dT} = C_p - C_{и}. \quad (7.12)$$

Суммарные теплоёмкости находят с учётом числа молей каждого компонента продуктов реакции и исходных веществ:

$$C_{\text{и}} = \sum_{i=1}^{m_{\text{и}}} \nu_{\text{и}i} C_{\text{и}i}; \quad C_{\text{р}} = \sum_{i=1}^{m_{\text{р}}} \nu_{\text{р}i} C_{\text{р}i}, \quad (7.13)$$

где $\nu_{\text{р}i}, \nu_{\text{и}i}$ – число молей продуктов реакции и исходных веществ; $C_{\text{р}i}, C_{\text{и}i}$ – молярная теплоёмкость продуктов реакции и исходных веществ; $m_{\text{р}}, m_{\text{и}}$ – число компонент продуктов реакции исходных веществ.

Если в выражение (7.12) подставить выражение (7.13), то получим искомую зависимость теплового эффекта от температуры, т. е. закон Кирхгофа:

$$\frac{\delta Q}{dT} = \sum_{i=1}^{m_{\text{р}}} \nu_{\text{р}i} C_{\text{р}i} - \sum_{i=1}^{m_{\text{и}}} \nu_{\text{и}i} C_{\text{и}i}. \quad (7.14)$$

Левую часть выражения (7.14) называют температурным коэффициентом теплоты реакции. Распишем, как тепловой эффект изобарных реакций зависит от температуры:

$$\begin{aligned} Q_P = H_{\text{р}} - H_{\text{и}} &= \int_0^T C_{P\text{р}} dT + H_{0\text{р}} - \left(\int_0^T C_{P\text{и}} dT + H_{0\text{и}} \right) = \\ &= Q_{0P} + \int_0^T C_{P\text{р}} dT - \int_0^T C_{P\text{и}} dT, \end{aligned} \quad (7.15)$$

где $H_{0\text{р}}, H_{0\text{и}}$ – энтальпия продуктов реакции и исходных веществ при нормальных условиях, $Q_{0P} = H_{0\text{р}} - H_{0\text{и}}$.

Аналогично для изохорных реакций

$$Q_V = Q_{0V} + \int_0^T C_{V\text{р}} dT - \int_0^T C_{V\text{и}} dT. \quad (7.16)$$

Естественно, что для расчётов по формулам (7.15) и (7.16) необходимо знать зависимость удельной или молекулярной теплоёмкости от температуры. В качестве примера можно привести зависимость удельной изобарной теплоёмкости от температуры для некоторых веществ в следующем виде:

$$C_P = \frac{4,187}{M} \left(X + \frac{YT}{1000} + \frac{Z \cdot 10^5}{T^2} \right), \quad (7.17)$$

где X, Y, Z – коэффициенты (Приложения).

§ 7.3. Равновесие в химических реакциях

Химические реакции в горных породах и минералах могут протекать как в прямом, так и в обратном направлениях. При записи уравнения химической реакции это обозначают разнонаправленными стрелками. Направление протекания реакции определяется по соотношению количества реагентов исходного вещества и продуктов реакции.

Равновесие химической реакции характеризуется содержанием как исходных продуктов, так и продуктов реакции, причём их количество определяется параметрами системы: давлением, температурой и т. д.

Скорость химической реакции характеризуется изменением числа молей исходного вещества в единицу времени, т. е. $\frac{dv}{dt}$.

Число молей вещества можно определить из уравнения Менделеева – Клапейрона.

Константа равновесия химической реакции по парциальным давлениям определяется выражением

$$K_P = \frac{P_A^{v_a} \cdot P_B^{v_b}}{P_C^{v_c} \cdot P_D^{v_d}}, \quad (7.18)$$

где v_a, v_b, v_c, v_d – число молей исходных газов и газообразных продуктов реакции соответственно; P_A, P_B, P_C, P_D – соответствующие парциальные давления компонент.

Математическое выражение закона действующих масс, связанное с константой равновесия по парциальным давлениям, имеет вид

$$\ln K_P = \frac{1}{RT} (v_c \varphi_{0c} + v_d \varphi_{0d} - v_a \varphi_{0a} - v_b \varphi_{0b}), \quad (7.19)$$

где $\varphi_{0c}, \varphi_{0d}, \varphi_{0a}, \varphi_{0b}$ – химические потенциалы исходных компонент и продуктов реакции. Константы равновесия химических реакций при указанных температурах приведены в Приложениях.

Динамическое равновесие в химической реакции наступает, если скорость прямой реакции равна скорости обратной.

Также константу химической реакции определяют с учётом числа молей исходных веществ и продуктов реакции:

$$K_C = K_P(RT)^{\Delta n}, \quad (7.20)$$

где Δn – изменение числа молей продуктов реакции и исходных веществ.

Для изохорных и изобарных реакций влияние температуры на химическое равновесие можно оценить по соотношению:

$$\frac{d \ln K_P}{dT} = \frac{\delta Q_{\max}}{RT^2}. \quad (7.21)$$

§ 7.4. Воздействие тепловых машин на окружающую среду

7.4.1. Загрязнение атмосферы

Практически все тепловые станции и тепловые машины, сжигающие углеводородное топливо, загрязняют атмосферу дымовыми газами и продуктами сгорания. Кроме того, при сгорании каменных и бурых углей образуются твёрдые отходы, которые также загрязняют водный и воздушный бассейн и для утилизации которых требуются дополнительные материальные затраты.

Для сжигания 1 кг углеводородного топлива требуется в зону горения подать от 12 до 25 кг атмосферного воздуха. Продукты горения в виде горячих газов выбрасываются в атмосферу, являясь причиной теплового загрязнения и загрязнения вредными компонентами, содержащимися в составе выбрасываемых газов.

Исследования дымовых уходящих газов, выбрасываемых установками, сжигающими топливо, показали, что в их составе содержатся: оксиды углерода (до 50 %), оксиды серы (до 20 %), оксиды азота (до 6–8 %), сажа и другие примеси. В выхлопных газах двигателей внутреннего сгорания содержатся до 70 % оксидов (бензол, формальдегид, бензопирен и др.), оксиды азота, сажа и т. д.

В результате взаимодействия химических элементов, содержащихся в выбрасываемых газах, с парами воды, содержащимися в воздухе, воздушными течениями, солнечным излучением происходят фото- и химические реакции с образованием различных кислот и щелочей и выпадением кислотных осадков.

Наибольший экологический ущерб атмосфере и окружающей среде наносят оксиды углерода и азота, которые относятся к отравляющим веществам.

Для человека наибольшую опасность представляют канцерогенные вещества, содержащиеся в выхлопных газах и вызывающие

раковые заболевания. К ним относятся бензопирен $C_{20}H_{12}$. В числе загрязняющих веществ, содержащихся в исходящих газах, находится также серный и сернистый ангидрид (сернистые газы SO_2 и SO_3). Это газы с резким запахом, образующиеся при сгорании каменных углей, мазута и нефти, содержащие более 4 % серы. Их воздействие на органы дыхания человека вызывает бронхит.

Весьма негативное воздействие на живые организмы оказывает оксид углерода или угарный газ (CO), образующиеся при неполном сгорании топлива. Опасны для человека также и аэрозоли, содержащие частицы размером менее 10 мкм.

Оксид и диоксид азота (NO_4 и NO_2) образуются при сгорании углеводородного топлива при температуре порядка 650 °С. В атмосфере воздуха они оставляют красно-бурый след. Основными источниками поступления диоксида азота в атмосферу являются выхлопные газы автомобилей.

Следствием наличия диоксида азота в атмосфере является возникновение в приземном слое больших концентраций озона (O_3), являющегося сильным окислителем, разрушающим строительные конструкции, резину, пластмассу, растения. Конечно, он поглощает ультрафиолетовое излучение Солнца, но губительно действует на живую и неживую природу.

Увеличение концентрации углекислого газа CO_2 в атмосфере вызывает парниковый эффект.

7.4.2. Шумовое воздействие двигателей на окружающую среду

При движении автотранспорта шумовое воздействие возникает вследствие соприкосновения шин с поверхностью дороги, процессов всасывания воздуха и выпуска отработанных газов, работы вентилятора, клапанного механизма, а также при изменении режимов работы: разгоне и торможении. Уровень шума от работы грузовых автомобилей примерно на 15 дБ выше, чем у легковых.

Снижение городского шума от автомобилей достигается уменьшением шумности всех транспортных средств, в том числе и применением малошумящих дорожных покрытий, созданием между проезжей частью и жилыми комплексами полос зелёных насаждений, рациональным размещением зданий и сооружений относительно проезжей части дорог.

§ 7.5. Альтернативные виды топлива

Спирты – это вид автомобильного топлива. В первую очередь к ним относятся метанол и этанол. При использовании спиртов получают хороший КПД процесса, но имеют повышенный расход топлива из-за более низкой теплопроводной способности. Затруднён запуск двигателя, работающего на таком топливе, из-за низкой испаряемости.

Водород. Запасы его практически неисчерпаемы, его теплотворная способность в 5 раз выше, чем у бензина.

Электромобиль. Его преимуществом является бесшумность, а недостатком – большой вес аккумуляторных батарей и достаточно малый пробег между зарядками.

Переход на альтернативные виды топлива происходит достаточно медленно. Но уже в ряде стран широко используются ветряки, солнечные батареи, строятся приливные станции.

Основное достоинство альтернативных видов топлива – это производство экологически «чистой» энергии, что может привести к улучшению экологической ситуации. Недостаток – медленное внедрение новых методов производства «чистой» энергии. В то же время нужно отметить, что работы в этом направлении ведутся практически во всех промышленно развитых странах. Так, в Китае в 2014 г. с помощью ветрогенераторов произведено 114,783 ГВт энергии. В США в 2014 г. суммарная мощность ветрогенераторов составила 65,879 ГВт. США является мировым лидером по производству энергии с использованием геотермальных вод.

ГЛАВА 8. КОМПРЕССОРЫ

§ 8.1. Назначение компрессоров

Компрессоры предназначены для получения сжатого воздуха или газа и широко используется в промышленности, строительстве и в быту. Системы включения механических прессов, механические отбойные молотки, пульверизаторы используют сжатый до давления 5–7 атмосфер воздух.

§ 8.2. Классификация компрессоров

По принципу действия компрессоры подразделяют на лопастные и объёмные.

В лопастных компрессорах требуемое давление воздуха создаётся за счёт взаимодействия воздушного потока с решётками лопастей подвижной и неподвижной (рис. 8.1). Конструктивно такие компрессоры бывают осевыми, радиально-осевыми и центробежными. Лопастные центробежные компрессоры используются в установках для кондиционирования воздуха.

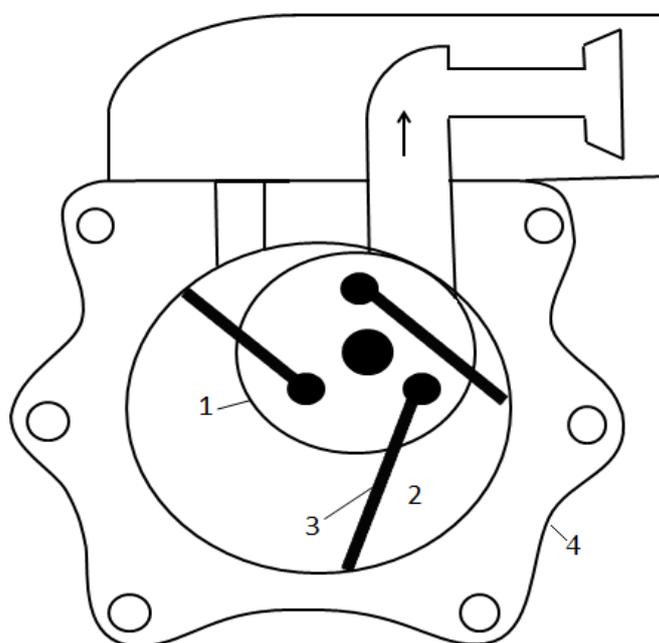


Рис. 8.1. Схема лопастного центробежного компрессора:

1 – ротор, установленный эксцентрично;
2 – рабочая камера; 3 – лопасти; 4 – корпус

При вращении ротора под действием центробежной силы инерции лопасти отбрасываются, что и обеспечивает необходимое давление воздуха. Объёмные компрессоры подразделяются на роторные и поршневые.

§ 8.3. Поршневые компрессоры

Поршневые компрессоры обладают достаточно высокой надёжностью и стабильностью.

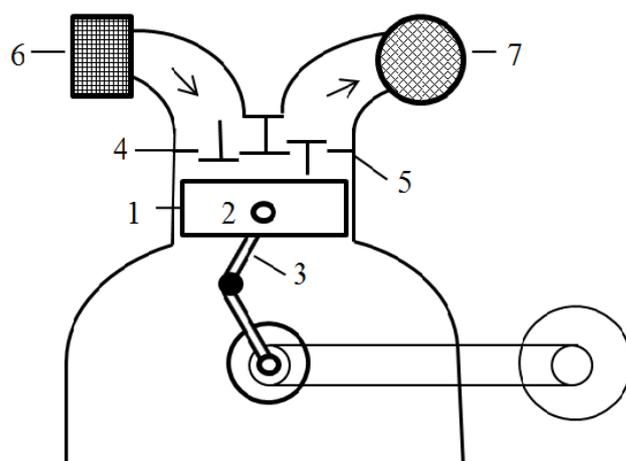


Рис. 8.2. Схема поршневого компрессора:

1 – цилиндр; 2 – поршень; 3 – кривошипно-шатунный механизм;
4, 5 – впускной и выпускной клапаны; 6 – фильтр; 7 – ресивер

Поршень 2 движется в цилиндре 1 между верхней (ВМТ) и нижней (НМТ) мёртвыми точками.

При движении поршня вверх, т. е. в ВМТ, он вытесняет воздух, находящийся в цилиндре, в ресивер 7. Заполнение цилиндра воздухом происходит при движении поршня к НМТ. На рис. 8.3 приведена P – V -диаграмма, поясняющая последовательность термодинамических процессов, происходящих в компрессоре.

Сжатие газа происходит при движении поршня к ВМТ. Оно происходит изотермически 1 – 2', политропно 1 – 2, адиабатно 1 – 2''. В большинстве случаев сжатие осуществляют по политропному процессу (с постоянной теплоёмкостью). В процессе 2 происходит вытеснение сжатого воздуха из цилиндра. Цикл поршневого компрессора осуществляется за два хода поршня.

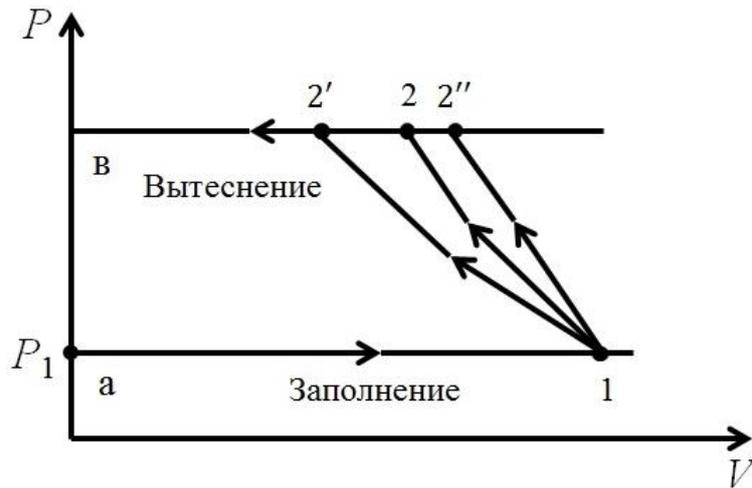


Рис. 8.3. P - V -диаграмма процессов, происходящих в поршневом компрессоре

Удельная работа при изотермическом сжатии воздуха в компрессоре рассчитывается по формуле

$$l_T = \frac{L}{m} = -R_M T_1 \ln \frac{P_2}{P_1}. \quad (8.1)$$

На рис. 8.3 в координатах P - V работа численно равна площади фигуры, ограниченной a - 1 - 2 - $в$ - $а$. Из диаграммы процессов в компрессоре (рис. 8.4) следует, что

$$l_T = \frac{L}{m} = -T_1 \frac{S_2 - S_1}{m} = -T_1 (s_2 - s_1). \quad (8.2)$$

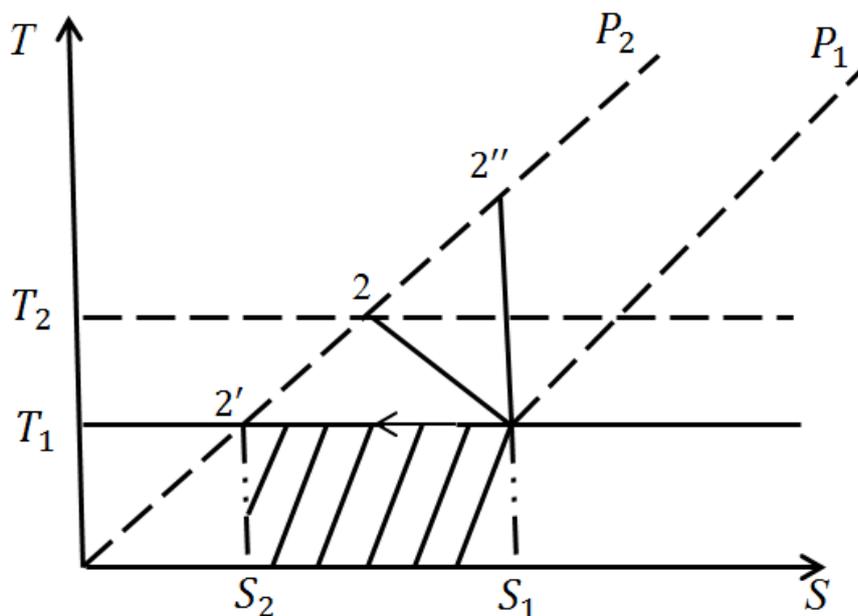


Рис. 8.4. T - S -диаграмма термодинамических процессов, происходящих в одноступенчатом поршневом компрессоре

Работа отрицательная, потому что она совершается внешними силами над термодинамической системой. При политропном сжатии удельную работу можно рассчитать по формуле

$$l_n = \frac{R_M T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (8.3)$$

При адиабатном сжатии удельная работа рассчитывается по такой же формуле при показателе политропы, равном коэффициенту Пуассона $n = k$. Работа при адиабатном сжатии наибольшая, но и температура сжатого воздуха при этом процессе также наибольшая.

§ 8.4. Особенности одноступенчатого реального компрессора

У реального компрессора между крышкой цилиндра и днищем поршня имеется вредный объём, из которого газ при вытеснении не выходит. В силу этого при процессах заполнения и вытеснения из цилиндра воздуха давление не остаётся постоянным. Технически это объясняется тем, что впускной и выпускной клапан вследствие трения срабатывают при давлениях, которые отличаются от P_1 и P_2 [2].

При сжатии воздуха по зависимости 1 – 2 выпускной клапан открывается при давлении, превышающем P_2 , и происходит процесс вытеснения сжатого воздуха (рис. 8.5).

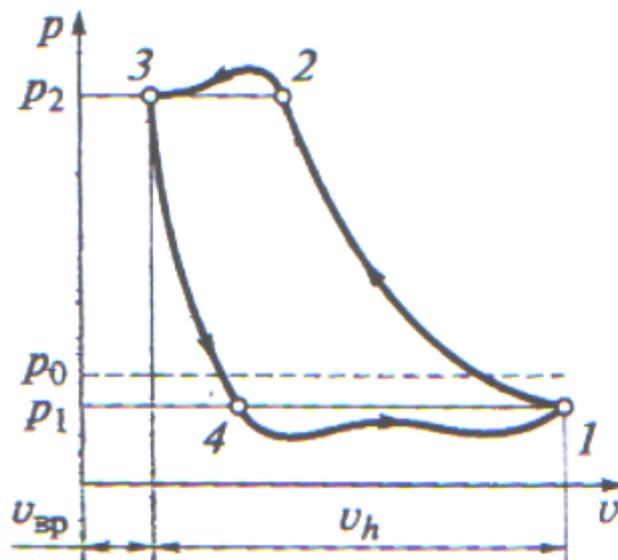


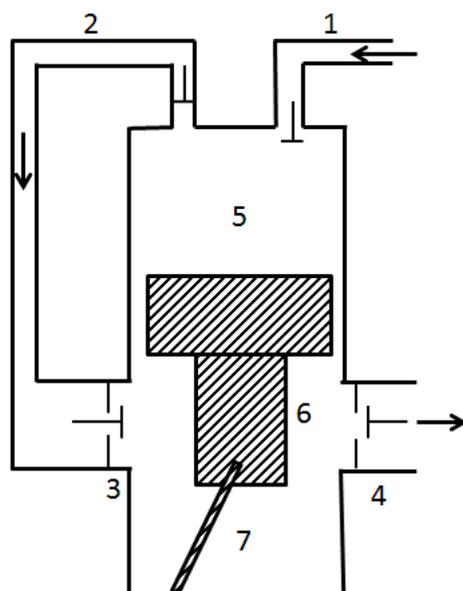
Рис. 8.5. Схема процессов в реальном одноступенчатом поршневом компрессоре

Данный процесс прекратится в тот момент, когда поршень достигнет ВМТ. При движении поршня к нижней НМТ воздух, находящийся во вредном объёме, расширяется в соответствии с кривой 3 – 4, а процесс всасывания начнётся (откроется впускной клапан) только после того, как давление станет меньше атмосферного P_0 .

Повышение температуры сжатого воздуха связано с возможностью возгорания смазочного масла. В силу этого в одноступенчатом компрессоре ограничивают величину конечного давления P_2 . Одноступенчатый компрессор применяют при сжатии воздуха до давления 0,8 МПа.

§ 8.5. Двухступенчатый и многоступенчатый компрессоры

Схема двухступенчатого компрессора представлена на рис. 8.6, а диаграмма процессов в координатах $P-V$ – на рис. 8.7 [3].



*Рис. 8.6. Схема двухступенчатого поршневого компрессора:
1, 2 – впускной и нагнетательный клапаны первой ступени;
3, 4 – впускной и нагнетательный клапаны второй ступени;
5 – рабочий цилиндр; 6 – поршень; 7 – привод поршня*

В многоступенчатом компрессоре после сжатия на первой ступени следует изобарное охлаждение, а затем газ поступает во вторую ступень.

Процесс заполнения рабочего пространства первой ступени начинается после открытия впускного клапана 1 (на рис. 8.7 это отражено линией а – 1). После окончания процесса заполнения проис-

ходит политропный процесс сжатия (линия 1 – 2), при котором воздух нагревается до температуры T_2 и по линии 2 – в происходит вытеснение сжатого газа из первой ступени и его охлаждение за пределами цилиндра компрессора до температуры T_1 , после чего по линии $a' – 1'$ происходит заполнение второй ступени, далее следует политропное сжатие по линии $1' – 3$ и вытеснение сжатого воздуха из второй ступени.

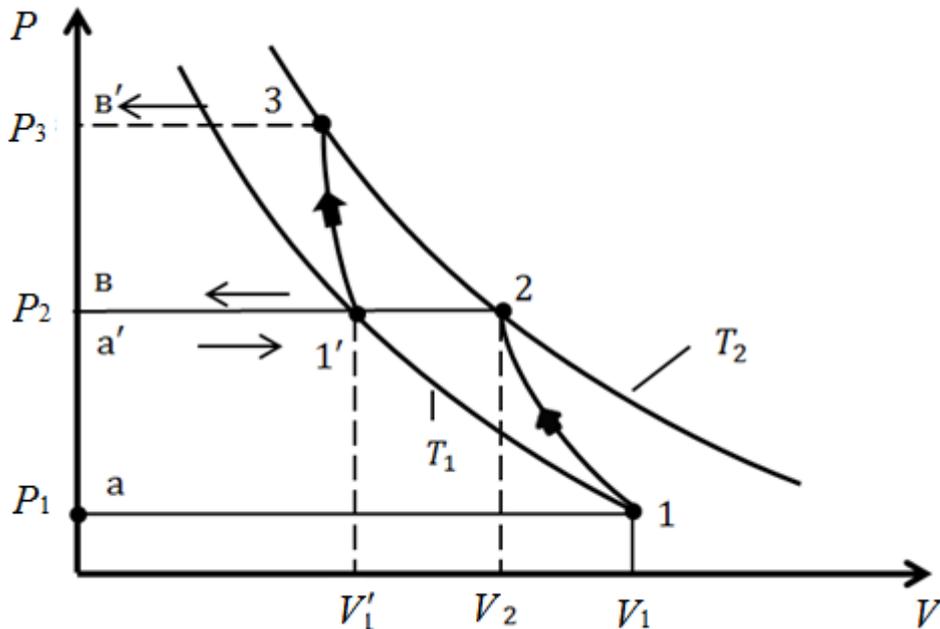


Рис. 8.7. Процессы, происходящие в двухступенчатом поршневом компрессоре в координатах $P-V$

Степень повышения давления в двухступенчатом компрессоре определяется соотношением:

$$\lambda_1 \lambda_2 = \frac{P_2 P_3}{P_1 P_2}. \quad (8.4)$$

При равенстве степеней повышения давления $\lambda_1 = \lambda_2$ имеем

$$\lambda = \sqrt{\frac{P_3}{P_1}}. \quad (8.5)$$

Характеристиками реального компрессора являются:

1) объёмный КПД (см. рис. 8.5)

$$h_{об} = \frac{V_1 - V_4}{V_n}; \quad (8.6)$$

2) относительно вредный объём (рис. 8.5)

$$a = \frac{V_{\text{вр}}}{V_h}. \quad (8.7)$$

Учитывая, что $V_1 = V_{\text{вр}} + V_h$ (см. рис. 8.5), а также $V_{\text{вр}} = aV_h$ и $V_4 = V_{\text{вр}}\lambda^n$, получаем окончательно выражение для объёмного КПД:

$$h_{\text{об}} = 1 - a \left(\lambda^n - 1 \right), \quad (8.8)$$

где n – показатель политропы.

Если компрессор закачивает воздух в баллон постоянного объёма, то этот процесс происходит в несколько циклов и при каждом последующем из них всасываемый объём уменьшается. Действительно, из рис. 8.7 следует, что всасываемый объём второй ступени $V_1 > V_2$, т. е. меньше всасываемого объёма первой ступени. В дальнейшем получим, что $V_4 = V_1$, т. е. объёмный КПД равен нулю, следовательно:

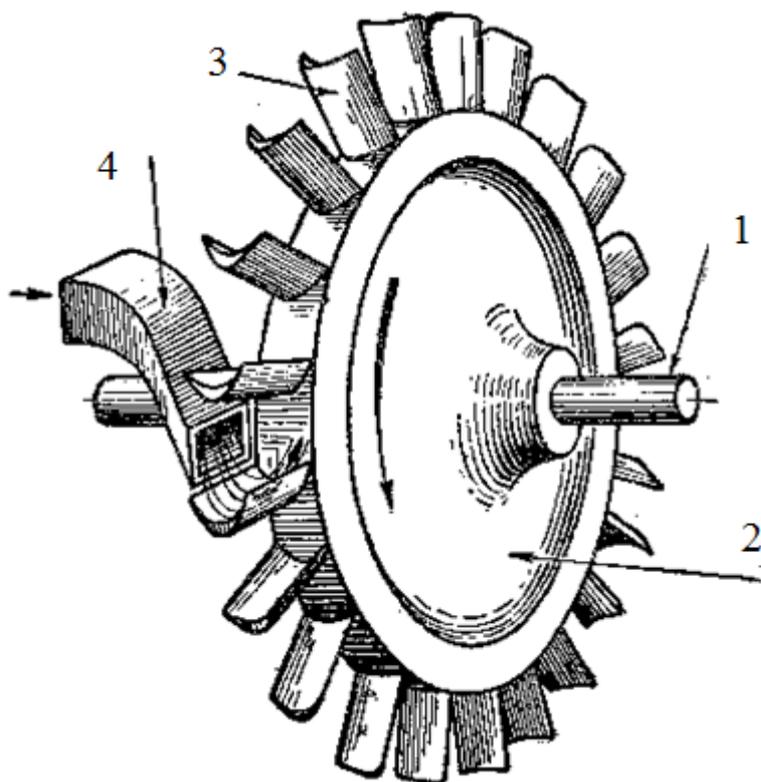
$$h_{\text{об}} = 1 - a \left(\lambda^n - 1 \right) = 0. \quad (8.9)$$

Из (8.10) следует, что максимально возможная степень повышения давления λ будет равна

$$\lambda_{\text{max}} = \left(\frac{1+a}{a} \right)^n. \quad (8.10)$$

§ 8.6. Лопаточные компрессоры

Лопаточные компрессоры предназначены для повышения давления воздуха или газа за счёт взаимодействия с подвижной и неподвижной лопастными решётками компрессора. Принцип действия лопаточных компрессоров основан на преобразовании механической работы компрессора в кинетическую энергию воздуха с последующим преобразованием во внутреннюю энергию. В зависимости от направления движения воздушного потока лопаточные компрессоры подразделяют на центробежные и осевые.



*Рис. 8.8. Фрагмент осевого компрессора:
1 – ротор; 2 – статор; 3, 4 – лопатки статора и ротора*

В осевом компрессоре имеются статор (неподвижная часть) и ротор (подвижная часть), на которых по длине окружности расположены лопатки.

Лопатки статора называют направляющими аппаратами, а лопатки ротора называют рабочими колёсами. Межлопаточный канал, как в рабочем, так и в направляющем аппарате статора, представляет собой расширяющийся диффузор. Треугольник скоростей потока воздуха на входе в рабочие колёса представлен на рис. 8.9, *а*, а на выходе из него – на рис. 8.9, *б*.

На рис. 8.9, *а* \vec{C}_1 – скорость частиц воздуха, попадающих в рабочее колесо, лопатки ротора придают им переносную скорость относительно оси ротора $\vec{\omega}$, тогда полная скорость частиц воздуха относительно оси обозначится \vec{u}_1 . При прохождении диффузора в рабочем колесе уменьшается скорость частиц до \vec{C}_2 и происходит изменение её направления, но переносная скорость та же $\vec{\omega}$, поэтому скорость частиц воздуха относительно оси увеличивается по модулю и изменяет свое направление \vec{u}_2 . В направляющем аппарате за счёт диффузорности межлопаточного канала происходит торможе-

ние воздушного потока, что приводит к росту статического давления. Таким образом, скорость потока в рабочем колесе растёт, в направляющем аппарате – падает.

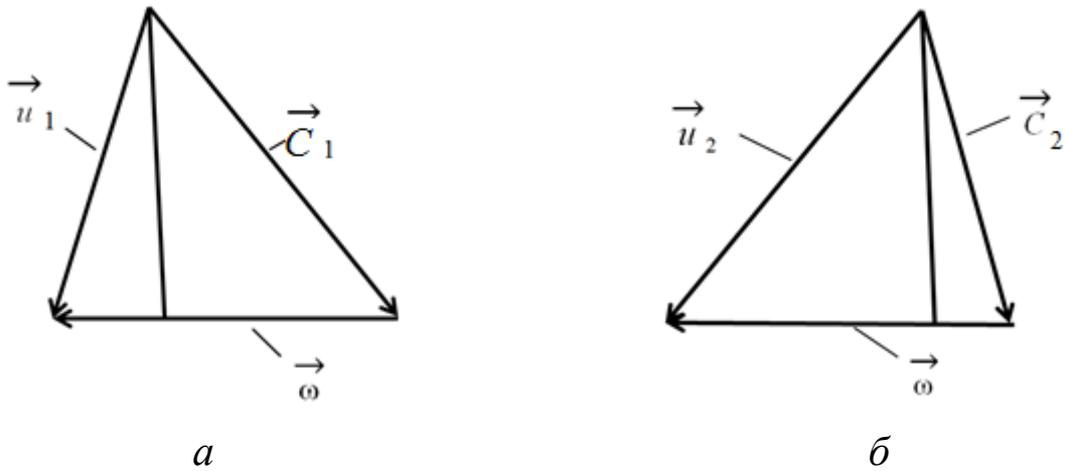


Рис. 8.9. Треугольник скоростей частиц воздуха в рабочем колесе: а – на входе; б – на выходе

Перед входом в рабочее колесо может быть установлен входной направляющий аппарат (рис. 8.10). Так работает первая ступень лопаточного осевого компрессора. Совокупность рабочего колеса и направляющего аппарата называют ступенью. Для повышения выходного давления осевые компрессоры делают многоступенчатыми.

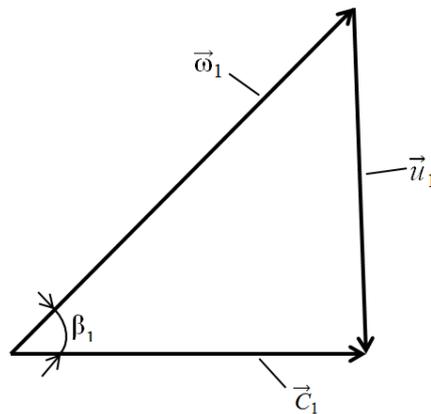


Рис. 8.10. Треугольник скоростей воздуха на входе в рабочее колесо с направляющим аппаратом

Принцип действия центробежного компрессора основан на том, что поток воздуха входит в него по оси рабочего колеса, а в колесе в радиальном направлении за счёт центробежных сил инерции он получает дополнительную кинетическую энергию

и, следовательно, более высокую скорость. За счёт расширяющегося диффузора скорость на выходе падает, давление растёт. Конструктивно лопатки могут изготавливаться с ровным профилем (радиальные) и изогнутым (реактивные).

Воздух, вращаясь с рабочим колесом, приобретает линейную скорость \vec{u}_1 . На рис. 8.10 \vec{C}_1 – абсолютная скорость воздуха на входе в рабочее колесо, $\vec{\omega}_1$ – скорость воздуха относительно лопаток рабочего колеса, угол β_1 – угол изгиба лопаток рабочего колеса, который уменьшается к периферии.

На рис. 8.11 изображён треугольник скоростей поток воздуха на выходе из рабочего колеса. Здесь $\vec{\omega}_2$ – скорость воздуха относительно лопаток рабочего колеса, она та же по модулю, как $\vec{\omega}_1$, но повернута в пространстве за счёт изгиба лопаток. Окружная (линейная) скорость больше по модулю. В результате абсолютная скорость воздуха на выходе из рабочего колеса увеличивается, но в расширяющемся диффузоре статора происходит рост давления за счёт уменьшения кинетической энергии потока.

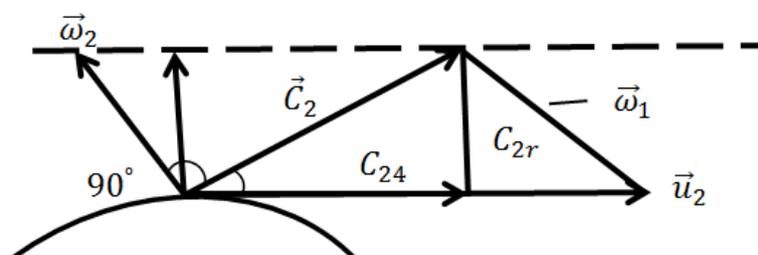


Рис. 8.11. Треугольник скоростей воздуха на выходе из рабочего колеса

Для расчёта лопастных компрессоров необходимо задать частоту вращения $\vec{\omega}$, расход газа в единицу времени G , степень повышения давления λ и параметры потока на входе P_1 и T_1 .

В установившемся режиме справедливо соотношение [4]

$$G = C_a \rho \Sigma, \quad G' = C_a \Sigma, \quad (8.11)$$

где C_a – осевая составляющая абсолютной скорости потока; ρ – плотность; Σ – площадь проходного сечения.

На входе в рабочее колесо [4]:

$$G = C_{1a}\rho_{\text{вх}}\Sigma_{\text{вх}} = C_{1a}\rho_{\text{вх}} \frac{\bar{\omega}(D_1^2 - D_{\text{вг}}^2)}{4} = C_{1a}\rho_{\text{вх}} D_1^2 \frac{\bar{\omega} \left(1 - \frac{D_{\text{вг}}^2}{D_1^2}\right)}{4}, \quad (8.12)$$

где $\frac{D_{\text{вг}}^2}{D_1^2} = 0,3 \div 0,5$ – конструктивный параметр, равный отношению

диаметра втулки к наружному диаметру на входе в колесо.

Из соотношения (8.12) можно определить наружный диаметр рабочего колеса на входе.

Работу, затрачиваемую на сжатие единицы массы воздуха, рассчитывают на основе закона изменения момента импульса потока за счёт момента приложенной силы [4]:

$$M = G(C_{2u}r_2 - C_{1u}r_1), \quad (8.13)$$

где C_{1u}, C_{2u} – окружные скорости потока на входе и выходе колеса; r_2, r_1 – радиусы рабочего колеса на выходе и входе.

С помощью соотношения (8.13) можно рассчитать удельную работу следующим образом [4]:

$$l = \frac{L}{m} = \frac{M\bar{\omega}_k}{G} = C_{2u}r_2\bar{\omega}_k - C_{1u}r_1\bar{\omega}_k \quad (8.14)$$

с учётом осевого входа в центробежный компрессор, т. е. при

$$C_{1u} = 0 \text{ и } \bar{\omega}_k = \frac{u_2}{r_2}, \text{ а также } \frac{u_2}{C_{2u}} = \mu_k, u_2 = \frac{\pi D_k n_k}{60}.$$

Удельная работа сжатия единицы массы воздуха будет равна [3]

$$\bar{\omega} = C_{2u}u_2 = \mu_k u_2^2 = \frac{\mu_k \pi D_k^2 n_k^2}{3600}, \quad (8.15)$$

где D_k – наружный диаметр рабочего колеса на выходе.

Удельная работа сжатия воздуха зависит от вида термодинамического процесса, т. е. сжатие осуществляется адиабатно или политропно. Расчёт зависит от показателя процесса [3]:

а) при адиабатном сжатии

$$l_n = \frac{R_M T_1}{k-1} \left[(\lambda)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]; \quad (8.16)$$

б) при политропном сжатии

$$l_n = \frac{R_M T_1}{n-1} \left[(\lambda)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right], \quad (8.17)$$

где λ – степень повышения давления.

Осевые компрессоры по сравнению с центробежными [3] имеют более высокий КПД. У осевых $\eta = 0,83 \div 0,9$, а у центробежных $\eta = 0,65 \div 0,8$, но в одной ступени у центробежного компрессора достигается более высокая степень повышения давления, т. е. λ . Технологически в изготовлении и условиях эксплуатации у центробежного компрессора значительные преимущества.

ГЛАВА 9. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

В теплообменных аппаратах (ТОА) происходит передача теплоты от горячего теплоносителя к более холодному. В качестве теплоносителей могут выступать жидкости, газы, пары. В ТОА могут протекать различные термодинамические процессы: испарение, конденсация, кипение, плавление и т. д. В процессе теплообмена могут участвовать несколько теплоносителей. Теплообменные аппараты широко применяются в различных в паровых установках, двигателях, газотурбинных установках и т. д.

§ 9.1. Классификация теплообменных аппаратов

Теплообменные аппараты подразделяются:

1. По назначению: подогреватели, охладители, парообразователи и т. д.
2. По схеме движения теплоносителя: прямоточные, противоточные.
3. По принципу действия: поверхностные и смесительные. В поверхностных теплоносители разделены стенкой, через которую проходит теплообмен.

В большинстве ТОА осуществляется непрерывная передача тепла более холодному теплоносителю. Это ТОА непрерывного действия (рис. 9.1).

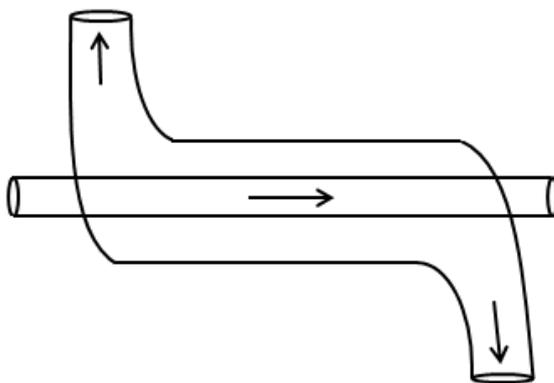


Рис. 9.1. Схема рекуперативного ТОА непрерывного действия

Конструктивно ТОА могут различаться видом теплопередающих поверхностей (матрицами). В двигателях внутреннего сгорания чаще всего применяют трубчато-пластинчатые и трубчато-ленточные ТОА.

В ряде ТОО передача теплоты осуществляется посредством промежуточного теплоносителя. Такие ТОО имеют две матрицы. В одной из них нагревается промежуточный теплоноситель, а во второй – холодный теплоноситель.

Существуют регенеративные ТОО, в которых горячие и холодные теплоносители попеременно соприкасаются с одной и той же поверхностью нагрева. Сначала её нагревает более горячий теплоноситель, а затем она тепло передаёт более холодному. Регенеративные теплообменники – это ТОО периодического действия. Схема регенеративного кожухотрубного ТОО представлена на рис. 9.2.

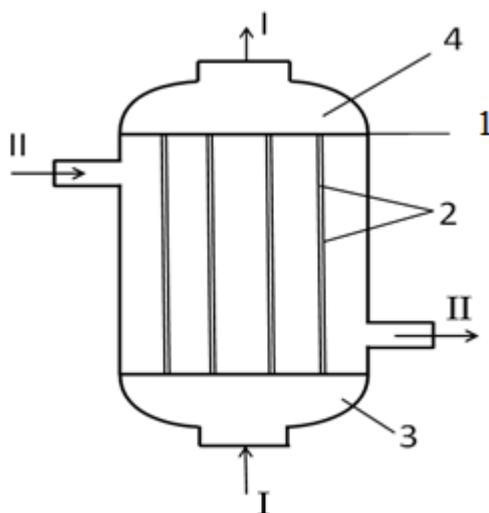


Рис. 9.2. Схема кожухотрубного ТОО: I, II – теплоносители; 1 – трубная решётка; 2 – трубы; 3, 4 – входная и выходная труба

Один теплоноситель идёт по трубам и собирается в поток с помощью трубной решётки и камеры. Другой теплоноситель протекает в межтрубном пространстве. Подобное ТОО можно использовать для теплообмена между жидкостями, а также между жидкостями и газами. Наибольшее распространение в технике получили рекуперативные ТОО непрерывного действия.

В прямоточном ТОО разница температур теплоносителей на входе максимальна. При движении теплоносителей вдоль теплообменника эта разность уменьшается до некоторого минимального значения, т. к. более горячий теплоноситель отдаёт тепло и вследствие этого остывает, а более холодный теплоноситель по мере продвижения вдоль теплообменника нагревается.

В противоточных ТОО температурный диапазон теплоносителей незначительно уменьшается по мере движения по теплообменнику, но его средняя величина больше, чем в прямоточных ТОО.

§ 9.2. Тепловой расчёт рекуперативных ТОО

Рекуперативный ТОО может быть проектировочным и проверочным. Проектировочный определяет площади теплопередающих поверхностей при определённом массовом расходе теплоносителей и их начальных температурах. Проверочный расчёт позволяет оценить возможность достижения необходимых конечных температур теплоносителей. Тепловой расчёт ТОО базируется на уравнении теплопередачи

$$Q = K\Sigma\Delta T, \quad (9.1)$$

где K – коэффициент теплопередачи; Σ – площадь теплопередающей поверхности; ΔT – температурный диапазон (напор) теплоносителей на входе.

Как правило, количество передаваемой теплоты известно и для определения Σ необходимо знать коэффициент теплопередачи и температурный диапазон теплоносителей на выходе из ТОО. Для расчёта ТОО также составляется уравнение теплового баланса:

$$G_1 C_{mP1} (T_{1Г} - T_{2Г}) = G_2 C_{mP2} (T_{3Х} - T_{4Х}), \quad (9.2)$$

где G_1, G_2 – массовый расход горячего и холодного теплоносителей соответственно; $T_{1Г}, T_{2Г}$ – температуры горячего теплоносителя на входе и выходе теплообменного аппарата; $T_{3Х}, T_{4Х}$ – температуры холодильного теплоносителя на входе и выходе ТОО; C_{mP1}, C_{mP2} – удельные изобарные теплоёмкости теплоносителей.

Кроме того, необходимо знать величины скоростей, с которыми теплоносители движутся как внутри трубок, так и в межтрубном пространстве. Для расчёта средней скорости теплоносителя $\langle C \rangle$ применяется формула

$$\langle C \rangle = \frac{G}{\rho\Sigma}, \quad (9.3)$$

где G – секундный массовый расход; ρ – плотность теплоносителя; Σ – проходное сечение для теплоносителя.

Площадь внутритрубного сечения можно рассчитать по формуле

$$\Sigma_{\text{вн}} = \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4} n, \quad (9.4)$$

где $d_{\text{вн}}^2$, n – внутренний диаметр труб и их число соответственно.

Площадь проходного сечения зависит от схемы и вида течения. Например, при продольном течении теплоносителя вдоль труб

в кожухе она рассчитывается по формуле

$$\Sigma_{\text{прох}} = \Sigma_0 - \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4} n, \quad (9.5)$$

где Σ_0 – площадь поперечного сечения кожуха.

Закон изменения температуры теплоносителей, а следовательно, и тепловой напор в ТОА по длине каналов зависит от направления взаимного движения теплоносителей. На рис. 9.3 представлены зависимости изменения температуры по длине канала при прямоточном (9.3, а), противоточном (9.3, б) и перекрёстном (9.3, в) теплообменных аппаратах.

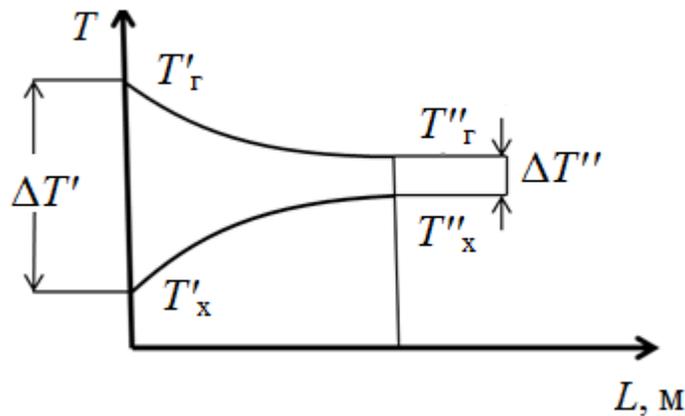


Рис. 9.3, а. Изменение температуры теплоносителей по длине канала в прямоточном ТОА

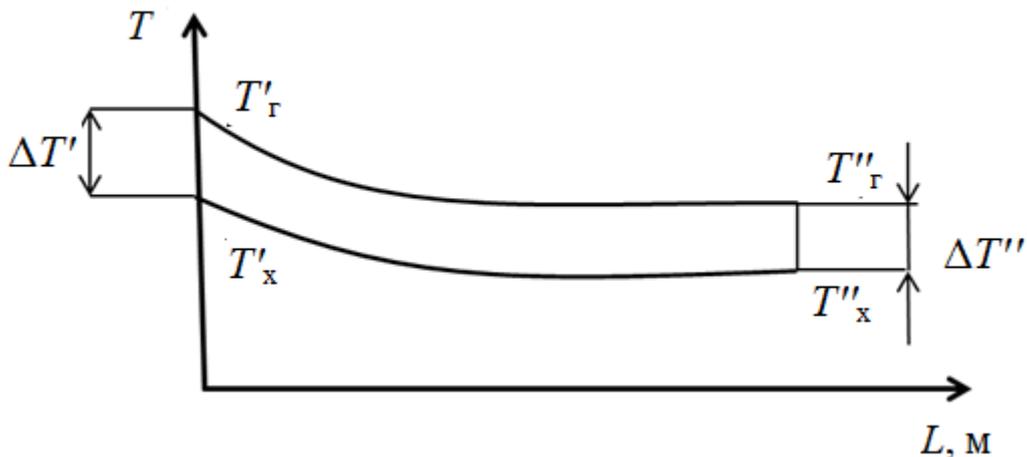


Рис. 9.3, б. Изменение температуры теплоносителей по длине канала в противоточном ТОА

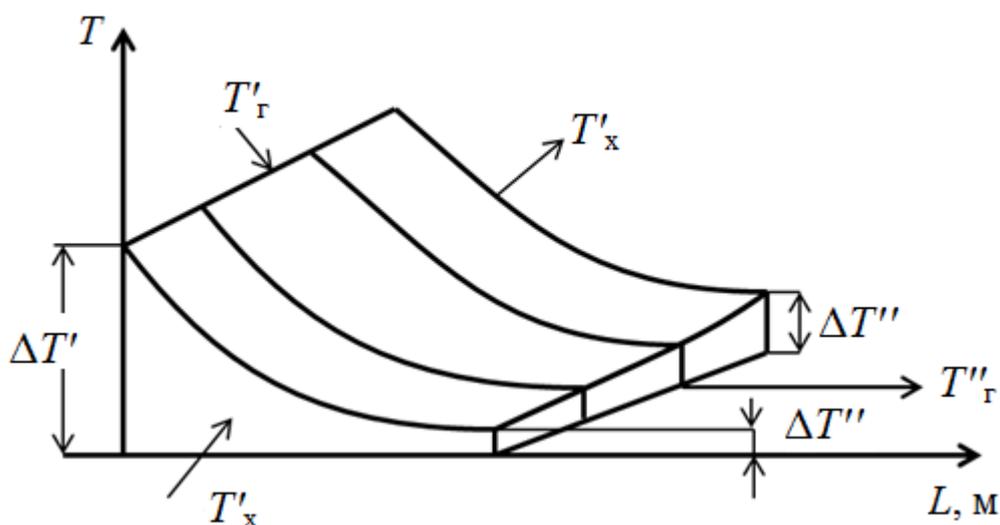


Рис. 9.3, в. Изменение температуры теплоносителей по длине канала в перекрёстном ТОА

Средний температурный напор для прямоточного и противоточного ТОА вычисляется по формуле [4]:

$$\Delta T = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln \frac{\Delta T'}{\Delta T''}}, \quad (9.6)$$

где $\Delta T' = T'_Г - T'_Х$ – разность температур на входе теплообменника; $\Delta T'' = T''_Г - T''_Х$ – разность температур на выходе теплообменника.

Для перекрёстного теплообменного аппарата при расчёте теплового напора вводится поправочный коэффициент, который находят по номограмме в зависимости от двух параметров, зависящих от начальных и конечных температур носителей.

§ 9.3. Расчёт параметров, характеризующих тепловую эффективность аппаратов

Для характеристики тепловой эффективности ТОА необходимо рассчитать средний коэффициент теплопередачи, который численно равен количеству теплоты, передаваемой через единицу площади поверхности теплообмена от одного теплоносителя к другому за единицу времени при средней разности температур теплоносителей в один кельвин.

Коэффициент теплопередачи в ТОА с трубками, имеющими малую толщину, с достаточной для практики точностью можно вычислить по формуле для плоской стенки:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (9.7)$$

где α_1, α_2 – коэффициенты теплопередачи теплоносителей; δ – толщина стенки трубы.

Анализ формулы (9.7) показывает, что коэффициент теплопередачи ТООА зависит не только от коэффициентов теплопередачи теплоносителей, но и от их состояния, т. е. если один из коэффициентов теплоотдачи мал, то увеличение другого коэффициента теплоотдачи мало повлияет на среднее значение коэффициента теплопередачи.

Если в конструкции ТООА применяется оребрение с горячей и холодной стороны, то коэффициент теплопередачи рассчитывается с горячей и холодной стороны с учётом соответствующего оребрения. Расчёт выполняется по формуле

$$\frac{1}{K_{\Gamma}} = \zeta_{\text{ор.г}} \left\{ \frac{1}{\alpha_{\Gamma} [1 + \Psi_{\text{р.г}} (\zeta_{\text{ор.г}} - 1)]} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_{\text{х}} [1 + \Psi_{\text{р.х}} (\zeta_{\text{ор.г}} - 1)]} \right\}, \quad (9.8)$$

где $\zeta_{\text{ор.г}}$ – коэффициент оребрения с горячей стороны; $\Psi_{\text{р.г}}, \Psi_{\text{р.х}}$ – коэффициенты эффективности рёбер.

Расчёт коэффициента теплопередачи с холодной стороны производится также по формуле (9.8), только в качестве сомножителя берут $\zeta_{\text{ор.х}}$ вместо $\zeta_{\text{ор.г}}$.

Коэффициенты оребрения определяют по известным размерам элемента матрицы, на границах которого тепловой поток равен нулю.

По отношению действительного теплового потока, передаваемого через оребрённую поверхность, к максимальному для данного ТООА потоку рассчитывают коэффициент эффективности рёбер [1]:

$$\Psi_{\text{р}} = \frac{e^{2mh} - 1}{mh(e^{2mh} + 1)}, \quad (9.9)$$

где m – параметр, характеризующий соотношение между конвекцией и теплопроводностью в процессе теплопередачи; h – приведённая высота ребра.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В мире в настоящее время идёт нарастающий процесс потребления природных ресурсов. Большая часть их используется в виде газа, жидких углеродов, но по запасам каменные и бурые угли намного их превосходят. Для производства электроэнергии, необходимой во всех отраслях промышленности и сельского хозяйства, природные энергоресурсы сжигают в паровых котлах или газотурбинных установках, также используют в двигателях внутреннего сгорания. Эти процессы являются причиной ухудшения экологической обстановки, поскольку ведут к увеличению выбросов вредных веществ в атмосферу и к парниковому эффекту. Добыча каменного угля развитыми мировыми державами достигает в настоящее время более миллиарда тонн в год. В то же время методы сжигания этих углей усовершенствованы незначительно. Для того чтобы значимость каменных углей в теплоэнергетике не снижалась, необходимо развивать более безопасные для экологии методы их сжигания. В частности, уменьшать до минимума содержание в них серы и тяжёлых металлов, что позволит снизить выбросы в атмосферу продуктов окисления SO_2 и SO_3 , а следовательно, уменьшить вредное влияние кислотных дождей. Удаление тяжёлых металлов позволит выращивать и производить более безопасные продукты питания. Одним из методов решения является глубокая переработка углей до сжигания в паровых котлах. По-видимому, она будет возможна на последующих стадиях, а на предварительных необходимо разрабатывать методы сжигания и ожижения каменных углей.

На исторических этапах развития человеческого общества некоторые страны достигли прогресса в разработке и использовании в промышленных масштабах ожижения и переработки бурых углей. Подобные разработки сейчас ведутся весьма интенсивно и применительно к каменным углям.

Намечается тенденция использования альтернативных видов топлива в зависимости от наличия сырья в том или ином регионе. В этом плане достаточно перспективны ветровые энергоустановки, солнечные батареи, приливные электростанции, а также другие энергоустановки на основе использования атомной энергии.

Значительно ухудшают экологическую обстановку в городах автомобили и тракторы, использующие двигатели внутреннего сго-

рания. Для борьбы с этими негативными явлениями в настоящее время законодательно утверждены экологические стандарты. Выпускаемые заводами автомобили оснащаются улучшенными шумопоглощающими элементами конструкций и подвижных частей, сажевыми фильтрами и каталитическими дожигателями, которые обеспечивают необходимую концентрацию окислов углерода, серы и азота в выхлопных газах. Большую роль здесь играют электронные системы управления, обеспечивающие получение наилучшего сочетания экономических (расход топлива) и экологических показателей.

Цель данного учебного пособия – внести определённый вклад в подготовку высококвалифицированных горных инженеров, способных не только развивать и совершенствовать методы добычи твёрдых полезных ископаемых, обеспечивающие безопасность подземных и открытых горных работ, но и уменьшать негативное влияние на воздушный и водный бассейн планеты. Исходя из этого, невозможно переоценить роль фундаментальной подготовки в образовании горного инженера, который должен владеть знаниями в области математики, физики и теплотехники, что позволит ему грамотно использовать существующие энергоустановки и разработать принципиально новые энергосберегающие технологии.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Средняя изобарная молярная теплоёмкость газов от 298 К до указанной в таблице температуры

Газ	Температура, К					
	500	600	700	800	900	1000
Водород Н ₂	28,92	29,02	29,15	29,28	29,42	29,57
Азот N ₂	29,58	29,80	30,01	30,22	30,44	30,65
Кислород O ₂	30,28	30,87	31,34	31,74	32,09	32,39
Угарный газ CO	29,74	29,99	30,24	30,47	30,69	30,92
Углекислый газ CO ₂	42,02	43,43	44,56	45,52	46,37	47,15
Пары воды H ₂ O	34,49	34,99	35,5	36,02	36,54	37,06
Сероводород H ₂ S	35,51	36,28	37,05	37,82	38,59	39,36
Оксид азота NO ₂	43,40	44,79	45,90	46,84	47,67	48,42
Метан CH ₄	41,16	44,06	46,85	49,52	52,08	54,52
Этан C ₂ H ₆	66,21	72,27	77,94	83,24	88,14	92,66

2. Теплопроводность некоторых веществ

Вещество	Теплопроводность
	Вт/(м · К)
Серебро	407,0
Свинец	35,0
Медь	384,0
Сталь	47,0
Накипь	3,0
Лёд	2,2
Бетон	1,2
Песчаник	2,0

3. Истинная изобарная молярная теплоёмкость простых веществ и соединений (при 298 К)

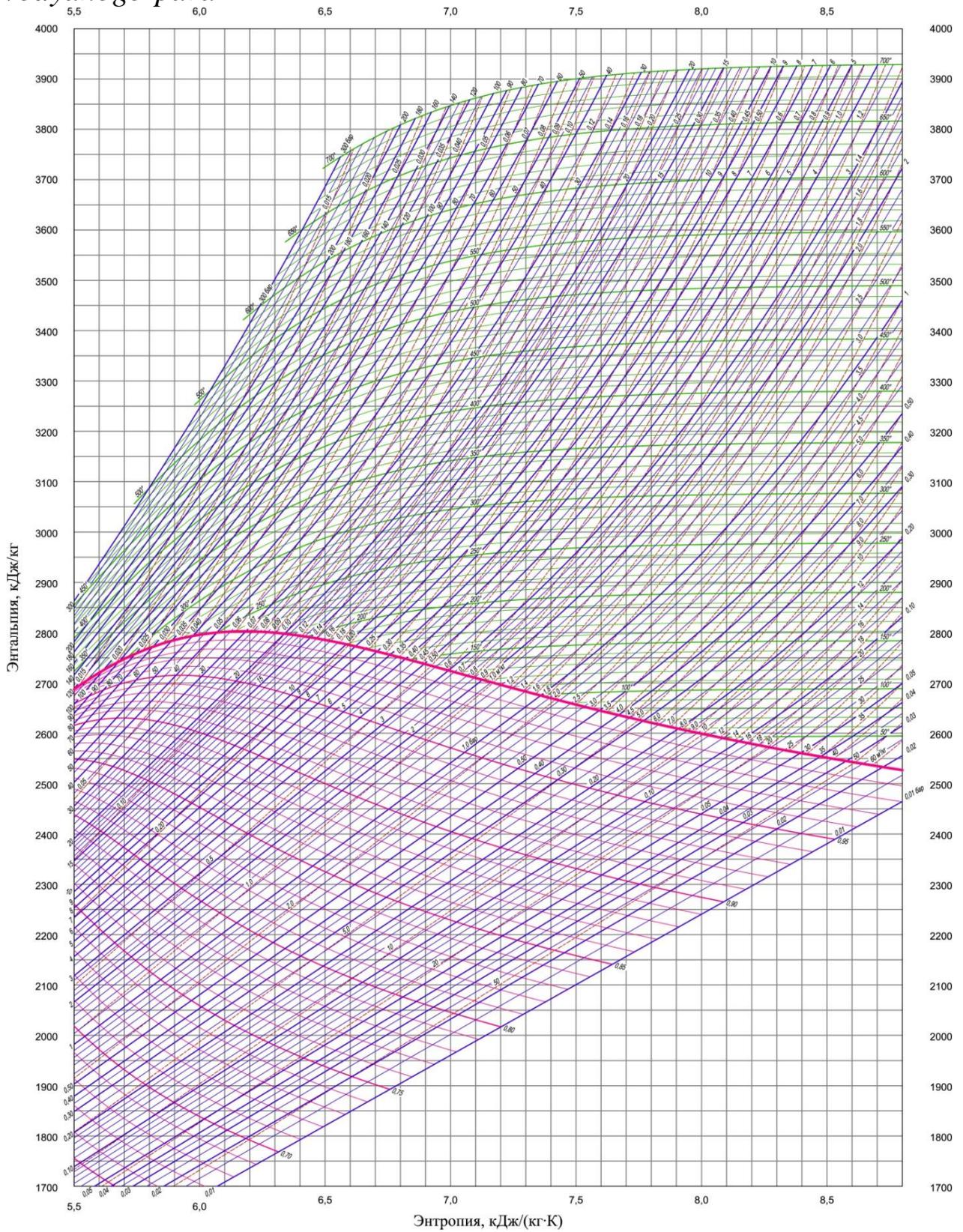
Газы	$C_{MP, 298}$ кДж моль · К	Коэффициенты уравнения				Темпер. интервал, К
		a	$b \cdot 10^3$	$c' \cdot 10^{-5}$	$c \cdot 10^6$	
Водород Н ₂	28,83	27,28	3,26	0,50	–	298–3000
Азот N ₂	29,12	27,88	4,27	–	–	298–2500
Кислород O ₂	29,37	31,46	3,39	–3,77	–	298–3000
Угарный газ СО	29,14	28,41	4,1	–0,46	–	298–2500
Углекислый газ СО ₂	37,11	44,14	9,04	–8,54	–	298–2500
Пары воды Н ₂ O	33,61	30,00	10,71	0,33	–	298–2500
Сероводо- род Н ₂ S	33,44	29,37	15,4	–	–	298–1800
Оксид азота NO ₂	36,66	41,16	11,33	–7,02	–	298–2000
Метан CH ₄	35,71	14,32	74,66	–	–17,43	298–1500
Этан C ₂ H ₆	52,64	5,75	175,1	–	–57,85	298–1500

Теплоёмкость аппроксимируется уравнениями:
 $C_{MP} = a + bT + c'/T^2$ (для простых и неорганических веществ) или
 $C_{MP} = a + bT + cT^2$ (для органических веществ).

4. Логарифмы констант равновесия реакций образования газов

Вещество	Логарифмы констант равновесия реакций образования газов			
	500 К	600 К	700 К	800 К
Оксид углерода СО	16,22	14,29	12,90	11,86
Углекислый газ СО ₂	41,25	34,39	29,48	23,80
Метан CH ₄	3,44	2,02	0,991	0,213
Пропен C ₃ H ₆	–9,81	–9,62	–9,50	–9,40
Пропан C ₃ H ₈	–3,58	–5,60	–7,05	–8,13
Этан C ₂ H ₆	–0,50	–2,14	–3,33	–4,22
Вода Н ₂ O	22,89	18,64	15,59	13,30
Метанол CH ₄ O	14,03	10,40	7,80	5,84

5. h - s -диаграмма водяного пара
<http://energoworld.ru/library/is-diagramma-sostoyaniya-vody-i-vodyanogo-para>



6. Как пользоваться h – s -диаграммой

Диаграмма **цветная** – степени сухости, температура, давление и объём выделены разными цветами, что делает работу с диаграммой очень удобной.

h – s -диаграмма применяется для практических расчётов процессов водяного пара. На ней теплота и энтальпия измеряются линейными отрезками.

h – s -диаграмма обладает рядом важных свойств: по ней можно быстро определить параметры пара и разность энтальпий в виде отрезков, наглядно изобразить адиабатный процесс и решать другие задачи.

На h – s -диаграмме изображены термодинамические процессы:

- **Изобарный процесс** ($P = \text{const}$) – фиолетовые линии (изобары).
- **Изотермический процесс** ($t = \text{const}$) – зелёные линии (изотермы).
- **Изохорный процесс** ($v = \text{const}$) – красные линии (изохоры).

Степень сухости и паросодержание (x) – розовые линии. Жирная розовая линия – степень сухости $x = 1$. Все что ниже этой линии – зона влажного пара.

Ось абсцисс « s » – **удельная энтропия**, ось ординат « h » – **удельная энтальпия**.

Семейство изобар в области насыщения представляет собой пучок расходящихся прямых, начинающихся на нижней и оканчивающихся на верхней пограничной кривой. Чем больше давление, тем выше лежит соответствующая изобара. Переход изобар из области влажного насыщенного в область перегретого пара происходит без перелома на верхней пограничной кривой.

В i – s -диаграмме водяного пара наносятся также линии постоянного паросодержания ($x = \text{const}$) и линии постоянного удельного объёма ($v = \text{const}$). Изохоры идут несколько круче, чем изобары.

Состояние перегретого пара обычно определяется в технике давлением p и температурой t . Точка, изображающая это состояние, находится на пересечении соответствующей изобары и изотермы. Состояние влажного насыщенного пара определяется давлением p и паросодержанием x .

Точка, изображающая это состояние, определяется пересечением изобары и линии $x = \text{const}$.

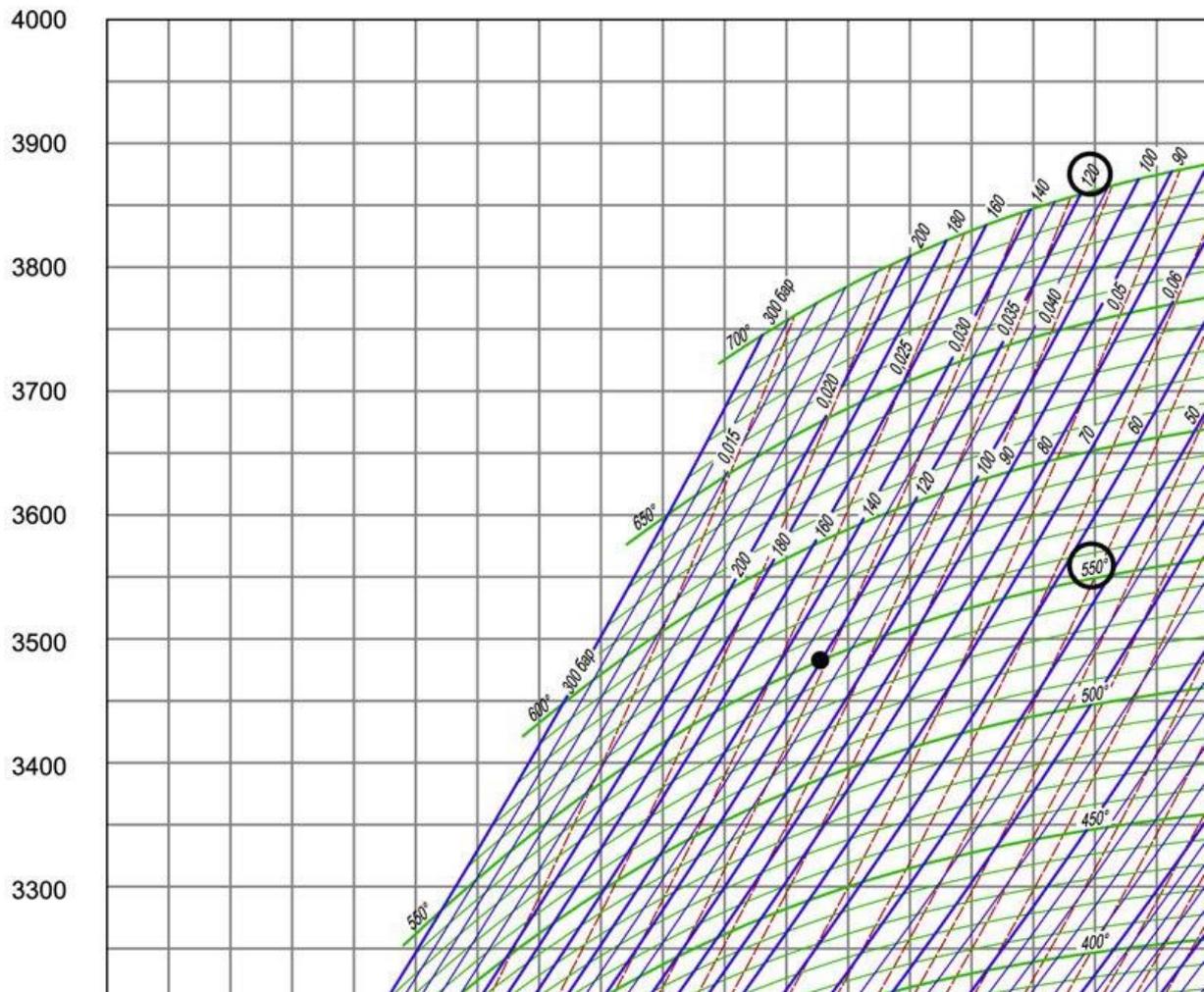
Рассмотрим пример.

Пусть начальные параметры пара будут: давление пара $P = 120$ бар, температура пара $t = 550$ °С. Пар адиабатно расширяется в турбине до температуры, например 400 °С.

Адиабатный процесс на h - s -диаграмме – это вертикальная линия (горизонтальная линия – дросселирование).

Итак, начальное давление и температура у нас есть. Найдём эту точку на h - s -диаграмме.

Нам нужна **изобара**, соответствующая давлению **120 бар**, и **изо-терма**, соответствующая температуре **550 °С**. На их пересечении и будет точка, соответствующая начальным параметрам пара в нашей задаче.

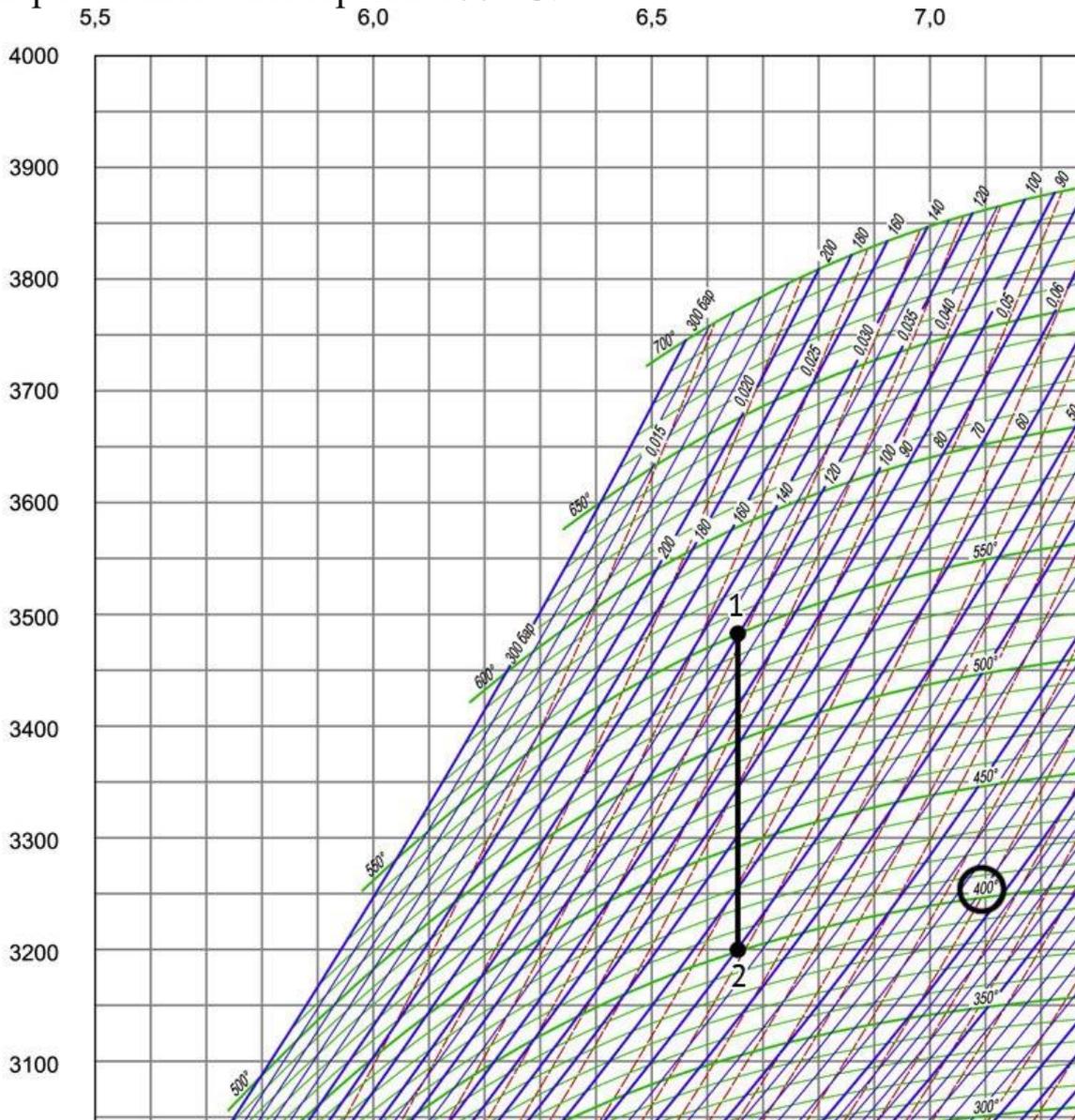


Найдя эту точку, мы уже можем определить в ней энтальпию и энтропию. Опустив на оси проекции найденной точки, узнаем зна-

чения **удельной энтальпии** (ось ординат « h ») и **удельной энтропии** (ось абсцисс « s »).

$$h = 3480 \text{ кДж/кг}; s = 6,65 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Далее нам нужно узнать параметры пара после адиабатного расширения. Мы знаем, что по поставленным нами условиям, пар расширился и его температура в **точке 2** равна 400°C , на h - s -диаграмме адиабатный процесс изображается в виде вертикальной линии. Проведём эту линию из точки 1 (начальные параметры) до пересечения с изотермой 400°C .



Получена **точка 2**. Через эту точку проходит изобара. Она соответствует давлению **50 бар**. Энтропия у нас не изменилась, так как процесс адиабатный, а вот энтальпия стала равна $h = 3200$ кДж/кг.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луканин, В. Н. Теплотехника / В. Н. Луканин, М. Г. Шатров, Г. М. Камфер [и др.]. – 5-е изд. – Москва : Высш. шк., 2005. – 671 с.

2. Термодинамика [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Горное дело» / В. В. Дырдин [и др.] ; Кузбас. гос. техн. ун-т. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово, 2009. – 176 с.

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90911&type=utchposob:common>

3. Сборник задач по теплотехнике : учеб. пособие для студентов учреждений высш. проф. образования / М. Г. Шатров, И. Е. Иванов, С. А. Пришвин [и др.] ; под ред. М. Г. Шатрова. – Москва : Академия», 2012. – 272 с.

4. Цветков, Ф. Ф. Задачник по тепломассообмену : учеб. пособие / Ф. Ф. Цветков, Р. В. Керимов, В. И. Величко. – 3-е изд., стереотип. – Москва : Издат. дом МЭИ, 2010. – 196 с.

5. Кудинов, В. А. Теплотехника [Электронный ресурс] / В. А. Кудинов, Э. М. Карташов, Е. В. Стефанюк. – Москва : Абрис, 2012. – 426 с. <http://www.biblioclub.ru/book/117645/>

6. Гончаров, С. А. Термодинамика / С. А. Гончаров. – Москва : Изд-во МГГУ, 2001. – 441 с.

7. Теплотехника : учеб. для инж.-техн. специальностей вузов / под ред. А. П. Баскакова. – 3-е изд., перераб. – Москва : БАСТЕТ, 2010. – 328 с.

8. Техническая термодинамика и теплотехника : учеб. пособие для студентов вузов / Л. Т. Бахшиева [и др.] ; под ред. А. А. Захаровой. – Москва : Академия, 2006. – 272 с.

9. Термодинамика равновесных процессов [Электронный ресурс] : учеб. пособие для организации самостоятельной работы студентов направления подготовки дипломированного специалиста 130400 «Горное дело» и специальности 280102 «Безопасность технологических процессов и производств (в угольной промышленности)» / Т. Л. Ким [и др.] ; Кузбас. гос. техн. ун-т. – Кемерово, 2010. – 176 с.

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90465&type=utchposob:common>

10. Краткий справочник физико-химических величин. – 11-е изд., испр. и доп. / под ред. А. А. Равделя и А. М. Пономарёвой. – Москва : ООО ТИД «Аз-book», 2009. – 240 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ.....	5
§ 1.1. Основные понятия и постулаты термодинамики.....	5
1.1.1. Основные понятия термодинамики.....	6
1.1.2. Постулаты термодинамики.....	7
§ 1.2. Равновесные и неравновесные термодинамические процессы.....	8
§ 1.3. Внутренняя энергия системы. Работа и теплота.....	8
§ 1.4. Уравнение состояния термодинамической системы.....	11
1.4.1. Термические и калорические уравнения.....	11
1.4.2. Парциальные параметры газов в смеси.....	15
§ 1.5. Измерение термодинамических параметров.....	18
1.5.1. Измерение давления.....	18
1.5.2. Измерение температуры.....	20
§ 1.6. Первое начало термодинамики.....	21
§ 1.7. Теплоёмкость.....	23
§ 1.8. Уравнения термодинамических процессов.....	31
§ 1.9. Второе начало термодинамики.....	36
§ 1.10. Основное уравнение термодинамики равновесных процессов.....	37
§ 1.11. Уравнение дифференциальной связи термического и калорического уравнений.....	39
§ 1.12. Физический смысл и вычисление энтропии.....	41
§ 1.13. Третье начало термодинамики.....	43
§ 1.14. Задачи для самостоятельного решения.....	46
ГЛАВА 2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ.....	51
§ 2.1. Цикл Карно.....	51
§ 2.2. Цикл Отто.....	55
§ 2.3. Цикл Дизеля.....	57
§ 2.4. Циклы газотурбинных и паросиловых установок.....	58
§ 2.5. Задачи для самостоятельного решения.....	62
ГЛАВА 3. МЕТОДЫ ТЕРМОДИНАМИКИ.....	64
§ 3.1. Метод круговых процессов.....	64
§ 3.2. Метод термодинамических потенциалов.....	65
3.2.1. Внутренняя энергия U	66
3.2.2. Энергия Гельмгольца F (свободная энергия).....	67
3.2.3. Энергия Гиббса Φ	67
3.2.4. Энтальпия H	68
3.2.5. Применение метода термодинамических..... потенциалов.....	69
§ 3.3. Задачи для самостоятельного решения.....	75
ГЛАВА 4. ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ.....	76
§ 4.1. Основные параметры влажного воздуха.....	76
§ 4.2. Удельная энтальпия влажного воздуха.....	79

§ 4.3. Процессы с влажным воздухом	80
§ 4.4. Процессы образования пара.....	81
§ 4.5. Диаграмма $h-s$ -состояния.....	82
§ 4.6. Термодинамические процессы с водяным паром	85
4.6.1. Изобарный процесс.....	85
4.6.2. Изотермический процесс	85
4.6.3. Изохорный процесс.....	87
4.6.4. Изэнтропийный процесс	88
§ 4.7. Задачи для самостоятельного решения.....	88
ГЛАВА 5. ТЕРМОДИНАМИКА ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ	90
§ 5.1. Параметры потока.....	90
§ 5.2. Первый закон термодинамики для газового потока	91
§ 5.3. Параметры газового потока	94
5.3.1. Скорость потока газа в произвольном сечении канала	94
5.3.2. Критические параметры газового потока	95
§ 5.4. Сопло Лавалья	98
§ 5.5. Задачи для самостоятельного решения.....	105
ГЛАВА 6. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА	108
§ 6.1. Основные определения	108
§ 6.2. Основной закон (уравнение Фурье)	108
§ 6.3. Дифференциальное уравнение теплопроводности	110
§ 6.4. Начальные и граничные условия	113
§ 6.5. Стационарная теплопроводность. Передача теплоты через плоскую стенку	115
§ 6.6. Передача теплоты через цилиндрическую стенку.....	118
§ 6.7. Конвективная теплоотдача	125
6.7.1. Основные понятия.....	125
6.7.2. Дифференциальное уравнение переноса тепла за счёт конвекции и теплопроводности	126
§ 6.8. Критерии подобия при определении теплофизических параметров потока	128
6.8.1. Основные понятия подобия	128
6.8.2. Критерии подобия.....	130
6.8.3. Определяющие и определяемые критерии	132
6.8.4. Теоремы подобия	133
ГЛАВА 7. ЭЛЕМЕНТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ И ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ	134
§ 7.1. Химические реакции и тепловые эффекты.	134
Закон Гесса	134
§ 7.2. Закон Кирхгофа.....	137
§ 7.3. Равновесие в химических реакциях.....	139
§ 7.4. Воздействие тепловых машин на окружающую среду.....	140
7.4.1. Загрязнение атмосферы	140
7.4.2. Шумовое воздействие двигателей на окружающую среду	141

§ 7.5. Альтернативные виды топлива	142
ГЛАВА 8. КОМПРЕССОРЫ	143
§ 8.1. Назначение компрессоров	143
§ 8.2. Классификация компрессоров.....	143
§ 8.3. Поршневые компрессоры.....	144
§ 8.4. Особенности одноступенчатого реального компрессора	146
§ 8.5. Двухступенчатый и многоступенчатый компрессоры	147
§ 8.6. Лопаточные компрессоры.....	149
ГЛАВА 9. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ	155
§ 9.1. Классификация теплообменных аппаратов	155
§ 9.2. Тепловой расчёт рекуперативных ТОО	157
§ 9.3. Расчёт параметров, характеризующих тепловую	159
эффективность аппаратов.....	159
ПРИЛОЖЕНИЯ	163
1. Средняя изобарная молярная теплоёмкость газов от 298 К до указанной в таблице температуры	163
2. Теплопроводность некоторых веществ.....	163
3. Истинная изобарная молярная теплоёмкость простых веществ и соединений (при 298 К)	164
4. Логарифмы констант равновесия реакций образования газов .	164
5. $h-s$ -диаграмма водяного пара	165
6. Как пользоваться $h-s$ -диаграммой	166
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	169

Дырдин Валерий Васильевич
Мальшин Анатолий Александрович
Смирнов Вячеслав Геннадьевич
Ким Татьяна Леонидовна

Теплотехника

Учебное пособие

Редактор З. М. Савина

Подписано в печать 20.06.2017. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Уч.-изд. л. 12,50
Тираж 150 экз. Заказ

КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28

Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А