Учебники НГТУ

Серия основана в 2001 году

А. В. ГУСЬКОВ, К. Е. МИЛЕВСКИЙ

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

Допущено Учебно-методическим объединением вузов
Российской Федерации по университетскому образованию
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных
заведений, обучающихся по направлению подготовки
«Техносферная безопасность» (20.03.01 и 20.04.01)

НГТУ
НОВОСИБИРСК
2016

УДК 62-192 (075.8)
Г 968

Рецензенты:
д-р техн. наук, проф. *В.Н. Москвин*,
канд. техн. наук, проф. *А.Г. Козлов*
д-р техн. наук, проф. *Б.Ю. Лемешко*

Гуськов А.В.
Г 968 Надежность технических систем и техногенный риск : учебное пособие / А.В. Гуськов, К.Е. Милевский. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – 424 с. (Серия «Учебники НГТУ»).

ISBN 978-5-7782-3011-8

Изложены основные понятия и определения надежности, математические и статистические основы теории надежности, математические модели теории надежности, методы прогнозирования надежности машин. Рассмотрены надежность технических систем на стадии проектирования, выбор номенклатуры, показателей надежности, распределение показателей надежности, исследование надежности изделий на этапе экспериментальной обработки и испытаний, а также термины и методы анализа риска на промышленных объектах.

УДК 62-192 (075.8)

ISBN 978-5-7782-3011-8

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В1. ТЕХНИКА ИЗДЕЛИЯ

Обобщающим термином *техника* обычно называют совокупность средств, созданных в результате человеческой деятельности, для осуществления процессов производства и удовлетворения непроизводственных потребностей общества. К технике относят все многообразие комплексов и изделий, машин и механизмов, производственных зданий и сооружений, приборов и агрегатов, инструментов и коммуникаций, устройств и приспособлений, деталей и электро-, радиоизделий.

В технике материализованы знания и опыт, накопленные человечеством в процессе развития общественного производства. Являясь продуктом производства, техника облегчает трудовые усилия человека и увеличивает их эффективность. Техника последовательно заменяет человека в выполнении технологических функций, связанных с физическим и несложным умственным трудом [1].

Средствами техники пользуются для воздействия на предметы труда при создании материальных и культурных благ; для получения, передачи и превращения энергии; сбора, хранения, переработки и передачи информации; исследования законов развития природы и общества; передвижения и связи; управления обществом, обслуживания быта; обеспечения обороны. Таким образом, техника является средством удовлетворения потребностей (в том числе и средством производства).

Развитие техники выражается в создании новых и усовершенствовании существующих типов машин, оборудования, приборов, в повышении технического уровня производственных процессов, их комплексной механизации и автоматизации, в создании новых материалов, топлива и преобразователей энергии, в производстве более совершенных изделий, улучшении их технико-экономических, функциональных и эстетических характеристик.

В дальнейшем для обозначения любого образца создаваемой или применяемой техники мы будем в основном использовать термин *изделие*. Обычно под изделием понимают любой предмет или набор предметов производства, подлежащих изготовлению на предприятии. Использование этого термина подчеркивает, что образец или техническое средство, о котором идет речь, рассматривается как предмет или продукт производства. Изделия подразделяют на неспецифицированные, т. е. не имеющие составных частей (детали), и специфицированные, т. е. состоящие из двух и более составных частей (сборочные единицы). Составные части сборочной единицы подлежат соединению между собой (собираются) на предприятии-изготовителе.

Поставляются и применяются изделия как готовая техническая продукция, как правило, в составе комплексов или комплектов. Под *комплексом* и *комплектом* понимают совокупность (два или несколько) изделий, не объединенных на предприятии-изготовителе сборочными операциями. Термин *комплекс* подчеркивает обязательное взаимодействие входящих в него изделий в процессе применения. Так, *вычислительный комплекс* – объединение нескольких цифровых вычислительных или управляющих машин и других технических средств, используемых с целью повышения производительности или надежности. *Добычный комплекс* – совокупность средств механизации для выемки полезного ископаемого, связанных в единый технологический процесс. Изделия *комплекта* имеют, как правило, общее эксплуатационное назначение вспомогательного характера. Примерами комплектов могут служить: комплект запасных частей и принадлежностей, комплект инструмента, комплект оборудования.

Термин *система* имеет широкий диапазон значений. В науке и технике система – множество элементов, понятий, норм с отношениями и связями между ними, образующих некоторую целостность. Можно говорить о системе элементов вычислительной машины, системе сигналов линии связи, системе допусков. В теории управления под *системой* понимают совокупность взаимодействующих устройств управления и управляемого объекта. В этом смысле система является некоторой абстрактной выделяемой частью техники, изделия, народного хозяйства, природы, удобной для изучения, исследования. Примерами систем являются: система телевещания, система обслуживания и ремонта бытовой радиоаппаратуры. Можно говорить о создании, разработке, изготовлении *технической системы*. Этим термином подчеркивается, что образец технической системы (техническое средство) рассматривается как средство удовлетворения потребности (средство производства, средство достижения некоторой цели). Когда говорят, что завод изготовил и поставил систему управления некоторым изделием, например прокатным станом, то имеют в виду, что поставлена аппаратура (устройство управления), которая без управляемого объекта системой управления в строгом смысле не является.

Под *элементом системы* понимают часть системы, предназначенную для выполнения определенных функций и неделимую на составные части при заданном уровне рассмотрения. Двойственность рассмотрения одних и тех же образцов техники в качестве составных частей (сборочных единиц) некоторых изделий и одновременно в качестве элементов некоторых систем объясняется тем, что в процессе создания техническое средство является предметом производства, а в процессе применения – средством удовлетворения потребности (средство производства).

Процесс создания и процесс применения. Технику как совокупность средств обычно рассматривают и изучают в процессе развития. Отдельные технические средства, изделия можно рассматривать в процессе создания и (или) в процессе применения, т. е. в рамках одного жизненного цикла. Процесс развития техники складывается из жизненных циклов отдельных технических средств. Историческое развитие общества, приводящее к возникновению новых потребностей, с одной стороны, и фундаментальные открытия, новые научные достижения – с другой становятся объективными источниками необходимости и возможности создания и применения новых изделий. Именно с осознания новой цели (необходимости удовлетворения новой или изменившейся потребности) начинается жизненный цикл изделия. Идея создания нового изделия может быть инициирована также возможностями использования новых материалов, технологий, конструкторских решений, накопленным опытом эксплуатации и т. п. Заканчивается жизненный цикл изделия его моральным старением или исчезновением потребности, для удовлетворения которой оно использовано.

При описании и изучении изделий их жизненный цикл подразделяют на составные элементы (этапы, стадии), имеющие специфические черты и особенности. Так, иногда различают идеальный жизненный цикл изделия, включающий изучение потребности, проектирование и планирование, и жизненный материальный цикл, в котором выделяют этапы строительства, освоения, эксплуатации (например, поточной линии) или этапы изготовления, развертывания, применения (системы метеорологических спутников).

Общепринято выделять из жизненного цикла процесс создания и процесс применения изделия. Составными частями процесса создания являются стадии разработки, изготовления и поставки изделия данного типа. Составные части процесса применения (эксплуатации) готовых образцов: хранение, транспортировка, профилактика, обслуживание, ремонт, подготовка к применению, собственно применение и т.п. На стадии проектирования изделия (разработка технического задания, технического предложения, эскизного проекта, технического проекта, рабочей документации), относящихся к идеальному циклу, решения воплощаются в документации и касаются всех изделий данного типа, которые подлежат изготовлению. На последующих стадиях таких, как изготовление опытных образцов, проведение автономных, комплексных, межведомственных и государственных испытаний, подготовка документации на изделия серийного производства, изготовление и испытание установочной партии изделий, изготовление серийных образцов, объектом исследования могут быть и все изделия данного типа, и каждый конкретный образец (экземпляр). В процессе создания (разработки) основного изделия можно разрабатывать, изготовлять и применять вспомогательные изделия: опытные образцы, экспериментальные установки, контрольно-проверочное оборудование и т. п. Жизненные циклы таких изделий, естественно, могут не совпадать с жизненным циклом основного изделия, являющегося объектом проводимого исследования.

Процесс создания и процесс применения изделия представляют в виде последовательных стадий работ, каждая из которых может расчленяться на более мелкие этапы и далее на отдельные работы. Отдельные работы, выполняемые разработчиками и изготовителями различных составных частей изделия, являются независимыми и могут проводиться параллельно. Но в общем случае результаты работ и этапов по отдельным составным частям влияют на проведение работ по другим частям изделия. Поэтому более точно процесс создания и процесс применения изделий могут быть представлены сетевым графом, «вершины – события» которого строго упорядочены через «дуги – работы». Кроме того, на множестве событий выделяют так называемые контролируемые события, после наступления которых проводится анализ полученных результатов по изделию в целом и принимается решение о переходе к последующей стадии.

В процессе выполнения стадии, этапов и отдельных работ, а также при анализе полученных результатов участники процесса создания и процесса применения изделий принимают решения, связанные с разработкой, изготовлением, эксплуатацией и собственно применением всех изделий данного типа и каждого экземпляра в отдельности. Все прикладные исследования, в том числе исследования эффективности и надежности, сопровождающие процесс создания и процесс применения изделия, непосредственно связаны с обоснованием всей совокупности принимаемых решений.

В2. ИССЛЕДОВАНИЕ КАК ПРОЦЕСС ОБОСНОВАНИЯ РЕШЕНИЙ

Термин *исследование* используется для обозначения деятельности людей и коллективов по обоснованию (принятию) проектных, конструкторских и управленческих решений, связанных с эффективностью или надежностью. Таким образом, имеются в виду в первую очередь прикладные исследования эффективности и надежности техники; именно им и посвящен в основном предлагаемый учебник. Внешними по отношению к прикладным являются фундаментальные исследования в теории эффективности и в теории надежности. Их содержание включает: классификацию объектов, задач и методов прикладных исследований, определение направлений их дальнейшего развития; развитие методологии прикладных исследований, т. е. общих положений, методики, математических основ и принципов обоснования решений; построение и развитие методов и специального математического обеспечения планирования и управления процессом создания и процессом применения техники.

Рассмотрим содержание основных решений, принимаемых на контролируемых стадиях работ в процессе создания и применения изделий [1].

На первой стадии (*разработка технических требований / технического задания*) проводят анализ вновь появившейся потребности и возможностей ее удовлетворения ранее освоенными или новыми изделиями. При этом задачи обоснования решения формулируют следующим образом:

- определение целесообразности разработки нового изделия;
- определение целесообразных сроков создания изделий;
- выбор целесообразного (оптимального) ряда изделий одного класса.

В результате решения любой из перечисленных задач может быть выполнено техническое задание (технические требования) на разработку нового изделия. Специфика анализа на этой стадии «от потребности», проводимого, как правило, научно-исследовательскими институтами заказывающих отраслей, заключается в том, что в ТЗ (техническом задании или проекте ТЗ) в первую очередь указывают потребительские свойства нового изделия, т. е. свойства и их возможные сочетания, определяющие потребительскую ценность изделия.

На второй стадии (*разработка технического предложения*) проводят анализ возможностей создания изделия с желаемыми потребительскими и соответствующими конструктивными и эксплуатационными свойствами, а также анализ его облика. Специфика анализа на этой стадии «от возможностей», проводимого, как правило, головными конструкторскими бюро и институтами разрабатывающих отраслей, заключается в том, что дополнение перечня потребительских свойств конструктивными и эксплуатационными характеристиками позволяет ставить задачу определения затрат ресурсов на создание и применение различных вариантов изделия. Задачи обоснования решений формулируют так:

- выбор рационального сочетания проектных параметров;
- сравнение вариантов облика создаваемого изделия.

Кроме того, знание возможных эксплуатационных свойств будущего изделия позволяет уточнить возможные варианты применения изделий для удовлетворения потребностей, предложенные при разработке ТЗ. Результатом исследований на рассмотренных стадиях являются согласование и утверждение ТЗ и принятие решения о создании нового изделия (определяются основная кооперация, предварительные планы опытно-конструкторских работ).

На следующих стадиях *эскизного и технического проектирования* проводят детальную проработку проекта; разрабатывают проектно-конструкторскую, технологическую и эксплуатационную документацию, единый план (ЕП) создания изделия, программные документы по обеспечению надежности и экспериментальной отработки; увязывают сроки изготовления, испытаний, поставки опытных и штатных образцов. Именно на этих стадиях принимается основная доля конструкторских и технологических решений, при этом повторяются решения, связанные с разработкой ТЗ и выбором рационального сочетания параметров, но на более низких иерархических уровнях структуры создаваемого изделия. Процесс проектирования заканчивают на уровне элементов (радиоизделий, агрегатов, механизмов), уже выпускаемых промышленностью. Тем самым завершают идеальный цикл жизни нового изделия и планирование его материального цикла [1].

Наряду с формами решений, рассмотренными выше, ставятся задачи оптимального планирования, обоснования программных документов:

- разработка рабочей документации, изготовление и испытание опытных образцов с корректировкой рабочей документации;
- комплексные и межведомственные испытания;
- государственные испытания;
- подготовка документации на изделия серийного производства, изготовление и испытания установочной партии изделий с корректировкой документации для серийного производства;
- реализация жизненных циклов экспериментальных образцов, предназначенных для экспериментальной проверки качества конструкторской, технологической и частично эксплуатационной документации, в соответствии с которой затем будут реализовываться жизненные циклы серийных образцов создаваемого изделия;
- экспериментальная проверка соответствия заложенных в документацию свойств создаваемого изделия требованиям ТЗ.

На стадии *опытной эксплуатации* (если она предусмотрена единым планом создания изделия) окончательно проверяют качество эксплуатационной документации. Результаты опытной эксплуатации дают реальную информацию о применении новых изделий и подтверждают правильность ранее принятых решений.

Последняя стадия жизненного цикла (процесса создания и применения) изделий – *эксплуатация и ремонт* – может содержать многочисленные материальные циклы отдельных образцов, включающие изготовление, транспортировку, хранение, подготовку к применению, применение и т. п.

При этом может быть использована как информация, полученная на предыдущих стадиях, так и оперативно получаемая информация о ходе и результатах применения других серийных образцов.

В3. ЭКСПЕРИМЕНТИРОВАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК ОСНОВНОЙ СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ РЕШЕНИЙ

Рассмотрев содержание основных решений, принимаемых в процессе создания и применения нового изделия, можно заметить их многообразие в зависимости от стадии создания объекта исследования, формулировки задач. Однако для всех них общим является то, что исследователь собирает, обрабатывает и представляет информацию в форме, удобной для принятия на ее основе того или иного решения. В зависимости от инструмента, с помощью которого получают эту информацию, исследования подразделяют на теоретические и экспериментальные. В ряде случаев такое деление условно и не может быть проведено однозначно, тем не менее его использование раскрывает существо исследования на различных стадиях разнообразных технических объектов.

На стадиях идеального жизненного цикла, когда изучают потребности, проектируют процесс создания и применения нового изделия, моделирование является единственным инструментом обоснования принимаемых решений. Источником исходной для исследования информации служат опыт и результаты, зафиксированные при разработке, отработке, изготовлении, эксплуатации, функционировании изделий-аналогов. Поскольку создание нового изделия всегда связано с получением новых потребительских, конструктивных и эксплуатационных свойств, теоретическое исследование на стадиях идеального жизненного цикла предполагает построение моделей, которые будут работать за пределами достигнутых ранее диапазонов свойств изделий, следовательно, и способов их проектирования, отработки, изготовления, применения. При этом предполагают, что модели воспроизводят механизмы изучаемых явлений и сами эти механизмы инвариантны к изменению составляющих параметров во всем изучаемом исследователем диапазоне.

С начала создания и применения изделия появляется возможность наряду с теоретическими проводить экспериментальные исследования, т. е. экспериментально проверять реальность использованных ранее моделей и принятых решений. Причем проверке могут быть подвергнуты последствия принимаемых решений, т. е. потребительские свойства проектируемого изделия, создаваемого и применяемого в соответствии с разработанной конструкторской, технологической и эксплуатационной документацией. Именно эти задачи решают в соответствии с программами экспериментальной отработки и программами производственного контроля, государственных испытаний и опытной эксплуатации [1].

Получение экспериментальной информации в одной точке исследуемого диапазона свойств создаваемого изделия связано, как правило, с необходимостью изготовления соответствующего опытного образца, моделирующего (речь идет уже не о математической, а скорее физической или химической модели) изучаемые свойства штатного образца. Иногда для изучения одной точки (сочетание свойств) необходимо провести статистический эксперимент, т. е. подготовить и испытать выборку (несколько образцов).

Сочетание теоретических и экспериментальных исследований, т. е. математического и физического моделирования, позволяет наиболее рационально использовать априорную (предыдущий опыт) и оперативную (текущую) информацию о принятых решениях в качестве основы для принятия последующих.

Во многих отраслях промышленности, занятых созданием сложной техники, предназначенной для работы в широком диапазоне эксплуатационных условий и воздействий, экспериментальные исследования проводят на специально предусмотренных стадиях изготовления и испытания опытных образцов, их технологической отработки, опытной эксплуатации.

Изделие **как объект эспер014иментирования.** Термин *изделие*, введенный для обозначения любого образца создаваемой техники как предмета (продукта) производства, очень точно совпадает по значению с объектом экспериментального исследования. Изделие как результат принятых проектных решений (конструкторских, технологических и эксплуатационных) фиксируется в документации в виде некоторой совокупности конструктивных, технологических и эксплуатационных параметров. Реализация их в виде образцов техники в конкретных условиях эксплуатации позволяет получить некоторые значения потребительских свойств, в первую очередь производительности, мощности, быстродействия, точности и т. п.

Измерение потребительских свойств и характеристик их устойчивости, проверка соответствия заданным в ТЗ и ТУ требованиям, устранение причин обнаруженного несоответствия являются основной целью экспериментального исследования создаваемого изделия.

Экспериментальное исследование изделия усложняется отклонениями и ошибками, вносимыми при реализации конструкторских, технологических и эксплуатационных решений, большим разбросом эксплуатационных воздействий и условий эксплуатации. Объектом экспериментирования (измерения) является конкретное изделие, опытный или серийный образец, его макет или физическая модель. Измеряя его свойства или их устойчивость, разработчик либо подтверждает правильность принятых ранее решений и методов их обоснования в новом диапазоне параметров, либо получает информацию об отклонениях от расчетных значений. Исходные данные для уточнения и совершенствования методов обоснования решений математических моделей устанавливают взаимосвязь потребительских параметров и их устойчивости с конструкторскими, технологическими и эксплуатационными параметрами, условиями эксплуатации.

Система **как объект моделирования**. Опыт создания и применения современной техники показывает, что неопределенность потребительских свойств нового изделия, их неустойчивость – не единственная трудность при обосновании принимаемых на ранних стадиях проектных решений. Необходимо более четко знать будущие потребности, возможное влияние процессов применения различных изделий, и процессов обеспечения их энергоресурсами, обслуживанием, ремонтом и т. п.

Таким образом, имеет важное значение исследование различных механизмов, действующих в сфере потребления, с учетом прогноза их потребительских, эксплуатационных свойств, условий эксплуатации и других характеристик. Эти исследования проводят разнообразными методами математического моделирования. Содержательные задачи математического моделирования связаны, как правило, с описанием процессов обмена информацией в контурах управления обратной связи. При этом из сферы потребления (применения изделий) выделяют объект исследования как некоторую систему, изучаемую на основе математической модели.

Большое число различных факторов и явлений, высокая степень неопределенности условий применения, сложность применяемых изделий и структуры их взаимодействия, наличие в некоторых случаях конфликтных ситуаций обусловливают введение понятия *большая система.* Решение такого рода задач потребовало разработки и использования методологии системного анализа.

В системном анализе под *системой* понимают множество любых элементов, способ связи которых определяет ее поведение. Таким образом, существенной для исследования становится зависимость интегральных (системных) свойств от структуры системы и логики ее функционирования. Основным методом такого исследования является моделирование, причем всегда речь идет лишь о той или иной степени приближения модели к реальным изучаемым явлениям. При моделировании принципиальное значение имеют следующие вопросы: как выбрать соответствующий уровень общности выделяемой системы, как учесть все существенные факторы и параметры, как построить адекватную постановке задачи модель и на ней определить допустимые множества управляемых параметров, в том числе характеристики стратегий применения техники и необходимые уровни потребительских свойств вновь создаваемых изделий?

У систем как объектов исследования различают три группы свойств, каждую из которых используют самостоятельно:

1) взаимодействие с внешней средой («входы», «выходы»);
2) внутреннее строение («структура»);
3) общесистемные, интегральные свойства («поведение»).

Свойства первой группы характеризуют все виды взаимодействий системы с внешней средой, так называемые *контуры обмена.* В первую очередь представляет интерес *целевой контур,* характеризующий процесс удовлетворения потребности (выходной эффект, получаемый от системы). Для системы, в рамках которой исследуется процесс (стратегии) применения создаваемых изделий, природа и величина выходного эффекта определяются потребительскими свойствами изделий. Таким образом, исследуется обмен: вход – поставляемые изделия и средства на их эксплуатацию (применения), выход – удовлетворение потребности в получении (добывании), передаче или хранении вещества, энергии или информации. Для систем, участвующих в процессе создания изделий, полезный эффект заключается в достижении необходимого уровня или характеристик устойчивости потребительских свойств эксплуатируемого изделия (например, для системы экспериментальной отработки), а также в нахождении изделия в заданном классе состояний (например, для системы производственного контроля, системы обслуживания и ремонта).

Кроме целевого контура, при исследовании могут учитываться контуры других обменов системы со средой:

- входы – природно-климатические воздействия, помехи, противодействие, нарушение работоспособности элементов;
- выходы – побочное влияние системы на внешнюю среду, потери энергии, вещества и т. д.

Часто в одном контуре работоспособности удается исследовать влияние на систему внешней среды и отказов элементов, а также результаты контроля, обслуживания и ремонтно-восстановительных работ, которые по существу являются выходами целевого контура другой системы, обеспечивающей эксплуатацию и применение изделий.

Свойства второй группы должны характеризовать внутреннее строение системы, ее структуру, т. е. то, что определяет логику ее функционирования, позволяет формально описать, смоделировать функционирование системы и на основе этого изучать, прогнозировать как интегральные свойства (поведение), так и значения конкретных выходов системы в определенные моменты времени. Каждая система наделена определенной структурой, под которой обычно понимают совокупность элементов и множество устойчивых связей между ними. Как правило, системы можно разделить на относительно обособленные в функциональном отношении части, которые называют *подсистемами или составными частями системы.* Детализация рассмотрения зависит от цели исследования. В простейшем случае описывается целевой контур управления (регулирования), характеризующий процесс достижения цели (удовлетворение потребности). Формализуется модель основного обмена: расход изделия – полученный выходной эффект. При этом бывает достаточно знать потребительские свойства применяемых изделий и стратегию их использования без подробного рассмотрения других внутренних свойств изделий. В более сложных случаях приходится моделировать и контуры контроля, обслуживания, ремонта, учитывать иерархию контуров, наличие в структуре системы органов (лиц) для принятия решений и т. п.

Свойства третьей группы характеризуют интегральные качества (поведение) системы, которые в общем случае (для сложных систем) могут не выражаться через свойства входящих в систему элементов (эмерджентные свойства). В первую очередь это свойства, характеризующие потребительскую ценность системы (*A*-качество). Их часто называют *выходным эффектом, конечным эффектом,* способностью системы решать поставленную задачу, или просто способностью системы. *A*-качество определяется целевым контуром (обменом) и является исходным при введении понятия эффективности. Эффективность обычно трактуют как выгодность целевого обмена либо как близость результата обмена к предельно выгодному. Расход ресурсов на достижение цели (удовлетворение потребности) возрастает из-за несовершенства изделий (низкого энергетического или технологического КПД) или несовершенства стратегии их применения (низкого информационного КПД). Последний и характеризует уровень организации структуры системы, возможности ее сохранять и использовать потребительские свойства изделий в условиях внешних и внутренних возмущений. Наиболее сложным (высокоразвитым) качеством системы, характеризующим ее поведение, является самоорганизация (*B*-качество). Этим качеством обладают системы большой сложности, способные самопроизвольно изменять свой внутренний порядок, организованность, структуру, параметры, ориентацию поведения с целью повышения приспосабливаемости к сложной изменяющейся обстановке. Самоорганизующаяся система обнаруживает ряд способностей (и соответствующих уровней развития), принципиально важными из которых являются: распознавание ситуаций, адаптация, самообучаемость, наличие свободы выбора решений и т. п. [1].

Следующим качеством системы является управляемость (*C*-качество), под которым понимают способность системы подчиняться управляющим воздействиям. Управляемость обеспечивается, прежде всего, наличием обратной связи. Кроме того, управляемость может характеризоваться гибкостью управления, его оперативностью, точностью и рядом других свойств, а для сложных систем – способностью выработки решений, на основе которых формируются управляющие воздействия.

Первичным качеством любой системы является ее устойчивость (*P*-качество). Устойчивость может объединять различные свойства: прочность, стойкость к воздействию внешних факторов, защищенность, стабильность, надежность, живучесть и т. д. Иногда выделяют информационную устойчивость (*I*- качество) или помехоустойчивость как самостоятельную (иногда как более сложную) группу свойств.

Для изделий как объектов экспериментального исследования можно также выделить три группы характеристик:

1) условия эксплуатации;

2) конструкционные, технологические, эксплуатационные параметры;

3) потребительские свойства изделий, их устойчивость.

Первая группа характеризует состав и уровни эксплуатационных воздействий на создаваемое изделие, их изменчивость и изученность. В некоторых случаях, например при выборе защиты аппаратуры, определяющими становятся не абсолютные значения величин воздействий, а их соотношение с несущими способностями аппаратуры или средств защиты. Для средств пассивной и постоянной защиты определяющими могут быть: среднее значение, максимально допустимое значение нагрузки, а скорость изменения фактора может не влиять на решение задачи. При использовании более гибких активных средств защиты существенное значение приобретает динамическая изменчивость факторов. В процессе создания изделия изученность воздействующих на его элементы факторов возрастает в результате экспериментальных исследований:

- взаимного влияния элементов, эффективности средств защиты, уточнения;
- технологических воздействий на элементы при изготовлении, технологическом контроле.

При опытной эксплуатации уточняют характеристики внешних воздействий.

Вторая группа содержит собственные свойства (параметры) изделия, приобретаемые в результате реализации конкретной конструкции, материалов, готовых элементов, технологии изготовления, стратегии эксплуатации, в том числе режимов обслуживания, контроля, ремонта.

Эти свойства характеризуют сложность изделия, степень его преемственности, новизны, технологичности и надежности элементов, изученность характеристик материалов и готовых элементов, выбранные запасы и избыточность, контроле- и ремонтопригодность. Именно эта группа свойств формируется в результате проектирования, т. е. принятия основных решений по выбору конструкции, технологии и режимов эксплуатации. Целью этих решений является придание изделию необходимых потребительских свойств и их устойчивости, т. е. достижение характеристик третьей группы.

Решения, принимаемые при проектировании изделия, в результате их дальнейшей реализации обеспечивают также обмен: затрачиваем сырье, труд, энергию – получаем потенциальную способность изделия удовлетворять ту или иную потребность в процессе использования. Выгодность этого обмена определяется свойствами созданного изделия и свойствами процесса его изготовления и применения, т. е. характеристиками систем, обеспечивающих его разработку, отработку, изготовление, контроль, функционирование и т. д.

Именно эти группы свойств используют при классификации объектов исследования.

Понятие эффективности относят обычно к любой согласованной совокупности действий, объединенных общим замыслом и единой целью. Техническая система служит активным средством достижения цели, и в этом случае понятие эффективности процесса отождествляют с понятием эффективности технической системы. Степень соответствия реального результата процесса требуемому называют *эффективностью операции* (*процесса*). Способ использования активных средств в операции называют *стратегией.* Результат операции, а следовательно, и ее эффективность определяются качеством технической системы, условиями и способами ее применения по целевому назначению.

В практике исследования эффективности обычно выделяют проблему оценки эффективности и проблему выбора рационального способа действий (выбора стратегий). Оценка эффективности предполагает формулировку цели (требуемого результата) операции, выбор и обоснование показателя эффективности.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимают под термином «техника»?
2. Что понимают под термином «изделие»?
3. Что такое комплекс (комплект)?
4. Раскройте термин «система».
5. Что понимают под элементом системы?
6. Что обозначает термин «исследование»?
7. Какими свойствами обладает система?
8. Что такое эффективность?
9. Что такое стратегия?

Глава 1
ПРОБЛЕМА НАДЕЖНОСТИ
1.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Непрерывное увеличение в XX веке быстроходности, грузоподъемности, производительности, точности и энергоемкости машин, создание мощных атомных, тепловых и гидроэлектростанций, протяженных нефтегазовых трубопроводов, освоение воздушного, космического пространств, дна океанов и прибрежного шельфа, концентрация большого числа технологических машин, транспортных средств на небольших территориях и трассах движения усложнили эксплуатацию машин, повысили опасность техногенных экологических катастроф с массовой гибелью людей.

Надежность техники всегда была одной из основных инженерных проблем, и ей всегда уделялось большое внимание. За последние 50…60 лет эта проблема значительно обострилась, что обусловлено главным образом следующими причинами [6].

1. **Увеличение сложности техники**. Современные технические системы могут включать до $10^4…10^6$ и более элементов. Например, системы управления современными межконтинентальными баллистическими ракетами содержат от 300 тыс. до 1,5 млн отдельных элементов. Системы автоматического управления современными производствами содержат от 70 до 250 тыс. компонентов. Усложнение техники закономерно приводит к снижению ее надежности (чем больше элементов, тем больше вероятность того, что хотя бы один из них окажется неработоспособным) [2].

2. **Усиление интенсивности режимов работы**. Режимы эксплуатации современных технических систем характеризуются высокими и сверхвысокими скоростями, температурами и давлениями. Например, удельный вес (металлоемкость) двигателей внутреннего сгорания в 1900 году составлял 250 кг/л.с., а за прошедшие 100 лет интенсивность эксплуатационных режимов увеличилась в 180 раз [3, 4].

3. **Сложность условий эксплуатации**. Современная техника эксплуатируется в широких диапазонах температур, в вакууме, при влажности до 100 %, при вибрации с большими амплитудами в широком диапазоне частот, при высоких линейных ускорениях и динамических нагрузках (до 20 000 м/с^2), при высоком уровне радиации и т. д. Это приводит к тому, что интенсивности отказов элементов и систем могут возрасти в сотни и тысячи раз по сравнению с обычными условиями.

4. **Повышение требований к качеству, точности и долговечности**. На ремонт и восстановление отказавшей техники затрачиваются большие трудовые и материальные ресурсы: трудоемкость изготовления одного нового грузового автомобиля составляет примерно 150 ч, а его капитального ремонта – 500…600 ч. За весь период эксплуатации затраты на запасные части, ремонт и техническое обслуживание превышают стоимость нового оборудования: машин и станков – в 5…12 раз, радиотехнической аппаратуры – в 10…12 раз, самолетов – в 5 раз, автомобилей – в 6 раз, военной техники – примерно в 20 раз. В некоторых отраслях машиностроения до 75 % производственных мощностей занято ремонтом техники, которая выпускается на остальных 25 %. На восстановление техники ежегодно тратится около 20 % черных металлов. Ежегодные затраты на техническое обслуживание некоторых видов военной техники в два раза превышают ее стоимость [5, 6].

5. **Усиление ответственности за выполняемые функции**. Отказы многих современных технических систем могут привести к катастрофическим последствиям, крупным техническим и экономическим потерям. Часто экономический ущерб в сотни, тысячи и миллионы раз превышает стоимость вышедшего из строя оборудования. Например, отказ одной из систем контроля привел к катастрофе на Чернобыльской АЭС. В США отказ одного элемента стоимостью 5 долл. сорвал запуск спутника стоимостью около 8 млн долл. [2].

6. **Автоматизация процессов производства**. Автоматизация предполагает отсутствие непосредственного наблюдения и контроля за течением процессов со стороны операторов, что предъявляет дополнительные требования к качеству функционирования и надежности оборудования, в том числе систем диагностирования и управления его техническим состоянием [7].

Актуальность и сложность этих проблем постоянно растут: одно из основных противоречий в развитии техники заключается в том, что увеличение сложности и связанное с ним снижение надежности техники сопровождаются повышением требований к надежности.

Объемы потерь от техногенных разрушений стали соизмеримы с внутренним валовым продуктом России, что потребовало большого внимания к повышению надежности машин и способствовало быстрому развитию теории надежности, созданной за последние десятилетия.

Огромное значение имеет надежность машин для повышения производительности и техногенной безопасности (повышение безотказности, готовности, живучести), экономии природных ресурсов и сохранения окружающей среды на земле, в воздушном и космическом пространствах, в океанах и морях.

Основными направлениями развития теории и практики надежности являются:

- создание математических и физических моделей надежности и технологий их использования при проектировании, изготовлении, эксплуатации и хранении информационной базы аварийных ситуаций;
- создание моделей дефектов, отказов, неисправностей и методов аварийных ситуаций, их диагностирования на всех стадиях жизни машин;
- нормирование показателей надежности;
- прогнозирование надежности и ресурса машин;
- развитие методов и средств технической диагностики;
- оптимизация и внедрение сертификации основных элементов машин.

1.1.1. ПРИЗНАКИ КЛАССИФИКАЦИЙ ИЗДЕЛИЙ

Целью классификации изделий как объектов исследования надежности является выделение групп изделий, для которых может быть предложен общий подход к требованиям, оценке, контролю надежности, применению общих методов анализа и синтеза, обоснованию конструкторских, технологических, эксплуатационных параметров. Выбор признаков классификации изделий проводят на основе анализа выделенных ранее групп характеристик:

- условия эксплуатации;
- конструкционные, технологические, эксплуатационные параметры;
- потребительские свойства и их устойчивость.

Для характеристики условий эксплуатации обычно используют перечень воздействующих на изделие факторов и их диапазонов. Такие перечни могут быть составлены для каждого из режимов эксплуатации: хранения, транспортирования, дежурства, применения и т. п. [1].

Проектирование изделий, выбор конструктивных основных параметров, средств защиты от внешних воздействий, экспериментальная отработка должны быть проведены с учетом всего диапазона воздействующих факторов и их сочетаний.

Кроме этого, при исследовании надежности, выборе рациональных способов ее обеспечения и контроля бывает важно оценить условия эксплуатации по уровню неопределенности, по природе неопределенности и воспроизводимости условий.

Воздействия могут быть постоянные и переменные, известные, случайные, непредсказуемые и преднамеренные. Комплекс условий может быть воспроизводимым при испытаниях опытных образцов или воспроизводимым только при эксплуатации (применении) штатных изделий.

Для характеристики конструкционных и технологических особенностей изделий их различают по объему выпуска, новизне конструкции и (или) технологии.

По объему выпуска различают изделия массового, серийного, единичного производства.

По характеристике потребительских свойств и режимам применения (эксплуатации) различают изделия:

- с одним или несколькими уровнями работоспособности;
- однократного, многократного, периодического, непрерывного применения;
- работающие установленное время, до окончания ресурса, до первого отказа;
- с непрерывным или периодическим контролем;
- с ремонтом плановым, по техническому состоянию, смешанным.

1.1.2. ОСНОВНЫЕ РАССМАТРИВАЕМЫЕ КЛАССЫ ИЗДЕЛИЙ

При использовании введенных признаков классификации изделий можно описать множество классов.

Покупные изделия. Процесс проектирования любого изделия всегда доходит до такого уровня детализации, при котором в качестве структурных единиц создаваемого изделия используют готовые изделия, освоенные промышленностью, выпускаемые, как правило, массовым производством и применяемые в стабильных (часто облегченных) условиях эксплуатации. Контроль состояния изделий проводят перед сборкой готовой продукции или применением; ремонт не предусмотрен. Уровень работоспособности, как правило, один. Используют изделие до первого отказа.

Задачи исследования надежности изделий такого класса связаны с накоплением статистических данных о результатах применения и оцениванием фактического уровня надежности. Знание уровня надежности и последствий отказов изделия позволяет правильно применять его, используя, если необходимо, резервирование как основной путь защиты от последствий отказов.

Изделия крупной серии. Их применяют в широком диапазоне внешних воздействий, причем параметры конкретного образца проявляются только в процессе эксплуатации. Контроль и ремонт таких изделий – периодические. Применение – периодическое или непрерывное, до исчерпания ресурса. При разработке нового изделия, как правило, расширяется диапазон условий эксплуатации или усовершенствуются конструкция и технология.

Надежность будущего изделия оценивают на стадии проектирования по информации, собранной по результатам работы изделий-аналогов. Основные проблемы создания связаны с отработкой новых решений (конструкции, технологии, эксплуатации). По результатам опытной эксплуатации подбирают рациональные режимы контроля и ремонта.

Уникальные сооружения. Построенное в единственном экземпляре сооружение работает в условиях переменных (возможно, случайных), предсказуемых с некоторым упреждением воздействий. В процессе создания используют апробированные ранее решения, а система непрерывного контроля и обслуживания гарантирует своевременное обнаружение неисправностей и предотвращение поломок и аварий, в том числе перевод сооружений на облегченные режимы работы (с меньшей производительностью), вплоть до остановки на ремонт.

1.1.3. ПРИЗНАКИ КЛАССИФИКАЦИИ СИСТЕМ

При использовании признаков классификации систем следует иметь в виду, что аспект исследований, связанных с обоснованием решений на разных стадиях создания техники, может меняться, и соответственно может меняться класс объекта системного исследования (моделирования) [1].

Для характеристики особенностей взаимодействия системы с внешней средой учитывают:

- сам факт наличия взаимодействия (разомкнутые системы) или отсутствия его (замкнутые системы);
- число и функциональное назначение контуров взаимодействия с внешней средой (целевой контур, контур поддержания работоспособности, контур энергообеспечения, контур жизнеобеспечения и т. п.);
- изученность (степень неопределенности) взаимодействий (для детерминированных – точность или диапазон возможных значений; для преднамеренных – диапазон или правило выбора возможных значений).

Для характеристики особенностей внутреннего строения (структуры) систем будем использовать следующие признаки:

- устойчивость структуры (системы с постоянной или переменной структурой);
- наличие и степень участия оператора в целевом или вспомогательном контурах (системы ручного управления, автоматизированные и автоматические; при наличии оператора хотя бы в одном контуре – эргатические системы);
- наличие в структуре системы лиц (коллективных органов) принятия решения, их подчиненность, централизация (системы: организационные, иерархические, многосвязные, централизованные, децентрализованные, с антагонистическими интересами, с неантагонистическими интересами и т. д.).

Для учета специфики общесистемных, интегральных свойств (поведение) систем будем учитывать:

• наличие тех или иных регулярных свойств (системы стабилизации, слежения, упреждения, программного управления и т. п.);

• использование адаптации (системы с обучением, самообучением, гибкими стратегиями, наличием свободы выбора решений);

• способность к анализу обстановки (системы с распознаванием ситуаций, с оценкой работоспособности, с прогнозом надежности и т. д.);

• возможность изменения уровня организации (системы с перестраиваемой структурой, самоорганизующиеся, развивающиеся системы).

Специфические системные качества, или эмерджентные свойства системы, позволяют обеспечивать высокий информационный КПД даже в условиях большой степени неопределенности внешней среды, уровня потребностей, наличия конфликтных ситуаций, применения уникальных изделий. Одна из задач системного исследования состоит в том, чтобы оценить начальный и ожидаемый уровни неопределенности условий применения создаваемого изделия и выбрать соответствующий.

Рассмотренные выше признаки образуют огромное множество различных классов систем. Количество классов систем, изучаемых и рассматриваемых на практике, существенно меньше. С одной стороны, это определяется тем, что из рассмотрения изъяты многочисленные замкнутые автоматические системы управления, модели которых используют при описании процессов функционирования создаваемых изделий, в том числе системы управления движением, телемеханики, жизнеобеспечения и т.п. Такие модели иногда используют при исследовании влияния отказов элементов на качество функционирования того или иного контура управления и на выходной эффект применяемого изделия. С другой стороны, развитие методов системного анализа применительно к разомкнутым организационным, иерархическим системам, реализующим достаточно сложное поведение, находится на таком уровне, что аналитические решения, учитывающие специфику отдельных классов, найдены только в простейших случаях. Ниже приведены примеры некоторых классов систем.

Целенаправленные системы. Это большой класс систем, в рамках которого обычно исследуется процесс (стратегия) применения создаваемого изделия. Часто это многоцелевые организационно-технические системы с иерархической структурой, сложным поведением, называемые большими системами. В общем случае, кроме целевых контуров, описывающих процесс применения изделий, моделируются контуры обеспечения эксплуатации: дежурства, обслуживания, контроля и восстановления, управления функционированием. На ранних стадиях изготовления при выборе оптимального ряда и облика создаваемого изделия используют упрощенные модели, заменяя моделирование вспомогательных контуров их интегральными характеристиками, полученными при работе с аналогичными изделиями. При анализе наиболее полных многоконтурных моделей используют имитационное моделирование, его методология развита применительно к особенностям транспортных, энергетических систем, систем наблюдения и т. п.

Система обслуживания и ремонта изделий. Целью создания систем является поддержание на должном уровне потребительских свойств изделий с помощью той или иной стратегии обслуживания и ремонтов. Часто удается эксплуатацию изделий рассматривать автономно, с тем чтобы использовать полученные интегральные характеристики при дальнейшем комплексном исследовании. Тем более что такие системы часто создаются для обслуживания нескольких видов техники. Для оценки качества работы систем часто используют характеристики затрат времени, занимаемого ремонтом и обслуживанием, с учетом ожидания очереди, различных приоритетов и т. п.

Системы контроля. Широкий класс этих систем включает: системы производственного контроля, системы контроля и диагностики, используемые при подготовке изделий к применению, системы оперативного контроля и управления функционированием и др. Это могут быть многоконтурные автоматизированные системы, включающие в контуры операторов и ЦВМ. Полезный эффект от использования систем может определяться и уменьшением брака готовой продукции, и сокращением времени подготовки изделия к работе, и повышением эффективности целевого контура.

Системы обеспечения процесса создания изделий. К числу таких систем можно отнести систему обеспечения надежности и управления качеством продукции, автоматизированную систему управления производством и т. п. Целью таких систем является поддержание на заданном уровне качества процесса создания видов техники в соответствии с нормами, обоснованными и установленными для данного вида техники. Такие системы, действующие в той или иной отрасли, определяют условия создания и общий уровень изготавливаемого вида техники. Это позволяет решать задачу обоснования рациональных требований по надежности изделий на ранних стадиях создания одновременно с выбором оптимального ряда изделий с учетом массовости производства и применения.

1.2. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ

Исследование надежности включает следующие задачи [1].

1. Задание требований по надежности системы и нормирование (распределение) требований по надежности элементов системы. Эту многофункциональную задачу решают на всех уровнях структуры системы и ее элементов, вплоть до простых систем, на разработку которых оформляют техническое задание (ТЗ) и на изготовление которых выдают технические условия (ТУ).

2. Выбор рациональной (оптимальной) структуры элементов системы в целом и обоснование необходимого резервирования (структурного, функционального, нагрузочного, временного, логического, алгоритмического, программного), уровня контролепригодности и восстанавливаемости.

3. Обоснование основных принципов (направлений) и программ обеспечения надежности системы и ее элементов с учетом их особенностей.

4. Разработка системы (порядка и объемов) экспериментальной отработки элементов с учетом требований к надежности.

5. Создание системы контроля качества и надежности элементов технической системы в производстве, в процессе ее эксплуатации и при создании технической системы.

6. Расчет надежности по результатам проектирования и конструирования.

7. Оценка и контроль надежности по результатам отработки, производства и эксплуатации.

Помимо задач, являющихся неотъемлемыми элементами технологического цикла создания и использования технических систем, решают более узкие, но не менее сложные конкретные задачи:

- оптимизация структуры нерезервированных и разнообразно резервированных систем с учетом надежности;
- оценка надежности элементов систем по разнородной априорной и апостериорной статистической информации;

• оценка надежности оператора при его взаимодействии с элементами технической системы;

• диагностика и прогнозирование технического состояния системы;

• поиск мест отказов и неисправностей в системе;

• обоснование ускоренных и утяжеленных испытаний;

• неразрушающий и статистический контроль качества элементов системы в производстве;

• оперативный контроль и управление функционированием технической системы в процессе эксплуатации и применения;

• исследование отдельных составляющих надежности (безотказности, долговечности, ремонтопригодности, сохраняемости) и их сочетаний;

• планирование отдельных операций с учетом надежности, ответственности систем, их массовости применения, эргономики, безопасности, живучести и т. п.

Поскольку процесс создания сложной технической системы имеет многостадийный и многоуровневый характер, необходимо использовать разнообразные методы и решения всех перечисленных задач с большей или меньшей детализацией и глубиной исследования в зависимости от особенностей создаваемой технической системы и ее элементов, располагаемой информации и целей исследований.

1.2.1. ОСОБЕННОСТИ ЭФФЕКТИВНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Многие технические системы создают «от достигнутого». По результатам эксплуатации и применения систем-аналогов улучшают некоторые свойства качества (производительность, точность) и (или) надежность отдельных элементов, в результате чего повышается эффективность системы. Исследованию эффективности новой системы, не имеющей аналогов и прототипов, должны предшествовать системные исследования с широким привлечением методов экспертных оценок и методов прогнозирования [1].

Системные исследования проводят с целью:

• определения основных задач, которые должна выполнять будущая техническая система;

• выявления условий, в которых она будет работать;

• оценки ожидаемой потребности в системе;

• анализа возможностей создания систем с требуемыми характеристиками при известном уровне развития техники.

При этом учитывают:

• взаимодействие создаваемой системы с другими системами;

• отдаленность сроков применения системы, обусловленную длительностью периодов создания и эксплуатации;

• наивысшую степень неопределенности характеристик будущей системы и условий ее функционирования, которые могут сложиться к моменту ее применения;

• обобщенную информацию по всем следующим стадиям жизненного цикла системы в виде соответствующих требований и ограничений.

Системные исследования проводят научно-исследовательские институты и организации, заказывающие систему, а также головные институты, проектно-конструкторские организации ведущей отрасли промышленности по данному виду технических систем. Иногда в этих исследованиях принимают участие и головные проектно-конструкторские организации. Обычно исследования заканчиваются проектом технического задания на систему в целом и важнейшие ее элементы.

Затем при проектировании силами проектно-конструкторских организаций с участием научно-исследовательских институтов заказчика и промышленности определяется облик системы и выбираются конкретные проектные параметры ее элементов, исходя из оценки эффективности программы в целом, из оценки эффективности системы в целом и оценки затрат располагаемых ресурсов на достижение основных проектных параметров и обеспечение надежности каждого элемента системы.

Эффективность разрабатываемой системы оценивают методами сравнительного анализа и математическими методами исследования операций (детерминированных и вероятностно-статистических). При этом учитывают:

• результаты исследований, выполненных при формировании требований к системе;

• основные особенности и ограничения при реализации последующих стадий создания и применения технической системы и ее элементов;

• взаимодействие элементов внутри системы;
• неопределенность будущих условий применения;
• ожидаемый ущерб из-за возможных отказов техники.

В процессе разработки проекта используют также методы проектного исследования и обеспечения надежности системы, учитывающие структуру каждого элемента, условия функционирования, особенности его экспериментальной отработки и эксплуатации.

Надежность сложных систем зависит от разнообразных факторов, раздельное и комплексное изучение которых необходимо, поскольку без раскрытия физической природы отказов трудно выбрать наиболее подходящие направления работ по обеспечению и повышению надежности как отдельных видов оборудования, так и систем в целом.

Все множество факторов, влияющих на оборудование сложных систем, принято классифицировать по области их действия (рис. 1.1).

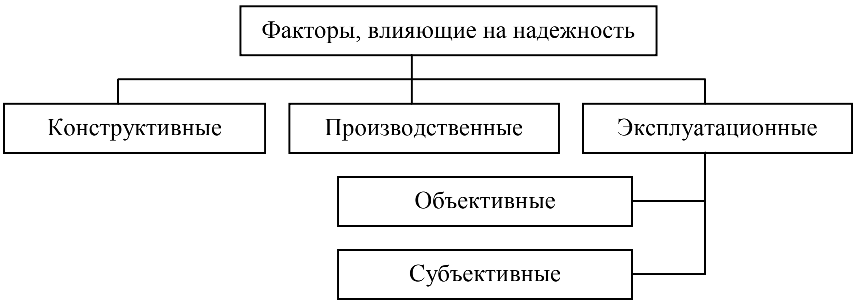


Рис. 1.1. Классификация факторов по области действия

В зависимости от вида оборудования классификация факторов, влияющих на надежность, может несколько изменяться.

Конструктивные факторы

• выбор структурной и функциональной схем, способов резервирования и контроля;
• определение материалов и комплектующих элементов;
• выбор режимов и условий работы элементов в системе;
• назначение требований к допускам на технологические характеристики элементов;
• выбор предохранительных систем и защит на технологические параметры установки;
• учет психофизиологических особенностей операторов;
• разработка эксплуатационной документации и др.

При проектировании и конструировании объекта закладывается его надежность.

Производственные факторы (технологические факторы производства, монтажа и наладки оборудования систем):

- входной контроль качества материалов и элементов, получаемых от предприятий-поставщиков (смежников);
- организация технологического процесса изготовления оборудования;
- контроль качества продукции на всех этапах технологического процесса (точность выполнения заданной формы и размеров, обеспечение прочностных, электрических, магнитных и других характеристик объектов, обеспечение требуемой шероховатости обработанной поверхности, прочности соединений и т. п.);
- квалификация изготовителей;
- обеспечение качества и контроль монтажа и наладки оборудования систем;
- условия работы на производстве и др.

При производстве (изготовлении) объекта обеспечивается его надежность.

Эксплуатационные факторы – это факторы, которые появляются вне сферы проектирования и производства объектов. По характеру воздействия на объект эксплуатационные факторы можно подразделить на объективные (воздействия внешней среды) и субъективные (воздействие обслуживающего персонала). Объективные факторы, влияющие на надежность объектов, можно классифицировать на две группы: внешние и внутренние факторы.

К *внешним факторам* относятся воздействия, обусловленные внешней средой и условиями применения. Это, прежде всего, климатические факторы (низкие и высокие температуры, влажность, солнечная радиация), механические воздействия (вибрация, удары), электромагнитное и радиационное излучения, агрессивная среда и др. *Внутренние факторы* связаны с изменением параметров объектов и конструкционных материалов: старением, износом, коррозией. Эти изменения происходят с течением времени под влиянием внешних факторов. Необходимо отметить, что в действительности все перечисленные факторы влияют на надежность объекта в комплексе.

Под *субъективными эксплуатационными факторами*, влияющими на надежность объектов, понимается:

- квалификация обслуживающего персонала;
- обученность обслуживающего персонала;
- организация и качество технического обслуживания и регламентных работ;
- методы и способы организации эксплуатации объектов;
- организация сбора и анализа сведений о надежности объектов.

1.2.2. ТИПОВЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ НАДЕЖНОСТИ

Предупредительные

1. Использование отработанных методов и средств обеспечения надежности.
2. Анализ альтернативных проектно-конструкторских решений и выбор наилучших.
3. Создание запасов работоспособности по нагрузкам и отказам различных видов.
4. Использование резервирования.
5. Выбор высоконадежных комплектующих элементов, материалов.
6. Создание контролепригодных и ремонтопригодных изделий.
7. Обучение проектировщиков, конструкторов, испытателей передовым методам и способам обеспечения надежности.
8. Установление проектных норм надежности и норм испытаний при экспериментальной отработке.
9. Разработка новых средств контроля и диагностики.
10. Выбор прогрессивных и стабильных технологических процессов и средств контроля до начала производства изделий.
11. Отработка и корректировка технологической документации.
12. Обоснование системы контроля качества и надежности изделий в производстве.
13. Обучение и аттестация производственного персонала для работы на ответственных операциях.
14. Надзор за состоянием производственного оборудования и средств контроля.

15. Разработка автоматизированных средств контроля и поиска неисправностей.

16. Отработка эксплуатационно-технической документации.

17. Проведение предварительных регламентных работ.

18. Оценка и прогнозирование технического состояния и надежности.

19. Аттестация и обучение персонала ОТК (отдела технического контроля).

Контрольные

Конструктивные отказы

1. Экспериментальная проверка технических решений, особенно новых, проверка всех режимов функционирования.
2. Автономные и комплексные испытания.
3. Контроль проектной документации.
4. Контроль и корректировка конструкторской документации.
5. Экспериментальная проверка запасов работоспособности во всех режимах функционирования.
6. Контроль надежности.
7. Создание новых средств экспериментальной отработки и обработки информации.
8. Контроль качества труда исполнителей, самоконтроль.

Производственные отказы

1. Проведение входного, пооперационного и выходного контроля.
2. Проверка технологических режимов.
3. Контрольно-технологические испытания.
4. Контроль качества труда исполнителей, самоконтроль.
5. Авторский надзор.
6. Контроль качества и стабильности технологических процессов.

Эксплуатационные отказы

1. Автоматизированная регистрация и обработка информации о командах, отказах и неисправностях.
2. Контроль качества, самоконтроль.
3. Гарантийный надзор.

Защитные

1. Анализ последствий отказов.
2. Введение специальных агрегатов в состав элементов системы, обеспечивающих работоспособность при возникновении отказов.

3. Отработка основных и отказовых режимов функционирования, тренировка персонала.
4. Реализация технических решений по локализации отказов.
5. Применение оперативного контроля и управление функционированием.
6. Обеспечение сохранения работоспособности элемента при отказах в агрегатах.
7. Разработка системы обслуживания и восстановления производственного оборудования и средств контроля.
8. Проведение оперативных доработок.
9. Использование автоматических блокировок.
10. Использование запасных частей, обменного фонда.
11. Анализ последствий отказов и реализация защитных мероприятий.
12. Обучение и аттестация персонала для работы при возникновении отказов.

1.3. КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ НАДЕЖНОСТЬЮ МАШИН

Комплексное управление надежностью машин находит свое отражение в единстве и взаимосвязи технических, экономических, социальных и организационных мероприятий, обеспечивающих требуемую надежность машин. С точки зрения народного хозяйства в целом и отдельных потребителей важно не только обеспечить определенный уровень и набор свойств надежности, но и добиться минимальных совокупных затрат на создание и применение машин с заданной степенью полезности при использовании ее по назначению. Иными словами, задачей управления надежностью машин является достижение оптимального уровня их надежности. Причем этот уровень, т.е. определенные значения нормируемых показателей машин, должен быть обоснован экономически с учетом их функционирования в системах более высокого порядка, проявления всех социальных факторов и применения указанного критерия оптимальности.

Кроме того, целевой функцией, выражающей зависимость критерия оптимальности от оптимизируемых параметров, должна быть стоимостная функция. Большое значение в управлении надежностью машин имеет изучение факторов, определяющих тот или иной уровень свойств надежности. Эти факторы, влияющие на весь жизненный цикл машин, важны не только для планирования разработки, но и для последующей организации их производства и использования. Это объясняется тем, что создатели машин принимают участие в каждой стадии жизненного цикла. Степень их влияния на надежность машин обусловлена экономическим базисом общества и вместе с тем зависит от характера самих факторов и предпринятых действий. Так хорошая организация труда при изготовлении машин создает необходимые предпосылки для более полного использования технических возможностей технологического оборудования и придания выпускаемым машинам запланированного уровня свойств.

Для повышения уровня надежности машин необходимо эффективно воздействовать на все факторы и условия, определяющие ее на всех стадиях жизненного цикла машин. Под жизненным циклом машин принято понимать совокупность взаимосвязанных процессов их создания и последовательного изменения состояния от формирования исходных требований к ним до окончания их использования. К сожалению, пока отсутствует единое мнение исследователей по вопросу составляющих этого цикла, что усложняет решение задачи управления надежностью машин.

Жизненный цикл машин протекает в двух основных сферах: производство и эксплуатация [8].

В сфере эксплуатации существуют три стадии: непосредственно использование машин, их готовность к использованию и период перехода к готовности машин. Это свидетельствует о временном периоде проведения некоторых работ процесса производства. Так, при использовании машин требуется определенное время на проведение работ по их техническому обслуживанию и ремонту, но в это время машина простаивает и, следовательно, данные работы не могут быть отнесены к процессу использования.

Некоторые авторы различают следующие стадии жизненного цикла:

- исследование и проектирование;
- изготовление;
- сохранность и реализация;
- эксплуатация;
- утилизация.

При этом понятие жизненного цикла машин нередко относят не к одному конкретному изделию, а ко всей группе изделий одного типа (модели, типоразмера, наименования).

Действительно, для машин, изготовляемых в единичном исполнении или в небольшом количестве (энергетическое и технологическое оборудование, станки, аппараты и т. д.), жизненный цикл можно представить как последовательно сменяющиеся указанные выше стадии. Для других машин, выпускаемых и эксплуатируемых в массовых количествах (автомобили, тракторы, электродвигатели и т. д.), структура жизненного цикла выглядит значительно сложнее, многие его стадии совмещены во времени и протекают параллельно.

Для машин массового производства понятие жизненного цикла может относиться к моделям, их модификациям или семействам. Однако для краткости будем говорить в дальнейшем о жизненном цикле модели машин. Стадии жизненного цикла наглядно видны при рассмотрении изменения годового выпуска (кривая *1*) и годового размера парка машин (кривая *2*) рассматриваемой модели во времени по годам (рис. 1.2) [8].

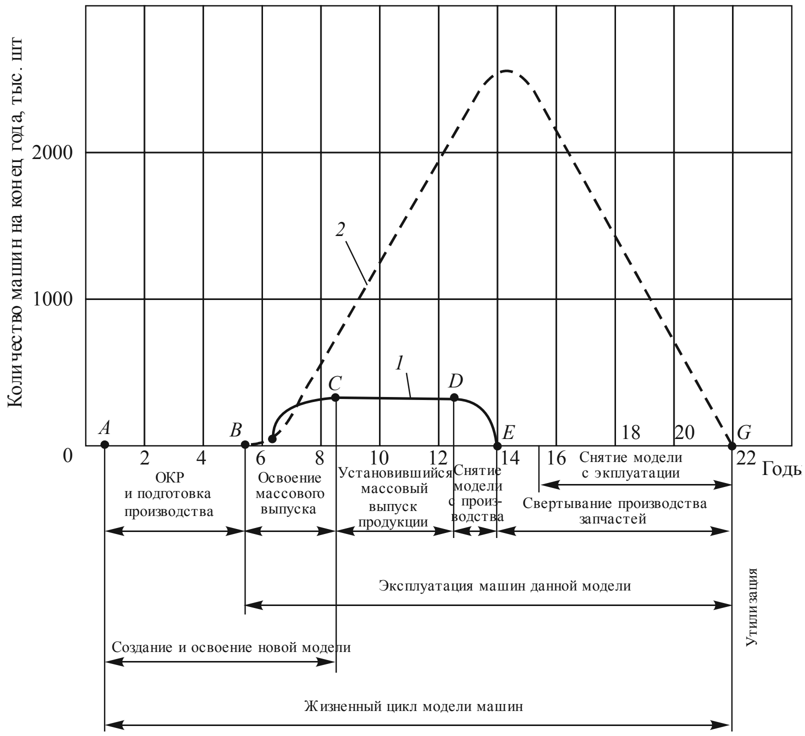


Рис. 1.2. Стадии жизненного цикла модели машин:

▬ – выпуск машин; ▬ ▬ – парк машин

Точка *A* указывает момент принятия решения о начале разработки новой модели машины. Отрезок *AB* показывает период времени, в течение которого выполняются исследования, опытно-конструкторская разработка (ОКР) и подготовка производства.

Точка *B* определяет момент начала массового выпуска новой модели – выпуска первой промышленной партии или установочной серии. Отрезок *BC* характеризует стадию освоения массового выпуска машины. Кривая роста выпуска машин на отрезке *BC* вначале показывает замедленный темп, вызванный в основном сбоями ритмичности по разным организационным техническим причинам. Затем идет нарастание выпуска за счет совершенствования организации производства и овладения рабочими новыми навыками. На последнем этапе освоения темпы роста выпуска машин замедляются, так как этот рост достигается в результате уже «глубинной» доводки технологических процессов и «расшивки узких мест».

Точка *C* означает достижение проектной величины выпуска, и с этого момента на отрезке *CD* идет устойчивый массовый выпуск машин. На стадии установившегося производства проводятся различные организационно-технические мероприятия: вносятся конструктивные усовершенствования, внедряются новые технологические процессы и материалы, совершенствуется организация труда и т. д. В результате этих мероприятий снижаются трудоемкость, материалоемкость и себестоимость машин, а в отдельные годы наблюдается рост их выпуска.

На стадии освоения и в первые годы установившегося производства идет интенсивное насыщение парка машин. Таким образом, освоение массового выпуска означает в первом приближении поступление и начало эксплуатации машин. В этот период организуется выпуск запасных частей, налаживается система ремонта и технического обслуживания машин данной модели. Размер парка машин стабилизируется, когда количество выпускаемых машин становится равным количеству машин, снимаемых с использования из-за физического и морального износа.

Появление признаков морального старения модели, снижения спроса на нее свидетельствует о необходимости свертывать производство этой модели. Отрезок *DE* показывает период снятия устаревшей модели с производства. В этот период одновременно идет освоение производства следующей новой модели.

Снятие модели с производства может происходить довольно быстро – в течение одного года. Однако следующие за этим периодом уменьшение парка машин и прекращение использования модели идут, как видно из рисунка, постепенно в течение ряда лет. Поэтому на отрезке *EG* производятся запасные части к старой модели машины, но с каждым годом все в меньшем количестве. В точке *G* прекращаются использование модели и ее жизненный цикл, и ставится вопрос, как использовать материалы, из которых она изготовлена: перерабатывать и использовать в новых технических объектах или утилизировать.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы причины обострения проблемы надежности?
2. Что является целью классификации изделий?
3. По каким признакам классифицируют изделия?
4. Какие существуют классы изделий?
5. По каким признакам классифицируют системы?
6. Приведите примеры некоторых классов систем.
7. С какой целью проводят системные исследования?
8. Как классифицируются по области действия факторы, влияющие на надежность?
9. Расскажите о конструктивных факторах, определяющих надежность систем.
10. Какие технологические факторы обеспечивают надежность систем?
11. Дайте классификацию эксплуатационных факторов, влияющих на надежность объектов.
12. Назовите несколько видов предупредительных мероприятий.
13. Назовите несколько видов контрольных мероприятий.
14. Назовите несколько видов защитных мероприятий.
15. Что такое жизненный цикл машины?
16. Какие стадии входят в жизненный цикл?

Глава 2
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ

Надежность – одна из составных частей качества любой технической системы. Проблема прогнозирования, нормирования и обеспечения надежности возникает в машиностроении, энергетике, строительстве, на транспорте и т.п. Общая методология составляет предмет теории надежности как общетехнической дисциплины; в применении к машиностроению можно говорить о теории надежности машин [9].

Под *надежностью технического объекта* понимают его свойство сохранять во времени способность к выполнению требуемых функций при условии, что соблюдены правила эксплуатации, предусмотренные нормативно-технической и эксплуатационной документацией. При этом понятие эксплуатации включает в себя не только применение по назначению, но и техническое обслуживание, ремонт, хранение и транспортирование.

Теоретический анализ явлений, технологических процессов и функционирования машин и конструкций основан на выборе определенных моделей или расчетных схем. При этом выделяют существенные факторы и отбрасывают второстепенные. Возможны два подхода к анализу: детерминистический и стохастический (вероятностный, статистический). При детерминистическом подходе все факторы, влияющие на поведение модели, т. е. параметры модели и параметры окружающей среды, начальные условия считают вполне определенными, детерминированными. Решение корректно поставленной детерминистической задачи единственно и, следовательно, предсказывает поведение реальной системы однозначным образом. Однако выводы, основанные на детерминистических моделях, могут расходиться с результатами опытных наблюдений. Одна из причин состоит в том, что на поведение реальных систем влияет большое количество разнообразных, слабо контролируемых и сложным образом взаимодействующих факторов. Поэтому поведение реальных систем в той или иной мере носит неоднозначный, случайный характер.

В отличие от детерминистического подхода, стохастический подход к анализу явлений учитывает случайные факторы и дает предсказания, содержащие вероятностные оценки.

Методы описания стохастических моделей и построения на их основе вероятностных выводов дает математическая дисциплина – теория вероятностей. В ее основе лежит понятие случайного события. Будем называть событием качественный или количественный результат опытов, проводимых при вполне определенных условиях. Событие называют достоверным, если оно неизбежно происходит при данном комплексе условий, и невозможным, если оно в этом случае заведомо произойти не может. Событие, которое при определенном комплексе условий может произойти, а может и не произойти, называют случайным.

В теории надежности сосуществуют два направления, родственных по идеологии и общей системе понятий, но отличающихся по подходу установившихся названий для этих направлений нет. Первое направление – *системная, статистическая* или *математическая теория надежности,* второе направление можно условно назвать *физической теорией надежности.* Объектом системной (статистической, математической) теории надежности служат системы из взаимодействующих элементов, для сохранения работоспособности по логическим схемам: графам, деревьям отказов и т. п. Исходную информацию в системной теории надежности, как правило, образуют показатели надежности элементов, определяемые с помощью статистической обработки результатов испытаний и (или) эксплуатационных данных. Задачи системной теории надежности решают в рамках теории вероятностей и математической статистики, т. е. без привлечения физических моделей отказов и тех физических явлений, которые вызывают и сопровождают возникновение отказов. Отличительная черта физической теории надежности состоит в том, что поддержание работоспособности системы и возможность возникновения отказов рассматривают в ней как результат взаимодействия между системой и внешними воздействиями (эксплуатационными нагрузками, условиями среды и т. п.), а также механическими, физическими и химическими процессами, которые происходят в компонентах системы в процессе ее эксплуатации.

Современные машины и системы машин содержат большое количество немеханических (электрических, электронных, информационных и т. п.) элементов и соединений. Это требует применения физических и системных моделей в комплексе. Показатели надежности механических элементов и механических систем оценивают на основе физических моделей, в то время как для оценки показателей надежности машин в целом или систем машин чаще используют модели системной теории надежности.

2.1. НАДЕЖНОСТЬ И ЕЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Понятие надежности, а также методы прогнозирования, оценки, нормирования и обеспечения надежности применяют к любым техническим объектам – машинам, изделиям, сооружениям и системам, а также их подсистемам – деталям, сборочным единицам и т. п. При необходимости в понятие *объект* может быть включена информация или ее носитель, а также человеческий фактор (например, при рассмотрении системы машина–оператор).

В отечественной практике часто используют параметрическое определение надежности. При этом способность технического объекта выполнять требуемые функции описывают при помощи некоторой совокупности непосредственно измеряемых параметров. Тогда надежность определяют как свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения этих параметров. К ним относят кинематические и динамические параметры машин, показатели конструкционной прочности деталей машин и их соединений, точности технологической обработки, производительности и т. п. С течением времени значения этих параметров изменяются, достигая некоторых предельно допустимых [9].

Параметрическое описание функционирования технических объектов не всегда целесообразно. Примером служат простейшие технические объекты, работоспособность которых может быть охарактеризована по типу «да – нет». Не все свойства объекта характеризуются количественно (как для системы машина – оператор). В этих случаях параметрический подход к оценке надежности оказывается затруднителен.

В общем случае надежностью технического объекта называют комплексное свойство технического объекта, состоящее из его безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости [10].

Безотказность – это свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки. Безотказность обычно вводят применительно к использованию объекта по назначению; однако во многих случаях необходима также оценка безотказности при хранении и транспортировании объекта.

Под *долговечностью* понимают способность объекта в течение достаточно длительного времени не переходить предельное состояние, т. е. такое, при котором дальнейшее использование объекта по назначению становится невозможным или нецелесообразным, несмотря на наличие установленной системы технического обслуживания и ремонта. Объект может перейти в предельное состояние, оставаясь работоспособным, если его дальнейшее применение перестает быть допустимым по требованиям безопасности, экономичности или эффективности.

Ремонтопригодность – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния посредством технического обслуживания, ремонта. В сущности, термин «ремонтопригодность» эквивалентен международному термину: приспособленность к поддержанию работоспособного состояния или, короче, *поддерживаемость* (maintainability). В узком смысле это понятие включает в себя обслуживаемость, т. е. приспособленность объекта к техническому обслуживанию, контролепригодность и диагностируемость – приспособленность к предупреждению и обнаружению отказов и повреждений, а также причин, их вызывающих.

Более общее понятие *эксплуатационная технологичность* (maintenance support, supportabilily) включает в себя ряд технико-экономических и организационных факторов, например, качество подготовки обслуживающего персонала. Но термин «ремонтопригодность» прочно вошел в отечественную нормативно-техническую, справочную и учебную литературу. В отраслевой документации наряду с термином «ремонтопригодность» в узком смысле применяют все термины:

обслуживаемость, контролируемость, диагностируемость и эксплуатационная технологичность.

При хранении и транспортировании технические объекты подвергаются неблагоприятным воздействиям, например колебаниям температуры, действию влажного воздуха, вибрациям и т. п. В результате после хранения и (или) транспортирования объект может оказаться неработоспособным и может даже наступить предельное состояние.

Сохраняемость объекта определяют как его свойство сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции в течение хранения, после него (или) и во время транспортирования. В идеальных условиях объект полностью сохраняет работоспособное состояние, а также значения ресурса, которым объект обладал к моменту начала хранения и (или) транспортирования. В реальных условиях параметры, характеризующие работоспособность объекта, ухудшаются, а также снижается его остаточный ресурс.

В зависимости от условий и режимов применения объекта требования к сохраняемости формируют по-разному. В одних случаях достаточно потребовать, чтобы после хранения и (или) транспортирования объект оставался в работоспособном состоянии. В большинстве других случаев необходимо, чтобы объект сохранял некоторый запас работоспособности, т. е. обладал достаточной безотказностью после хранения и (или) транспортирования. Если предусмотрена специальная подготовка объекта к применению по назначению после хранения и (или) транспортирования, требование о сохранении работоспособности не ставят. Его заменяют требованием, позволяющим сохранять в заданных пределах технические параметры объекта, определяющие его безотказность и долговечность.

В зависимости от назначения и особенностей применения объекта составляющие свойства надежности приобретают больший или меньший вес. Например, для неремонтируемых объектов основным свойством является безотказность. Для ремонтируемых объектов одним из важнейших свойств, составляющих понятие надежности, может быть ремонтопригодность.

Для технических объектов, которые являются потенциальными источниками опасности, важным является понятие безопасности.

Безопасность – свойство объекта при изготовлении и эксплуатации и в случае нарушения работоспособного состояния не создавать угрозу для населения и (или) для окружающей среды. Безопасность обычно не включают в понятие надежности. Однако при определенных условиях безопасность тесно связана с этим понятием, например, если отказы могут привести к условиям, вредным для людей и (или) окружающей среды сверх установленных норм.

Термин *живучесть* занимает пограничное место между понятиями надежность и безопасность. Под живучестью понимают свойство объекта, состоящее в его способности противостоять развитию критических и существенных отказов из-за дефектов, повреждений и несущественных отказов при установленной системе технического обслуживания и ремонта. В отраслях живучесть трактуют по-разному, например как свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при воздействиях, не предусмотренных условиями эксплуатации, или как свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при наличии дефектов или повреждений определенного вида, а также при отказе некоторых компонентов. Примером служит сохранение несущей способности деталей машин при возникновении в них усталостных трещин, размеры которых не превышают заданных значений.

В некоторых отраслях вместо живучести говорят об отказоустойчивости, т. е. о способности системы противостоять лавинообразному развитию отказов из-за несущественных отказов и повреждений. Термин «живучесть» приблизительно соответствует международному термину fail-safe performance. Для характеристики отказоустойчивости по отношению к человеческим ошибкам в последнее время начали употреблять термин fool-proof performance. В международных документах сочетание безотказности и ремонтопригодности с учетом системы технического обслуживания и ремонта называют готовностью объекта (availability).

2.2. СОСТОЯНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Каждое состояние объекта характеризуют некоторой совокупностью значений параметров и качественных признаков. Перечень этих параметров, а также пределы их допустимых изменений устанавливают в нормативно-технической или проектно-конструкторской документации (далее кратко – в документации).

Состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям документации, называют *исправным.* Если объект не соответствует хотя бы одному из требований документации, то его состояние называют *неисправным* [11].

Состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям документации, называют *работоспособным.* Если значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность объекта выполнять заданные функции, не соответствует указанным требованиям, то состояние называют *неработоспособным.* Работоспособный объект в отличие от исправного должен удовлетворять лишь тем требованиям документации, выполнение которых обеспечивает нормальное применение объекта по назначению. Работоспособный объект может быть неисправным, например, он не удовлетворяет эстетическим требованиям, но ухудшение внешнего вида объекта не препятствует его применению по назначению. Для простейших объектов различают работоспособное и неработоспособное состояния.

В общем случае вводится промежуточное понятие частично неработоспособного (частично работоспособного) состояния. Примером частично неработоспособного состояния служит такое состояние машины, при котором она способна выполнять требуемые функции с пониженными показателями, в частности с пониженной производительностью. Для объектов многофункционального назначения под частично неработоспособным состоянием понимают такое, при котором объект способен выполнять лишь часть требуемых функций. Для некоторых объектов признаками неработоспособного состояния могут быть отклонения показателей качества изготовляемой продукции. Например, применительно к технологическим машинам и линиям к неработоспособному состоянию может быть отнесено такое, при котором значение хотя бы одного параметра изготавливаемой продукции не соответствует установленным требованиям.

Так, в работоспособном состоянии (up slate) различают рабочее состояние (busy slate) и плановый простой (idle state), при котором объект не применяют по назначению (рис. 2.1).

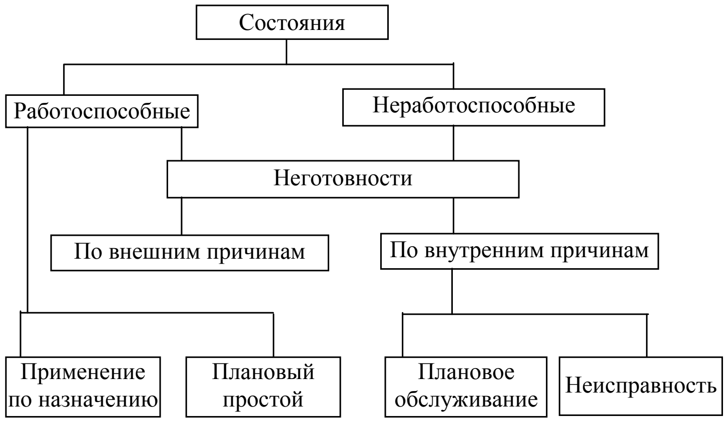


Рис. 2.1. Классификация состояний объектов

Предельное состояние – состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

Критерий предельного состояния – признак или совокупность признаков предельного состояния объекта, установленные нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

2.3. ДЕФЕКТЫ, ПОВРЕЖДЕНИЯ, ОТКАЗЫ

Под отказом понимают любое событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта. Отказ может быть *полным,* когда наступает полное неработоспособное состояние объекта, и *частичным,* когда наступает частичное неработоспособное состояние. Совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта устанавливают в документации. Необходимо отличать отказы от *повреждений,* т. е. от нарушений исправного состояния объекта при сохранении его работоспособного состояния [11].

Критерий отказа – признак или совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта, установленные в нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Причина отказа – явления, процессы, события и состояния, вызвавшие возникновение отказа объекта.

Последствия отказа – явления, процессы, события и состояния, обусловленные отказом объекта.

Критичность отказа – совокупность признаков, характеризующих последствия отказа.

Ресурсный отказ – отказ, в результате которого наступает предельное состояние объекта.

Независимый отказ – отказ, не обусловленный другими отказами.

Зависимый отказ – отказ, обусловленный другими отказами.

Явный отказ – отказ, обнаруживаемый визуально и штатными методами, и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению.

Скрытый отказ – отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностики.

Важнейший признак для классификации отказов – это уровень их критичности, т. е. тяжесть последствий (материальных, моральных и других потерь), обусловленных возникновением отказов. При этом следует учитывать как прямые потери, так и косвенные. В некоторых случаях необходимо учитывать также и удаленные во времени последствия. Классификация отказов по последствиям необходима при нормировании надежности, в частности для обоснования выбора номенклатуры и численных значений нормируемых показателей надежности. Классификацию отказов используют при определении ответственности за наступление отказа, а также при установлении гарантийных обязательств.

Среди всех отказов выделяют особо опасные – *катастрофические* отказы, которые создают угрозу для жизни и здоровья людей, а также для окружающей среды или приводят к тяжелым экономическим потерям. Остальные, некатастрофические, отказы подразделяют на критические и некритические. К критическим отказам в частности, относятся такие, возникновение которых приводит к невыполнению ответственного задания. Критические отказы могут быть также разделены на существенные (большие) и несущественные (малые). Описанная классификация показана на рис. 2.2. Отнесение отказа к той или иной категории является предметом соглашения между заказчиком (потребителем) и разработчиком (изготовителем). Критерием при этом могут служить затраты труда и времени на устранение последствий отказов, возможность и целесообразность ремонта силами потребителя, необходимость ремонта изготовителем или третьей стороной, продолжительность простоев из-за возникновения отказов, уровень снижения производительности при отказе, приводящем к частично неработоспособному состоянию, и т. п.

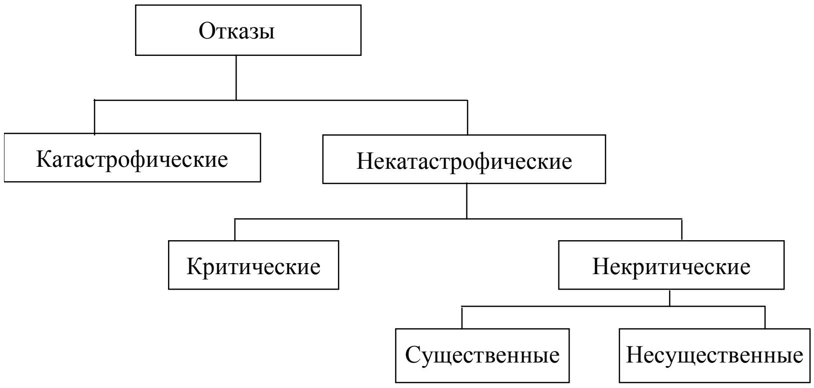


Рис. 2.2. Классификация отказов технического объекта

Отказ одного и того же объекта может трактоваться как критический или некритический, существенный или несущественный в зависимости от того, рассматривают объект в целом или он является составной частью другого объекта. Например, перегорание осветительной лампы представляет собой критический отказ для этой лампы. Для осветительного прибора, в состав которого эта лампа входит, такой отказ может рассматриваться как некритический, но существенный. При наличии в осветительном приборе двух или более ламп тот же отказ будет несущественным. С другой стороны, несущественный отказ объекта, входящего в состав более ответственного объекта, должен рассматриваться как существенный и даже критический в зависимости от последствий отказа сложного объекта. Для проведения классификации отказов по последствиям необходимо проанализировать критерии, причины и последствия отказов и построить логическую и функциональную связь между ними.

Различают *внезапный* и *постепенный* отказы. В отличие от внезапного отказа наступлению постепенного отказа предшествует непрерывное и монотонное изменение одного или нескольких параметров, характеризующих способность объекта выполнять заданные функции. Поэтому удается предупредить наступление отказа или принять меры по устранению (локализации) его нежелательных последствий. Четкой границы между внезапными и постепенными отказами провести не удается. Механические, физические и химические процессы, которые являются причинами отказов, как правило, протекают во времени достаточно медленно. Так, усталостная трещина в стенке трубопровода или сосуда давления, зародившаяся из трещиноподобного дефекта, медленно растет в процессе эксплуатации; этот рост в принципе может быть прослежен средствами неразрушающего контроля. Однако собственно отказ (наступление течи) происходит внезапно. Если по каким-либо причинам современное обнаружение несквозной трещины оказалось невозможным, то отказ придется признать внезапным. По мере совершенствования расчетных методов и средств контрольно-измерительной техники, позволяющих своевременно обнаружить источник возможных отказов и прогнозировать их развитие во времени, все большее число отказов будет относиться к категории постепенных.

Среди внезапных отказов выделим категорию *сбоев* – самоустраняющихся отказов или однократных отказов, устраняемых вмешательством оператора. Отличительным признаком сбоя является то, что восстановление работоспособного состояния объекта может быть обеспечено без ремонта, например, воздействием оператора на органы управления, устранением обрыва нити, магнитной ленты и т. п. Разновидностью сбоя является *перемежающийся отказ* – многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера. В ряде отраслей сбои не квалифицируются как отказы. К отказам «сбойного» характера относят отказы, обусловленные последствиями сбоя (группы сбоев). Характерным примером такого отказа служит остановка ЭВМ из-за сбоя, устраняемого повторным пуском программы с момента останова или ее перезапуском.

По причинам возникновения различают конструктивные, производственные и эксплуатационные отказы. Эта классификация устанавливает, на какой стадии создания или существования объекта следует провести мероприятия для ликвидации причин отказов. Отказ, связанный с несовершенством или нарушением установленных правил и (или) норм проектирования и конструирования, называют *конструктивным.* Если отказ возник из-за несовершенства или нарушения установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии, его называют *производственным*. Наконец, отказы, связанные с нарушением установленных правил и (или) условий эксплуатации, называют *эксплуатационными*.

Если ремонт выполняет потребитель, то отказ, возникший из-за нарушения процесса ремонта, относят к эксплуатационным отказам. Если ремонт производится изготовителем или специализированным предприятием, то такой отказ рассматривают как производственный. Принято выделять отказы комплектующих изделий, изготовляемых не на том предприятии, где производится объект в целом. Отказы комплектующих элементов также могут быть конструктивными, производственными и эксплуатационными. Классификация не является исчерпывающей, поскольку могут возникнуть отказы, вызванные двумя или тремя причинами.

По времени появления отказов в процессе применения объектов различают приработочные и деградационные отказы. *Приработочные* отказы возникают на ранней стадии эксплуатации, когда проявляется влияние дефектов, не обнаруженных и не устраненных в процессе изготовления, испытания, выходного и (или) приемочного контроля. В принципе можно практически исключить отказы этой категории, если до передачи объекта в эксплуатацию провести приработку, обкатку, технологический контроль и т. п. Из технико-экономических соображений можно переносить приработочный период на стадию эксплуатации. При этом может изменяться цена объекта. Устранение скрытых дефектов и последствий приработочных отказов производится, как правило, в рамках гарантийного обслуживания.

Отказы, которые вызваны процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при условии соблюдения всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации, относят к категории *деградационных*. Эти отказы происходят на поздней стадии эксплуатации объекта, когда вследствие естественных процессов объект или его составные части приближаются к предельному состоянию по условиям физического износа. Вероятность возникновения деградационных отказов в пределах планируемого полного (или межремонтного) срока службы должна быть минимальной. Это обеспечивается расчетом на долговечность с учетом физической природы деградационных отказов, а также надлежащей системой технического обслуживания.

Дефект – каждое отдельное несоответствие продукции установленным требованиям.

Повреждения – событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта.

Дерево отказов – представление последовательности возникновения условий, приводящих систему к отказу (рис. 2.3).

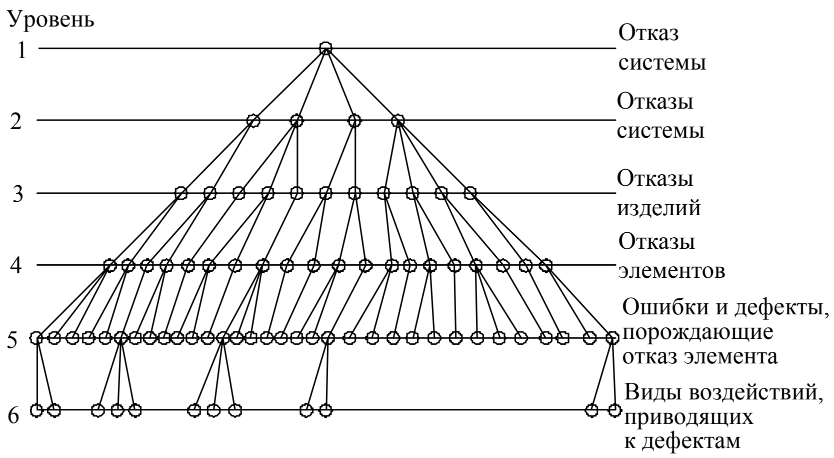


Рис. 2.3. Дерево отказов

Деревья событий. Помимо собственно отказов на надежность и безопасность систем влияют другие события, которые не являются отказами в прямом значении этого понятия. Так, отключение внешнего энергоснабжения – отказ в энергетической системе. Но по отношению, скажем, к работе холодильной системы, это не отказ, а внешнее событие. Таких примеров можно привести немало. К внешним событиям, инициирующим отказы, относятся многие природные явления, которые служат потенциальными источниками опасности: землетрясения, наводнения, ураганы и т. п. Своеобразное место занимают события, связанные с действиями человека – оператора. Действия, ошибочные в одной ситуации, оказываются правильными в другой. Возникает вопрос, какие действия оператора считать отказом? Дополнительное осложнение вносит то обстоятельство, что далеко не все неблагоприятные события могут быть (согласно действующим стандартам) аттестованы как отказы [9].

В современной системной теории надежности все чаще используют понятие события, которое намного шире понятия отказа как частного случая события. По тем же причинам инженеры начали все шире применять логические схемы типа дерева событий взамен более ранней схемы дерева отказов.

С точки зрения надежности как деревья событий, так и деревья отказов (не говоря о блок-схемах или графах) являются лишь иллюстрацией к вероятностным моделям, не выходящим за рамки элементарных представлений. Но они имеют большое значение для инженеров, особенно тех, кто связан с эксплуатацией, техническим обслуживанием и надзором. Имея такую схему, специалист, не имеющий подготовки по теории вероятностей, может найти наиболее неблагоприятный, критический вариант развития событий. Он может даже оценить ожидаемый риск, если дерево событий оснащено соответствующей числовой информацией. Деревья событий полезны еще и потому, что служат ценным дополнением к техническим и должностным инструкциям, показывая персоналу возможные варианты развития событий в зависимости от предпринимаемых действий.

В отличие от деревьев отказов (неисправностей) и тем более от структурных графовых схем надежности (например, сетевых структур) физическое содержание деревьев событий принципиально иное. Основным преимуществом деревьев отказов по сравнению с блок-схемами является учет причинно-следственной зависимости между состояниями (отказами) элементов в фиксированные моменты времени, а преимущество деревьев событий – в том, что они ориентированы на исследование физических процессов, приводящих элементы и систему в целом к некоторой совокупности критических состояний [9].

Дерево событий позволяет установить все последствия инициирующего события и оценить вероятность их осуществления. Общий вид дерева событий показан на рис. 2.4. В основании дерева находится инициирующее событие E, которое может вызвать (а может и не вызвать) дальнейшие события первого уровня $E_{11}, E_{21},..., E_{k1}$.

В задачах надежности часто имеются две ветви – E_{11} и E_{21}, одна из которых отвечает наступлению отказа, вторая – сохранению работоспособного состояния.

Соответствующие вероятности – условные, причем

$$\sum_{j=1}^{k} P\left(\frac{E_{ji}}{E}\right)=1.$$

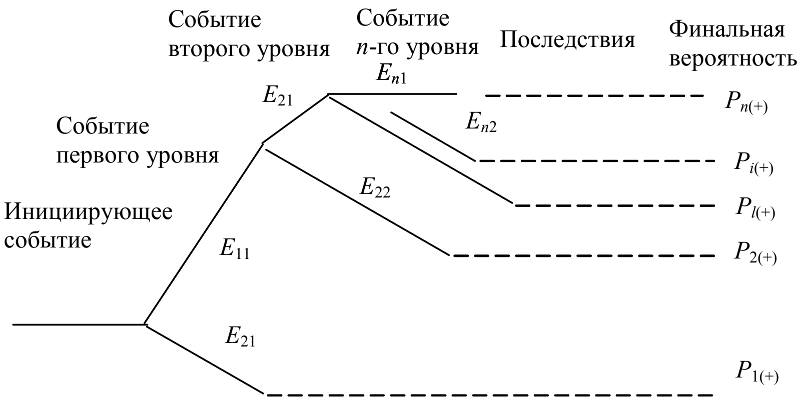


Рис. 2.4. Схематическое дерево событий

Аналогично вводят события третьего, четвертого и так далее уровня. В конце дерева обычно приводят характеристику каждой последовательности событий (в краткой описательной форме), а также вероятность осуществления этой n-й последовательности.

Вероятность осуществления цепочки событий E_{j1}, E_{k2}, E_{l3}, где первый индекс – номер события, второй – номер уровня событий, определяется как

$$P\left(\frac{E_{j1}, E_{k2}, E_{l3}, \ldots}{E}\right) = P\left(\frac{E_{j1}}{E}\right) P\left(\frac{E_{k2}}{E_{j1}} E\right) P\left(\frac{E_{l3}}{E_{k2}} E_{j1} E\right) \ldots .$$

Значение вероятностей $P\left(\frac{E_{j1}}{E}\right)$, $P\left(\frac{E_{k2}}{E_{j1}} E\right)$,... обычно приводят у соответствующих ветвей дерева. Полнота каждого из подпространств обеспечивается перебором всех возможных вариантов. Как правило, на практике предполагают стохастическую незаменимость исходных событий, а также применимость экспоненциального распределения. Проблемы могут возникать только при применении распределений, отличных от экспоненциального, когда требуется оценить интенсивность потока в соответствующем сечении дерева событий, а при применении нетрадиционных моделей – для учета человеческих ошибок.

Для иллюстрации рассмотрим пример – сход подвижного состава с рельсов. На рис. 2.5 показано дерево событий, а на рис. 2.6 – дерево отказов, иллюстрирующее данную аварийную ситуацию. Инициирующим событием являются дефекты рельсов, которые подразделяют на критические и некритические. На дереве событий вероятности появления этих дефектов равны 0,001 и 0,999. Здесь и далее выбор числовых значений условен; в частности, отсутствуют данные о длине участка пути, сроке наблюдения или количестве поездов (например, следовало бы относить вероятности к 10^3 поездокилометрам, т. е. одному поезду, проходящему 1000 км, и т. д.). Следующие события включают неисправности подвижного состава, периодический характер размещения дефектов, который может привести к резонансу колебаний подвижного состава и, как результат, к сходу его с рельсов [9].

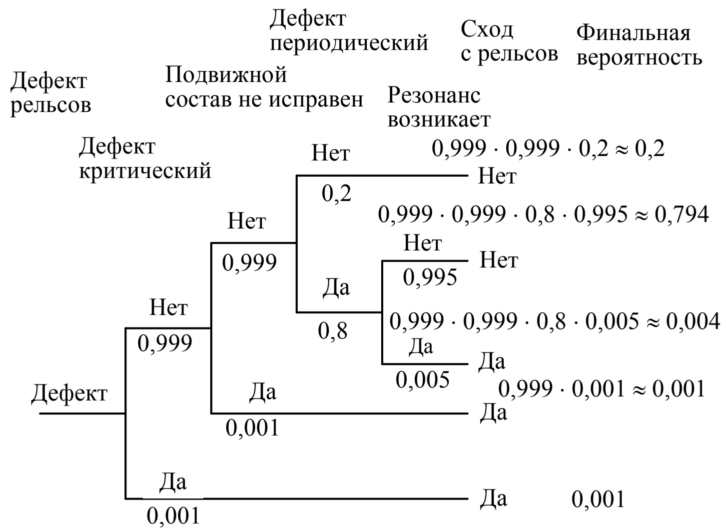


Рис. 2.5. Дерево событий для схода с рельсов из-за дефектности рельсов, неисправности подвижного состава и возникновения резонансных колебаний

Дерево событий может быть интерпретировано только во временной шкале. В зависимости от того, назначают ветвям дерева временные интервалы или нет, можно говорить о *динамических* и *стационарных деревьях событий.* В динамических деревьях принципиальным является случайный характер интервалов времени между двумя событиями, одно из которых имеет смысл причины, а другое – следствия. Для стационарных деревьев важен сам факт связи между соседними событиями. Понятие динамических деревьев событий возникло сравнительно недавно, когда в ряде отраслей (например, в атомной энергетике) анализ крупных катастроф и аварий показал необходимость учета человеческого фактора в процессе принятия решений при возникновении аварийных ситуаций.

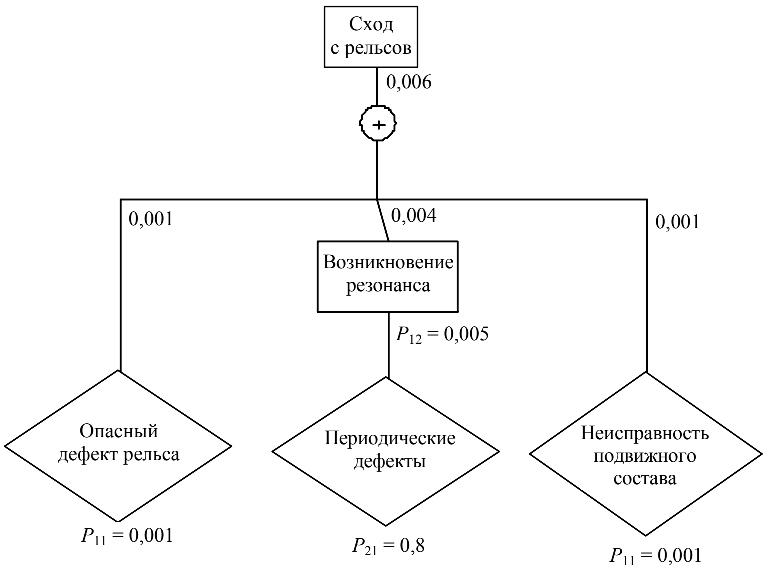


Рис. 2.6. Дерево отказов для схода с рельсов

Деревья отказов и деревья событий стали одним из рабочих средств инженерного проектирования.

Основное внимание разработчиков в настоящее время уделяется созданию специализированных и коммерческих программных продуктов для автоматизированного построения деревьев отказов и деревьев событий в сложных системах. Главным образом эти разработки ведутся в атомной энергетике. Однако многие конечные продукты вполне доступны для применения и в других отраслях, например программный комплекс NUPRA корпорации NUS Corporation. Данный пакет для автоматизированного прогнозирования риска (Probabilistic Risk Assessment) был представлен в коммерческом виде в конце 80-х годов и уже тогда давал возможность учесть при анализе до 1000 событий и до 1000 ветвлений, что позволяло использовать компьютеры с относительно скромными, по современным оценкам, мощностями (640 Кб RAM и сравнительно небольшой объем жесткого диска).

Учитывая прогресс в области компьютерной техники, можно представить возможности последующих версий пакета NUPRA. Аналогичные разработки в области автоматизированного прогнозирования показателей риска и безопасности риска (Probabilistic Safety Assessment) ведутся в ряде стран.

2.4. ВРЕМЕННЫЕ ПОНЯТИЯ

Эксплуатация машин и систем машин происходит во времени. Выделяя из суммарного времени эксплуатации чистое время, в течение которого машину применяют по назначению, приходим к понятию наработки, т. е. продолжительности работы машины. Наработка может быть измерена как в единицах времени (годах, сутках, часах), так и в единицах целочисленных величин (число рабочих циклов, переключений и т. п.). Если объект работает с перерывами, то различают непрерывную и суммарную наработку. В этом случае наработку также можно измерять в единицах времени. Однако для многих объектов физическое изнашивание связано не только с календарной продолжительностью эксплуатации, но и с объемом его работы, и поэтому зависит от интенсивности применения объекта по назначению. Для таких объектов наработку обычно выражают через объем произведенной работы или число рабочих циклов.

Если трактовать понятие «время» в обобщенном смысле – как параметр, служащий для описания последовательности событий и смены состояний, то принципиальной разницы между наработкой и временем нет даже в том случае, когда наработка является целочисленной величиной. Например, календарное время часто отсчитывают в целых днях, месяцах и т. п. Поэтому наработка и родственные ей величины (ресурс, остаточный ресурс) отнесены к категории временных понятий.

Различают *наработку до отказа* и *наработку между отказами.* Первое понятие характеризует продолжительность эксплуатации объекта от ее начала до возникновения отказа. Наработку между отказами отсчитывают от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа.

Долговечность объекта характеризуют его ресурсом или сроком службы. *Техническим ресурсом* (или просто *ресурсом*) называют суммарную наработку объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до перехода объекта в предельное состояние. *Срок службы* определяют как календарную продолжительность эксплуатации объекта от ее начала или возобновления после ремонта до перехода объекта в предельное состояние [11].

Приведенные выше временные понятия относятся к конкретно взятому, индивидуальному объекту. Имеется важное различие между величинами, определяемыми этими понятиями, и большинством величин, характеризующих механические, физические и другие свойства индивидуального объекта. Так, геометрические размеры, масса, температура, скорость могут быть измерены непосредственно (в любой момент времени существования объекта). Наработка индивидуального объекта до первого отказа, его наработка между отказами, ресурс могут быть определены лишь после того, как наступил отказ или было достигнуто предельное состояние. Пока эти события не наступили, можно говорить лишь о прогнозировании этих величин с большей или меньшей достоверностью.

Безотказная наработка, ресурс, срок службы и срок сохраняемости зависят от большого числа факторов. Часть этих параметров не может быть проконтролирована, а остальные заданы с той или иной степенью неопределенности. Безотказная работа конкретно взятого объекта зависит от качества сырья, материалов, заготовок и полуфабрикатов, от достигнутого уровня технологии и степени стабильности технологического процесса, от уровня технологической дисциплины, от выполнения всех требований по хранению, транспортированию и применению объекта по назначению. Многие объекты включают в себя комплектующие изделия, детали и элементы, поставляемые другими изготовителями. Перечисленные выше факторы, влияя на работоспособность составных частей объекта, определяют его работоспособность в целом.

Опыт эксплуатации объектов массового производства показывает, что наработка до отказа, как и наработка между отказами, обнаруживает значительный статистический разброс. Аналогичный разброс (хотя обычно несколько меньший) имеют также ресурс, срок службы и срок сохраняемости. Этот разброс может служить характеристикой технологической культуры и дисциплины, а также достигнутого уровня технологии. Разброс наработки до первого отказа, ресурса и срока службы можно уменьшить, а их значения можно увеличить надлежащей и экспериментальной обработкой каждого индивидуального объекта до передачи в эксплуатацию. Этот подход используют для особо ответственных объектов. Целесообразность такого подхода для массовых объектов должна каждый раз подтверждаться технико-экономическим анализом.

Наработка до отказа вводится как для неремонтируемых (невосстанавливаемых), так и для ремонтируемых (восстанавливаемых) объектов. Наработка между отказами определяется объемом работы объекта от k-го до k + 1-го отказа, где k = 1, 2.... Эта наработка относится только к восстанавливаемым объектам.

Технический ресурс представляет запас возможной наработки объекта. Для неремонтируемых объектов он совпадает с продолжительностью пребывания в работоспособном состоянии в режиме применения по назначению, если переход в предельное состояние обусловлен только возникновением отказа. Поскольку средний и капитальный ремонт позволяет частично или полностью восстанавливать ресурс, отсчет наработки при исчислении ресурса возобновляют по окончании такого ремонта, различая в связи с этим доремонтный, межремонтный и полный ресурс (до списания).

К временным понятиям относятся также время восстановления, срок сохраняемости, остаточный ресурс и остаточный срок службы, назначенный ресурс, назначенный срок хранения [11].

Время восстановления – продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта.

Срок сохраняемости – календарная продолжительность хранения и (или) транспортирования объекта, в течение которой сохраняются в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность объекта выполнять заданные функции.

Остаточный ресурс – суммарная наработка объекта от момента контроля его технического состояния до перехода в предельное состояние.

Назначенный ресурс – суммарная наработка, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния.

Назначенный срок службы – календарная продолжительность эксплуатации, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния.

Назначенный срок хранения – календарная продолжительность хранения, при достижении которой хранение объекта должно быть прекращено независимо от его технического состояния.

2.5. ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ И РЕМОНТ

Техническое обслуживание – комплекс операций или операция по поддержанию работоспособности или исправности изделия при использовании по назначению, ожидании, хранении и транспортировании [11].

Восстановление – процесс перевода объекта в работоспособное состояние из неработоспособного.

Ремонт – комплекс операций по восстановлению исправности или работоспособности изделий и восстановлению ресурсов изделий и (или) их составных частей.

Обслуживаемый объект – объект, для которого проведение технического обслуживания предусмотрено нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Необслуживаемый объект – объект, для которого проведение технического обслуживания не предусмотрено нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Восстанавливаемый объект – объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Невосстанавливаемый объект – объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния не предусмотрено нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Ремонтируемый объект – объект, ремонт которого возможен и предусмотрен нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Неремонтируемый объект – объект, ремонт которого невозможен или не предусмотрен нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Гамма-процентная наработка до отказа – наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ, выраженной в процентах.

Гамма-процентный ресурс – суммарная наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ, выраженной в процентах.

Гамма-процентный срок службы – календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ, выраженной в процентах.

Гамма-процентный срок сохраняемости – срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах.

2.6. РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

Резервирование – способ обеспечения надежности объекта за счет использования дополнительных средств и (или) возможностей, избыточных по отношению к минимально необходимым для выполнения требуемых функций [11].

Резерв – совокупность дополнительных средств и (или) возможностей, используемых для резервирования.

Основной элемент – элемент объекта, необходимый для выполнения требуемых функций без использования резерва.

Резервируемый элемент – основной элемент, на случай отказа которого в объекте предусмотрены один или несколько резервных элементов.

Резервный элемент – элемент, предназначенный для выполнения функций основного элемента в случае отказа последнего.

Кратность резерва – отношение числа резервных элементов к числу резервируемых ими элементов, выраженное несокращенной дробью.

Дублирование – резервирование с кратностью резерва один к одному.

Нагруженный резерв – резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного элемента.

Облегченный резерв – резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в менее нагруженном режиме, чем основной элемент.

Ненагруженный резерв – резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения ими функций основного элемента.

Общее резервирование – резервирование, при котором резервируется объект в целом.

Раздельное резервирование – резервирование, при котором резервируются отдельные элементы объекта или их группы.

Постоянное резервирование – резервирование, при котором используется нагруженный резерв и при отказе любого элемента в резервированной группе выполнение объектом требуемых функций обеспечивается оставшимися элементами без переключений.

Резервирование замещением – резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента.

Скользящее резервирование – резервирование замещением, при котором группа основных элементов резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой из отказавших элементов данной группы.

Смешанное резервирование – сочетание различных видов резервирования в одном и том же объекте.

Резервирование с восстановлением – резервирование, при котором восстановление отказавших основных и (или) резервных элементов технически возможно без нарушения работоспособности объекта в целом и предусмотрено эксплуатационной документацией.

Резервирование без восстановления – резервирование, при котором восстановление отказавших основных и (или) резервных элементов технически невозможно без нарушения работоспособности объекта в целом и (или) не предусмотрено эксплуатационной документацией.

Вероятность успешного перехода на резерв – вероятность того, что переход на резерв произойдет без отказа объекта, т. е. произойдет за время, не превышающее допустимого значения перерыва в функционировании и (или) снижения качества функционирования.

2.7. НОРМИРОВАНИЕ, ОБЕСПЕЧЕНИЕ И КОНТРОЛЬ НАДЕЖНОСТИ

Нормирование надежности – установление в нормативно-технической документации и (или) конструкторской (проектной) документации количественных и качественных требований надежности [11].

Нормируемый показатель надежности – показатель надежности, значение которого регламентировано нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией на объект.

Программа обеспечения надежности – документ, устанавливающий комплекс взаимосвязанных организационно-технических требований и мероприятий, подлежащих проведению на определенных стадиях жизненного цикла объекта и направленных на обеспечение заданных требований к надежности и (или) на ее повышение.

Определение надежности – определение численных значений показателей надежности объекта.

Контроль надежности – проверка соответствия объекта заданным требованиям к надежности.

Расчетный метод определения надежности – метод, основанный на вычислении показателей надежности по справочным данным о надежности компонентов и комплектующих элементов объекта, по данным о надежности объектов-аналогов, по данным о свойствах материалов и другой информации, имеющейся к моменту оценки надежности.

Расчетно-экспериментальный метод определения надежности – метод, при котором показатели надежности всех или некоторых составных частей объекта определяют по результатам испытаний и (или) эксплуатации, а показатели надежности объекта в целом рассчитывают по математической модели.

Экспериментальный метод определения надежности – метод, основанный на статистической обработке данных, получаемых при испытаниях или эксплуатации объекта в целом.

2.8. ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Испытание на надежность – испытание, проводимое для определения или контроля показателей надежности в заданных условиях.

Определительные испытания на надежность – испытания, проводимые для определения характеристик объекта с заданными значениями точности и (или) достоверности.

Контрольные испытания на надежность – испытания, проводимые для контроля показателей надежности.

Лабораторные испытания на надежность – испытания, проводимые в лабораторных или заводских условиях.

Эксплуатационные испытания на надежность – испытания, проводимые в условиях эксплуатации объекта.

Нормальные испытания на надежность – лабораторные (стендовые) испытания, методы и условия которых максимально приближены к условиям эксплуатации объекта.

Ускоренные испытания на надежность – лабораторные (стендовые) испытания, методы и условия которых обеспечивают получение информации о надежности в более короткий срок, чем при нормальных испытаниях.

План испытаний на надежность – совокупность правил, устанавливающих объем выборки, порядок проведения испытаний, критерии их завершения и принятия решений по результатам испытаний.

Объем испытаний на надежность – характеристика плана испытаний на надежность, включающая число испытываемых образцов, суммарную продолжительность испытаний в единицах наработки и (или) число серий испытаний [11].

2.9. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Показателями надежности называют количественные характеристики одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта. В первом случае показатели называют единичными (табл. 2.1), во втором – комплексными. Показатели надежности относятся к числу важнейших понятий теории надежности.

Как уже указывалось ранее, область применения теории надежности к уникальным и малосерийным объектам ограничена. Например, эта теория применима для единичных восстанавливаемых (ремонтируемых) объектов, если для них в соответствии с нормативно-технической документацией допустимы многократные отказы, последовательность которых может быть представлена в виде потока случайных событий. Уникальные и малосерийные объекты, в свою очередь, состоят из объектов массового производства. В этом случае расчет показателей надежности объекта в целом проводят на основе вероятностных моделей по известным показателям надежности компонентов. С другой стороны, методы теории надежности позволяют установить требования к надежности компонентов и элементов на основании требований к надежности объекта в целом.

Таблица 2.1

Единичные показатели надежности объектов

Свойство надежности	Единичный показатель надежности
Безотказность	Вероятность безотказной работы Средняя наработка до отказа Гамма-процентная наработка до отказа Средняя наработка на отказ Интенсивность отказов Параметр потока отказов
Долговечность	Средний ресурс Гамма-процентный ресурс Назначенный ресурс Средний срок службы Гамма-процентный срок службы Назначенный срок службы
Ремонтопригодность	Вероятность восстановления в заданное время Среднее время восстановления Интенсивность восстановления
Сохраняемость	Средний срок сохраняемости Гамма-процентный срок сохраняемости

Общий подход к расчетной оценке надежности технических объектов основан на трактовке отказа как результата взаимодействия объекта с другими объектами и окружающей средой. Однако большинство показателей надежности сохраняет смысл и при этом подходе. Вместе с тем нельзя смешивать показатели надежности с количественными характеристиками, не имеющими четкого вероятностно-статистического смысла, например с коэффициентами запаса прочности. На стадии проектирования и конструирования показатели надежности трактуют как характеристики вероятностных или полувероятностных математических моделей создаваемых объектов. Соответствующие значения показателей называют *расчетными.* На стадиях экспериментальной обработки результатов испытаний показателей надежности выполняют статистические (точечные или интервальные) оценки вероятностных характеристик. Соответствующие значения показателей называют *экспериментальными* [9].

Аналогичные оценки по данным эксплуатации называют *эксплуатационными.* Наконец, если точечную или интервальную оценку показателя надежности, полученную на основании расчетов, испытаний и (или) эксплуатационных данных, экстраполировать на другую продолжительность эксплуатации (и другие условия эксплуатации), то можно говорить об *экстраполированных* значениях показателей надежности. Подобная классификация принята в настоящее время в основных международных документах по надежности технических объектов. Ее введение преследует цель предупредить путаницу, которая часто происходит на практике при обсуждении численных данных, полученных разными способами и на разных стадиях жизненного цикла объекта.

В нашей стране номенклатуру показателей надежности регламентирует стандарт. С учетом специфики отрасли допускается использовать показатели, не включенные в этот стандарт, но они не должны противоречить понятиям, лежащим в основе стандарта. Несоблюдение этого правила может привести к грубым ошибкам и нарушению целостной системы обеспечения требуемой надежности. Для единообразия все показатели надежности, перечисленные в стандарте, определены как вероятностные характеристики. Их точечные или интервальные оценки получают, обрабатывая экспериментальные данные при помощи методов математической статистики.

Состояние неготовности (disabled state) подразделяют на «внутреннее» неработоспособное состояние (internal disabled state), вызванное отказом (fault) или незавершенностью планового технического обслуживания, и состояние неготовности, обусловленное организационными причинами (external disabled state). Таким образом, состояние неготовности понимается шире, чем неработоспособное состояние (down state). Эта классификация проиллюстрирована рис. 2.1.

Особое место в классификации состояний занимают *предельные состояния.* Переход объекта в предельное состояние влечет за собой временное или окончательное прекращение эксплуатации объекта. При наступлении предельного состояния объект должен быть снят с эксплуатации, направлен в средний или капитальный ремонт, списан, уничтожен или передан для применения не по назначению. Если критерий предельного состояния установлен из соображений безопасности, то хранение и (или) транспортирование объекта должно быть прекращено. В других случаях при наступлении предельного состояния должно быть прекращено применение объекта по назначению. Для неремонтируемых объектов различают предельные состояния двух видов. Первый совпадает с неработоспособным состоянием. Второй вид предельного состояния обусловлен тем обстоятельством, что начиная с некоторого момента времени дальнейшая эксплуатация еще работоспособного объекта оказывается недопустимой в связи с опасностью или вредностью эксплуатации. Переход неремонтируемого объекта в предельное состояние второго вида происходит до потери им работоспособности. Для ремонтируемых объектов выделяют два или более вида предельных состояний. В одних случаях требуется отправка объекта в средний или капитальный ремонт, в других – предельное состояние влечет за собой окончательное прекращение применения объекта по назначению.

2.9.1. БЕЗОТКАЗНОСТЬ

Основной показатель безотказности – *вероятность безотказной работы,* т. е. вероятность того, что в пределах заданной наработки не возникнет ни одного отказа. Этот показатель определяют в предположении, что в начальный момент времени (момент начала исчисления наработки) объект находится в работоспособном состоянии [11, 12, 13].

Обозначим через t время или суммарную наработку объекта. В дальнейшем для краткости называем t просто *наработкой.* Возникновение первого отказа – случайное событие, а наработка t от начального момента до возникновения этого события – случайная величина. Вероятность безотказной работы на отрезке $[0, t]$ определяют как

$$P(t) = P\{\tau > t\}. \tag{2.1}$$

Здесь $P\ \{\tau > t\}$ – вероятность события, заключенного в скобках, где τ – время работы до отказа технического объекта. Вероятность безотказной работы $P(t)$ является функцией наработки t.

Обычно эту функцию предполагают непрерывной и дифференцируемой. Если способность объекта выполнять заданные функции характеризуется параметром ν, то вместо (2.1) имеем формулу

$$P(t) = P\{\nu_*(\tau) < \nu(\tau) < \nu_{**}(\tau);\ \tau \in [0,\ t]\}, \qquad (2.2)$$

где ν_* и ν_{**} – предельные по условиям работоспособности значения параметров (эти значения могут изменяться во времени). Аналогично вводят вероятность безотказной работы в более общем случае, когда состояние объекта характеризуется набором параметров с допустимой по условиям работоспособности областью значений этих параметров.

Определение вероятности безотказной работы согласно формулам (2.1) и (2.2) относится к объектам, которые должны функционировать в течение некоторого конечного отрезка времени. Для объектов одноразового (дискретного) применения вероятность безотказной работы определяют как вероятность того, что при срабатывании объекта отказа не возникает. Аналогично вводят вероятность безотказного включения (например, включения в рабочий режим из режима ожидания).

Вероятность безотказной работы $P(t)$ связана с функцией распределения $F(t)$ и плотностью распределения $f(t)$ наработки до отказа:

$$F(t) = 1 - P(t),\ \ f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \qquad (2.3)$$

Наряду с понятием «вероятность безотказной работы» часто используют понятие «вероятность отказа», которое определяют следующим образом: это вероятность того, что объект откажет хотя бы один раз в течение заданной наработки, будучи работоспособным в начальный момент времени. Вероятность наступления хотя бы одного отказа на отрезке [0, t] определяют по формуле

$$Q(t) = 1 - P(t) \equiv F(t). \qquad (2.4)$$

Для высоконадежных объектов вероятность безотказной работы по отношению к критическим (тем более – катастрофическим) отказам должна быть весьма близка к единице. Вероятность наступления хотя бы одного критического отказа на заданном отрезке времени обычно называют *показателем риска* или просто *риском.* Например, нормы летной годности нормируют значения риска на один час полета или на один стандартный полет, нормы безопасности атомных электростанций – на один реактор-год и т. д. Типичные значения риска составляют $Q = 10^{-6}$ и меньше, что отвечает вероятности безотказной работы $P = 0{,}999\,999$. Очевидно, что в таких случаях удобнее работать с показателями (2.4), чем с вероятностью безотказной работы.

К показателям безотказной работы относят также квантили безотказной наработки, т. е. значения наработки, отвечающие заданной вероятности безотказной работы. *Гамма-процентная наработка до отказа* (t_γ) – это наработка, в течение которой отказ объекта не возникает с вероятностью γ, выраженной в процентах. Ее определяют из уравнения

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100}, \tag{2.5}$$

где $P(t)$ – вероятность безотказной работы.

При $\gamma = 100$ % гамма-процентная наработка называется установленной безотказной наработкой, при $\gamma = 50$ % гамма-процентная наработка называется медианной наработкой.

Другим показателем служит *средняя наработка до отказа* T_1. Она равна математическому ожиданию соответствующей случайной величины наработки объекта до отказа. С учетом (2.3) имеем формулу

$$T_1 = \int_0^\infty tf(t)\,dt = \int_0^\infty tdF(t) = \int_0^\infty P(t)\,dt.$$

Величина T_1 может быть выражена также через вероятность безотказной работы.

Если известна функция распределения наработки объекта до первого отказа $F(t)$, то средняя наработка до отказа

$$T_1 = \int_0^\infty P(t)dt\,. \tag{2.6}$$

Еще один широко используемый показатель – *интенсивность отказов.* Это плотность вероятности возникновения отказа, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник. Интенсивность отказов $\lambda(t)$ выражают через функции $P(t)$, $F(t)$ и $f(t)$ следующим образом:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = -\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt}. \qquad (2.7)$$

Интенсивность отказов называют λ-характеристикой, она показывает, какая часть объектов выходит из строя в единицу времени по отношению к среднему числу исправно работающих объектов.

Для высоконадежных систем $P(t) \approx 1$, так что интенсивность отказов приближенно равна плотности распределения $f(t)$ наработки до отказа (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Связь между показателями безотказности

Показатели	$P(t)$	$Q(t)$	$f(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$	–	$1 - Q(t)$	$1-\int_0^t f(\tau)d\tau$	$\exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau\right]$
$Q(t)$	$1 - P(t)$	–	$\int_0^t f(\tau)d\tau$	$1-\exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau\right]$
$f(t)$	$-P'(t)$	$Q'(t)$	–	$\lambda(t)\exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau\right]$
$\lambda(t)$	$-\frac{P'(t)}{P(t)}$	$\frac{Q'(t)}{1-Q(t)}$	$\frac{f(t)}{1-\int_0^t f(\tau)d\tau}$	–

Перечисленные показатели введены применительно к невосстанавливаемым объектам, а также к таким отказам восстанавливаемых объектов, возникновение которых по возможности должно быть исключено. Применительно к восстанавливаемым объектам, при эксплуатации которых допускаются многократно повторяющиеся отказы, вместо средней наработки до отказа используют другой показатель – *среднюю наработку на отказ:* отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки. Очевидно, что это должны быть несущественные отказы, не приводящие к серьезным последствиям и не требующие значительных затрат на восстановление работоспособного состояния.

Эксплуатация восстанавливаемых объектов может быть описана следующим образом: в начальный момент времени объект начинает работать и продолжает работать до первого отказа; после отказа происходит восстановление работоспособности, и объект вновь работает до отказа и т. д. На оси времени t моменты отказов образуют поток отказов, а моменты восстановлений – поток восстановлений. На оси суммарной наработки (когда продолжительность восстановления не учитывают) моменты отказов образуют поток отказов.

Средняя наработка на отказ определяется по формуле

$$T = \frac{t}{M\{r(t)\}}. \tag{2.8}$$

Здесь t – суммарная наработка; $r(t)$ – число отказов, наступивших в течение этой наработки; $M\{\cdot\}$ – математическое ожидание случайной величины, стоящей в скобках. В общем случае средняя наработка на отказ – функция t. Для стационарных потоков отказов средняя наработка на отказ от t не зависит.

Для восстанавливаемых объектов используют еще один показатель – *параметр потоков отказов,* равный отношению математического ожидания числа отказов за достаточно малую наработку объекта к значению этой наработки:

$$\mu(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{M\{r(t+\Delta t) - r(t)\}}{\Delta t}. \tag{2.9}$$

Здесь Δt – малый отрезок времени; $r(t)$ – число отказов, наступивших от начального момента до достижения наработки t. Разность $r(t + \Delta t) - r(t)$ равна числу отказов на отрезке $[t, t + \Delta t]$. Наряду с параметром потока отказов в расчетах в обработке экспериментальных данных часто используют *усредненный параметр потока отказов* – это отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за конечную наработку к значению этой наработки:

$$\mu(t) = \frac{M\{r(t_2) - r(t_1)\}}{t_2 - t_1}. \tag{2.10}$$

По сравнению с формулой (2.9) здесь рассматривают число отказов за конечный отрезок $[t_1, t_2]$, причем $t_1 \leq t \leq t_2$. Если поток отказов стационарный, то параметры, определяемые по формулам (2.9.) и (2.10), от t не зависят, так что

$$\mu = 1/T.$$

В международной практике понятию «параметр потока отказов» отвечает термин failure intensity, в то время как понятию «интенсивность отказов» отвечает термин failure rate. Это необходимо учитывать при использовании англоязычных источников, а также переводной литературы [9].

2.9.2. ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

Большинство показателей долговечности аналогично показателям безотказности невосстанавливаемых объектов, если в определениях момент наступления первого отказа заменить на момент наступления предельного состояния. Например, *гамма-процентный ресурс* определяют как суммарную наработку, в течение которой в заданных режимах и условиях применения объект не переходит предельное состояние с вероятностью γ, выраженной в процентах:

$$T_{p\gamma\%} = \frac{\gamma}{100}. \tag{2.11}$$

Значение гамма-процентного ресурса можно определить с помощью кривых распределения ресурсов.

Аналогично вводят *гамма-процентный срок службы* – календарную продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не переходит в предельное состояние с выраженной в процентах вероятностью γ:

$$T_{\text{сл}\%} = \frac{\gamma}{100}. \tag{2.12}$$

Применительно к крупносерийным объектам и массовым комплектующим изделиям обычно используют понятия *среднего ресурса* и *среднего срока службы*. В терминах вероятностных моделей эти показатели равны математическим ожиданиям суммарной наработки и календарной продолжительности до достижения предельного состояния. При применении показателей долговечности указывают начало отсчета и вид действий после наступления предельного состояния (например, гамма-процентный ресурс от второго капитального ремонта до списания). Показатели долговечности, отсчитываемые от ввода объекта в эксплуатацию до окончательного снятия с эксплуатации, называют гамма-процентным полным ресурсом, средним полным ресурсом и т. п.

2.9.3. СОХРАНЯЕМОСТЬ

Аналогично вводят показатели сохраняемости. Так, *гамма-процентный срок сохраняемости* определяют как срок хранения, в течение которого параметры объекта, характеризующие способность объекта выполнять требуемые функции, будут оставаться в пределах, задаваемых из условий сохраняемости, с выраженной в процентах вероятностью γ. *Средний срок сохраняемости* – это математическое ожидание срока сохраняемости [12].

Необходимо отличать показатели долговечности и сохраняемости от внешне сходных с ними *назначенных сроков службы*, *хранения* и т.п. *Назначенный ресурс* определяется как суммарная наработка объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено. *Назначенный срок службы* – это календарная продолжительность эксплуатации объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено. Цель установления *назначенного срока службы* и *назначенного ресурса* – обеспечить принудительное и заблаговременное прекращение применения объекта из требований безопасности или технико-экономических соображений.

Назначенный ресурс (рис. 2.7, где $T_1, T_2, ..., T_n$ – наработки объекта, а $T_{\text{пр}1}, T_{\text{пр}2}, ..., T_{\text{пр}n}$ – время простоя объекта):

$$T_{\text{нр}} = T_1 + T_2 + \ldots + T_n \text{ –}$$

это наработка объекта, а время простоя, технического обслуживания, ремонта не учитывается.

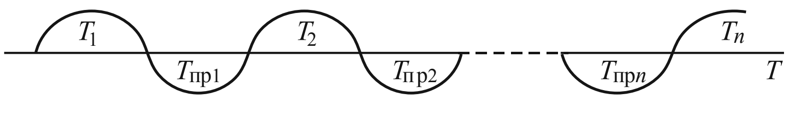


Рис. 2.7. К определению назначенного ресурса

Для объектов, подлежащих длительному хранению, вводят *назначенный срок хранения*, по истечении которого дальнейшее хранение недопустимо, например, из требований безопасности. При достижении объектом назначенного ресурса (назначенного срока службы, назначенного срока хранения), в зависимости от функционирования объекта, особенности его эксплуатации, технического состояния и других факторов, он может быть списан, направлен в средний или капитальный ремонт, передан для применения не по назначению, переконсервирован (при хранении). При определенных условиях после обследования может быть принято решение о продолжении эксплуатации.

Назначенный срок службы, назначенный ресурс и назначенный срок хранения являются технико-эксплуатационными характеристиками. Однако при установлении их численных значений следует принимать во внимание прогнозируемый или достигнутый уровень надежности. В частности, если поставлено требование безопасности, то назначенный срок службы (ресурс) должен отвечать значениям вероятности безотказной работы по отношению к критическим отказам, весьма близким к единице. Из соображений безопасности может быть также введен коэффициент запаса по времени [12].

2.9.4. РЕМОНТОПРИГОДНОСТЬ

Различают две группы показателей ремонтопригодности. Первая группа аналогична показателям безотказности, например вводимым формулами (2.1)–(2.10). К ним относится *вероятность восстановления,* т. е. вероятность того, что продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданного значения:

$$P_{\text{в}}(t) = P\left\{\theta < t\right\}, 0 < t. \tag{2.13}$$

Квантиль этой вероятности (продолжительность времени, в течение которого работоспособность будет восстановлена с вероятностью γ, выраженной в процентах) называют *гамма-процентным временем восстановления*. Аналогично вводят *среднее время восстановления* и параметр потока восстановления [13].

Математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта называется *средним временем восстановления*:

$$T_{\text{в}} = \int_0^\infty \left[1 - P_{\text{в}}(t)\right] dt. \qquad (2.14)$$

Статистически среднее время восстановления равно

$$T_{\text{в}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} T_{\text{в}_i},$$

где $T_{\text{в}_i}$ – время обнаружения и устранения i-го отказа объекта.

Время, затрачиваемое на обнаружение и устранение отказов, зависит от ряда факторов: конструкции объекта, квалификации обслуживающего персонала, наличия специальных контрольных режимов, встроенных контрольных устройств, качества испытательных тестов, сигнализации и др.

Интенсивность восстановления – это условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

Другая группа показателей ремонтопригодности характеризует затраты по поддержанию работоспособного состояния объекта. К ним относят *среднюю трудоемкость восстановления* – это математическое ожидание трудоемкости восстановления объекта после отказа. Ее обычно измеряют в человеко-часах. Большинство показателей этого типа (численные характеристики трудоемкости технического обслуживания, ремонта, диагностирования), строго говоря, не относятся к показателям надежности.

2.9.5. КОМПЛЕКСНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Комплексные показатели надежности характеризуют два или более числа свойств, входящих в определение надежности, например, безотказность и ремонтопригодность. К ним относятся те, которые являются количественной характеристикой готовности объекта к выполнению требуемых функций.

Коэффициент готовности – это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

$$K_{\text{г}} = \frac{T_{\text{о}}}{T_{\text{о}} + T_{\text{в}}}. \qquad (2.15)$$

Здесь $T_{\text{о}}$ – средняя наработка **на отказ**; $T_{\text{в}}$ – среднее время восстановления.

Родственное понятие – *коэффициент оперативной готовности* – характеризует готовность объекта выполнять требуемые функции в течение заданного отрезка времени. Этот коэффициент равен вероятности того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент (кроме планируемых периодов, в пределах которых применение объекта по назначению не предусматривается) при условии, что начиная с этого момента будет работать безотказно в течение заданного отрезка времени. Очевидно, что коэффициент готовности по математической структуре аналогичен вероятности безотказной работы (3.1). Различают стационарный и нестационарный коэффициенты готовности, а также средний коэффициент готовности [13].

Иногда пользуются *коэффициентом простоя*

$$k_{\text{п}} = 1 - K_{\text{г}} = \frac{T_{\text{в}}}{T_{\text{о}} + T_{\text{в}}}. \qquad (2.16)$$

Вторая группа комплексных показателей надежности включает величины вида математического ожидания. К этой группе принадлежит, например, *коэффициент технического использования.* Он равен отношению математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и продолжительности простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период:

$$K_{\text{ти}} = \frac{t_{\text{р}}}{t_{\text{р}} + t_{\text{то}} + t_{\text{рем}}}, \qquad (2.17)$$

где $t_{\text{р}}$ – математическое ожидание наработки восстанавливаемого объекта; $t_{\text{то}}$ – математическое ожидание интервалов времени простоя при техническом обслуживании; $t_{\text{рем}}$ – математическое ожидание времени, затрачиваемого на плановые и неплановые ремонты. Коэффициент технического использования характеризует долю времени нахождения объекта в работоспособном состоянии относительно общей продолжительности эксплуатации.

Коэффициент планируемого применения представляет собой долю периода эксплуатации, в течение которой объект не должен находиться на плановом техническом обслуживании и ремонте, т. е. это отношение разности заданной продолжительности эксплуатации $t_{\text{Э}}$ и математического ожидания суммарной продолжительности плановых технических обслуживаний $t_{\text{ПТО}}$ и ремонтов $t_{\text{прем}}$ за тот же период эксплуатации к значению этого периода

$$K_{\text{пп}} = \frac{t_{\text{Э}} - t_{\text{ПТО}} + t_{\text{прем}}}{t_{\text{Э}}}. \tag{2.18}$$

Коэффициент сохранения эффективности характеризует степень влияния отказов объекта на эффективность его применения по назначению.

Некоторые комплексные показатели надежности относятся к пограничной области, объединяющей факторы надежности, технологической и экономической эффективности. Так, коэффициент сохранения эффективности равен отношению значения показателя эффективности использования объекта по назначению за определенную продолжительность эксплуатации Э к номинальному значению этого показателя $Э_{\text{о}}$, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода не возникают:

$$K_{\text{эф}} = \frac{\text{Э}}{\text{Э}_{\text{о}}}. \tag{2.19}$$

При этом под *эффективностью применения объекта по назначению* понимают его свойство создавать некоторый полезный результат (выходной эффект) в течение периода эксплуатации в определенных условиях. Показатель эффективности – показатель качества, характеризующий выполнение объектом его функций. В идеальном случае объект выполняет свои функции при отсутствии отказов. Реальный выходной эффект определяют с учетом реальной надежности.

В последнее время начинают использовать комплексные показатели, включающие чисто экономические факторы. Например, в некоторых программах повышения надежности наряду со стандартными показателями введен показатель «суммарная стоимость жизненного цикла». Этот технико-экономический показатель включает в себя расходы на обеспечение и поддержание надежности объекта на всех этапах жизненного цикла начиная с проектирования и кончая демонтажом или ликвидацией.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ

1. Дайте определение понятию «надежность технического объекта».
2. Из каких составляющих состоит свойство «надежность технического объекта»?
3. Что такое безотказность и долговечность объекта?
4. В чем заключается свойство «ремонтопригодность»?
5. Что такое сохраняемость объекта?
6. Что такое безопасность объекта?
7. Что понимают под термином «живучесть»?
8. Что такое исправное/неисправное состояние объекта?
9. Что называют работоспособным/неработоспособным состоянием объекта?
10. Что называют предельным состоянием объекта и что является его критерием?
11. Что такое отказ, полный отказ, частичный отказ?
12. Чем отказ отличается от повреждения?
13. Что является критерием отказа, причиной и последствиями отказа?
14. Что такое ресурсный отказ, независимый/зависимый отказ?
15. Что такое явный отказ, скрытый отказ?
16. Что является важнейшим признаком классификации отказов?

17. Что такое катастрофический отказ, некатастрофический отказ?

18. Чем отличаются друг от друга внезапный и постепенный отказы?

19. Что такое сбой и что является его отличительным признаком?

20. Что такое перемежающийся отказ?

21. Что такое конструктивный отказ, производственный отказ, эксплуатационный отказ?

22. Раскройте понятия «приработочный отказ» и «деградационный отказ».

23. Что такое дефект объекта?

24. Чем отличается дерево отказов от дерева событий?

25. Раскройте понятие «наработка».

26. Что такое наработка до отказа и наработка между отказами?

27. Что такое ресурс и срок службы?

28. Что такое время восстановления и срок сохраняемости объекта?

29. Что такое остаточный ресурс и назначенный ресурс?

30. Что такое назначенный срок службы и назначенный срок хранения?

31. Что понимают под техническим обслуживанием?

32. Что такое восстановление, ремонт?

33. Что понимают под обслуживаемым/необслуживаемым объектом?

34. Что понимают под восстанавливаемым/невосстанавливаемым объектом?

35. Что понимают под ремонтируемым/неремонтируемым объектом?

36. Дайте определение понятиям «резервирование», «резерв».

37. Что такое основной элемент, резервируемый элемент, резервный элемент?

38. Что такое кратность резерва и дублирование?

39. Что такое нагруженный резерв, облегченный резерв, ненагруженный резерв?

40. Что понимают под общим резервированием, раздельным резервированием?

41. Что понимают под постоянным резервированием, резервированием замещением, скользящим резервированием?

42. Что такое резервирование с восстановлением, резервирование без восстановления?

43. Что понимают под нормированием надежности и что такое нормируемый показатель надежности?

44. Какие существуют методы определения надежности?

45. Что понимают под испытанием на надежность, что такое план испытаний на надёжность?

46. Какие существуют виды испытаний на надёжность?

47. Что называют показателями надёжности?

48. Назовите показатели безотказности объектов.

49. Дайте определение вероятности безотказной работы.

50. Перечислите критерии долговечности.

51. Объясните разницу между единичными и комплексными показателями надежности объектов.

52. Что такое коэффициент готовности, коэффициент оперативной готовности?

53. Что такое коэффициент технического использования и что он характеризует?

54. Что такое коэффициент планируемого применения?

55. Что такое коэффициент сохранения эффективности и что он характеризует?

56. На испытание было поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 ч отказало 80 ламп, а за интервал 3000…4000 ч отказало еще 50 ламп. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за 3000 и 4000 ч работы. Вычислить плотность и интенсивность отказов электронных ламп в промежутке времени 3000…4000 ч.

57. В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой радиолокационной станции. За весь период наблюдения было зарегистрировано 30 отказов. До начала наблюдения станция проработала 358 ч, к концу наблюдения наработка станции составила 1433 ч. Требуется определить среднюю наработку на отказ.

58. Проводилось наблюдение за работой трех экземпляров однотипной аппаратуры. За период наблюдения было зафиксировано по

первому экземпляру аппаратуры 5 отказов, по второму и третьему – 10 и 4 отказов соответственно. Наработка первого экземпляра составила 160 ч, второго – 304 ч и третьего – 121 ч. Требуется определить наработку аппаратуры на отказ.

59. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 6 отказов. Время восстановления составило:

$t_1 = 12$ мин, $t_2 = 23$ мин, $t_3 = 15$ мин,

$t_4 = 9$ мин, $t_5 = 17$ мин, $t_6 = 28$ мин.

Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры.

Глава 3
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ

3.1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ (ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

Случайные события – события, которые в результате производственного опыта могут произойти или не произойти. Обозначим случайное событие символом A [14, 15].

Достоверное событие – такое событие, которое непременно должно произойти. Обозначим достоверное событие символом E.

Невозможное событие – такое событие, которое заведомо не может произойти. Обозначим невозможное событие символом U.

Совместные (*несовместные*) *события* – такие события, появление одного из которых не исключает (исключает) возможности появления другого.

Зависимые (*независимые*) *события* – такие события, появление одного из которых влияет (не влияет) на появление.

Противоположное событие относительно некоторого выбранного события A – событие, состоящее в непоявлении этого выбранного события. Обозначим противоположное событие $\overline{A}$ (противоположное событие называется также дополнительным).

Полная группа событий – такая совокупность событий, при которой в результате опыта непременно должно произойти хотя бы одно из событий этой совокупности.

Примечание. События A и $\overline{A}$ составляют полную группу событий, так как в результате опыта возможны только два исхода: либо событие A произойдет, либо событие A не произойдет (т. е. произойдет событие $\overline{A}$).

Сумма событий A_1, A_2, …, A_n – такое событие A, появление которого в опыте эквивалентно появлению в том же опыте хотя бы одного любого из событий A_1, A_2, …, A_n. Обозначим сумму событий как

$$A = A_1 \vee A_2 \vee ... \vee A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i ,$$

где $\vee$ – знак логического сложения событий, а $\bigcup$ – знак логической суммы событий.

Если события A_i, где i = 1, 2, …, n, составляют полную группу событий, то

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = E .$$

В частности, $A_i \vee \overline{A}_i = E$.

Сумма событий называется также объединением событий. Для логической суммы событий справедливы следующие равенства:

$$A \vee A = A;$$

$$A \vee U = A;$$

$$A \vee E = E.$$

Произведение событий A_1, A_2, …, A_n – такое событие A, появление которого в опыте эквивалентно появлению в том же опыте всех событий A_1, A_2, …, A_n одновременно. Обозначим произведение событий как

$$A = A_1 \wedge A_2 \wedge ... \wedge A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i , \qquad (3.1)$$

где $\wedge$ – знак логического умножения событий, а $\bigcap$ – знак логического произведения событий.

Произведение событий называется также пересечением событий. Для логического произведения событий справедливы следующие равенства:

$$A \wedge A = A;$$

$$A \wedge E = A;$$

$$A \wedge U = U;$$

$$A_i \wedge A_j = U,$$

если A_i и A_j несовместны.

3.2. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ

Вероятность события – числовая характеристика степени возможности реализации случайного события в определенных условиях.

Классическое определение. Рассмотрим равновозможные события A_1, A_2, …, A_m, т. е. такие, при которых не существует никаких объективных причин для более частого появления любого из них. (Предполагается, что все эти события независимые и несовместные и составляют полную группу событий.) Такие события называются элементарными. Пусть интересующее нас событие A может быть разделено на некоторое число k элементарных событий A_1, A_2, …, A_k, т. е. появление одного любого из элементарных событий эквивалентно наступлению события A. Назовем благоприятным исходом такой исход испытания, в котором наблюдается событие A. Вероятностью события A называется отношение числа k благоприятных исходов к общему числу m всех элементарных исходов [14, 15]:

$$P(A) = k/m. \tag{3.2}$$

Основные свойства вероятности. Вероятности случайных событий обладают следующими основными свойствами:

$$P(U) = 0;$$

$$P(E) = 1;$$

$$0 = P(U) \le P(A) \le P(E) = 1; \tag{3.3}$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

Теорема сложения вероятностей. Если A_1, A_2, …, A_n – несовместные события и A – сумма этих событий, то вероятность события A равна сумме вероятностей события A_1, A_2, …, A_n, т. е.

$$P(A) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i). \qquad (3.4)$$

Следствие 1. Если несовместные случайные события A_1, A_2, …, A_n составляют полную группу событий, то

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = P(E) = 1. \qquad (3.5)$$

Следствие 2. Для любых случайных событий A_1 и A_2 имеет место

$$P(A_1 \wedge A_2) + P(A_1 \wedge \overline{A}_2) = P(A_1). \qquad (3.6)$$

Действительно,

$$P(A_1 \wedge A_2) + P\left(A_1 \wedge \overline{A}_2\right) = P\left(A_1 \wedge A_2 + A_1 \wedge \overline{A}_2\right) =$$
$$= P\left(A_1 \wedge (A_2 + \overline{A}_2)\right) = P(A_1 \wedge E) = P(A_1)P(E) = P(A_1).$$

Условная вероятность события A_1 при наступлении события A_2 – вероятность события A_1, вычисленная в предположении, что событие A_2 наступило. Обозначим эту условную вероятность $P(A_1 \mid A_2)$:

$$P(A_1 \mid A_2) = \frac{P(A_1 A_2)}{P(A_2)}. \qquad (3.7)$$

Следствие 3. Для независимых событий A_1 и A_2

$$P(A_1 \mid A_2) = P\left(A_1 \mid \overline{A}_2\right) = P(A_1) \text{ и } P(A_2 \mid A_1) = P\left(A_2 \mid \overline{A}_1\right) = P(A_2).$$

Коэффициент регрессии события A_1 относительно события A_2 характеризует степень зависимости этих событий и определяется как

$$\rho(A_1,\, A_2) = P\{A_1 \mid A_2\} - P\{A_1 \mid \overline{A}_2\} = \frac{P\{A_1 \wedge A_2\} - P\{A_1\}P\{A_2\}}{P\{A_2\}P\{\overline{A}_2\}}.$$

Коэффициент корреляции событий A_1 и A_2 характеризует степень зависимости этих событий и определяется как

$$r(A_1,\, A_2) = \sqrt{\rho(A_1,\, A_2)\rho(A_2,\, A_1)} = \frac{P(A_1 \wedge A_2) - P(A_1)P(A_2)}{\sqrt{P(A_1)P\left(\overline{A}_1\right)P(A_2)P\left(\overline{A}_2\right)}}.$$

Коэффициент корреляции обладает следующими свойствами:

1) $r(A_1,\, A_2) = 0$, если события независимы;
2) $r(A_1,\, A_2) = 1$, если события A_1 и A_2 эквивалентны;
3) $r(A,\, \overline{A}) = -1$;
4) $r\left(\overline{A}_1,\, A_2\right) = r\left(A_1,\, \overline{A}_2\right) = -r(A_1,\, A_2)$;
5) $r(A_1,\, A_2) = r\left(\overline{A}_1,\, \overline{A}_2\right)$.

Теорема умножения вероятностей. Вероятность совместного появления двух событий A_1 и A_2 в данном опыте равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие появилось, т. е.

$$P(A_1 \wedge A_2) = P(A_1 \mid A_2)P(A_2). \tag{3.8}$$

В общем случае теорема умножения может быть записана в виде

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n) = P(A_1 \mid A_2 \wedge \ldots \wedge A_n)\times$$

$$\times\, P(A_2 \mid A_3 \wedge \ldots \wedge A_n) \ldots P(A_{n-1} \mid A_n)P(A_n). \tag{3.9}$$

Формулу (3.9) можно переписать в виде следующих эквивалентных выражений:

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum P(A_i \vee A_j) +$$

$$+\sum P(A_i \vee A_j \vee A_k) - \ldots + (-1)^{n+1} P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right),$$

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = 1 - P\left(\bigcup_{i=1}^{n} \overline{A}_i\right).$$

В последнем случае используется обобщение известной в математической логике теоремы де Моргана

$$A_1 \wedge A_2 = \overline{\overline{A}_1 \wedge \overline{A}_2},$$

или в эквивалентной записи

$$A_1 \vee A_2 = \overline{\overline{A}_1 \vee \overline{A}_2}.$$

Следствие 4. В формуле (3.8), поменяв местами A_1 и A_2, получим

$$P(A_1 \wedge A_2) = P(A_2 \mid A_1)P(A_1),$$

т. е.

$$P(A_1)P(A_2 \mid A_1) = P(A_2)P(A_1 \mid A_2).$$

Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Используется следствие 3, для независимых событий теорему умножения вероятностей можно записать в виде

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n) =$$

$$= P(A_1)P(A_2)\ldots P(A_n) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i). \qquad (3.10)$$

Следствие 5. Для несовместных случайных событий A_1 и A_2

$$P(A_1 \wedge A_2) = P(U) = 0. \qquad (3.11)$$

Следствие 6. Независимые случайные события A_1 и A_2 всегда совместны, так как

$$P(A_1 \wedge A_2) > P(A_1)P(A_2) > 0, \qquad (3.12)$$

($P(A_1) > 0$, $P(A_2) > 0$, если A_1 и A_2 не являются невозможными событиями).

Теорема сложения для совместных случайных событий. Рассмотрим два совместных события A_1 и A_2. Для них можно записать:

$$P(A_1 \vee A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \wedge A_2). \qquad (3.13)$$

Для n совместных случайных событий A_1, A_2, …, A_n формула сложения вероятностей (3.13) имеет вид

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} P(A_i \wedge A_j) +$$

$$+\sum_{i=1}^{n-2}\sum_{j=i+1}^{n-1}\sum_{k=j+1}^{n} P(A_i \wedge A_j \wedge A_k) + \ldots + (-1)^{n+1} P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right). \qquad (3.14)$$

Формулу (3.14) можно переписать в виде выражения

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right),$$

полученного также на основании теоремы де Моргана.

Формула полной вероятности является обобщением формул умножения и сложения вероятностей. Если событие A_0 может наступить лишь при условии, что произошло какое-нибудь событие A_i из числа несовместных событий A_1, A_2, …, A_n, вероятности которых известны, и если известны условные вероятности $P(A_0 / A_i)$ (для всех I = 1, 2, …, n), то вероятность события $P(A_0)$ может быть вычислена по формуле полной вероятности

$$P(A_0) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) P(A_0 \mid A_i). \qquad (3.15)$$

Действительно,

$$A_0 = \bigcup_{i=1}^{n} (A_0 \wedge A_i).$$

На основании правила сложения вероятностей имеем

$$P(A_0) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n} (A_0 \wedge A_i)\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_0 \wedge A_i),$$

а на основании правила умножения вероятностей каждое из слагаемых представляем в виде

$$P(A_0 \wedge A_i) = P(A_i)P(A_0 \mid A_i),$$

откуда окончательно получаем

$$P(A_0) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(A_0 \mid A_i).$$

Формула вероятностей гипотез (*формула Байеса*). Несовместные события $A_1, A_2, ..., A_n$, в результате которых только и может наступить событие A_0, называются гипотезами относительно A_0.

Вероятность $P(A_i)$ осуществления гипотезы A_i, вычисленная безотносительно к событию A_0, называется априорной вероятностью.

Условная вероятность гипотезы A_i, вычисленная в предположении, что событие A_0 имело место, называется апостериорной вероятностью и определяется по формуле

$$P(A_i \mid A_0) = \frac{P(A_i)P(A_0 \mid A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(A_0 \mid A_i)}. \qquad (3.16)$$

3.3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Случайная (*стохастическая*) *величина* – переменная величина, значение которой может случайным образом меняться от опыта к опыту.

Детерминированная величина – неслучайная величина.

Дискретная случайная величина – случайная величина, которая может принимать только конечное или счетное множество значений.

Непрерывная случайная величина – случайная величина, которая может принимать любые значения из замкнутого или открытого (возможно, бесконечного) интервала.

Смешанная случайная величина – случайная величина, которая может принимать любые значения из замкнутого или открытого (возможно, бесконечного) интервала, причем конечное или счетное подмножество ее значений может появляться с отличной от нуля вероятностью [15].

3.3.1. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Для дискретных случайных величин наиболее часто в надежности используются биномиальное распределение и распределение Пуассона [16, 14, 17].

Биномиальное распределение характеризует число успешных испытаний *n*. Это распределение задается формулой Бернулли

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}, \ x = 0,1,...,n \qquad (3.17)$$

или функцией распределения

$$F(x) = \sum_{i=0}^{x} P(i) = \sum_{i=0}^{x} \frac{i!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} = \sum_{i=0}^{x} C_n^i p^i (1-p)^{n-i}, \qquad (3.18)$$

где p – вероятность одного успешного испытания; $P(x)$ – вероятность x успешных испытаний при общем числе n; C_n^x – биномиальные коэффициенты.

Основные характеристики биномиального распределения:

$$M(x) = np, \ D(x) = np(1-p), \ \nu = \sqrt{\frac{1-p}{np}}. \qquad (3.19)$$

Надо отметить, что для каждого закона распределения приводятся следующие числовые характеристики: $M(x)$ – математическое ожидание, $D(x)$ – дисперсия и $\nu = \sqrt{D(x)} / M(x)$ – коэффициент вариации.

Биномиальному закону, в частности, подчиняется число объектов, отказавших за фиксированное время. Оно применяется также при ограниченной информации о надежности для сортировки партии объектов на годные и негодные.

Если $n \to \infty$ и $p \to 0$ при $np = \text{const}$, то биномиальное распределение приближается к распределению Пуассона с параметром $\lambda = np$.

Распределение Пуассона задается формулой вида

$$P(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \exp(-\lambda), \ x = 0, 1, 2,... \qquad (3.20)$$

и интегральной функцией распределения

$$F(x) = \sum_{i=1}^{x} \frac{\lambda^i}{i!} \exp(-\lambda), \tag{3.21}$$

где $\lambda = np$.

Основные характеристики распределения Пуассона:

$$M(x) = D(x) = \lambda, \ \nu = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}. \tag{3.22}$$

Распределение Пуассона описывает количество отказов за промежуток времени для объектов с постоянной интенсивностью отказов λ. Особенностью распределения Пуассона является равенство математического ожидания и дисперсии, что часто используется для проверки соответствия исследуемого распределения распределению Пуассона.

При $\lambda > 9$ распределение Пуассона хорошо аппроксимируется нормальным распределением с математическим ожиданием и дисперсией λ.

Отрицательное биномиальное распределение (распределение Паскаля) задается формулой

$$P(x) = C_{k+x-1}^{x} p^k (1-p)^x, \ x = 0, 1, ..., k \tag{3.23}$$

или функцией распределения

$$F(x) = \sum_{i=0}^{x} C_{k+i-1}^{i} p^k (1-p)^i. \tag{3.24}$$

Основные характеристики распределения Паскаля:

$$M(x) = \frac{k(1-p)}{p}, \ D(x) = \frac{k(1-p)}{p^2}, \ \nu = \frac{1}{\sqrt{k(1-p)}}. \tag{3.25}$$

Распределение Паскаля является распределением числа «неуспехов», предшествующих k-му «успеху» в схеме независимых испытаний Бернулли. Оно используется при планировании выпуска изделий для получения заданного количества исправных изделий при известном проценте брака.

Геометрическое распределение – отрицательное биномиальное распределение при значении параметра $k = 1$.

Гипергеометрическое распределение используется для определения надежности продукции при выборочном контроле качества и определяет вероятность числа годных изделий в выборке объема n из партии объемом N, содержащей M годных изделий:

$$P(x) = \frac{C_M^x C_{N-M}^{n-x}}{C_N^x}, \; 1 \le x \le \min(n, M). \quad (3.26)$$

Тогда функция распределения

$$F(x) = \sum_{i=0}^{x} \frac{C_M^i C_{N-M}^{n-i}}{C_N^i}. \quad (3.27)$$

Основные характеристики гипергеометрического распределения:

$$M(x) = \frac{nM}{N}, \; D(x) = \frac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)},$$

$$\nu = \sqrt{\frac{(N-M)(N-n)}{nM(N-1)}}. \quad (3.28)$$

При $n < 0{,}1N$ и $M < 0{,}1N$ распределение хорошо аппроксимируется распределением Пуассона с параметром $\lambda = nM/N$, при $N \to \infty, n < 0{,}1N$ и $M/np \to p$ – биномиальным распределением с параметрами n и $p = M/N,$ при $nM/N \to \infty$ – нормальным распределением с математическим ожиданием и дисперсией (3.28).

3.3.2. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Равномерное распределение в теории надежности характеризует параметры элементов и систем (например, прочность) или нагрузку, которые могут принимать любое случайное значение в известном интервале (a, b) [15, 17, 18, 6]:

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a}, \; f(x) = \frac{1}{b-a}, \; a \le x \le b. \quad (3.29)$$

Основные характеристики равномерного распределения:

$$M(x) = \frac{a+b}{2},\ D(x) = \frac{(b-a)^2}{12},\ \nu = \frac{2(b-a)}{\sqrt{3}(a+b)}. \qquad (3.30)$$

Функция (*интегральная функция*) *распределения случайной величины* ξ – вероятность события $\{\xi \le x\}$, где x – переменная величина:

$$F(x) = P\{\xi \le x\}. \qquad (3.31)$$

Следствие 7. Из определения функции распределения следует, что

$$F(-\infty) = 0,$$
$$F(+\infty) = 1, \qquad (3.32)$$
$$0 \le F(x) \le 1.$$

Следствие 8. Из определения функции распределения имеем

$$P\{x_i < \xi \le x_2\} = F(x_2) - F(x_1). \qquad (3.33)$$

В частности, для непрерывной случайной величины

$$P\{x < \xi \le x+0\} = F(x+0) - F(x) = 0,$$

т. е. вероятность того, что непрерывная случайная величина примет конкретное значение x, равна нулю.

Следствие 9. Если некоторая дискретная случайная величина с вероятностью p_i принимает определенное значение $x_1, x_2, ..., x_n$, то функция распределения может быть записана в виде

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < x_1 \\ p_1 & x_1 \le x < x_2 \\ p_1 + p_2 & x_2 \le x < x_3 \\ p_1 + p_2 + p_3 & x_3 \le x < x_4 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ p_1 + p_2 + \dots + p_{n-2} = 1 - p_{n-1} p_n & x_{n-2} \le x < x_{n-1} \\ 1 - p_n & x_{n-1} \le x < x_n \\ 1 & x > x_n \end{cases} \qquad (3.34)$$

Примечание. Если число возможных значений $n = 1$, т. е. дискретная случайная величина может принять одно и только одно значение c, то такая величина является детерминированной, или неслучайной.

Функцию распределения ее можно записать следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < c, \\ 1, & x \geq c. \end{cases} \tag{3.35}$$

Плотность распределения случайной величины (*дифференциальная функция распределения, плотность вероятности*) – предел отношения вероятности того, что случайная величина ξ при испытании примет значение, лежащее в интервале $[x,\ x + \Delta x]$, к величине интервала Δx, когда $\Delta x \to 0$:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}. \tag{3.36}$$

Иными словами, плотность распределения есть первая производная от интегральной функции распределения

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = F'(x). \tag{3.37}$$

Плотность распределения обладает следующими очевидными свойствами:

1) $f(x) \geq 0$ для всех значений x;

2) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1,$ так как этот интеграл означает вероятность реализации любого (хотя бы какого-нибудь) значения случайной величины, что является достоверным событием.

С л е д с т в и е 10. Из определения плотности распределения (3.11) следует

$$F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx.$$

Отсюда и из (3.9) вытекает

С л е д с т в и е 11

$$P(a < x \leq b) = F(b) - F(a) = \int\limits_{a}^{b} f(x)dx. \tag{3.38}$$

Функция интенсивности – *условная плотность распределения* случайной величины в точке x

$$\lambda(x) = f(x) \big/ \left[1 - F(x)\right]. \tag{3.39}$$

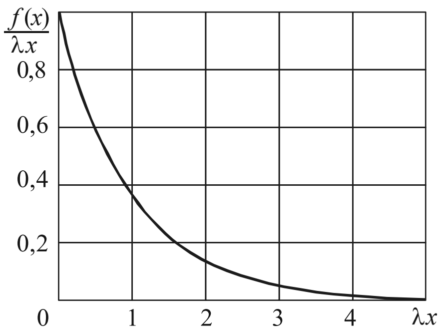


Рис. 3.1. Экспоненциальное распределение

Экспоненциальное (*показательное*) *распределение* (рис. 3.1) в теории надежности используется для характеристики наработки объекта до первого отказа или между отказами при их постоянной интенсивности $\lambda = \text{const}$ и средней наработке $t = 1/\lambda$. Достоинством распределения является его простота, благодаря чему некоторые задачи допускают аналитические решения.

Экспоненциальное распределение задается интегральной функцией (рис. 3.2) или плотностью распределения

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x), \;\; f(x) = \lambda \exp(-\lambda x), \;\; x \ge 0\,, \tag{3.40}$$

где λ – параметр распределения, который в теории надежности имеет смысл интенсивности отказов.

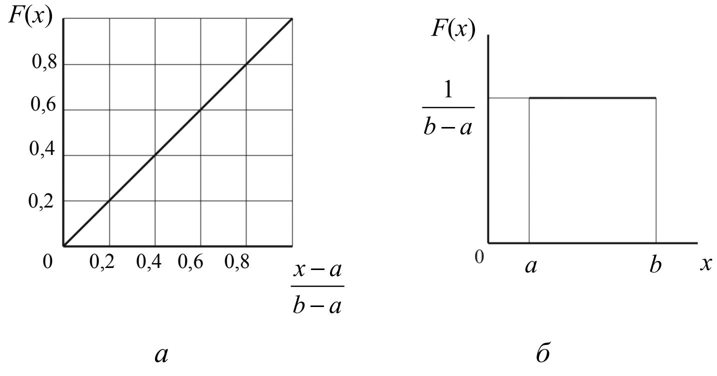


Рис. 3.2. Интегральная (*а*) и дифференциальная (*б*) функции равномерного распределения

Основные свойства экспоненциального распределения:

$$M(x) = 1/\lambda, \;\; D(x) = 1/\lambda^2, \;\; \nu = 1\,. \tag{3.41}$$

Экспоненциальное распределение можно считать частным случаем распределения Вейбулла и гамма-распределения.

Нормальное распределение (распределение Гаусса) часто используется для описания износовых отказов или в случаях, когда отказ может быть следствием большого числа различных причин. Оно может считаться предельным для многих распределений случайных величин: распределения Пуассона, биномиального, гамма-распределения и др.

Нормальное распределение задается интегральной функцией или плотностью распределения (рис. 3.3)

$$
\begin{aligned}
F(x) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx, \\
f(x) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right],
\end{aligned}
\tag{3.42}
$$

где $-\infty < x < \infty$.

Для нормального распределения $M(x) = \mu$, $D(x) = \sigma^2$, $\nu = \sigma/\mu$, параметры $-\infty < \mu < +\infty$ и $\sigma > 0$ – параметры сдвига и масштаба (рис. 3.4).

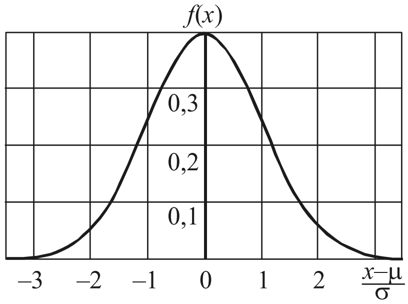


Рис. 3.3. Нормальное распределение

Стандартное нормальное распределение часто задается также нормированной функцией Лапласа $\Phi(z)$ или плотностью распределения $\varphi(z)$ для центрированной и нормированной случайной величины $z = (x - z)/\sigma$:

$$
\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz, \quad \varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right). \tag{3.43}
$$

Значения функции $\Phi(z)$ табулированы. Табличное значение интеграла $\Phi(x)$ численно равно площади фигуры между кривой распределения (см. рис. 3.2) и осью абсцисс и ограниченной осью симметрии кривой и ординатой со значением x.

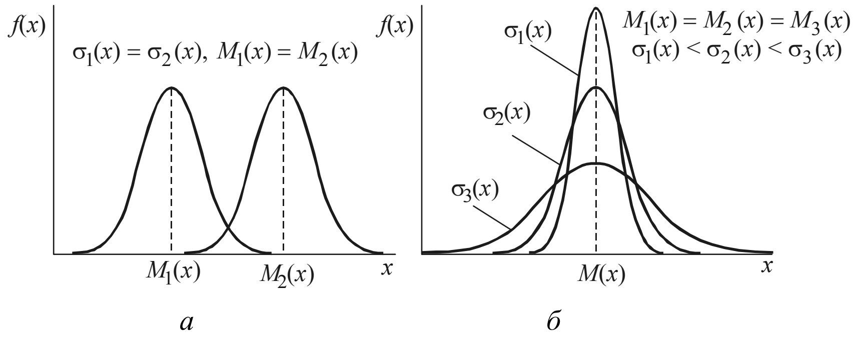


Рис. 3.4. Плотность вероятности нормального распределения при различных значениях математического ожидания (*а*) и среднего квадратического отклонения (*б*)

Функции $\Phi(z)$ и $F(x)$ связаны соотношениями:

$$F(x) = 1/2\Phi(z), \ \Phi(-z) = -\Phi(z). \tag{3.44}$$

Стандартное нормальное распределение задается также значениями квантилей u_p уровня *p*, по которым можно определить вероятность заданного значения случайной величины *x*:

$$x_p = M(x) + u_p\sigma. \tag{3.45}$$

Для нормально распределенной величины вероятность попадания в пределы интервала, ограниченного точками, расположенными на расстоянии σ от математического ожидания, составляет 0,6813, $2\sigma - 0,9544$ и $3\sigma - 0,9973$, т. е. с вероятностью 99,73 % можно считать, что

$$M(x) - 3\sigma \le x \le M(x) + 3\sigma. \tag{3.46}$$

Усеченное нормальное распределение получается из нормального при ограничении интервала изменения случайной величины только положительными значениями. Оно вносит уточнение в расчеты надежности при больших значениях коэффициента вариации $\nu = \sigma/\mu$.

Функция плотности усеченного нормального закона на интервале $[a, b]$ задается соотношением

$$f(x) = \frac{1}{\left[F(b) - F(a)\right]\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \tag{3.47}$$

где μ – значение, соответствующее максимуму функции $f(x)$, т. е. мода.

В таком случае коэффициент усечения получается из условия нормировки (3.48), в котором использована функция плотности неусеченного нормального закона

$$\int_a^b f(x)dx = c\left[F(b) - F(a)\right] = 1, \tag{3.48}$$

откуда

$$c = \frac{1}{F(b) - F(a)} = \frac{1}{\Phi\left(\dfrac{b - x_0}{\sigma}\right) - \Phi\left(\dfrac{a - x_0}{\sigma}\right)}, \tag{3.49}$$

где $F(a)$ и $F(b)$ – значения интегральной функции нормального распределения для предельных значений x.

Усеченное нормальное распределение в основном используется с предельными значениями. При $a = 0$ и $b = \infty$ (в задачах надежности это означает невозможность отрицательных значений времени) будем иметь $F(\infty) = 1$, $F(0) = 0{,}5$. Для этого случая формула (3.49) примет вид

$$c = \frac{1}{\Phi(\infty) - \Phi\left(-\dfrac{x_0}{\sigma}\right)} = \frac{1}{0{,}5 + \Phi\left(\dfrac{x_0}{\sigma}\right)}. \tag{3.50}$$

Таким образом, для определения коэффициента c можно использовать таблицы функции Лапласа или квантилей нормального распределения.

При $0 \le x \le \infty$ характеристики усеченного нормального распределения

$$\bar{M}(x) = M(x) + k\sigma,\ \ \bar{D}(x) = \bar{\sigma}^2 = \sigma^2\left[1 - k^2 - k\frac{M(x)}{\sigma}\right], \tag{3.51}$$

где $\bar{M}(x)$, $\bar{D}(x)$ и $\bar{\sigma}$ – математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение для усеченного нормального распределения; $M(x)$, $D(x)$ и σ – те же параметры для нормального распределения;

$$k = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{M^2(x)}{2\sigma^2}\right]. \tag{3.52}$$

Анализ формулы (3.51) показывает, что при $x_0 > 2\sigma$, что обычно имеет место на практике, коэффициент c очень незначительно отличается от единицы $(c \approx 1)$, в связи с чем необходимость учета усечения нормального распределения, связанного с ограничением интервала изменения случайной величины, отпадает. При этом $\bar{M}(x) \approx M(x)$ и $\bar{\sigma} \approx \sigma$.

Для усеченного нормального распределения интегральная функция

$$F(x) = c\left[\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x - x_0}{\sigma}\right)\right]. \tag{3.53}$$

Логарифмически нормальное распределение характеризует случайные величины, логарифм которых распределен по нормальному закону:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{1}{x} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx, \tag{3.54}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x > 0. \tag{3.55}$$

Для логарифмически нормального распределения (рис. 3.5)

$$M(x) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right), \quad D(x) = \exp(2\mu + \sigma^2)\left[\exp(\sigma^2) - 1\right],$$

$$\nu = \sqrt{\exp(\sigma^2) - 1}. \tag{3.56}$$

Для вычисления функций логарифмически нормального распределения можно пользоваться таблицами нормального распределения.

В теории надежности логарифмически нормальное распределение используется для описания наработки до отказа элементов в период наступления усталости материалов и износовых отказов, а также наработки некоторых сложных технических систем.

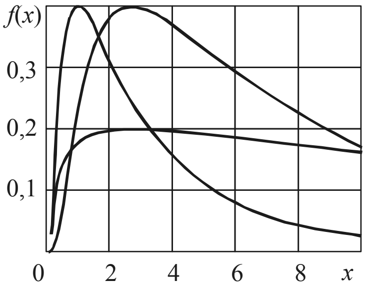


Рис. 3.5. Логарифмически нормальное распределение

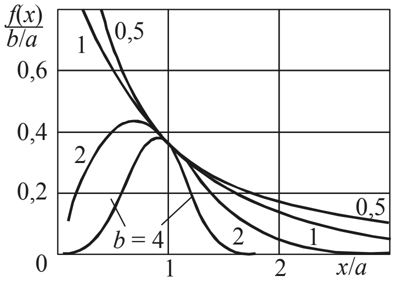


Рис. 3.6. Распределение Вейбулла

Распределение Вейбулла (рис. 3.6) в теории надежности используется для описания объектов с монотонной интенсивностью и обладает большим разнообразием форм.

Оно может задаваться в виде

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^b\right], \quad f(x) = \frac{b}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^b\right], \quad x \ge 0, \tag{3.57}$$

где $a > 0$ и $b > 0$ – параметры масштаба и формы.

Особенностью распределения Вейбулла является то, что с изменением параметра формы b изменяется и вид графика функции плотности распределения (рис. 3.6). Это свойство часто позволяет соответствующим подбором параметров обеспечить хорошее совпадение опытных данных с аналитическими выражениями.

Основные характеристики распределения Вейбулла:

$$M(x) = a\Gamma(1+1/b),\ D(x) = a^2\left[\Gamma(1+2/b) - \Gamma^2(1+1/b)\right],$$
$$\nu = \sqrt{\frac{C}{K^2} - 1}, \tag{3.58}$$

где $K = \Gamma(1+1/b)$, $C^2 = \Gamma(1+2/b) - K^2$, $\Gamma(z) = \int\limits_0^\infty u^{z-1}\exp(-u)du$ – гамма-функция.

Распределение Вейбулла включает в себя как частные случаи экспоненциального распределения (при $b = 1$) и *распределение Рэлея* ($b = 2$) при $b \geq 3{,}5$, близком к нормальному.

Иногда используются формулы, отличные от формул (3.57):

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x^{\alpha}),\ \ f(x) = \alpha\lambda x^{\alpha-1}\exp(-\lambda x^{\alpha})\,. \tag{3.59}$$

Очевидно, при этом $\alpha = b$ и $\lambda = (1/a)^b$.

Гамма-распределение также достаточно универсально:

$$\begin{gathered} F(x) = \frac{1}{a\Gamma(b+1)}\int_0^x \left(\frac{x}{a}\right)^b \exp\left(-\frac{x}{a}\right)dx, \\ f(x) = \frac{1}{a\Gamma(b+1)}\left(\frac{x}{a}\right)^b \exp\left(-\frac{x}{a}\right). \end{gathered} \tag{3.60}$$

Параметры $a > 0$ и $b \geq 1$ в гамма-распределении являются параметрами масштаба и формы (рис. 3.7).

Основные характеристики гамма-распределения:

$$M(x) = a(b+1),\ \ D(x) = a^2(b+1),\ \ \nu = \frac{1}{\sqrt{b+1}}\,. \tag{3.61}$$

Гамма-распределение хорошо описывает наработку до отказа многих невосстанавливаемых технических систем. Если независимые случайные величины x_i имеют одинаковое экспоненциальное распределение, то их сумма имеет гамма-распределение, поэтому оно может использоваться для описания систем с резервированием элементов замещением.

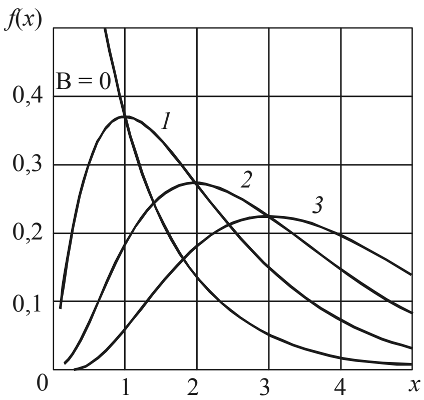


Рис. 3.7. Стандартное гамма-распределение

Если независимые случайные величины $x_1, x_2, ..., x_n$ подчиняются гамма-распределению с одинаковым параметром масштаба a и параметрами формы $b_1, b_2, ..., b_n$, то их сумма также подчиняется гамма-распределению с параметрами a и $b = b_1 + b_2 + ... + b_n + n - 1$.

При $b = 0$ гамма-распределение совпадает с экспоненциальным, при больших значениях b практически совпадает с нормальным. При целых значениях b гамма-распределение называется *распределением Эрланга.*

Иногда используется другая форма записи гамма-распределения:

$$F(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x x^{\alpha-1} \exp(-\lambda x) dx, \quad f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\lambda x). \quad (3.62)$$

При этом $\alpha = b + 1,\ \lambda = 1/\alpha$.

3.4. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Неравенство Чебышева. Для неотрицательной функции $\omega(\xi)$ случайной величины ξ и любого $k > 1$ выполняется неравенство [15]

$$P\left(\omega(\xi) \ge k\right) \le M\left\{\omega(\xi)\right\} / \kappa.$$

В частности,

$$P\left(\left|\xi - M_1(\xi)\right| \ge k\sigma\right) \le \frac{1}{\kappa^2},$$

где σ – среднеквадратическое отклонение случайной величины ξ, а $M_1(\xi)$ – ее математическое ожидание.

Теорема Бернулли. Если проводится n независимых опытов, в каждом из которых некоторое событие осуществляется с вероятностью p, то частость (относительная частота) появления события $\overline{p}$ при $n \to \infty$ сходится по вероятности к p, т. е. при любом $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\overline{p} - p\right| \ge \varepsilon\right\} = 0.$$

Теорема Пуассона. Если проводится n независимых опытов и вероятность возникновения событий в i-м опыте равна p_i, то частость появления события $\overline{p}$ при $n \to \infty$ сходится по вероятности к среднему из вероятностей p_i, т. е. при любом $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\overline{p} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} p_i\right| \geq \varepsilon\right\} = 0.$$

Теорема Чебышева. Если в n независимых опытах получены реализации $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ случайной величины ξ, то при $n \to \infty$ среднее арифметическое сходится по вероятности к математическому ожиданию этой случайной величины, т. е. при любом $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \xi_i - M(\xi)\right| \geq \varepsilon\right\} = 0 .$$

Центральная предельная теорема. Если $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие математическое ожидание M_1 и дисперсию σ^2, то при $n \to \infty$ распределение нормированной случайной величины $\xi = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$ сходится к нормальному:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{a < \frac{\xi - nM_1}{\sigma\sqrt{n}} < b\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_a^b e^{-t^2/2}dt = \Phi(b) - \Phi(a) .$$

При определенных условиях нормирования сумма неодинаково распределенных случайных величин также имеет нормальное распределение.

Теорема Лапласа. Если проводится n независимых опытов, в каждом из которых некоторое событие происходит с вероятностью p, то

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{a < \frac{\nu_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} < b\right\} = \Phi(b) - \Phi(a) ,$$

где ν_n – число появлений интересующего события в n опытах.

3.5. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ

3.5.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Статистическое описание любого физического явления обладает тем свойством, что, хотя результат отдельного измерения физической величины x не может быть предсказан с достаточной точностью, но используя значение некоторой «подходящей» функции $y(x_1, x_2, ..., x_n)$ повторных испытаний, можно его предсказать со значительно большей точностью. Такая «подходящая» функция называется *статистикой*, а указанное свойство физического процесса – его *статистической устойчивостью* [19].

Испытание (*или опыт*) – осуществление на практике какого-нибудь комплекса условий.

Реализация случайного события – событие, которое произошло в результате проведения опыта.

Реализация случайной величины – величина, которая получена в результате проведения опыта.

Генеральная совокупность – множество, включающее все однородные объекты, обладающие необходимыми качествами.

Случайная выборка – часть генеральной совокупности, отобранная наугад.

Репрезентативная (*представительная*) *выборка* – выборка, в которой пропорции объектов различных типов в среднем соответствуют пропорциям в генеральной совокупности.

Статистическая оценка – числовые характеристики $\hat{\varphi}(x_1, x_2, ..., x_n)$ эмпирического распределения, полученные в результате обработки наблюдений случайной выборки объема n.

Зависимость показателей надежности от многочисленных и разнообразных факторов приводит к тому, что появление отказов машины носит случайный характер. Случайный характер процессов возникновения отказов технических устройств позволяет использовать в качестве математического аппарата их познания теорию вероятностей и математическую статистику.

Если имеется информация об отказах, то методами математической статистики можно определить статистические характеристики и статистические модели, описывающие закономерности появления как любых отказов, так и отдельных их видов. При формировании статистической модели отказов каждый из них рассматривается как событие – один из возможных исходов испытания. Испытание (опыт, реальная эксплуатация) – это практическое выполнение некоторого комплекса условий, правил. События (отказы) наступают в случайные моменты времени. Интервал времени (наработки) от начала работы до появления отказа рассматривают как случайную величину. Анализ надежности и качества функционирования объекта и его составных частей (элементов) сводится к анализу интервалов времени (наработок), в течение которых механическая система (МС) находится в состоянии работоспособности, и случайных интервалов времени, в течение которых МС простаивает (восстанавливается, ремонтируется).

Математическую статистику в качестве математического аппарата формирования статистической модели можно использовать только в том случае, если случайные величины обладают статистической устойчивостью.

Обычно статистическая устойчивость подтверждается тем, что при увеличении числа испытаний N относительная частота (частость) наступления события A становится близкой к некоторому числу $P(A)$, называемому вероятностью события A, т. е.

$$\lim_{N\to\infty} \frac{m_A}{N} = P(A),$$

где m_A – число наступления события A при N повторениях некоторого испытания. Но в такой форме проверить статистическую устойчивость экспериментально нельзя, поскольку, во-первых, при проведении эксперимента нельзя заставить N стремиться к бесконечности и, во-вторых, весьма часто экспериментатору неизвестна величина $P(A)$. Поэтому одна из возможных проверок статистической устойчивости состоит в том, что сопоставляют относительную частоту события A, полученную по части испытаний, заранее оговоренной, с частотой события A, определенной по всей совокупности испытаний.

Если статистическая устойчивость не подтверждается, то это может быть по двум причинам:

1) качество продукции изменяется при производстве из-за колебания качества сырья и технологических нарушений;

2) не создаются одинаковые условия испытаний для всех испытываемых объектов. В математической статистике рассматривают результат эксперимента (испытаний) как некоторую совокупность, содержащую для случайной величины x некоторое число n реализации (выборочных значений) этой случайной величины x_1, x_2, …, x_n. Эту совокупность называют выборкой (выборочной совокупностью) объема n из генеральной совокупности.

Генеральной совокупностью называют совокупность однородных объектов, которую изучают выборочным методом, т. е. суждение о генеральной совокупности основано на изучении выборки

Применительно к исследованию надежности реализациями могут быть либо значения наработок между отказами (до отказа), либо время восстановления.

Объем статистической информации – это величина наработки и объем реализации (ресурсов, отказов), которыми располагают для математической обработки. Возможности увеличения объема статистической информации весьма ограничены. Частично неполноту статистической информации можно компенсировать последовательным накоплением информации о надежности изделия на всех стадиях его существования, начиная с этапов проектирования.

Достоверность статистической информации определяется требованиями математической статистики к исходному статистическому материалу – каждая из реализации выборки должна являться случайной величиной и принадлежать исследуемой генеральной совокупности. Такую выборку называют представительной (репрезентативной). В этом случае по выборке можно сделать обоснованное суждение о генеральной совокупности, так как пропорции выборки правильно отражают пропорции генеральной совокупности. Представительность выборки при контроле качества (надежности) обеспечивается случайным отбором, при котором вероятность попасть в выборку для всех ее объектов одинакова. Низкая достоверность статистической информации может обусловливаться несовершенством системы ее сбора, анализа и обработки.

Работа по использованию исходных данных включает: первичную обработку экспериментального материала, предварительный выбор вида вероятностного распределения, анализ однородности исходного статистического материала, оценку параметров распределения, проверку согласия эмпирического и теоретического распределений.

3.5.2. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

Первичная обработка экспериментального материала состоит в упорядочении выборочных наблюдений и при необходимости в группировке их по достаточно малым интервалам, в вычислении частостей (относительных частот) для каждого интервала наработки, в определении числовых характеристик статистического распределения и графическом представлении результатов в виде гистограмм, полигонов и эмпирических функций распределения [18, 19, 21].

Упорядочение выборочных наблюдений состоит в расположении наблюдавшихся значений (ресурсов, наработок до первого отказа, времени восстановления и т. д.) в следующем порядке: $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$. Полученный ряд называют вариационным или ранжированным, а различные значения x_i – вариантами. Одна и та же варианта в ранжированном ряду может встретиться несколько раз.

Если число членов вариационного ряда велико (обычно если $n > 100$), то для удобства его изучения группируют наблюдавшиеся значения по интервалам, образуя интервальный ряд. Длину интервала обычно берут одинаковой, хотя это и не обязательно.

Интервальный ряд может быть построен как для дискретных, так и для непрерывных случайных величин. Число интервалов r определяют, используя правило Стерджесса для выборки объема n: $r = 1 + 3{,}3 \lg n$. Тогда длина интервала

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{r},$$

где $x_{\max}$ и $x_{\min}$ – соответственно максимальная и минимальная варианты. Число наблюдений с одинаковым значением варианты называют частотой, т. е. если значение x_1 наблюдалось m_1 раз, x_2 наблюдалось m_2 раз, ..., X_k – m_k раз, то m_1, $m_2, \ldots, m_k$ – частоты. Для интервального ряда частота j-го интервала равна числу значений m_j, наблюдавшихся в j-м интервале.

Сумма частот равна объему выборки

$$\sum_{i=1}^{k} m_i = \sum_{j=1}^{r} m_j = n,$$

где k – число вариант; r – число интервалов; n – объем выборки.

Отношение частоты к объему выборки называют частостью (относительной частотой) $p_i = \frac{m_i}{n}$.

Варианты (перечень интервалов для интервального ряда) и соответствующие им частоты (частости) образуют статистический ряд выборки.

После такой подготовки можно получить различные статистические характеристики (статистики). Среди них важнейшими являются:

• среднее арифметическое (выборочное среднее, статистическое среднее, средневзвешенное)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{j=1}^{r} x_j m_j}{n} = \sum_{i=1}^{r} x_i p_i;$$

• выборочная дисперсия (статистическая дисперсия)

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 m_i \text{ для } n > 20;$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{r}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 m_i \text{ для } n \le 20,$$

где $\overline{X}_j$ – срединное значение j-го интервала.

Статистическое среднее и статистическая дисперсия являются важнейшими числовыми характеристиками статистического распределения, поскольку они определяют основные особенности анализируемого статистического ряда – центр группирования и степень рассеяния наблюдений относительного центра.

Чтобы мера изменчивости была выражена в тех же единицах измерения, что и сама случайная величина, для характеристики рассеяния принимают также выборочное среднее квадратическое отклонение (выборочное стандартное отклонение, выборочный стандарт).

$$S = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{r}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n} m_i} \text{ для } n > 20;$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{r}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1} m_i} \text{ для } n = 20.$$

Используют и такие характеристики: мода – наиболее вероятное значение случайной величины (наработки), т. е. встречающееся с наибольшей частотой; медиана – значение случайной величины, при котором вероятность появления величин x_i, меньших $\overline{x}$, равна вероятности появления величин, больших $\overline{x}$ (значение признака, относительно которого эмпирическая совокупность делится на две равные по числу членов части).

Для медианы можно дать и другое определение. Медианой называют квантиль, отвечающую вероятности P = 0,5. Квантилью, отвечающей вероятности P, называют такое значение $x = x_p$, при котором функция распределения $F(x)$ равна P, т. е. $F(x_p) = P(x < x_p) = P$.

Кроме среднего арифметического x (статистического начального момента первого порядка) и выборочной дисперсии (статистического центрального момента второго порядка), в качестве статистической характеристики используют статистический третий центральный момент

$$\mu_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^3 .$$

Третий центральный момент характеризует отклонение кривой распределения от симметричной. Для симметричного распределения (например, нормального) $\mu_3 = 0$. Кривая распределения с одной вершиной при $\mu_3 < 0$ имеет левостороннюю (отрицательную) асимметрию, а при $\mu_3 > 0$ – правостороннюю (положительную). Асимметрия определяется как

$$A(x) = \frac{\mu_3}{s^3}.$$

Статистический центральный момент четвертого порядка

$$\mu_4 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^4$$

характеризует островершинность (эксцесс) эмпирического распределения. Для нормального распределения отношение $\mu_4/s^4 = 3$, и за характеристику островершинности принята величина $E(x) = \frac{\mu_4}{s^4} - 3$, которую называют эксцессом. При $E(x) < 0$ кривая более пологая, чем при нормальном распределении (менее островершинная). При $E(x) > 0$ кривая распределения более островершинная, чем при нормальном распределении.

Более полными характеристиками выборки по сравнению с рассмотренными выше являются эмпирическая функция распределения, гистограмма и полигон.

Эмпирическая функция распределения (статистическая функция распределения, кумулятивная кривая, функция накопленных частостей) – это статистический аналог функции распределения генеральной совокупности (теоретической функции распределения).

Эмпирическая функция распределения определяет для каждого x_i частость (статистическую вероятность) события, заключающегося в том, что исследуемая случайная величина x примет значение, меньшее x_i:

$$\hat{F}_x(x_i) = \hat{P}(x < x_i).$$

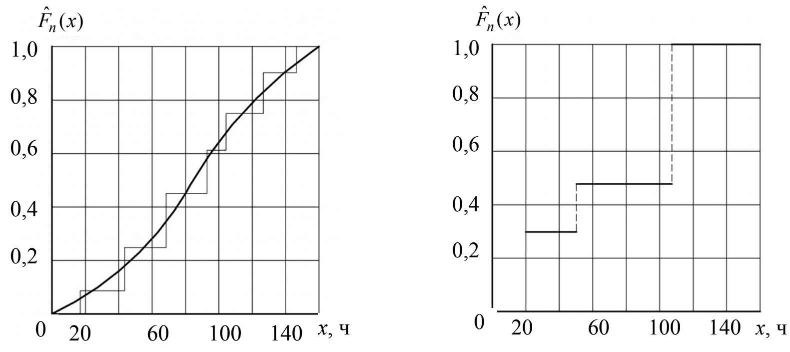
Статистическая вероятность

$$\hat{F}_n(x_i) = \frac{1}{n}\sum_{z<i} m_z ,$$

где n – общее число наблюдений; Σm_z – накопленная частота, т. е. число вариант со значением, меньшим x_i при $z < i$.

Для интервального вариационного ряда эмпирическая функция распределения имеет вид ступенчатой кривой (рис. 3.8, *а*). Ширина каждой ступеньки соответствует длине интервала, а ее высота – значению накопленной частоты.

Для дискретного вариационного ряда эмпирическая функция распределения имеет вид ломаной линии (рис. 3.8, *б*), отрезки которой соединяют точки с координатами $\left[x_i;\, \hat{F}_n(x_i)\right]$.



а *б*

Рис. 3.8. Эмпирические функции распределения

Гистограмма (рис. 3.9) является графическим представлением интервального статистического ряда. Ее строят по следующему правилу:

- размах вариационного ряда (разность между крайними членами вариационного ряда) разбивают на ряд интервалов;
- над каждым интервалом строят прямоугольник высотой

$$f(x_i) = \frac{m_i}{nh_i},$$

где m_i – число членов выборки, попавших в данный интервал; h – длина интервала.

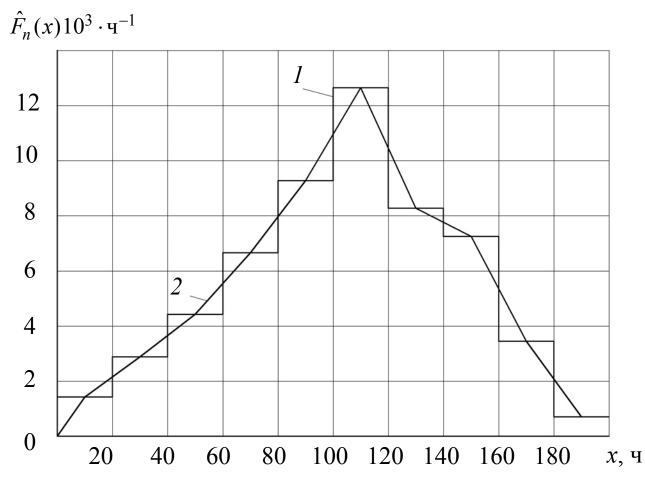


Рис. 3.9. Гистограмма (кривая *1*) и полигон (кривая *2*) относительных частот интервального вариационного ряда

Построенную таким образом гистограмму называют *гистограммой относительных частот*. Площадь гистограммы относительных частот равна сумме всех относительных частот, т. е. единице.

Если при построении гистограммы над каждым интервалом строят прямоугольник высотой m_i / h_i, то такую гистограмму называют *гистограммой частот.* Площадь гистограммы частот равна сумме всех частот, т. е. объему выборки n.

Полигон является графическим представлением дискретного статистического ряда. Для построения полигона (рис. 3.10) относительных частот необходимо соединить прямыми точки с координатами (x_i; $\hat{p}_i$), где x_i – варианта, а $\hat{p}_i$ – ее частость. При построении полигона частот соединяют точки с координатами (x_i; m_i), где m_i – частота варианты x_i.

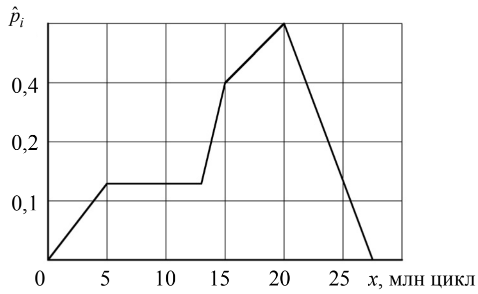


Рис. 3.10. Полигон относительных частот дискретного вариационного ряда

Иногда строят полигон и для интервального вариационного ряда, соединяя отрезками середины верхних сторон прямоугольников гистограммы (кривая *2* на рис. 3.9).

Если выборка (число изделий, подвергающихся испытанию) растет, то можно от статистических закономерностей перейти к вероятностным, так как при этом эмпирическая функция распределения приближается к теоретической функции распределения генеральной совокупности, среднее арифметическое (выборочное среднее) приближается к математическому ожиданию (которое является генеральной средней), а выборочная дисперсия – к дисперсии генеральной совокупности, т. е.

$$\hat{F}_n(x) \to F(x);$$

$$\overline{x} \to M(x) = \int_0^\infty x f(x) dx;$$

$$s^2 \to \sigma^2(x) = D(x) = \int_0^\infty \left[x - M(x)\right]^2 f(x) dx,$$

где $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$ – соответственно функция генеральной совокупности, математическое ожидание и дисперсия.

Аналогичную работу выполняют и на завершающих стадиях проектирования – испытании опытных образцов.

3.5.3. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ ВЫБОР ВИДА ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Одной из основных и часто выполняемых задач статистической обработки результатов испытаний (наблюдений) является построение (выбор) такого теоретического (вероятностного) распределения, которое наилучшим образом воспроизводит характерные признаки (особенности) экспериментального ряда [19, 20, 21].

Такой переход от статистической модели к вероятностному распределению позволяет использовать статистическую информацию об аналогах при расчете надежности проектируемых новых устройств и систем.

При выборе функции рассматривают не любые произвольные распределения, а такие, которые однозначно определяются небольшим числом параметров. Обычно предпочтение отдают одно-, двухпараметрическим распределениям. Иногда используют распределение с тремя-четырьмя параметрами. Если из опыта определяется много параметров для одной функции распределения, то, как это эмпирически замечено, любые данные наблюдений можно подогнать под многопараметрический закон распределения, однако он может быть далек от физической сути описываемых явлений.

При выборе параметров законов распределения процессов и событий необходимо, прежде всего, учитывать их физическую сущность. Хотя в математике и существуют различные критерии (см. критерии согласия в гл. 1) проверки соответствия выбранного теоретического распределения и экспериментального распределения, следует иметь в виду, что процедура проверки гипотезы о виде функции распределения по любому из критериев является проверкой на принятие или на непринятие гипотезы.

На этапе проектирования крайне важно правильно выбрать номенклатуру нормируемых показателей надежности. Необоснованный их выбор может привести к оценке надежности не по основным направлениям, следовательно, к неправильным решениям при проектировании изделий. Поэтому при подготовке исходных данных к расчету показателей надежности проектируемого объекта необходимо определить доминирующие (по критерию потери эффективности) для данного объекта свойства надежности. При этом следует учитывать:

1) назначение объекта, его условия и режим работы;

2) относится ли данный объект к классу ремонтируемой или неремонтируемой техники;

3) исследование отказов и предельных состояний по своему характеру и экономическому ущербу.

Информация о назначении объекта дает возможность установить:

1) область и интенсивность применения объекта по назначению;

2) квалификацию обслуживающего персонала и его влияние на поддержание работоспособности объекта;

3) возможность выполнения восстановительных работ при потере работоспособности объекта в полном объеме и необходимого качества;

4) влияние совместной работы проектируемого объекта с другими объектами аналогичного или иного назначения.

Информацию об условиях и режимах работы объекта используют для предварительной оценки:

1) влияния факторов окружающей среды на работоспособность проектируемого объекта в целом и его элементов;

2) влияния действующих внешних и внутренних нагрузок на несущую способность элементов объекта;

3) частоты повторения нагрузок на различных их уровнях и направлениях.

Очевидно, что среди всех показателей существуют такие, которые наиболее полно отражают оценку надежности систем конкретного типа, а остальные являются вспомогательными, использование которых необходимо в частных случаях или для проведения более детальной оценки надежности машин.

3.5.4. АНАЛИЗ ОДНОРОДНОСТИ ИСХОДНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Этот анализ проводят для того, чтобы отсеять резко выделяющиеся наблюдения в выборке и установить возможности объединения различных выборок в одну общую для дальнейших расчетов. Необходимость в анализе однородности возникает в том случае, когда данные о надежности получены при различных условиях испытаний (эксплуатации), в разное время или относятся к различным устройствам одинакового (схожего) функционального назначения [21].

Выборки считают однородными, если функции распределения генеральных совокупностей, из которых они получены, совпадают во всей области их определения.

Конкретные методы анализа однородности выбирают на основе предположения о виде распределения, исходя из физики происходящих процессов и опыта предшествующей обработки. Если вид распределения выбрать затруднительно, то необходимо провести предварительную проверку соответствия экспериментального и теоретического распределений для каждой выборки отдельно с каждым из предполагаемых распределений. Можно также осуществить проверку этого соответствия, построив общую гистограмму для всех наблюдений.

Если число сомнительных наблюдений больше двух, то отсев последовательно по одному из этих выделяющихся наблюдений проводить не следует, а необходимо рассмотреть их как самостоятельную выборку и для нее провести анализ однородности.

Для анализа однородности рекомендуется использовать методы, приведенные в таблице.

Методы анализа однородности

Распределение	Число выборок	
	две	более двух
Нормальное	Критерии Фишера и Стьюдента (критерии Шеффе и Ван дер Вардена)	Дисперсионный анализ
Экспоненциальное	Критерий сравнения параметров двух экспоненциальных генеральных совокупностей (критерии Вилкоксона и Смирнова–Колмогорова)	Критерий сравнения параметров нескольких экспоненциальных совокупностей
Логарифмически-нормальное, гамма, Вейбулла	Критерии Вилкоксона и Смирнова–Колмогорова (критерии Шеффе и Стьюдента)	Дисперсионный анализ
Неизвестно	Критерии Вилкоксона и Смирнова–Колмогорова. Дисперсионный анализ	То же

Примечание. В скобках указаны методы, которые можно использовать для дублирования проверок.

3.5.5. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В общем случае ни при каком числе реализации случайной величины (как угодно большом) по выборке нельзя определить точное значение неизвестного параметра распределения, а можно найти лишь приближенное значение, которое и называют оценкой по выборке неизвестного параметра распределения [21].

Метод получения оценки стремятся выбрать более простой, в то же время желательно, чтобы он обеспечивал получение несмещенной, эффективной и состоятельной оценки.

Состоятельная оценка $\hat{\varphi}$ – такая оценка, которая при неограниченном увеличении числа опытов сходится к оцениваемому параметру φ по вероятности, т. е. при любом $\varepsilon > 0$ имеет место соотношение

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\varphi - \hat{\varphi}\right| > \varepsilon\right\} = 0.$$

Эффективная оценка $\hat{\varphi}$ – такая оценка, которая характеризуется минимальным из всех возможных значений дисперсии оценки $\hat{\varphi}$ относительно параметра α.

Достаточная оценка (*статистика*) – такая оценка $\hat{\varphi}$ параметра α, при которой условное распределение вектора результатов испытаний $(x_1, x_2, ..., x_n)$ при известном значении $\hat{\varphi}$ не зависит от параметра α. Каждая эффективная оценка является одновременно и достаточной.

Несмещенной называют оценку $\hat{\alpha}$ параметра α, если ее математическое ожидание равно значению α при любом числе испытаний n. Таким образом, несмещенность оценки означает отсутствие систематической погрешности.

Для получения оценок используют ряд методов: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод квантилей, графический метод.

Метод наибольшего правдоподобия – метод нахождения так называемой оценки максимального правдоподобия. Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения $f(x, \alpha)$. Функция

$$L(x_1, x_2, ..., x_n; \alpha) = \prod_{k=1}^{n} f(x_k, \alpha)$$

называется функцией правдоподобия. Если случайная величина дискретна и принимает значение $z_1, z_2, ..., z_n$ соответственно с вероятностями $p_1(\alpha),\ p_2(\alpha), ...,\ p_n(\alpha)$, где $\sum_{k=1}^{n} p_k(\alpha) = 1$, то функция правдоподобия берется в виде

$$L(x_1,\ x_2, ...,\ x_n;\ \alpha) = \prod_{i=1}^{n} p_{k_i}(\alpha),$$

где индексы у вероятностей показывают, что наблюдались значения $z_{k_1},\ z_{k_2}, ...,\ z_{k_n}$. Метод максимума правдоподобия состоит в том, что за оценку параметра α принимается то его значение, при котором функция L достигает своего максимума. Поскольку L и $\ln L$ достигают экстремума при одном и том же значении α, эти критические значения α определяются из уравнения правдоподобия

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = 0.$$

Если для параметра α существует эффективная оценка $\hat{\alpha}$, то уравнение правдоподобия имеет единственное решение $\hat{\alpha}$.

Метод моментов (общий метод точечной оценки неизвестных параметров) состоит в том, что моменты распределения, зависящие от неизвестных параметров, приравниваются к эмпирическим моментам. Взяв число моментов, равное числу неизвестных параметров, и составив соответствующие уравнения, получим необходимое число уравнений.

Метод квантилей (также чисто эмпирический, как и метод моментов) заключается в том, что квантиль теоретического распределения приравнивается к эмпирической квантили (если оценке подлежит несколько параметров, то соответствующие уравнения пишутся для нескольких квантилей).

3.5.6. ПРОВЕРКА СОГЛАСИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО И ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Как бы хорошо ни подобрали теоретическую (вероятностную) кривую распределения, всегда между нею и опытным (статистическим) распределением имеются некоторые расхождения. Желательно установить какой-нибудь числовой критерий, с помощью которого можно было бы оценить расхождения между теоретическим и экспериментальным распределениями и затем определить, является ли это расхождение случайным или оно следствие несоответствия теоретического и экспериментального распределений [15, 20].

Меру согласия теоретического и экспериментального распределений характеризуют какой-либо случайной величиной W, которую называют мерой расхождения. В этом случае критерий согласия представляет собой число, равное вероятности того, что мера расхождения W вследствие случайных причин окажется не меньше ее частного, полученного из опытов значения ω, т. е.

$$k = P\,(W \geq \omega).$$

На практике за меру расхождения обычно принимают критерии λ, χ^2, ω^2. Применение этих критериев основано на использовании так называемой нулевой гипотезы H_0, утверждающей, что наблюдаемые отклонения объясняются лишь случайными колебаниями в выборках (флуктуациями). Все остальные гипотезы, кроме нулевой, в этом случае называют альтернативными.

При этом задаются уровнем значимости α (ошибка первого рода) – ошибкой отклонения верной гипотезы. Ошибка второго рода β – ошибка принятия ложной гипотезы. Величина $1 - \beta$ носит название *мощности критерия*. Выразив эту величину через определенный параметр, можно получить функцию мощности. Выбор значений α и β должен зависеть от последствий совершения ошибок первого и второго рода, причем уменьшить одновременно ошибки первого и второго рода можно только увеличением объема анализируемой выборки.

На практике обычно используют α = 0,01; 0,05; 0,10 и др. Например, при α = 0,01 мы рискуем отвергнуть верную гипотезу в среднем один раз из ста проверок согласия. Дополнительная до единицы вероятность носит название доверительной вероятности γ.

Процедура проверки согласия экспериментального и теоретического распределений случайной величины x заключается в получении упорядоченного ряда результатов наблюдений этой величины $X_1 \leq X_2 \leq ... \leq X_n$, в построении на основании их функции накопленных частостей и в сравнении этой функции с заданной теоретической.

При использовании критерия λ определяют максимальное значение разности накопленной частости $F_n(x)$ и вероятности $F(x)\,D_n$ = $= \max[F_n\ x) - -F(x)]$ и вычисляют $\lambda_n = D_n\sqrt{n}$.

Задаются доверительной вероятностью

$$\gamma = P(\lambda_n \le \lambda_{n\,\text{табл}}),$$

где $\lambda_{n\,\text{табл}}$ – табличное значение λ_n для заданной доверительной вероятности γ. Если $\lambda_n \le \lambda_{n\,\text{табл}}$, то делают заключение, что нет оснований отвергать принятую гипотезу. Если $\lambda_n > \lambda_{n\,\text{табл}}$, то гипотезу отвергают.

При использовании критерия χ^2 вычисляют

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(m_i - M_i)^2}{M_i},$$

где k – число интервалов разбиения; m_i – число отказов, попавших в i-й интервал; M_i – математическое ожидание числа отказов в i-м интервале при принятой гипотезе.

Задаются доверительной вероятностью

$$\gamma = P\left(\chi^2 \le \chi^2_{\text{т}}\right),$$

где $\chi^2_{\text{т}}$ – табличное значение χ^2 для заданной доверительной вероятности γ. Если $\chi^2 \le \chi^2_{\text{т}}$, то для принятой доверительной вероятности гипотезу о согласии экспериментального и теоретического распределений принимают, в противном случае – отвергают.

В качестве меры отклонения эмпирической функции распределения $F_n(x)$ выборки от теоретической функции $F(x)$ используют величину

$$\omega^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[F_n(x) - F(\alpha)\right]^2 dF(x).$$

Вычисляют произведение

$$n\omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[F(X_i) - \frac{2i-1}{2n}\right]^2,$$

где n – число реализации; $F(X_i)$ – накопленная частость.

Задаются доверительной вероятностью

$$\gamma = P\left(n\omega^2 \le n\omega_{\text{т}}^2\right),$$

где $n\,\omega_{\text{т}}^2$ – табличное значение $n\omega^2$ для заданной доверительной вероятности γ.

Если $n\omega^2 < n\,\omega_{\text{т}}^2$, то для принятой доверительной вероятности гипотезу о соответствии экспериментального и теоретического распределений принимают, в противном случае – отвергают.

Критерий ω^2 является более мощным, чем критерии λ и χ^2, но при его применении требуется выполнять большой объем вычислительных операций. Критерий ω^2 может более точно учитывать различия распределений на «хвостах», т. е. там, где наиболее отчетливо наблюдаются расхождения между распределениями.

По ГОСТ 11.006–74 число наблюдений случайной величины для проверки согласия экспериментального и теоретического распределений должно быть более 100, если используют критерий λ и χ^2, и более 50, если используют критерий ω^2.

При обработке экспериментальных данных для получения характеристик надежности нередко бывает удобно представить исследуемую выборку как соединение (сумму, суперпозицию) нескольких распределений.

К таким распределениям могут привести различные причины изготовления и эксплуатации: изготовление одних и тех же деталей на различном оборудовании или по разной технологии, изменение конструкции детали или узла, различия в условиях эксплуатации.

По внешнему виду распределения, например наличию двух и более максимумов, можно судить о целесообразности использования суперпозиции распределений. В этом случае плотность эмпирического распределения представляют в виде суммы

$$f(x) = \sum_{i=1}^{k} c_i f_i(x),$$

где c_i – коэффициенты весомости i-го распределения (доля реализации i-го вида распределения в смешанной выборке); $\sum_{i=1}^{k} c_i = 1$; $f_i(x)$ – плотность i-го распределения определенного вида.

Математическое ожидание $\overline{x}$ и дисперсию s суперпозиции оценивают по формулам:

$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{k} c_i \overline{x}_i;$$

$$s = \sum_{i=1}^{k} c_i s_i^2 + \sum_{i=1}^{k} c_i \left(\overline{x}_i - \overline{x}\right)^2,$$

где $\overline{x}_i$ и c_i – оценки математического ожидания и дисперсии i-го распределения. Если смесь распределений можно представить в виде k нормальных распределений, то функция распределения суперпозиции

$$F_c(x_1) = \sum_{i=1}^{k} c_i \frac{1}{\sqrt{2\pi s_i}} \int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{(x-\overline{x}_i)^2}{2s_t^2}\right] dx = \sum_{i=1}^{k} c_i \left(\frac{x_1 - \overline{x}_i}{s_t}\right),$$

а плотность

$$f_c(x) = \sum_{i=1}^{k} c_i \frac{1}{s_i} \varphi\left(\frac{x - \overline{x}_i}{s_i}\right).$$

При этом функция распределения суперпозиции в общем случае уже не будет иметь нормального распределения x.

3.6. ПОТОКИ СОБЫТИЙ, ИХ СВОЙСТВА И КЛАССИФИКАЦИЯ

Одним из важных понятий теории случайных процессов является понятие потока событий [15].

Потоком событий называется последовательность однородных событий, появляющихся одно за другим в случайные моменты времени.

Примеры: поток вызовов на телефонной станции, поток автомашин, подъезжающих на заправочную станцию, поток заболеваний гриппом в зимний сезон, поток забитых шайб при игре в хоккей, поток заявок на ремонт, поступающих в ремонтную организацию, поток отказов (сбоев) ЭВМ в ходе ее работы, поток электронов, вылетающих с катода радиолампы, поток электрических импульсов, поступающих от мозга в мышцу для ее возбуждения, и т. п.

События, образующие поток, в общем случае могут быть и неоднородными, например, если в потоке автомашин, прибывающих на заправку, различать легковые и грузовые.

Заметим, что термин «событие» в понятии *поток событий* отличен по смыслу от широко применяемого в теории вероятностей понятия *случайное событие*, под которым подразумевается всякий факт, который в опыте со случайным исходом может произойти или не произойти. О событиях, образующих поток, так говорить нельзя, тем более о вероятностях событий, образующих поток (например, о вероятности вызова на телефонной станции; ясно, что рано или поздно вызов придет, и не один).

С потоком событий можно связывать различные случайные события, например: A = {в течение времени от t_0 до $t_0 + \tau$ придет хотя бы один вызов на телефонную станцию} или B = {в течение того же времени придет ровно два вызова на телефонную станцию} и т. д. Вероятности таких событий можно вычислять.

Поток событий представляет собой в общем случае просто последовательность случайных точек $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n, \ldots$ на оси времени $0t$ (рис. 3.11) с разделяющими их случайными интервалами $T_1, T_2, \ldots, T_{n-1}, T_n, \ldots$, так что

$$T_1 = \theta_2 - \theta_1,\ T_2 = \theta_3 - \theta_2, \ldots,\ T_{n-1} = Q_n - Q_{n-1},\ T_n = \theta_{n+1} - \theta_n.$$

Потоки событий различаются между собой по их внутренней структуре: по законам распределения интервалов $T_1, T_2, \ldots$ между событиями, их взаимной зависимости или независимости и т. д.

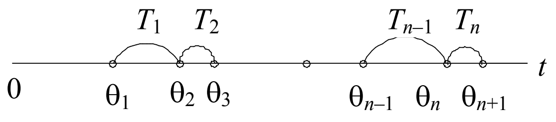


Рис. 3.11. Поток событий

С потоком однородных событий можно связать случайный процесс их накопления. Обозначим $X(t)$ число событий потока, появившихся до момента времени t. Каждая реализация $x_i(t)$ событий потока $X(t)$ представляет собой ступенчатую ломаную линию, подскакивающую на единицу в момент наступления очередного события и сохраняющую свое значение до возникновения следующего события в потоке (рис. 3.12); здесь моменты появления событий уже не случайны и обозначены v_1, v_2,... Для определенности будем считать, что в точках разрыва процесс $x(t)$ и его реализация $x_i(t)$ сохраняют значение, которое было у них слева от точки разрыва (про такую функцию говорят, что она непрерывна слева). На рис. 3.12 значения, принимаемые функцией $x_i(t)$ в точках разрыва, отмечены точками.

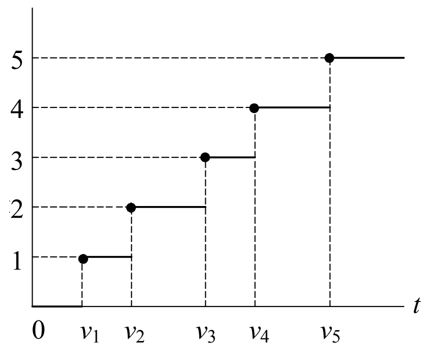


Рис. 3.12. Моменты появления событий

С первого взгляда наиболее простым кажется поток событий, в котором интервалы между событиями строго одинаковы и равны определенной неслучайной величине τ (рис. 3.13). Такой поток событий называется *регулярным.* Примерами регулярных (вернее, практически регулярных) потоков могут служить поток изменений минутной цифры на вокзальных электронных часах, поток изменений состояний ЭВМ, определяемый тактом ее работы, и т. п.

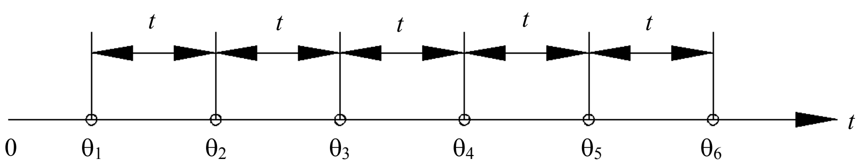


Рис. 3.13. Регулярный поток событий

Регулярный поток событий довольно редко встречается на практике; он представляет определенный интерес как предельный случай для других потоков. Но несмотря на свою видимую простоту, регулярный поток не имеет преимуществ при математическом анализе, так как намного уступает по простоте проведения расчетов другим типам потоков.

В связи с законом Пуассона можно формулировать некоторые свойства потока событий:

• *стационарность,* т. е. вероятностные характеристики потока для любого интервала времени зависят только от протяженности этого интервала, но не зависят от момента, когда он начинается;

• *ординарность,* т. е. в бесконечно малом интервале времени вероятность появления более чем одного события есть величина большего порядка малости, чем вероятность появления ровно одного события;

• *отсутствие последействия,* т. е. вероятность появления события в потоке, начиная с некоторого произвольного момента времени, не зависит от всей предшествующей реализации этого потока.

1. *Стационарность.* Для стационарного потока событий вероятность попадания того или иного числа событий на участок длиной τ зависит только от длины этого участка и не зависит от того, где именно на оси времени $0t$ этот участок расположен. Это значит, что числа событий $X_1(t_1, \tau)$ и $X_2(t_2, \tau)$, попадающих на два участка *одинаковой* длины τ (рис. 3.14), будут иметь одинаковое распределение. Отсюда следует, в частности, что *для стационарного потока событий его интенсивность* $\lambda(t)$ *постоянна:*

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const}. \qquad (*)$$

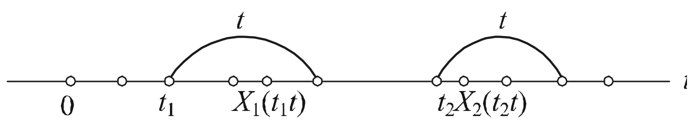


Рис. 3.14. Стационарность

Поток событий, обладающий всеми тремя свойствами, т. е. *ординарностью, стационарностью и отсутствием последействия*, называется *простейшим* (или *стационарным пуассоновским*) *потоком.* Для простейшего потока событий вероятность того, что на участке времени длиной τ наступит ровно K событий, определяется по формуле (*), где $K = \lambda\tau$, λ – интенсивность потока. На рис. 3.15 представлена классификация случайных процессов.

Простейшим этот поток назван потому, что исследование систем, находящихся под воздействием простейших потоков, проводится самым простым способом.

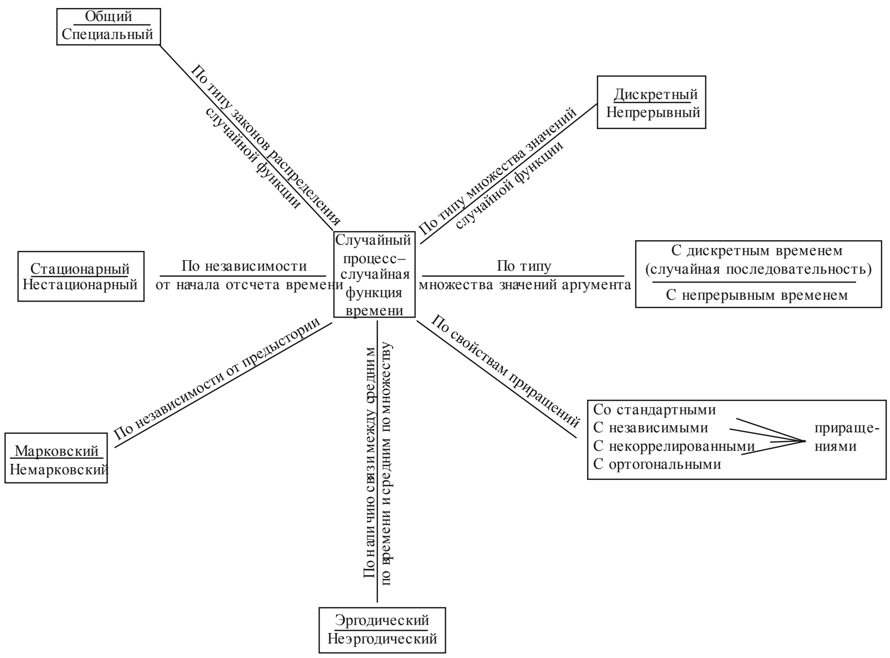


Рис. 3.15. Классификация случайных процессов

Следующим по сложности является *поток с ограниченным последействием.* Будем так называть поток, у которого случайные интервалы T_1, T_2, …, T_n, … (рис. 3.16) между соседними по времени событиями представляют собой независимые случайные величины. Иногда поток с ограниченным последействием называют рекуррентным; это связано с тем, что при его моделировании применяется рекуррентная (последовательная) процедура: сначала разыгрывается величина T_1, затем T_2 и т. д.

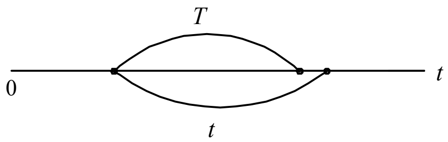


Рис. 3.16. Поток с ограниченным последействием

Стационарный поток с ограниченным последействием называется *потоком Пальма*. Для такого потока интервалы T_1, T_2, … между событиями представляют собой последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин.

Если поток событий не имеет последействия, ординарен, но не стационарен, он называется нестационарным пуассоновским потоком. В таком потоке интенсивность λ (среднее число событий в единицу времени) зависит от времени: $\lambda = \lambda(t)$.

Для этого дополнительно требуется, чтобы складываемые потоки были сравнимы по интенсивности, т. е. чтобы среди них не было одного, превосходящего по интенсивности сумму всех остальных, тогда как для простейшего потока $\lambda = \text{const}$.

Пуассоновский поток событий (как стационарный, так и нестационарный) тесно связан с известным распределением Пуассона. А именно, число событий потока, попадающих на любой участок, распределено по закону Пуассона.

Поясним, что это означает. Рассмотрим на оси $0t$, где наблюдается поток событий, некоторый участок времени длиной τ (рис. 3.17), начинающийся в момент t_0 и заканчивающийся в момент $t_0 + \tau$. Нетрудно доказать, что вероятность попадания на этот участок ровно τ событий выражается формулой

$$P_m = \frac{\alpha}{m!} e^{-\alpha} (m = 0,\ 1, ...), \tag{3.63}$$

где α – среднее число событий, приходящееся на участок τ.

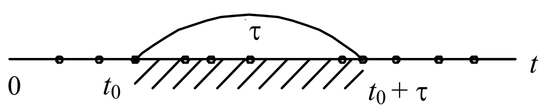


Рис. 3.17. Пуассоновский поток

Для стационарного (простейшего) пуассоновского потока величина α равна интенсивности потока, умноженной на длину интервала:

$$\alpha = \lambda\tau,$$

т. е. не зависит от того, где на оси $0t$ взят участок τ. Для нестационарного пуассоновского потока величина α выражается формулой

$$\alpha = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \lambda(t)dt$$

и, следовательно, зависит от того, в какой точке t_0 начинается участок τ (рис. 3.18).

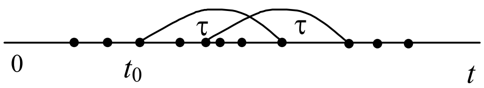


Рис. 3.18. Нестационарный пуассоновский поток

Рассмотрим на оси $0t$ простейший поток событий с интенсивностью λ (рис. 3.19). Нас будет интересовать интервал времени T между соседними событиями в этом потоке. Очевидно, T есть величина случайная; найдем ее закон распределения. Сначала найдем функцию распределения:

$$F(t) = P(T < t),$$

т. е. вероятность того, что величина T примет значение, меньшее чем t. Отложим от начала интервала T (точки t_0) отрезок t и найдем вероятность того, что интервал T будет меньше t. Для этого нужно, чтобы на участок длиной t, примыкающий к точке t_0, попало хотя бы одно событие потока. Вычислим вероятность этого $F(t)$ через вероятность противоположного события (на участок t не попадет ни одного события потока):

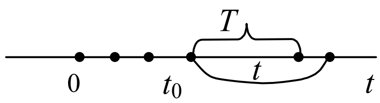


Рис. 3.19. Простейший поток событий с интенсивностью λ

$$F(t) = 1 - P_0. \qquad (**)$$

Вероятность P_0 найдем по формуле (**), полагая $m = 0$:

$$P_0 = \frac{a^0}{0!}e^{-a} = e^{-a} = e^{-\lambda},$$

откуда функция распределения величины T будет

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \ (t > 0). \qquad (3.64)$$

Чтобы найти плотность распределения $f(t)$ случайной величины T, продифференцируем выражение (3.64) по t:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \ (t > 0). \qquad (3.65)$$

Закон распределения с плотностью (3.65) называется показательным (или экспоненциальным) (рис. 3.20). Величина λ называется параметром показательного закона. Независимость величин T_1, $T_2, \ldots$ следует из отсутствия последействия в простейшем потоке.

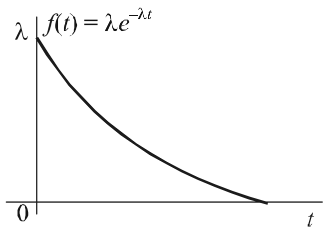


Рис. 3.20. Показательный закон

Таким образом, интервалы времени между соседними событиями простейшего потока *распределены одинаково по показательному закону* (рис. 3.20) и независимы между собой; значит, *простейший поток представляет собой поток Пальма*. Поток Пальма, отличный от простейшего, получится, если интервал между соседними событиями представляет собой неотрицательную случайную величину с отличным от показательного распределением. Последействие в таком потоке имеется, поскольку условный закон распределения оставшейся части времени до появления ближайшего следующего события зависит от того, какое время τ уже прошло.

Потоки Пальма широко применяются в *теории восстановления* – разделе теории надежности технических устройств. В теории восстановления рассматривается следующая вероятностная задача. Имеется неограниченное количество одинаковых по своим характеристикам элементов. Первый элемент включается в работу в момент $t = 0$ и работает случайное время T_1, после чего выходит из строя (отказывает). В момент отказа первого элемента он мгновенно заменяется (восстанавливается) вторым, который работает случайное время T_2, после чего заменяется (восстанавливается) третьим, работающим случайное время T_3, и т. д. (рис. 3.21). Такой процесс восстановления элементов продолжается неограниченно, причем каждый отказавший элемент немедленно заменяется новым.

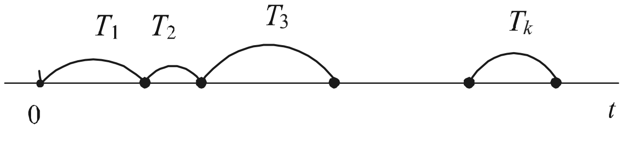


Рис. 3.21. Процесс восстановления

Если случайные величины T_1, T_2,… независимы и одинаково распределены, то поток отказов (он же поток восстановлений) представляет собой поток Пальма (начало координат $t = 0$ не считается восстановлением). Образующийся при этом случайный процесс называется *простым процессом восстановления*.

Найдем числовые характеристики случайной величины T – математическое ожидание (среднее значение) m_t, и дисперсию D_t. Имеем:

$$m_t = \int_0^\infty tf(t)dt = \lambda \int_0^\infty te^{-\lambda t}dt.$$

Интегрируя по частям, получим:

$$m_t = 1/\lambda. \tag{3.66}$$

Дисперсию величины T найдем через второй начальный момент:

$$D_t = \int_0^\infty t\,f(t)dt - m_t^2 = \int_0^\infty \lambda t^2 e^{-\lambda t}dt - \frac{1}{\lambda^2},$$

откуда, снова интегрируя по частям, получим:

$$D_t = 1/\lambda^2. \tag{3.67}$$

Извлекая корень квадратный из дисперсии, найдем среднее квадратичное отклонение случайной величины T:

$$\sigma_t = 1/\lambda. \tag{3.68}$$

Итак, для показательного распределения математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение равны друг другу и обратны параметру λ.

Таким образом, исследуя структуру простейшего потока событий, мы пришли к заключению: промежуток времени T между соседними событиями в простейшем потоке распределен по показательному закону; его среднее значение и среднее квадратическое отклонение равны $1/\lambda$, где λ – интенсивность потока.

Для нестационарного пуассоновского потока закон распределения промежутка T уже не будет показательным; вид этого закона будет зависеть, во-первых, от того, где на оси $0t$ расположено первое из событий, и, во-вторых, от вида зависимости $\lambda(t)$, характеризующей переменную интенсивность потока. Однако если $\lambda(t)$ меняется сравнительно медленно и его изменение за время между двумя событиями невелико, то закон распределения промежутка времени между событиями можно приближенно считать показательным (3.65), полагая в этой формуле величину λ равной среднему значению $\lambda(t)$ на том участке, который нас интересует.

Определим выражение для так называемого «элемента вероятности появления события».

Рассмотрим на оси $0t$ простейший поток событий с интенсивностью λ и элементарный участок Δt, примыкающий в точке t.

Найдем вероятность того, что на участке Δt появится какое-то событие потока, т. е. участок не будет «пуст». Так как поток ординарен, вероятностью появления на участке Δt более чем одного события можно пренебречь. Обозначим $P_0(\Delta t)$ вероятность того, что на участке Δt не будет события, а $P_1(\Delta t)$ – вероятность того, что на нем появится одно событие.

В силу ординарности потока $P_1(\Delta t) \approx 1 - P_0(\Delta t\ )$, а вероятность $P_0(\Delta t)$ вычисляем по формуле (3.63):

$$P_0(\Delta t) = \frac{\alpha_0}{0!} e^{-\alpha} = e^{-\lambda t},$$

откуда

$$P_0\,(\Delta t\,) \approx 1 - e^{-\lambda\Delta t}.$$

Разлагая $e^{-\lambda\Delta t}$ в ряд по степеням $\lambda\Delta t$ и пренебрегая величинами высшего порядка малости, получим:

$$P_1(\Delta t) \approx 1 - (1 - \lambda\Delta t),$$

отсюда

$$P_1(\Delta t) \approx \lambda\Delta t, \tag{3.69}$$

т. е. вероятность появления на элементарном участке времени Δt какого-то события потока приближенно равна $\lambda\Delta t$, где λ – интенсивность потока. Эту вероятность будем называть «элементом вероятности появления события».

Очевидно, такая же формула будет справедлива и для нестационарного пуассоновского потока, с той разницей, что величину λ нужно брать равной ее значению в той точке t, к которой примыкает участок Δt:

$$P_1(\Delta t) \approx \lambda\,(t)\Delta t.$$

2. *Ординарность*. Поток событий называется *ординарным,* если события в нем появляются поодиночке, а не «пачками» по два, три и т. д. Дадим этому свойству математическую формулировку. Рассмотрим элементарный участок Δt, примыкающий к точке t (рис. 3.22). Ординарность потока означает, что вероятность попадания на участок Δt двух или более событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания на него ровно одного события, т. е. при $\Delta t \to 0$ эта вероятность представляет собой бесконечно малую высшего порядка. Обозначим $p_1(t, \Delta t)$ вероятность попадания на участок $(t, t + \Delta t)$ ровно одного события, $p_0(t, \Delta t)$ – вероятность непопадания на него ни одного события, $p_{>1}(t, \Delta t)$ – вероятность попадания на него двух или более событий. Очевидно, для любого Δt (большого или малого)

$$p_0\,(t, \Delta t) + p_1(t, \Delta t) + P_{>1}\,(t, \Delta t) = 1, \tag{3.70}$$

как сумма вероятностей полной группы несовместных событий.

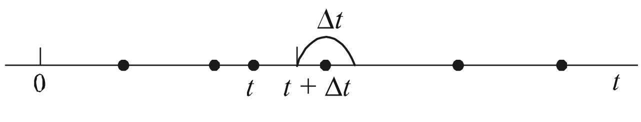


Рис. 3.22. Ординарность

Из этих вероятностей при малом Δt вероятность $p_0\,(t, \Delta t)$ самая большая. Для ординарного потока событий вероятность $p_{>1}(t, \Delta t)$ пренебрежимо мала по сравнению с другими слагаемыми:

$$P_{>1}(t, \Delta t) = o(P_1(t, \Delta t)). \tag{3.71}$$

В математике символом $o(x)$ обозначается бесконечно малая высшего порядка по сравнению с той, которая стоит в скобках, т. е. формула (3.73) означает, что

$$\lim_{\Delta t \to 0} P_{>1}(t, \Delta t)/P_1(t, \Delta t) = 0.$$

Для ординарного потока можно пренебречь возможностью совмещения на элементарном участке Δt двух или более событий. Примерами ординарных потоков событий могут служить поток деталей, поступающих на конвейер для сборки, поток отказов технического устройства, поток автомашин, прибывающих на станцию техобслуживания. Примером неординарного потока может служить поток пассажиров, прибывающих в лифте на данный этаж. В дальнейшем мы будем рассматривать лишь ординарные потоки событий.

Введем новое важное понятие – *интенсивность потока*. Рассмотрим ординарный поток событий. Обозначим $X(t, \Delta t)$ случайное число событий, попадающих на элементарный участок $(t, t + \Delta t)$ (рис. 3.22). Ряд распределения этой случайной величины имеет вид

$X(t, \Delta t)$:

0	1	…
$P_0(t, \Delta t)$	$P_1(t, \Delta t)$	…

где в столбце с проставленными многоточиями стоят сверху значения 2, 3,..., а внизу – соответствующие им вероятности (напомним, что они пренебрежимо малы по сравнению с $P_1(t, \Delta t)$). Найдем математическое ожидание (м.о.), соответствующее вероятности $X(t, \Delta t)$ (будем считать, что м.о. существует). Можно написать:

$$M\left[X(t,\ \Delta t)\right] = 0P_0(t,\ \Delta t) + 1P_1(t,\ \Delta t) + aP_{>1}(t,\ \Delta t),$$

где a – сколь угодно большая, но не стремящаяся к бесконечности при $\Delta t \to 0$ величина. Найдем предел отношения $M\left[X(t,\ \Delta t)\right]$ к длине участка Δt:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{M\left[X(t, \Delta t)\right]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left\{P_1(t, \Delta t) + aP_{>1}(t, \Delta t)\right\}}{\Delta t}.$$

Поскольку при $\Delta t \to 0$ вероятность $P_{>1}(t,\ \Delta t)$ стремится к нулю быстрее, чем $P_1(t,\ \Delta t)$, вторым слагаемым под знаком предела можно пренебречь, откуда

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{M\left[X(t, \Delta t)\right]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_1(t, \Delta t)}{\Delta t}. \tag{3.72}$$

Если этот предел существует (а в инженерных приложениях естественно предположить, что это именно так), то он называется *интенсивностью* (*плотностью*) ординарного потока событий в момент t:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{M\left[X(t, \Delta t)\right]}{\Delta t}. \tag{3.73}$$

Физический смысл интенсивности $\lambda(t)$ потока событий – это *среднее число событий, приходящееся на единицу времени* для элементарного участка Δt, примыкающего к t.

Интенсивность потока событий $\lambda(t)$ может быть любой неотрицательной функцией времени: $\lambda(t) \geq 0$ и имеет размерность [1/время].

Среднее число событий ординарного потока, приходящееся на интервал времени τ, примыкающий к точке t (рис. 3.23),

$$M\left[X(t, \tau)\right] = \int\limits_{t}^{t+\tau} \lambda(t)dt. \tag{3.74}$$

В частности, при постоянной интенсивности потока

$$M\left[X(t, \tau)\right] = \int\limits_{t}^{t+\tau} \lambda(t)dt = \lambda\tau. \tag{3.75}$$

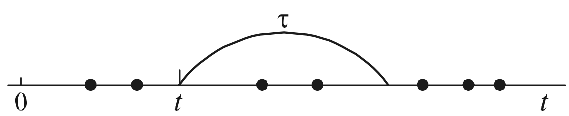


Рис. 3.23. Среднее число событий

3. *Отсутствие последействия.* Поток событий называется *потоком без последействия,* если для любых неперекрывающихся участков времени τ_1, τ_2, … τ_n (рис. 3.24) числа событий $X_1 = X(t_1, t_1)$,

$X_2 = X(t_2, \tau_2)$, …, $X_n = X(t_n, \tau_n)$, попадающих на эти участки, представляют собой независимые случайные величины, т. е. вероятность попадания любого числа событий на один из участков не зависит от того, сколько их попало на другие.

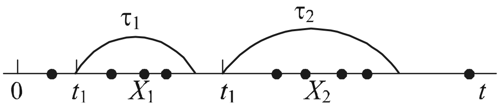


Рис. 3.24. Поток без последействия

Отсутствие последействия в потоке означает, что для любого момента времени t_0 будущие моменты наступления событий потока (при $t > t_0$) не зависят от того, в какие моменты наступали события в прошлом (при $t > t_0$).

Если поток без последействия ординарен и имеет постоянную интенсивность λ, то число событий $X(t, \tau)$, попадающих на участок времени длины τ (рис. 3.25), имеет распределение Пуассона с параметром $a = \lambda\tau$:

$$P\{X(t,t)=k\} = a^k e^{-a} / k!\ \ (k = 0,1,2,\dots). \qquad (3.76)$$

Можно доказать, что и при непостоянной интенсивности потока $\lambda(t)$ число событий $X(t, \tau)$, попадающих на участок времени τ, примыкающий к моменту t, также распределено по закону Пуассона $P_1(\Delta t) \simeq \Delta(t)\ \Delta t$, но в нем параметр a зависит не только от длины участка τ, но и от того, где этот участок расположен:

$$a = a(t, \tau) = \int_t^{t+\tau} \lambda(t)dt\,, \qquad (3.77)$$

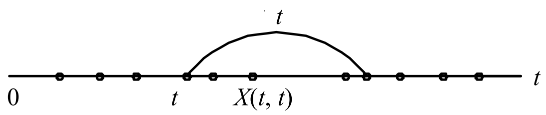


Рис. 3.25. Поток без последействия
с постоянной интенсивностью

так что распределение случайной величины $X(t, \tau)$ – числа событий на участке $(t, t + \tau)$ имеет вид

$$P\{X(t,t)=k\} = a(t,t)^k e^{a(t,t)} / k!\ \ (k = 0, 1, 2, \dots). \qquad (3.78)$$

Ординарный поток событий, в котором отсутствует последействие, называется *пуассоновским.* Его связь с распределением Пуассона ясна из формул (3.76), (3.78). В дальнейшем, имея дело с пуассоновскими потоками, часто будем встречаться с пуассоновскими распределениями тех или других случайных величин.

В теории восстановления обычно рассматриваются следующие характеристики процесса.

1. Продолжительность времени от начала $t = 0$ (момент включения первого элемента) до k-го отказа (восстановления):

$$T_{(k)} = \sum_{i=1}^{k} T_i .$$

2. Число восстановлений $X(t)$, имевших место на участке времени $(0, t)$.

3. Функция восстановления $\Lambda(t)$ – математическое ожидание случайного процесса $X(t)$:

$$\Lambda(t) = M[X(t)].$$

4. Плотность восстановления $\lambda(t)$, определяемая как

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{M[X(t) - X(t + \Delta t)]}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\Lambda(t).$$

5. «Возраст» элемента Q, достигнутый им в произвольный момент времени t, никак не связан с потоком восстановлений (если процесс длился достаточно долгое время).

6. «Остаточное время жизни» элемента R, остающееся ему в момент t до отказа (при том же предположении о достаточной длительности процесса восстановления); существующая вероятность R имеет то же распределение, что и Q.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называют случайным событием?
2. Что называют достоверным событием, невозможным событием?

3. Что понимают под совместными (несовместными) событиями?
4. Что понимают под зависимыми (независимыми) событиями?
5. Что называют полной группой событий?
6. Что называют суммой событий, произведением событий?
7. Что такое вероятность события?
8. Что называют случайной (стохастической) величиной, детерминированной величиной?
9. Что такое дискретная случайная величина, непрерывная случайная величина, смешанная случайная величина?
10. Что характеризует биномиальное распределение дискретной случайной величины?
11. Что описывает распределение Пуассона?
12. Что описывает распределение Паскаля, геометрическое распределение?
13. Для чего используется гипергеометрическое распределение?
14. Что характеризует равномерное распределение непрерывной случайной величины?
15. Что характеризует экспоненциальное (показательное) распределение?
16. Что описывает нормальное распределение (распределение Гаусса)?
17. Что описывает распределение Вейбулла, гамма-распределение?
18. Какие вы знаете характеристики случайных величин?
19. Перечислите основные теоремы теории вероятности.
20. Что такое статистическая устойчивость?
21. Что понимают под реализацией случайного события, реализацией случайной величины?
22. Что такое генеральная совокупность?
23. Что такое случайная выборка, репрезентативная (представительная) выборка?
24. В чем заключается первичная обработка экспериментального материала?
25. Перечислите известные вам моменты случайных величин.

26. Какие выборки называют однородными?

27. Что такое состоятельная, эффективная, достаточная оценка?

28. Какие существуют методы получения оценок?

29. Что называют простой марковской цепью?

30. Что такое поток событий?

31. Какими свойствами обладает поток событий и что они означают?

32. Дайте определение понятию «простейший (или стационарный пуассоновский) поток»?

33. Что такое поток Пальма?

34. В чем заключается физический смысл интенсивности потока событий?

Глава 4

МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

4.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Математические модели надежности могут быть разбиты на две группы. Первая группа – это структурные модели. Они основаны на логических схемах взаимодействия элементов, входящих в систему, с точки зрения сохранения работоспособности системы в целом. При этом используют статистическую информацию о надежности элементов без привлечения сведений о физических свойствах материала, деталей и соединений, о внешних нагрузках и воздействиях, о механизмах взаимодействия между элементами. Структурные модели представляют в виде блок-схем и графов (например, деревьев отказов, деревьев событий), а исходную информацию в виде известных значений вероятности безотказной работы элементов, интенсивности отказов и т. п. Другая группа математических моделей теории надежности учитывает механические, физические и другие реальные процессы, которые ведут к изменению свойств объекта и его составляющих. Таковы модели механики, широко применяемые в расчетах машин и конструкций. Силовое и кинематическое взаимодействия элементов машин и конструкций носят сложный характер. Поведение этих объектов существенным образом зависит от их взаимодействия с окружающей средой, от характера и интенсивности процессов эксплуатации.

Для предсказания поведения деталей и элементов машин необходимо рассматривать процессы нагружения, деформирования, изнашивания, накопления повреждений и разрушения при переменных нагрузках, температурных и других внешних воздействиях. Основной путь оценки показателей надежности систем – расчетно-теоретический, основанный на физических моделях и статистических данных о свойствах материалов, нагрузок и воздействий [27].

Математическая модель – совокупность математических объектов (чисел, символов, множеств и т. д.) и связей между ними, отражающих важнейшие свойства технической системы: логической, учитывающей возможные состояния системы, пути и интенсивности переходов из одного состояния в другое, или функциональной, содержащей границы допуска на определяющие параметры и зависимости этих параметров от случайных возмущений и процессов в элементах.

Математическое моделирование – создание имитирующей математической модели и ее использование с целью получения сведений о реальном объекте.

Математическое моделирование является альтернативой физическому моделированию, но у него есть ряд существенных достоинств: меньшие сроки на подготовку, значительно меньшая материалоемкость, возможность выполнения экспериментов на предельных и запредельных режимах и другое.

Для моделирования необходимо определить исследуемую техническую систему.

1. Установить границы: основные переменные; константы; показатели эффективности.
2. Подобрать подходящую модель.
3. Описать ее на математическом языке, доказать адекватность модели реальному объекту.
4. Спланировать и провести эксперимент.
5. Обработать результаты.

Математическое моделирование большинства технических (объектов) систем можно выполнить на микроуровне, макроуровне, метауровне.

На *микроуровне* математической моделью технической системы является система уровней, описывающая процессы и явления в материалах и средах с заданными краевыми условиями. Сама система уравнений обычно известна (уравнения для нагружения толстостенного сосуда), но ее точное решение удается получить лишь для некоторых частных случаев, поэтому задача, возникающая при моделировании, состоит в построении приближенной дискретной модели. При моделировании достаточно сложных технических объектов принимают ряд допущений и упрощений и переходят к моделированию на макроуровне.

В основе математических моделей на *макроуровне* лежат компонентные уравнения отдельных элементов и топологические уравнения, вид которых определяется связями между элементом и технической системой. Для получения топологических уравнений используют формальные методы: обобщенный, табличный, узловой, переменных состояний.

На *метауровне* моделируются в основном технические объекты, являющиеся предметом исследований теории автоматического управления, и объекты теории массового обслуживания. Для первой категории можно использовать математический аппарат макроуровня, для второй – методы моделирования событий.

Хотя математические модели надежности являются значительной идеализацией законов функционирования технических объектов (систем), они позволяют в вероятностной форме предсказать поведение объектов в реальных условиях функционирования и оценить многие количественные характеристики надежности. При этом степень идеализации в основном определяется требованием простоты используемых моделей. Сложным моделям надежности необходим очень большой объем выборки для оценки ее параметров при экспериментальных исследованиях, в результате чего использование такой модели становится технически и экономически невыгодно (бессмысленно). Математические модели надежности элементов, используемые на практике, представляют собой, как правило, простые законы распределения, которые выражаются элементарными функциями или их интегралами.

4.1.1. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Многие технические объекты, особенно в области радиоэлектроники, автоматики, вычислительной техники, состоят из элементов массового производства и работают в сравнительно однородных условиях. Испытания элементов на надежность относительно просты, а условия эксплуатации допускают их воспроизведение в лабораторных условиях. Статистическая обработка результатов испытаний позволяет выбрать подходящие аналитические зависимости и оценить численные значения параметров, характеризующих надежность (время или наработка безотказной работы, появление отказа, восстановления, наработка на отказ, между отказами, до отказа и т. д.) [21].

Для невосстанавливаемых элементов обычно ищут подходящие аналитические аппроксимации или для вероятности безотказной работы, или для интенсивности отказов.

Широкое распространение получила экспоненциальная модель

$$P(t) = \exp(-\lambda t) \tag{4.1}$$

с постоянной интенсивностью отказов λ и средней наработкой до отказа $T = 1/\lambda$.

Использование экспоненциальной модели объясняется, в первую очередь, тем, что она описывает период нормальной эксплуатации, когда интенсивность отказов λ примерно постоянна и старение объекта еще мало сказывается на его надежности. Экспоненциальное распределение типично для технических систем, состоящих из большого количества элементов с различными распределениями наработки до отказа. Кроме того, оно описывает функционирование объекта под действием пуассоновского потока импульсов нагрузки, обусловливающего отказы систем с восстановлением элементов. Экспоненциальное распределение можно также рассматривать как предельное для распределений Пуассона и геометрического.

При использовании экспоненциальной модели в качестве характеристики наработки объекта на отказ величину $T = 1/\lambda$ можно рассматривать как среднюю наработку, и тогда выражение (4.1) запишется в виде

$$P(t) = \exp(-t/T). \tag{4.2}$$

У экспоненциального закона есть возможность разложения функции (4.1) или (4.2) в ряд и аппроксимация при $\lambda t = t/T \leq 0{,}1$ линейной зависимостью вида

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \ldots \approx 1 - \lambda t = 1 - t/T, \tag{4.3}$$

которая часто используется при приближенных расчетах параметров надежности.

Важным свойством экспоненциальной модели надежности является то, что вероятность безотказной работы и вероятность отказа в интервале времени $(t,\ t + \Delta t)$, т. е. $P(t,\ t + \Delta t)$ и $Q(t,\ t + \Delta t) = 1 - P(t,\ t + \Delta t)$, зависит только от длины этого интервала Δt и не зависит от предшествующего времени t. Это свойство ограничивает возможности использования такой модели – она может применяться только в случаях, когда необратимые изменения объектов несущественны и отказы связаны только со случайными возмущениями.

4.1.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА

Вероятность безотказной работы определяют как

$$P(t) = \exp[-\lambda t^{\alpha}]. \tag{4.4}$$

В отличие от экспоненциального распределение Вейбулла задается двумя параметрами. Параметр λ определяет масштаб кривой распределения, при его изменении кривая сжимается или растягивается. При значении параметра $\alpha < 1$ модель Вейбулла позволяет описывать приработочные отказы, обусловленные скрытыми дефектами, при $\alpha = 1$ – внезапные отказы в период нормальной эксплуатации, при $1 < \alpha < 2$ – отказы быстростареющих объектов, у которых почти нет скрытых дефектов, при $\alpha = 2$ модель описывает функционирование объекта, состоящего из нескольких последовательно соединенных дублированных элементов [28].

В большинстве практических случаев интенсивность отказов изменяется во времени немонотонно (рис. 4.1). После периода приработки $0 < t < T_{пр}$ наступает относительно длительный этап, когда интенсивность отказов сохраняет приблизительно постоянное значение

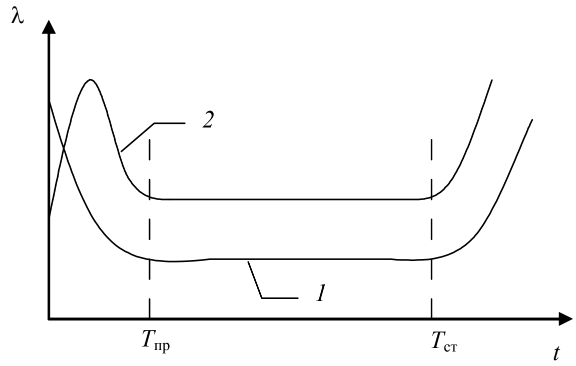


Рис. 4.1. Изменение интенсивности отказов

(кривая *1*). Начиная с момента $t = T_{\text{ст}}$, вследствие износа, старения, накопления повреждений интенсивность отказов возрастает.

Встречаются случаи, когда на начальной стадии приработки интенсивность отказов возрастает (кривая *2*). Такие зависимости могут быть описаны при помощи функции

$$P(t) = \sum p_k P_k(t), \ \sum p_k = 1. \tag{4.5}$$

Эта модель характеризует смесь элементов с вероятностями безотказной работы $P_k(t)$ и относительными долями p_k. Группа дефектных элементов имеет малую среднюю наработку до отказа и быстрое «старение». Вкладу этой группы отвечает начальный участок кривой *2* на рис. 4.1.

4.1.3. ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

В расчетах на надежность нередко используют гамма-распределение с плотностью распределения наработки до отказа

$$f(t) = \frac{t^{\alpha-1}}{t_c^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \exp\left\{-\frac{t}{t_c}\right\}, \tag{4.6}$$

где $(t/t_c)^{\alpha} = \lambda t^{\alpha}$.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ связана с функцией распределения $F(t)$ и плотностью распределения $f(t)$ наработки до отказа [28]:

$$F(t) = 1 - P(t), f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} \tag{4.7}$$

и равна $f(t)$.

$$P(t) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t)\, dt\,. \tag{4.8}$$

Гамма-распределение используют для установления момента отказа элемента при испытаниях с заменой его резервными элементами, а также для определения общего срока службы группы объектов при испытаниях без замены.

4.1.4. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Фундаментальное значение нормального распределения связано с центральной предельной теоремой вероятностей, согласно которой распределение суммы случайных величин в пределе стремится к нормальному.

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] dt. \tag{4.9}$$

Нормальное распределение используется для описания постепенных износовых отказов, оно образуется, когда на случайную величину действует большое количество равноправных факторов [28, 29]. Его недостатком в некоторых случаях может оказаться наличие области отрицательных значений аргумента, что для описания наработки на отказ не имеет смысла. Для устранения этого недостатка можно воспользоваться усеченным нормальным распределением

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \frac{C}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{t} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] dt \tag{4.10}$$

или нормальным логарифмическим распределением

$$P(t) = 1 - F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{t} \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] dt. \tag{4.11}$$

Оно может также использоваться для описания долговечности материалов, износовых отказов материалов, старения аппаратуры, процессов восстановления некоторых объектов и т. д.

4.1.5. ПУАССОНОВСКИЙ ПОТОК

Надежность восстанавливаемых элементов (объектов) обычно описывают, используя модели случайных процессов. Рассмотрим, например, модель однородного пуассоновского потока с параметром μ, равным среднему числу отказов в единицу времени. Вероятность наступления на отрезке (O, t) k отказов подчиняется закону Пуассона [28]:

$$Q(t) = \frac{(\mu t)^k}{k!} \exp(\mu t), \ (k = 0,1,\ldots). \tag{4.12}$$

Модель (4.12) отвечает, в частности, следующей схеме: объект эксплуатируют или испытывают до наступления отказа определенного элемента, затем заменяют отказавший элемент новым из той же генеральной совокупности, доводят элемент до отказа, заменяют третьим и т. д. Пусть продолжительность времени замены отказавшего элемента другим пренебрежимо мала по сравнению с продолжительностью работы между соседними отказами. Тогда процесс описывается при помощи последовательности t_1, t_2, ... t_n моментов наступления отказов. Наработка между отказами – случайная величина, так что последовательность отказов представляет собой поток случайных событий. Вероятность безотказной работы элемента, заданной в виде (4.1), приходит к модели однородного пуассоновского потока (4.12).

Модели случайных потоков широко применяются в теории надежности. Наряду с потоками отказов вводят потоки восстановлений, операций технического обслуживания и т. д. Поскольку в структурных моделях теории надежности число возможных состояний конечно, модели случайных процессов с конечным множеством значений служат удобным аппаратом для описания объектов в условиях технического обслуживания и восстановления.

4.1.6. СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ БЛОК-СХЕМА

Для наглядного представления взаимодействия между элементами, образующими систему, используют блок-схемы. Примеры простейших блок-схем показаны на рис. 4.2 [4].

Во всех дальнейших примерах принято, что отказы элементов происходят независимо. Если элементы взаимодействуют так, что отказ любого из них приводит к отказу системы, то соединение элементов называется *последовательным* (рис. 4.2, *а*). Безотказная работа системы есть случайное событие, равное пересечению независимых событий – безотказной работе каждого из элементов. Вероятность безотказной работы системы

$$P(t) = \prod_{k=1}^{m} P_k(t) . \qquad (4.13)$$

Здесь $P_1(t)$, $P_2(t)$ ..., $P_m(t)$ – вероятности безотказной работы элементов. Если $P_1(t) = P_2(t) = ... = P_m(t) = P_0(t)$, то вместо (4.13) имеем

$$P(t) = P_0^m(t). \tag{4.14}$$

В случае экспоненциального распределения (4.1)

$$P(t) = \exp(-m\lambda t),\ T = (m\lambda)^{-1}. \tag{4.15}$$

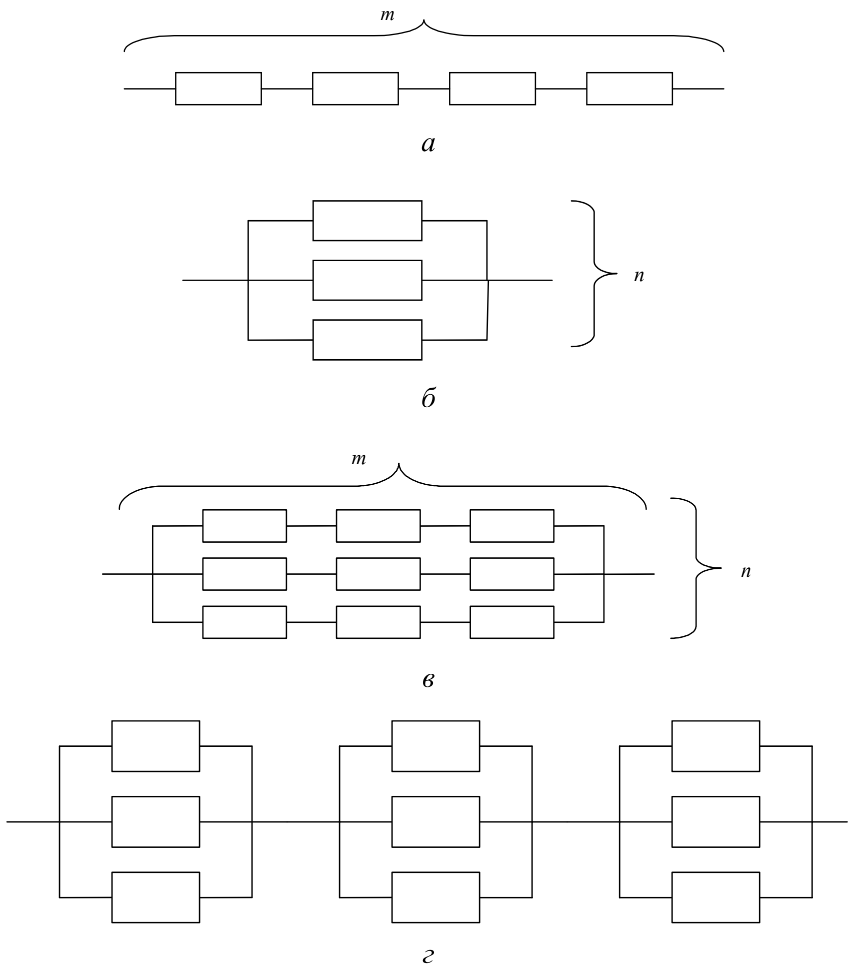


Рис 4.2. Блок-схемы систем:

а – последовательной; *б* – параллельной; *в* – последовательно-параллельной; *г* – параллельно-последовательной

Эти формулы иллюстрируют известный факт: если элементы взаимодействуют по схеме последовательного соединения, показатели безотказности системы ниже соответствующих показателей любого из ее элементов. С увеличением числа элементов показатели быстро падают. Если число m элементов велико, то практически невозможно образовать систему с высокой безотказностью. Например, при $m = 10^3$, $P_0 = 0{,}99$ будем иметь $P = 0{,}000043$, т. е. средняя наработка до отказа такой системы будет в $4{,}3 \cdot 10^5$ раз меньше средней наработки до отказа элемента.

Пусть вероятность безотказной работы элементов задана в виде экспоненциальной модели (4.2) с параметрами t_{ck} и α_k. Тогда по формуле (4.13)

$$P(t) = \exp\left[-\sum_{k=1}^{m}\left(\frac{t}{t_{ck}}\right)^{\alpha_k}\right]. \tag{4.16}$$

Для систем из одинаковых элементов

$$P(t) = \exp\left[-m\left(\frac{t}{t_c}\right)^{\alpha}\right], \tag{4.17}$$

а средняя наработка до отказа

$$T = t_c \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), \tag{4.18}$$

$$T = \left(\frac{t_c}{m^{1/\alpha}}\right)\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right). \tag{4.19}$$

Из сопоставления формул (4.18) и (4.19) видно, что снижение средней наработки системы до отказа тем меньше, чем больше показатель α в формуле (4.2), т. е. чем компактнее распределение безотказной наработки элементов. Один из способов повышения надежности – введение в систему дополнительных элементов или подсистем сверх количества, минимально необходимого для выполнения заданных функций. Этот способ называют резервированием.

Блок-схема простейшего способа резервирования показана на рис. 4.2, *б*. Вместо одного элемента, достаточного для выполнения заданных функций, в систему введено n элементов. Отказ системы происходит лишь в том случае, если откажут все n элементов. Такая блок-схема называется *параллельной*. Вероятность отказа системы $Q(t)$ равна произведению вероятностей $Q_1(t)$, $Q_2(t)$,..., $Q_n(t)$ отказов ее элементов. Вероятность безотказной работы системы

$$P(t) = 1 - \prod_{k=1}^{n} \left[1 - P_k(t)\right]. \qquad (4.20)$$

При одинаковых показателях надежности всех элементов

$$P(t) = 1 - \left[1 - P_0(t)\right]^n. \qquad (4.21)$$

При экспоненциальном законе надежности (4.1) средняя наработка до отказа системы составляет

$$T = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k}. \qquad (4.22)$$

Безотказность системы с параллельным соединением элементов возрастает с увеличением кратности резервирования. Так, при однократном резервировании (дублировании), если показатель надежности элемента P_0 = 0,99, для системы получаем P = 0,9999. Средняя наработка до отказа возрастает в полтора раза.

На рис. 4.2, *в* показана блок-схема, в которой каждая подсистема резервирована n – 1 раз. Вероятность безотказной работы такой системы

$$P(t) = 1 - \left[1 - \prod_{k=1}^{m} P_k(t)\right]^n. \qquad (4.23)$$

Блок-схема, изображенная на рис. 4.2, *г*, иллюстрирует способ раздельного резервирования.

На этой схеме каждый элемент резервируется n – 1 раз, после чего подсистемы соединяют последовательно. Тогда

$$P(t) = \prod_{k=1}^{m} \left\{1 - \left[1 - P_k(t)\right]^n\right\}. \qquad (4.24)$$

В качестве примера рассмотрим [27] систему шасси тяжелого самолета. Система насчитывает 18 колес, из которых два образуют переднюю тележку N, 8 колес образуют две тележки W_1 и W_2, расположенные под центральной частью фюзеляжа, и еще 8 – две тележки R_1 и R_2, расположенные ближе к хвосту. Для простоты ограничимся отказами в связи с утратой работоспособности колес. Отказ системы наступает в случае отказа одной из подсистем – передней тележки, хотя бы одной из центральных тележек или обеих хвостовых тележек. Блок-схема системы показана на рис. 4.3.

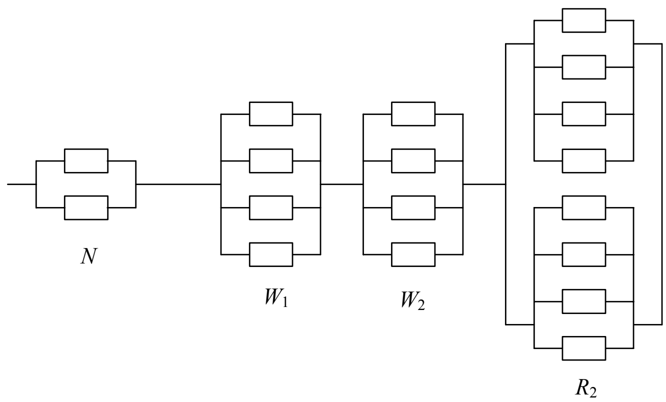


Рис. 4.3. Блок-схема для оценки безотказности системы шасси

Носовая тележка N, две центральные тележки W_1 и W_2 и пара хвостовых тележек R_1 и R_2 образуют последовательное соединение. Колеса каждой тележки образуют параллельные соединения. Задние тележки также составляют параллельное соединение, поскольку предполагается, что в случае отказа колес одной из тележек нагрузка может быть воспринята колесами другой тележки.

Формулы (4.20)–(4.24) соответствуют нагруженному резервированию, когда все резервные элементы находятся в рабочем состоянии. Наряду с этим используют:

- схемы, в которых резервный элемент входит в работу только в случае отказа очередного элемента;
- схемы, в которых резервные элементы работают в облегченном режиме;
- схемы с конечным временем переключения и возможностью отказов переключателей.

4.1.7. ДЕРЕВЬЯ ОТКАЗОВ

Целью построения такого дерева отказов является символическое представление последовательности возникновения условий, приводящих систему к отказу, критическому для объекта в целом. Для применения методов деревьев отказов и деревьев событий необходимо представить функциональные взаимосвязи элементов системы в виде логической схемы и взаимную зависимость отказов элементов и групп элементов. Методологическое обеспечение данных подходов состоит в совместном применении методов теории графов, математической логики и теории вероятностей [27, 28].

Разработана специальная символика для представления деревьев отказов. Вершиной дерева отказа является конечное событие – полный отказ системы. Промежуточные вершины (узлы графа) представляют собой логические операции типа И и ИЛИ, соответствующие теоретико-множественному описанию языка бинарной логики. Промежуточные вершины, а также исходные события, отказы элементов образуют иерархическую структуру с понижением уровней в направлении исходных отказов элементов.

В табл. 4.1 приведена традиционная символика, используемая при построении деревьев отказов.

Методика построения дерева отказа

1. Определяют аварийное (предельно опасное) событие, которое образует вершину дерева. Это событие четко формулируют, дают признаки его точного распознавания. Для объектов химической технологии, например, к таким событиям относятся разрыв аппарата, пожар, выход реакции из-под контроля и др. Если конечное событие сразу определить не удается, то выполняют прямой анализ работы объекта с учетом изменения состояния работоспособности, ошибок операторов и т. п. Перечисляют возможные отказы, рассматривают их комбинации, выявляют последствия этих событий.

2. Используя стандартные символы событий и логические символы (табл. 4.1), дерево строят в соответствии со следующими правилами:

а) конечное (аварийное) событие помещают вверху;

б) дерево состоит из последовательности событий, которые ведут к конечному событию;

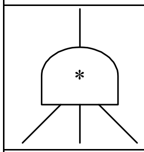
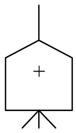
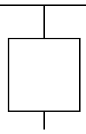
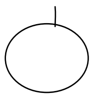
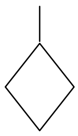
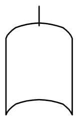
в) последовательности событий образуются с помощью логических знаков И, ИЛИ и других;

г) событие под логическим знаком помещают в прямоугольнике, а само событие описывают в этом прямоугольнике;

д) первичные события (исходные данные) располагают внизу.

Таблица 4.1

Основные обозначения, используемые при построении деревьев отказов

Вид элемента	Наименование	Описание
	Схема И (совмещение)	Выходной сигнал B появляется только тогда, когда поступают все входные сигналы $(A_1 \wedge A_2 \wedge .... \wedge A_n) => B$
	Схема ИЛИ (объединение)	Выходной сигнал B появляется при поступлении любого одного или большего числа сигналов A_i $(A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee A_n) => B$
	Результирующее событие	Результат конкретной комбинации отказов на входе логической схемы
	Первичный отказ	
	Неполное событие	Отказ (неисправность), причины которого выявлены неполностью, например из-за отсутствия информации
	Ожидаемое событие	Отказ, появление которого ожидается

Простейшее дерево, характеризующее возникновение пожара в аппарате, показано на рис. 4.4, *а*.

Более сложное дерево аварий, описывающее разрыв реактора, представлено на рис. 4.4, *б*.

Исходные события при разрыве реактора следующие: А – закрыт и неисправен предохранительный клапан, Б – открыт клапан подачи окислителя, В – неисправна система блокировки при высокой температуре, Г – малая подача сырья, Д – клапан окислителя открыт и неисправен, Е – неисправна система регулирования расхода окислителя, Ж – увеличено открытие диафрагмы, З – понижен напор.

При построении дерева аварий события располагают по уровням. Главное (конечное) событие занимает верхний – нулевой уровень, ниже располагают события 1-го уровня (среди них могут быть и начальные), затем 2-го уровня и т. д. Если на 1-м уровне содержится одно или несколько начальных событий, объединяемых логическим знаком ИЛИ, то возможен непосредственный переход от начального события к аварии.

3. Квалифицированные эксперты проверяют правильность построения дерева. Это позволяет исключить субъективные ошибки разработчика, повысить точность и полноту описания объекта и его действий.

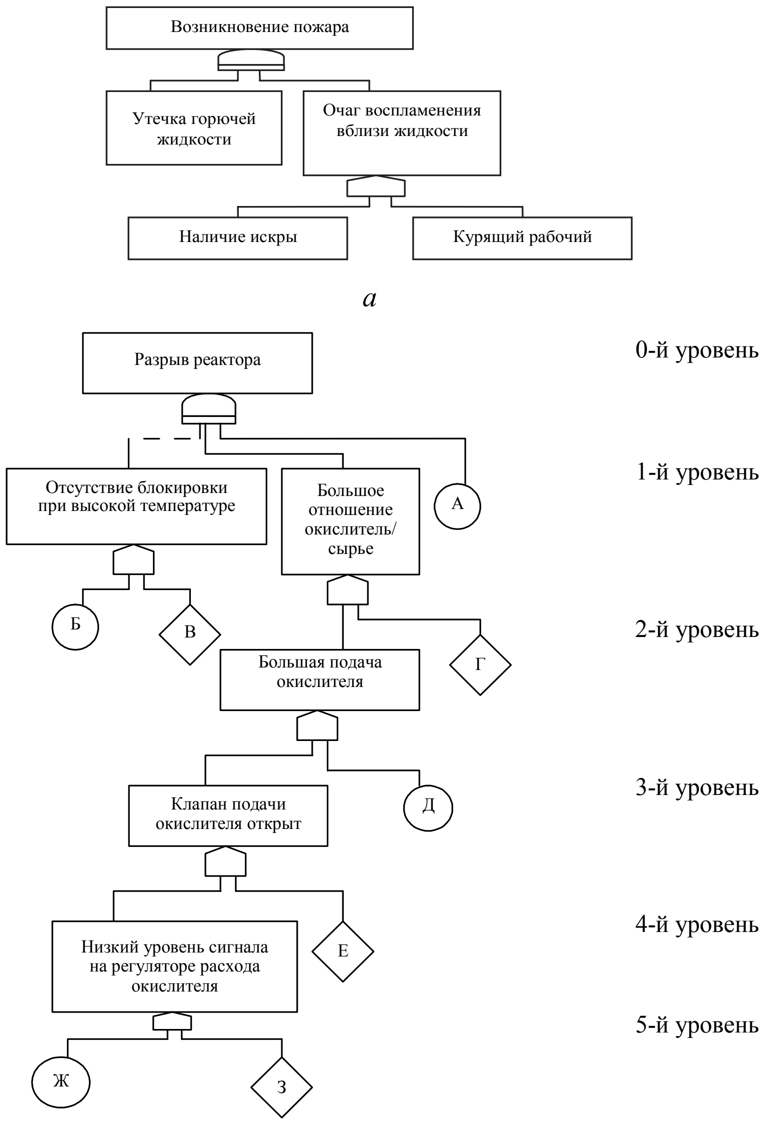
4. Определяют минимальные аварийные сочетания и минимальную траекторию для построения дерева. Первичные и неразлагаемые события соединены с событиями нулевого уровня маршрутами (ветвями). Сложное дерево имеет различные наборы исходных событий, при которых достигается событие в вершине, они называются аварийными сочетаниями или прерывающими совокупностями событий.

Для дерева рис. 4.4, *б* сочетание событий (А, Б, Г, Д) аварийное. При одновременном возникновении этих событий произойдет разрыв реактора. Минимальным аварийным сочетанием называют наименьший набор исходных событий, при котором возникает событие в вершине. Минимальными аварийными сочетаниями являются (А, Б, Г). Полная совокупность минимальных аварийных событий дерева представляет собой все варианты сочетаний событий, при которых может возникнуть авария. Минимальная траектория – наименьшая группа событий, без появления которых аварии не происходит. Например, если событие A не произойдет, то не возникнет разрыв реактора. Минимальные траектории представляют собой события, которые являются критическими для поддержания объекта в рабочем состоянии.

5. Качественно и количественно исследуют дерево аварий с помощью выделенных минимальных аварийных сочетаний и траекторий. Качественный анализ заключается в сопоставлении различных маршрутов от начальных событий к конечному и определении критических путей, приводящих к аварии. При количественном исследовании рассчитывают вероятность появления аварии в течение задаваемого интервала времени по всем возможным маршрутам. При расчете вероятности возникновения аварии необходимо учитывать применяемые логические знаки. Вероятность $P(B)$ выходного события B при независимости входящих событий A_1, A_2, ..., A_n определяют по формулам:

• при знаке И

$$P(B) = \prod_{i=1}^{n} B(A_i); \tag{4. 25}$$



б

Рис. 4.4. Деревья отказов:

а – возникновение пожара; *б* – разрыв реактора

• при знаке ИЛИ

$$P(B) = 1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - P(A_i)], \tag{4.26}$$

где $P(A_i)$ – вероятность события A_i.

На рис. 4.5, *а* показана структурно-функциональная схема для системы со смешанной структурой.

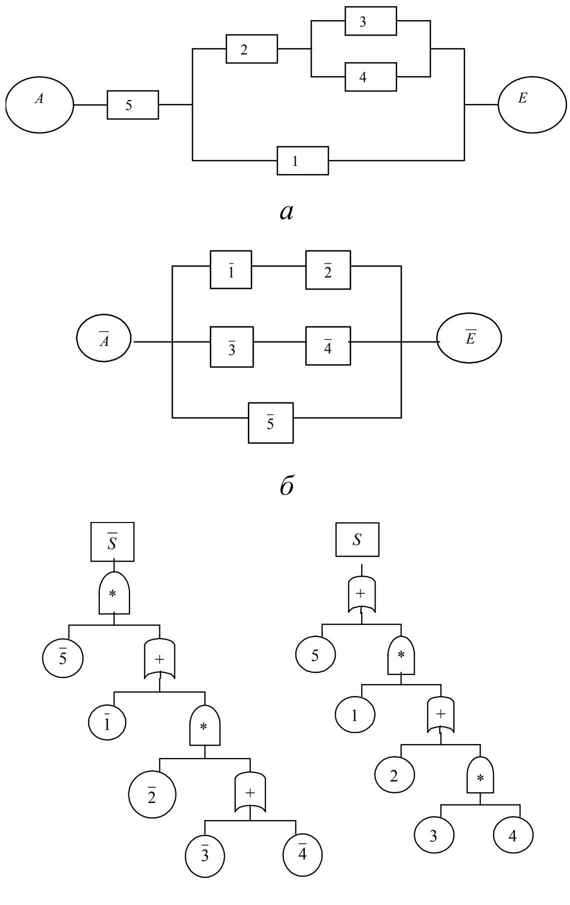


Рис. 4.5. Пример смешанной системы

Эту систему можно интерпретировать как систему водоснабжения из колодца для жилого дома, если придать номерам элементов следующий смысл: *1* – ручной насос; *2* – электроснабжение; *3* – первая пара «мотор–насос»; *4* – вторая пара «мотор–насос»; *5* – уровень воды в колодце. Эта же схема может служить блок-схемой рассматриваемой системы. Из влияния отдельных элементов на надежность системы в целом видно, что критическим событием будет пятое: уровень воды в колодце недостаточно высок. На рис. 4.5, *б–г* изображены другие эквивалентные схемы для расчета надежности. Схема *б* соответствует расчету надежности по критерию отказа, схема *в* представляет собой дерево отказов, схема *г* – дерево работоспособности.

В качестве еще одного примера на рис. 4.6 показано дерево отказов для схемы шасси [27].

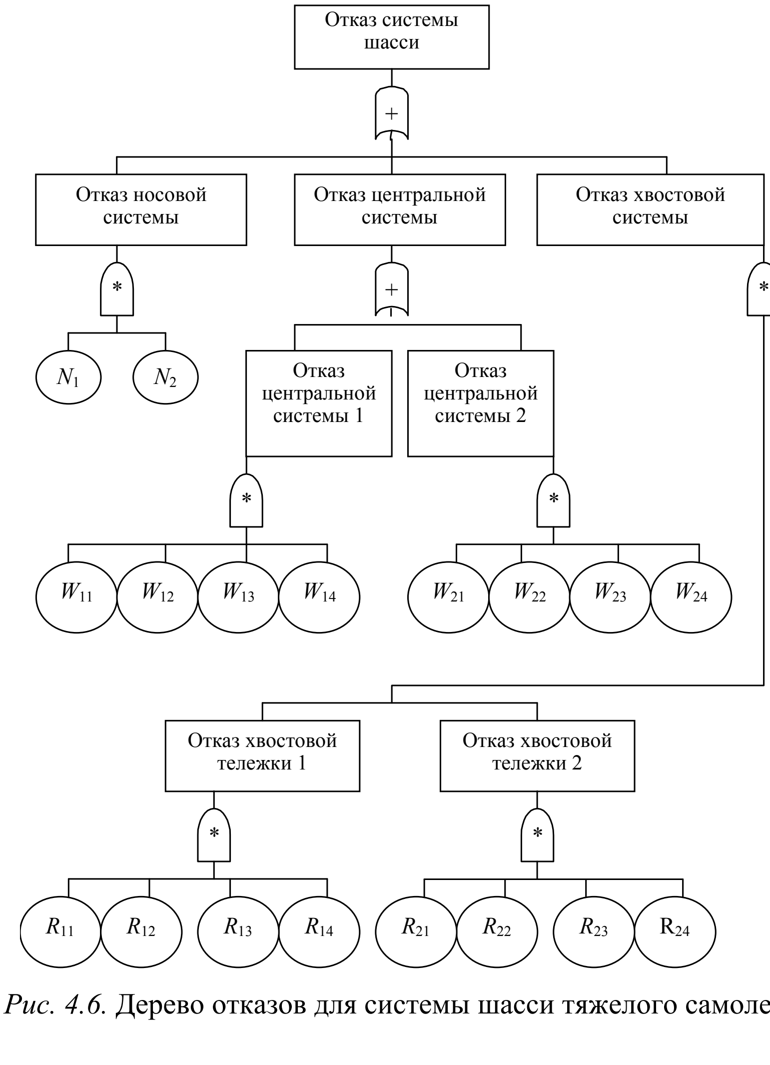


Рис. 4.6. Дерево отказов для системы шасси тяжелого самолета

4.1.8. ДЕРЕВЬЯ СОБЫТИЙ

Методология дерева событий дает возможность [30]:

- определить сценарий аварий с различными последствиями от различных исходных событий;
- определить взаимосвязь отказов систем с последствиями аварий;
- сократить первоначальный набор потенциальных аварий и ограничить его лишь логически значимыми авариями;
- идентифицировать верхние события для анализа дерева отказов.

Для иллюстрации рассмотрим пример дерева событий (рис. 4.7), который соответствует гипотетической последовательности событий при аварии с потерей теплоносителя в водоохлаждаемом реакторе АЭС.

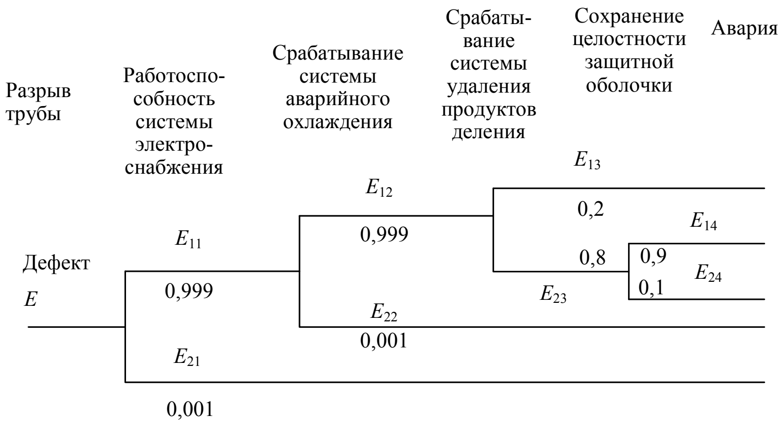


Рис. 4.7. Дерево событий при аварии на атомной станции

Начальным событием служит разрыв трубопровода с вероятностью $P(E)$. Следующие события: пребывание системы электроснабжения в исправном состоянии с вероятностью $P(E_{11})$ и в неисправном состоянии с вероятностью $P(E_{21})$; срабатывание системы аварийного охлаждения с вероятностью $P(E_{12})$ и несрабатывание с вероятностью $P(E_{22})$; срабатывание системы удаления продуктов деления с вероятностью $P(E_{13})$ и несрабатывание с вероятностью $P(E_{23})$; сохранение целостности защитной оболочки с вероятностью $P(E_{14})$ и нарушение целостности с вероятностью $P(E_{24})$.

При развитии событий по верхней ветви дерева с вероятностью $P(E_{11}, E_{12}, E_{23}, E_{14}/E) = P(E_{11}/E)P(E_{12}/E_{11}E)P(E_{23}/E_{12}E_{11}E)P(E_{14}/E_{23}E_{12}E_{11}E)$

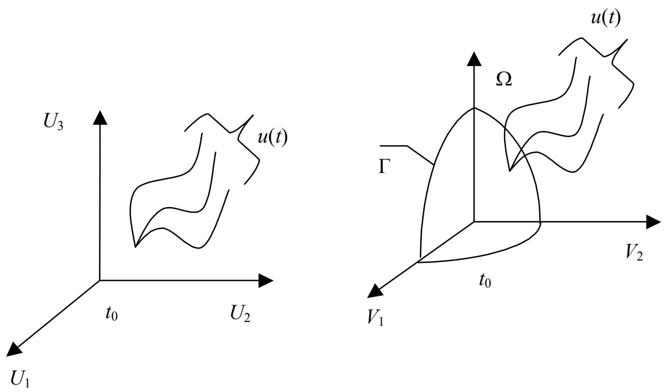
ожидаются очень небольшие радиоактивные выбросы, при развитии по нижним ветвям – большие.

В зависимости от того, назначают ветвям дерева временные интервалы или нет, можно говорить о динамических и стационарных деревьях событий. В динамических деревьях принципиальным является случайный характер интервалов времени между двумя событиями, одно из которых – причина, а другое – следствие. Для стационарных деревьев важен сам факт связи между соседними событиями.

4.2. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ В РАСЧЕТАХ СИСТЕМ КОНСТРУКЦИЙ

Адекватную вероятностную модель надежности элементов системы можно выбрать на основании анализа физических процессов, происходящих в объекте при его эксплуатации.

Рассмотрим поведение объекта в условиях его функционирования и взаимодействия с окружающей средой. Состояние объекта в каждый момент t описываем с помощью вектора u – элемента пространства состояний U (рис. 4.8) [4].



а *б*

Рис. 4.8. Пространство теории надежности:

а – пространство состояний; *б* – пространство параметров качества с допустимой областью

Под t подразумевают не только физическое время, но и любой монотонно возрастающий параметр, который является переменной при описании функционирования объекта (например, это может быть наработка). Называем t временем, считая, что оно принимает непрерывные значения на отрезке $[t_0, \infty]$. Часто полагают $t_0 = 0$, каждой реализации процесса $u(t)$ соответствует некоторая траектория в пространстве состояний U. Понятие состояния здесь имеет более широкий и в общем случае иной смысл, чем понятие технического состояния. Размерность и свойства пространства U зависят от выбранной расчетной схемы.

Внешние воздействия на объект характеризуют векторным процессом $s(t)$, где $s(t)$ – вектор воздействия из соответствующего пространства воздействия Q. Уравнение состояния объекта запишем в общем виде:

$$u = H(s), \tag{4.27}$$

где H – некоторый оператор, реализующий выбранную расчетную схему и метод расчета.

При известном процессе нагружения $s(t)$ этот оператор дает значения процесса $u(t)$ изменения состояний объекта. Начальные условия входят в оператор H.

Технические условия эксплуатации, требования эффективности, экономичности и безопасности накладывают ограничения как на параметры объекта, так и на некоторые другие параметры, не входящие в число компонентов вектора u, но выражаемые через него. Совокупность этих параметров образует вектор v в пространстве качества V. Каждой траектории $u(t)$ в пространстве U соответствует траектория $v(t)$ в пространстве V. Иногда эти пространства совпадают, иногда V есть подпространство по отношению к U. Часто параметры, служащие для описания поведения объекта, и параметры, характеризующие его функциональные и эксплуатационные качества, существенно различны. Например, если расчетная схема объекта – колебательная система с n степенями свободы, то параметрами состояния являются фазовые переменные – обобщенные координаты и обобщенные скорости. Размерность пространства U равна $2n$. При технических ограничениях на вибрационные перегрузки элементами пространства качества V являются максимальные ускорения в определенных точках, при ограничениях на уровни усталостных повреждений в наиболее напряженных и ответственных узлах и т. п. В общем случае связь между вектором состояний и вектором качества имеет вид

$$v = M(u), \tag{4.28}$$

где оператор M, как и оператор H в уравнении (4.27), считают заданным.

Множество значений вектора v, допустимых по техническим условиям эксплуатации, образует в пространстве качества V **допустимую область Ω**. Считаем, что это множество – открытое, т. е. его граница не принадлежит допустимой области. Границе соответствует поверхность Г в пространстве качества V. Назовем ее **предельной поверхностью**. Пусть по условию при $t = t_0$ вектор v находится в допустимой области. Тогда первое пересечение процессом $v(t)$ предельной поверхности Г и выход во внешнюю область соответствуют наступлению отказа.

На стадии проектирования располагают лишь априорной статистической информацией о нагрузках и свойствах проектируемого объекта (о физико-механических свойствах материалов), поэтому процессы $s(t)$ и $u(t)$ – случайные. Траектория $v(t)$ в пространстве качества V также случайная, а первое пересечение поверхности Г – случайное событие. Функция надежности $P(t)$, т. е. вероятность безотказной работы объекта на отрезке $[t_0, t]$, равна вероятности пребывания вектора v в допустимой области на этом отрезке:

$$P(t) = P\{v(\tau) \in \Omega; \tau \in [t_0, t]\}. \tag{4.29}$$

При прогнозировании показателей на стадии проектирования можно принять $t_0 = 0$.

В качестве примера [30] рассмотрим приборный блок, помещенный в контейнер, совершающий случайные колебания. Пусть $u(x, t)$ – поле перемещений блока относительно контейнера, $a(x, t)$ – поле абсолютных ускорений. Если по условиям эксплуатации виброперегрузки ограничены по модулю величиной a_*, а относительные перемещения – величиной u_*, то допустимую область задают условиями

$$\|a(x, t)\| \le a_*, \ \|u(x, t)\| \le u_*.$$

Здесь x принимает все значения для объема, занятого приборным блоком. Если блок рассматривается как абсолютно твердое тело, а его поверхность как многогранник, то вместо предыдущего условия имеем:

$$\|a(x_j, t)\| \le a_*, \ \|u(x_j, t)\| \le u_*, \ (j = 1, 2, 3...),$$

где x_j – координаты вершин многогранника.

Вероятность безотказной работы выводится как

$$P(t) = P\begin{Bmatrix} \sup_\tau \left\| a(x_j,\tau) \right\| \le a_* & \sup_\tau \left\| u(x_j,\tau) \right\| \le u_* \\ j = 1, 2,.. & \tau \in [0, t] \end{Bmatrix}.$$

Выходы реализации случайных процессов за пределы областей называют *выбросами*. Формула (4.29) показывает, что для вычисления показателей надежности необходимо решать задачи теории выбросов случайных процессов. Полная постановка задач теории надежности включает выбор расчетных схем, математических моделей для описания случайных свойств нагрузок, воздействий, материалов, узлов, а также выбор пространства качества и допустимой области в этом пространстве. При таком расширенном толковании соотношения (4.28) и (4.29) также входят в постановку задачи.

Аналогично поставим задачу об определении вероятности безотказной работы индивидуального объекта с учетом информации об этом объекте и действующих на него нагрузках [4]. Пусть t_k – последний момент наблюдений, причем $v(t_k) \in \Omega(t_k)$. Тогда для вероятности безотказной работы объекта на отрезке $[t_k, t]$ имеем выражение

$$P\left(t \middle| T_k\right) = P\left\{v\left(\varsigma \middle| T_k\right) \in \Omega(t_k), \varsigma \in [t_{0,t}]\right\} \qquad (4.30)$$

где T_k – объем диагностической информации о данном объекте, накопленный на отрезке $[t_0, t_k]$; вертикальная черта – знак условной зависимости.

Введенные понятия применимы как к отдельным компонентам, блокам и агрегатам, так и к объектам в целом. Отказы сложных объектов разнообразны по физической природе и степени значимости:

- одни лишь затрудняют эксплуатацию объекта или вызывают ее временное прекращение;
- другие требуют замены отказавших элементов;
- третьи соответствуют достижению предельных состояний, при которых объект подлежит капитальному ремонту или списанию;
- отказы четвертого типа связаны с угрозой для людей и окружающей среды, с серьезным материальным и моральным ущербами.

Эти обстоятельства нетрудно учесть в рамках излагаемой концепции. Пространство качества объекта можно представить как прямое произведение аналогичных пространств для каждого типа отказа в отдельности. Например, если объект допускает разбиение на подсистемы, взаимодействующие по логическим схемам, достаточно ввести пространство качества для каждой подсистемы, а показатели надежности вычислить, используя методы системной теории надежности.

Устранение неисправностей и ремонт также допускают в рамках данной теории. Эти операции можно интерпретировать как принудительное возвращение вектора качества в допустимую область Ω, которую задают в виде [27]

$$\Omega = \{v\colon g(v) > 0\} \tag{4.31}$$

с некоторой функцией $g(v_1,\ v_2,\ldots,\ v_n)$ от параметров качества. На границе Γ имеет место равенство

$$g(v) = 0. \tag{4.32}$$

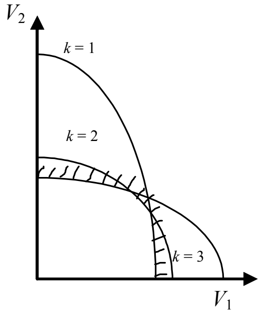
Пусть граница Γ состоит из нескольких предельных поверхностей с уравнениями $g_k(v) = 0$, $k = 1, 2,\ldots, m$. Если отказ системы является результатом отказа хотя бы одного элемента (т. е. соединение элементов в смысле системной теории надежности – последовательное), то область Ω задается условиями $g_k(v) > 0$, $k = 1, 2,\ldots, m$ (рис. 4.9, *а*). При параллельном соединении область недопустимых состояний R_n / Ω определяется из условий $g_k(v) \le 0$, $k = 1, 2,\ldots, m$ (рис. 4.9, *б*). В обоих случаях результирующее уравнение предельной поверхности может быть представлено в виде (4.32), допустимая область – в виде (4.31), а вероятность безотказной работы введена по формуле (4.30).

Вычисление функции надежности – вероятности безотказной работы объекта на заданном отрезке времени – составляет основную задачу теории надежности. Большинство других показателей связано с функцией надежности простыми соотношениями:

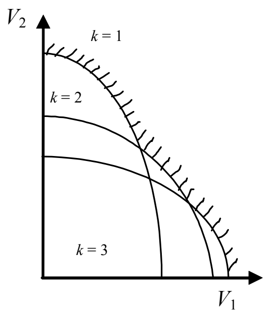
$$F(t) = 1 - P(t), f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}, \tag{4.33}$$

и

$$Q(t) = 1 - P(t) = F(t). \tag{4.34}$$



а



б

Рис. 4.9. Область допустимых состояний:

а – при последовательном соединении элементов;
б – при параллельном соединении элементов

Если заданы нормативные значения этих показателей, например, значение вероятности безотказной работы, интенсивности отказов, то далее можно проверить надежность с точки зрения соответствия объекта назначенным показателям. Если допустимая область Ω (4.30) и (4.31) в формулах такова, что ее граница отвечает предельным состояниям, то эти формулы позволяют найти функцию распределения ресурса, а по ней – математическое ожидание ресурса, значение гамма-процентного ресурса и другие показатели долговечности.

Решение основной задачи дает зависимость надежности и ресурса от конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов и открывает путь для решения других задач, в частности для выбора оптимальных параметров объекта, оптимальных режимов эксплуатации, технического обслуживания и т.п.

4.2.1. МОДЕЛЬ НАГРУЗКА–СОПРОТИВЛЕНИЕ

Условия безотказной работы механических систем обычно представляют в виде соотношения между нагрузками (воздействиями) и сопротивлениями. При этом под нагрузками понимают не только силы, моменты, давление, но и более широкий класс параметров, которые не являются нагрузками и сопротивлениями в обычном смысле. Например, если условие безотказности для давления в сосуде поставлено в терминах размера несквозной трещины, то за параметр нагрузки может быть принято как давление в сосуде, так и текущий размер трещины. В первом случае роль сопротивления выполняет некоторое предельное (или критическое) значение давления, во втором – предельное (или критическое) значение размера трещины. Модель **нагрузка–сопротивление** (ее еще называют **нагрузка–прочность**) может быть обобщена и на более широкий класс отказов, в том числе и на отказы немеханического, например электрического, происхождения. Обозначим параметры нагрузок $s_1,\ s_2,...,\ s_n$, а параметры сопротивления – $r_1,\ r_2,\ldots,\ r_m$. В тех случаях, когда каждому параметру S_k соответствует параметр r_k, причем $n = m$, соотношение (4.31) принимает вид

$$\Omega = \{r, s\colon r_k > s_k;\ k = 1, 2, \ldots\ n\}. \tag{4.35}$$

Вводя параметры качества как $V_k = r_k - S_k$, представим соотношение (4.35) в виде

$$\Omega = \{V\colon V_k > 0;\ k = 1, 2, \ldots\ n\}. \tag{4.36}$$

Рассмотрим одномерную модель нагрузка–сопротивление. Допустимая область для этой модели задана неравенством $r > S$ или $V = r - S > 0$. В общем случае оба параметра – случайные функции времени $r(t)$ и $S(t)$. Если начальное состояние при $t = t_0$ – работоспособное, то $r(t_0) > S(t_0)$. Отказ наступает при первом пересечении процессов $r(t)$ и $S(t)$ (рис. 4.10, *а*) или при первом выходе процесса $V(t)$ из области $V = r - S > 0$ (рис. 4.10, *б*).

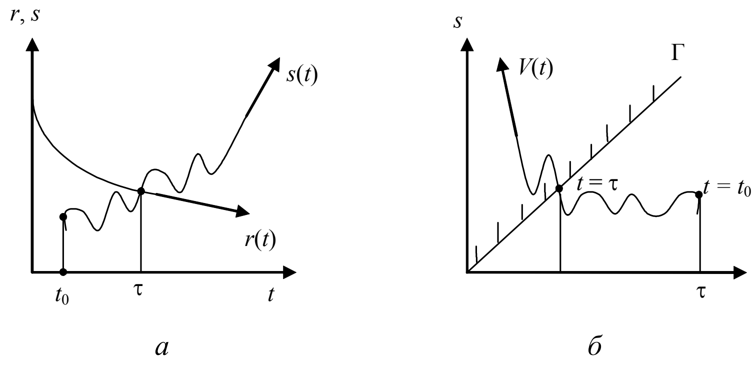


Рис. 4.10. Параметры нагрузки и сопротивления:
а – как функции времени; *б* – на плоскости качества

Способ вычисления вероятности безотказной работы существенно зависит от свойств процессов $r(t)$ и $S(t)$. Обычно считают параметр сопротивления постоянной или непрерывной неубывающей функцией t. Процесс нагружения может быть точечным (рис. 4.11, *а*), кусочно-постоянным (рис. 4.11, *б*), непрерывным (рис. 4.11, *в*), а также сочетать различные свойства [9].

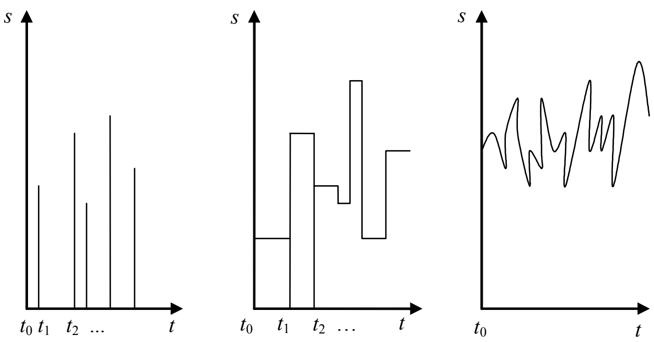


Рис. 4.11. Нагружение как случайный процесс:

а – точечный; *б* – кусочно-постоянный; *в* – непрерывный

В общем случае для вычисления вероятности безотказной работы необходимо применять теорию случайных процессов или численное моделирование больших реализаций случайных процессов со статистической обработкой результатов.

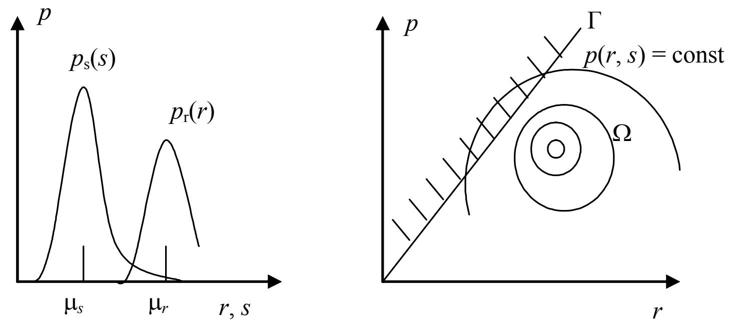
На практике часто применяют упрощенный, квазистатический подход, трактуя r и s не как случайные процессы, а как случайные величины, распределения которых отвечают некоторым, заранее заданным значениям времени или наработки. При этом в основе расчета лежит совместная плотность вероятности $p(r, s)$, а при условии независимости r и s – плотности вероятности $p_r(r)$ и $p_s(s)$ (рис. 4.12). В первом случае вероятность безотказной работы:

$$P = \iint\limits_{r-s>0} p(r, s)dr\,ds. \tag{4.37}$$

Во втором случае можно применить одну из двух формул:

$$\begin{aligned} P &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} F_s(r)p_r(r)dr, \\ P &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} F_r(s)p_s(s)ds, \end{aligned} \tag{4.38}$$

где $F_r(r)$ и $F_s(s)$ – функции распределения, соответствующие плотностям вероятности $p_r(r)$ и $p_s(s)$.



а *б*

Рис. 4.12. Квазистатическая модель нагрузка–сопротивление:

а – плотности вероятности; *б* – линии равной плотности вероятности на плоскости качества

Иногда вводят параметр качества $v = r - s$ с допустимой областью $v > 0$, используя вместо (4.37) формулу:

$$P = \int_0^\infty p(v)dv. \tag{4.39}$$

Очевидно, что описанный выше подход применим, если все реализации процесса нагружения $s(t)$ являются неубывающими функциями времени, а все реализации соответствующего сопротивления $r(t)$ – невозрастающими функциями времени, т. е. $s(t_2) \geq s(t_1)$, $r(t_2) \leq r(t_1)$ при любых $t_2 > t_1$.

Если предположить, что параметры r и s распределены нормально и независимо, то вычисления по формулам (4.37)–(4.39) будут весьма просты. Пусть функции распределения имеют вид

$$F_r(r) = \Phi\left(\frac{r - \mu_r}{\sigma_r}\right),\ F_s(s) = \Phi\left(\frac{s - \mu_s}{\sigma_s}\right), \tag{4.40}$$

где $\Phi(v)$ – нормированная функция Лапласа

$$\Phi(v) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int\limits_{-\infty}^{v} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du, \tag{4.41}$$

а μ_r и μ_s – математические ожидания; σ_r^2 и σ_s^2 – дисперсии случайных величин.

Тогда параметр качества $v = r - s$ будет иметь математическое ожидание $\mu_r - \mu_s$ и дисперсию $\delta_r^2 + \delta_s^2$. Получаем

$$P = \Phi\left\{\frac{\mu_r - \mu_s}{\left(\sigma_r^2 + \sigma_s^2\right)^{1/2}}\right\}. \tag{4.42}$$

Преимущество этой простейшей модели – явная зависимость вероятности безотказной работы P от математических ожиданий и дисперсий случайных величин, входящих в модель. Нетрудно также учесть корреляцию между r и s [32, 33] (рис. 4.12).

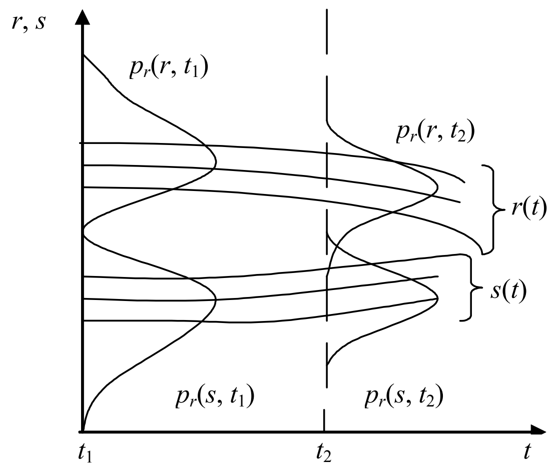


Рис. 4.12. Условия применимости квазистатического подхода

В зарубежной литературе часто используют описанную выше модель для введения гауссовского уровня надежности γ, называемого также индексом безопасности (safety index). Пусть P – вероятность безотказной работы. Назовем гауссовым уровнем γ величину

$$\gamma = \Phi^{-1}(P), \qquad (4.43)$$

где $\Phi^{-1}(P)$ – функция, обратная нормированной функции Лапласа.

Удобен также логарифмический индекс надежности, введенный В.В. Болотиным [4]:

$$r = \lg 10 \frac{1}{1-P}. \qquad (4.44)$$

Очевидно, что индекс r равен «числу девяток» в значении вероятности безотказной работы (r = 2 при P = 0,99, r = 3 при P = 0,999 и т. д.). В диапазоне показателей надежности, представляющих практический интерес, значения γ и r имеют одинаковый порядок (рис. 4.13).

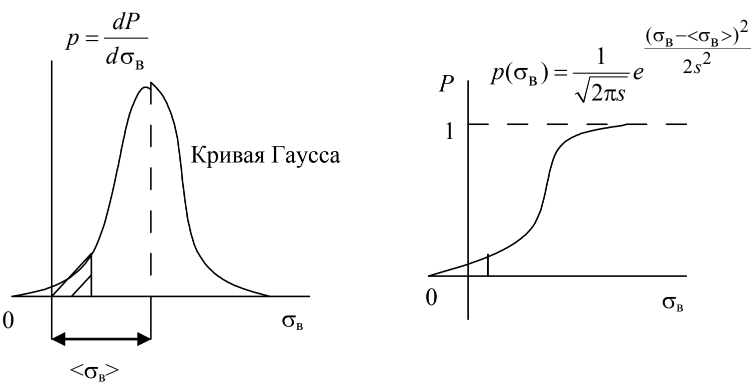


Рис. 4.13. Нормальный закон распределения

Формулы позволяют связать индекс надежности γ с коэффициентом запаса $n = \mu_r / \mu_s$, вычисленным по отношению к математическим μ_r и μ_s:

$$\gamma = \frac{n-1}{\left(w_r^2 n^2 + w_s^2\right)^{1/2}},$$

где $w_r = w_s$ – коэффициенты вариации параметров сопротивления и нагрузки соответственно.

Пример 4.1 [34]. Многочисленные экспериментальные данные [34] убедительно свидетельствуют о том, что предел прочности, предел текучести, модуль упругости и другие механические характеристики материалов имеют весьма значительный разброс. Например, при определении предела прочности бетона на сжатие одинаковые результаты не получаются даже тогда, когда образцы изготовлены из бетонной смеси одного замеса. Объясняется это тем, что прочность бетона является функцией многих факторов: крупности и качества (в том числе степени загрязненности) заполнителя, активности цемента, различных технологических факторов и т.п. Принимая во внимание случайную природу этих факторов, естественно считать предел прочности бетона случайной величиной.

Аналогичная ситуация наблюдается и для других строительных материалов, таких как древесина, кирпичная кладка, полимерные композитные материалы. Даже для классических конструкционных материалов, таких как сталь, алюминиевые сплавы, имеет место заметный случайный разброс прочностных характеристик. Для описания случайных величин используются различные случайные характеристики, которые определяются в результате статистического анализа опытных данных, получаемых в процессе массовых испытаний. Простейшими из них являются математическое ожидание и коэффициент вариации, иначе называемый коэффициентом изменчивости. Последний представляет собой отношение среднеквадратичного разброса к математическому ожиданию случайной величины. Так, в нормах проектирования железобетонных конструкций коэффициент изменчивости тяжелого бетона принят постоянным и равным 0,135.

Однако наиболее полную информацию о случайной величине содержит функция распределения (закон распределения).

Часто в качестве распределения прочности материала $P(\sigma_в)$ используется нормальный закон (закон Гаусса), рис. 4.13:

$$P(\sigma_в) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} \int_{-\infty}^{\sigma_в} \exp\left[-\frac{\left(\sigma_в - \langle\sigma_в\rangle\right)^2}{2s^2}\right] d\sigma_в , \qquad (4.45)$$

где $P(\sigma_в)$ – вероятность того, что предел прочности не превосходит значений $\sigma_в; \langle\sigma_в\rangle$, s – математическое ожидание и среднеквадратичный разброс величины $\sigma_в$ (угловые скобки здесь и в дальнейшем означают операцию математического ожидания).

Нормально распределенная случайная величина меняется в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. Однако предел прочности не может иметь

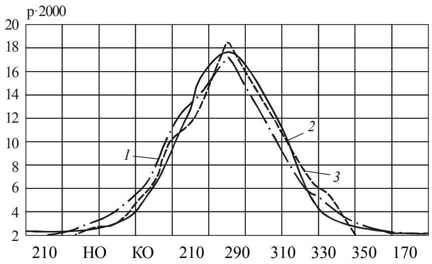


Рис. 4.14. Статистические кривые распределения предела текучести стали:

1, *2* – по данным разных заводов; *3* – кривая Гаусса

отрицательного значения. Тем не менее если отношение $\langle\sigma_{\text{в}}\rangle/s > 3\ldots4$, то вероятность появления отрицательных значений оказывается пренебрежимо малой, и в таком смысле нормальное распределение предела прочности можно считать вполне приемлемым.

В частности, нормальный закон используется для описания распределения механических свойств стального проката. На рис. 4.14 показаны эмпирические кривые распределения предела текучести и кривая Гаусса.

Другим законом, широко применяемым для описания распределения предела прочности материала, является распределение Гумбеля–Вейбулла (рис. 4.15, *а*):

$$P(\sigma_{\text{в}}) = \begin{cases} 0, \sigma_{\text{в}} \le \sigma_{\text{и}} \\ 1 - \exp\left[-\alpha(\sigma_{\text{в}} - \sigma_{\text{и}})^m\right], \ \sigma_{\text{в}} \ge \sigma_{\text{и}}, \end{cases} \tag{4.46}$$

где α*, m,* $\sigma_{\text{и}}$ – параметры распределения.

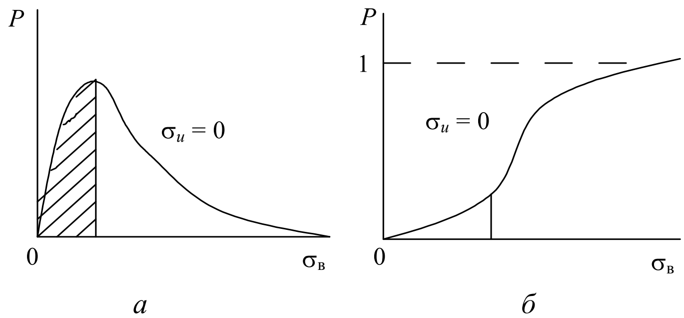


Рис. 4.15. Распределение:

а – Гумбеля–Вейбулла; *б* – Пирсона III

Здесь предполагается, что предел прочности не может быть меньше значения $\sigma_{\text{и}}$. В частном случае параметр $\sigma_{\text{и}}$ может быть принят равным нулю (рис. 4.15).

Используются и иные законы распределения предела прочности материалов: распределение Пирсона III типа (рис. 4.15, *б*), логарифмически нормальное распределение и др.

Если вид распределения случайной величины заранее не известен, то задача определения закона распределения существенно усложняется. Для более наглядного представления опытных данных обычно используется графическая форма, для чего имеющиеся n результатов испытаний располагают в порядке возрастания. Полученную таким образом упорядоченную выборку разбивают на несколько, как правило, одинаковых интервалов. Находят отношение числа испытаний n_i, приходящихся на i-й интервал, к общему числу испытаний:

$$w_i = \frac{n_i}{n},$$

где w_i – частота, соответствующая i-му интервалу (рис. 4.16).

Сумма частот всех интервалов должна быть, очевидно, равна единице. Откладывая вдоль оси абсцисс интервалы изменения случайной величины и строя над каждым из них прямоугольник, высота которого пропорциональна частоте iv, получают график, называемый гистограммой. Гистограмма является некоторой графической оценкой плотности распределения исследуемой случайной величины. При увеличении числа испытаний упорядоченную выборку можно разбить на все большее число интервалов, которое, однако, как правило, не превышает 10–12.

Например, при испытании 106 образцов однонаправленного стеклопластика на растяжение были получены значения предела прочности, меняющиеся от 368 до 602 МПа. В табл. 4.2 представлено распределение предела прочности при разбиении диапазона его изменения на восемь равных интервалов длиной Δ = 29,25 МПа.

Таблица 4.2

Распределение предела прочности однонаправленного стеклопластика

$\sigma_в$, МПа	368... 397,25	397,25... 426,5	426,5... 455,75	455,75... 485,0	485,0... 514,25	514,25... 543,5	543,5... 572,75	572,75... 602
n_i	1	6	10	20	29	24	13	3
w_i	0,0094	0,0566	0,0943	0,1887	0,2736	0,2264	0,1226	0,0283
$\left(P_i = \frac{w_i}{\Delta}\right)10^2$	0,0323	0,1935	0,3225	0,6451	0,9353	0,7741	0,4193	0,0968

На рис. 4.16 показана гистограмма, построенная на основании данных, приведенных в табл. 4.2. Оценки математического ожидания и среднеквадратичного разброса предела прочности соответственно равны:

$$<\sigma_{\text{в}}> = 498 \text{ МПа}, \ \bar{s} = 43 \text{ МПа}.$$

Основной задачей математической статистики является подбор по известным эмпирическим данным теоретического распределения изучаемой случайной величины. Трудность решения этой задачи заключается в выборе «теоретической кривой распределения», в некотором смысле наилучшим образом описывающей заданное статистическое распределение. Обычно та или иная функция распределения выбирается либо на основании накопленного опыта, либо из каких-то других соображений. Гипотеза о приемлемости принятой теоретической функции распределения для описания случайной величины проверяется на основании специальных критериев согласия. На рис. 4.16 помимо гистограммы приведена кривая нормального распределения при $<\sigma_{\text{в}}> = 498$ МПа и $\bar{s} = 43$ МПа.

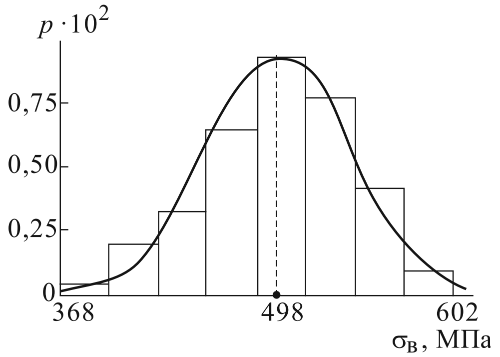


Рис. 4.16. Гистограмма и кривая Гаусса для предела прочности однонаправленного стеклопластика

Критерии согласия свидетельствуют о приемлемости нормального закона для описания распределения предела прочности однонаправленного стеклопластика при растяжении.

В качестве другого примера можно привести результаты испытаний 302 образцов бетона на сжатие в возрасте 281 суток в условиях производственного хранения. На основании опытных данных получены оценки математического ожидания предела прочности $<\sigma_{\text{в}}> = 45{,}99$ МПа среднеквадратичного разброса $\bar{s} = 3{,}46$ МПа. Критерии согласия также подтверждают применимость нормального закона для описания распределения предела прочности бетона (рис. 4.17).

При расчетах строительных конструкций наряду с изменчивостью механических характеристик материала приходится считаться с изменчивостью геометрических характеристик элементов, в частности площади поперечного сечения стержней, и внешних воздействий. Статистический анализ многочисленных замеров натурных конструкций показывает, что для описания геометрических характеристик поперечных сечений можно использовать нормальный закон. При этом числовые значения параметров распределения могут меняться для разных конструкций в достаточно широких пределах. Однако статистический разброс геометрических характеристик чаще всего не очень велик. Например, коэффициент изменчивости площади поперечного сечения арматуры железобетонных конструкций, как правило, не превышает значений 0,02...0,03.

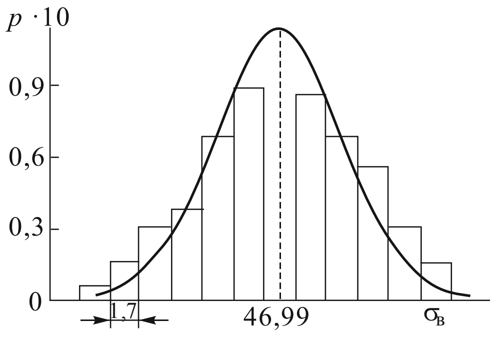


Рис. 4.17. Гистограмма и кривая Гаусса для предела прочности бетона

Сложнее обстоит дело с описанием внешних нагрузок, поскольку природа их может быть разной. Для собственного веса конструкций используется нормальное распределение. Так, для собственного веса железобетонных конструкций мостов коэффициент вариации принимается равным 0,033. Другие нагрузки, например снеговая, ветровая, имеют несимметричное распределение типа логарифмически нормального или двойного экспоненциального. Учитывая случайную природу внешних воздействий на конструкцию и изменчивость геометрических характеристик поперечных сечений стержней, можно утверждать, что напряжения, возникающие в этих стержнях, являются случайными величинами.

Следует отметить, что существующие нормы расчета строительных конструкций по предельным состояниям учитывают изменчивость нагрузок и сопротивления материала посредством введения соответствующих коэффициентов надежности при определении значений расчетных сопротивлений расчетных нагрузок.

Расчет конструкций на прочность сводится к проверке выполнения условия:

$$\sigma < R . \quad (4.47)$$

Здесь под R понимается предел прочности (или текучести) материала. Заметим, что в аналогичной форме можно представить и условие жесткости конструкции. Тогда под σ следует понимать перемещение какой-либо точки или узла конструкции, а под R – допускаемое (нормативное) перемещение.

Предел прочности материала и напряжение, действующее в конструкции, являются случайными величинами. Характер их изменения таков, что в большинстве случаев нельзя установить имеющие практический смысл верхний предел для напряжений и нижний предел для предела прочности. Поэтому условие (4.47) не может быть заменено неравенством

$$\sigma_{\max} < R_{\min} ,$$

следовательно, абсолютное требование о выполнении соотношения (4.47) во всех случаях лишено смысла. Можно лишь требовать, чтобы это условие выполнялось с большой вероятностью, достаточно близкой к единице.

Введем новую случайную величину:

$$S = R - \sigma, \quad (4.48)$$

с помощью которой условие прочности записывается в виде

$$S > 0. \quad (4.49)$$

Введем также важное понятие отказа, под которым понимается событие, делающее рассматриваемую систему непригодной для выполнения своих функций.

Обращение S в нуль, т. е. нарушение условия (4.49), соответствует наступлению предельного состояния конструкции, другими словами, – наступлению ее отказа. Тогда вероятность того, что S имеет положительное значение, называется вероятностью безотказной работы.

Если речь идет о прочностном расчете, то можно говорить о вероятности неразрушения конструкции. Если обозначить через $p(S)$ плотность распределения вероятностей величины S, то вероятность безотказной работы будет

$$P(+) = \int_{0}^{\infty} p(S)dS\,, \tag{4.50}$$

а вероятность наступления отказа

$$P(-) = 1 - P(+)\,. \tag{4.51}$$

На рис. 4.18 показан график плотности распределения $p(S)$, на котором площадь заштрихованной области определяет вероятность появления отказа (вероятность разрушения) конструкции.

Вероятность неразрушения должна быть не ниже нормативного значения P_+:

$$P(+) > P_+\,.$$

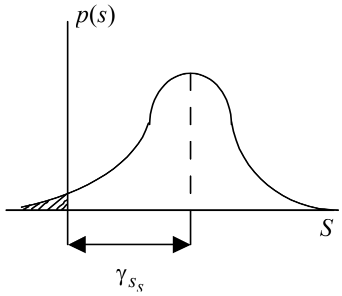


Рис. 4.18. Плотность распределения величины S

Это неравенство можно рассматривать как условие прочности, сформулированное в терминах теории вероятностей.

Из равенства (4.48) нетрудно найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины S:

$$\langle S\rangle = \langle R\rangle - \langle \sigma\rangle,$$

$$\left\langle \tilde{S}^2\right\rangle = \left\langle \tilde{R}^2\right\rangle - 2\left\langle \tilde{R}\tilde{\sigma}\right\rangle + \left\langle \tilde{\sigma}^2\right\rangle,$$

где $\tilde{S} = S - \langle S\rangle$, $\tilde{R} = R - \langle R\rangle$, $\tilde{\sigma} = \sigma - \langle \sigma\rangle$.

Если случайные величины R, σ не коррелированы между собой, т. е. $\left\langle \tilde{R}\tilde{\sigma}\right\rangle = 0$, то дисперсия величины S оказывается равной сумме дисперсий величин R и σ:

$$\left\langle \tilde{S}^2\right\rangle = \left\langle \tilde{R}^2\right\rangle + \left\langle \tilde{\sigma}^2\right\rangle.$$

Среднеквадратичный разброс тех же величин равен

$$S_S = \sqrt{\left\langle \tilde{S}^2\right\rangle}\,,\; S_R = \sqrt{\left\langle \tilde{R}^2\right\rangle}\,,\; S_\sigma = \sqrt{\left\langle \tilde{\sigma}^2\right\rangle}\,.$$

Назовем отношение

$$\gamma = \frac{\langle S \rangle}{S_S} \tag{4.52}$$

коэффициентом безопасности.

Эта величина показывает, сколько отрезков, численно равных S_S, может быть отложено в интервале $\left[0, \langle S \rangle\right]$ (рис. 4.18).

Выражение (4.52) можно привести к следующему виду:

$$\gamma = \frac{k-1}{\sqrt{v_R^2 k^2 + v_\sigma^2}}. \tag{4.53}$$

Здесь $k = \langle R \rangle / \langle \sigma \rangle$ – условный коэффициент запаса; $V_R = S_R / \langle R \rangle$, $V_\sigma = S_\sigma / \langle \sigma \rangle$ – коэффициенты вариации (изменчивости) случайных величин R и σ. Часто величины R и σ подчиняются нормальному закону распределения. Тогда, как известно, S также является нормально распределенной величиной. В таком случае выражение (4.50) принимает вид

$$P(+) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot S_S} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{S - \langle S \rangle}{2S_S^2}\right] dS. \tag{4.54}$$

Введем новую переменную интегрирования

$$x = \frac{S - \langle S \rangle}{S_S}.$$

После несложных преобразований равенство (4.54) запишется следующим образом:

$$P(+) = 0,5 + \Phi(\gamma),$$

причем выражение

$$\Phi(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\gamma e^{-x/2} dx$$

является функцией Лапласа, таблицы которой содержатся во многих справочниках по высшей математике и статистике.

В свою очередь, для вероятности разрушения получим выражение

$$P(-) = 0,5 - \Phi(\gamma)\,.$$

При расчетах характеристика безопасности γ имеет перед $P(-)$ то преимущество, что последняя выражается, как правило, очень малой десятичной дробью, а γ – небольшим числом, близким к единице. В табл. 4.3 приведены некоторые значения $P(-)$ и соответствующие им значения γ, откуда видно, что с увеличением γ снижается вероятность наступления отказа.

Таблица 4.3

Значения вероятности наступления отказа, вероятности безотказной работы, характеристики безотказности

$P(-)$	0,1	0,01	0,001	0,0001	$3,2\cdot10^{-5}$	$2,9\cdot10^{-7}$
$P(+)$	0,9	0,990	0,9990	0,99990	0,9999683	0,9999997
γ	1,28	2,33	3,1	3,72	4	5

Часто в расчетах характеристику безопасности γ принимают равной трем, что при нормальном законе распределения соответствует так называемому правилу трех стандартов. Вероятность наступления отказа при этом оказывается равной 0,00137, а $P(+) = 0,99863$.

Рассмотрена ситуация, когда внешние нагрузки и предел прочности остаются неизменными во времени. В таком случае вероятность безотказной работы также не меняется во времени. Однако если нагрузки являются функциями времени, тем более случайными, то вероятность безотказной работы конструкции становится также функцией времени.

4.2.2. КВАЗИСТАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Модель нагрузка–сопротивление, описанная формулами (4.37)–(4.39), является частным случаем более общих моделей теории надежности, которые не содержат явного времени. Следуя терминологии, предложенной В.В. Болотиным, будем называть эти модели квазистатическими. Пусть нагружение дискретное и однократное, а связь между векторами u, v и s выражена конечными функциональными соотношениями. Тогда v – случайный вектор, распределение которого зависит от распределений векторов r и s. Формула (4.39) для вероятности безотказной работы принимает вид

$$P = \int_{\Omega} p(v)dv, \tag{4.55}$$

где $p(v)$ – плотность вероятности вектора v; Ω – допустимая область, с которой совпадает область интегрирования [4, 9].

По условию вектор v связан с векторами r и s функциональной зависимостью, поэтому нетрудно выразить вероятность P непосредственно через плотность вероятности $p(r, s)$ компонентов этих векторов:

$$P = \iint_{\Omega} p(r,s)drds. \tag{4.56}$$

Область интегрирования в (4.56) задана соотношением

$$\Omega = \{r, s: v(r, s) \in \Omega\}.$$

В более общем случае, когда нагружение происходит в дискретные моменты времени $t_0, t_1,..., t_k$, а значения вектора v после k-го нагружения случайным образом связаны с его значениями после $(k-1)$-го нагружения, имеем

$$P(t_k | t_{k-1}) = \int_{\Omega} p(v_k, t_k | v_{k-1}, t_{k-1}) p(v_{k-1}, t_{k-1}) dv_k dv_{k-1}, \tag{4.57}$$

где $p(v_{k-1}, t_{k-1})$ – плотность вероятности значений вектора v при $t = t_k$; $p(v_k, t_k | v_{k-1}, t_{k-1})$ – переходные плотности вероятности.

Если считать, что результат предыдущего нагружения не влияет на состояние и качество в момент, предшествующий следующему нагружению, то вместо (4.57) получим

$$P(t_k) = P_k(t_k) P_{k-1}(t_{k-1}) ... P_0(t_0).$$

В правой части введены обозначения для показателей типа:

$$P_k(t_k) = \int_{\Omega} p(v_k, t_k) dv_k \quad (k = 0, 1, 2...),$$

каждый из которых равен вероятности безотказной работы при одном из независимых нагружений.

В качестве примера рассмотрим совместное нагружение вала кругового поперечного сечения изгибающим M_b и крутящим M_t моментами. Наложим на моменты ограничения, соответствующие критерию прочности вала по максимальным, касательным напряжениям (при условии работы материала в пределах упругости). Пространство V – двухмерное, а допустимая область в нем – открытый круг:

$$\Omega = \{ M_b \;\; M_t : M_b^2 + M_t^2 < M_*^2 \},$$

где M_* – предельное значение эквивалентного момента.

Если M_* – случайная величина, то следует включить M_* в число параметров качества. Пространство станет трехмерным с допустимой областью

$$\Omega = \{ M_b, \, M_t, \, M_* : M_b^2 + M_t^2 < M_*^2, \; M_* > 0\}.$$

Согласно формуле (4.57)

$$P = \int_0^\infty \left[\iint\limits_{M_b^2 + M_t^2 < M_*^2} p(M_b, M_t, M_*) dM_b dM_t \right] dM_* . \qquad (4.58)$$

Выполним вычисления в правой части этой формулы в предположении, что моменты M_b, M_t и M_* независимы, причем значения моментов M_b и M_t распределены нормально с математическими ожиданиями, равными нулю, и дисперсиями σ_b^2 и σ_t^2. Их совместная плотность вероятности

$$p(M_b, \, M_t) = \frac{1}{2\pi\sigma_b\sigma_t} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{M_b^2}{\sigma_b^2} + \frac{M_t^2}{\sigma_t^2} \right) \right]. \qquad (4.59)$$

Введем полярные координаты $M_b = M_r \cos\theta$; $M_b = M_r \sin\theta$ и произведем интегрирование по полярному углу θ. В результате правая часть формулы примет вид

$$P = \frac{1}{\sigma_b \sigma_t} \int_0^{\infty} \int_0^{M_*} \exp\left[-\frac{M_r^2(\sigma_b^2 + \sigma_t^2)}{4\sigma_b^2 \sigma_t^2} \right] \times$$

$$\times I_0 \left(\frac{M_r^2 \left| \sigma_b^2 + \sigma_t^2 \right|}{4\sigma_b^2 \sigma_t^2} \right) p(M_*) M_r dM_r dM_*, \qquad (4.60)$$

где I_0 – функция Бесселя взаимного аргумента.

Дальнейшие вычисления в общем случае требуют численного интегрирования.

С увеличением размерности пространства V трудности вычислений существенно возрастают, тем более, если они относятся к вероятностям, весьма близким к единице, например, когда $Q = 1 - P = 10^{-4}$ и менее. Для преодоления этих трудностей были предложены численные методы, обычно называемые FORM (First Order Reliability Method) and SORM (Second Order Reliability Method). В основе обоих методов лежат две идеи:

1) замена исходного пространства качества V с произвольным распределением $F(r)$ вектора качества v новым пространством W, в котором вектор качества следует нормальному распределению;

2) аппроксимация предельной поверхности Г в пространстве W гиперплоскостью (в методе FORM) или поверхностью второго порядка (в методе SORM) в окрестности наиболее вероятной точки отказа. Эти идеи иллюстрированы на рис. 4.19.

Обычно нет необходимости в том, чтобы при использовании FORM/SORM функция отказов $g(v)$ была «структурной», т. е. точно отражала одну из схем на рис. 4.19. В этом случае каждый компонент g-функции должен быть достаточно регулярным, как правило, дифференцируемым, чтобы алгоритм нахождения точек аппроксимации был эффективным. Вероятностный расчет с помощью методов FORM/SORM состоит из трех этапов:

1) преобразование v в нормальный вектор w;

2) аппроксимация предельной поверхности в пространстве W;

3) расчет вероятности отказа по отношению к соответствующей аппроксимированной поверхности.

Совокупность n основных случайных параметров $v_1, \ldots, v_n$ преобразуется в совокупность n независимых, стандартных (с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией) нормально распределенных параметров $w_1,..., w_n$. Такое преобразование всегда возможно для непрерывных случайных параметров.

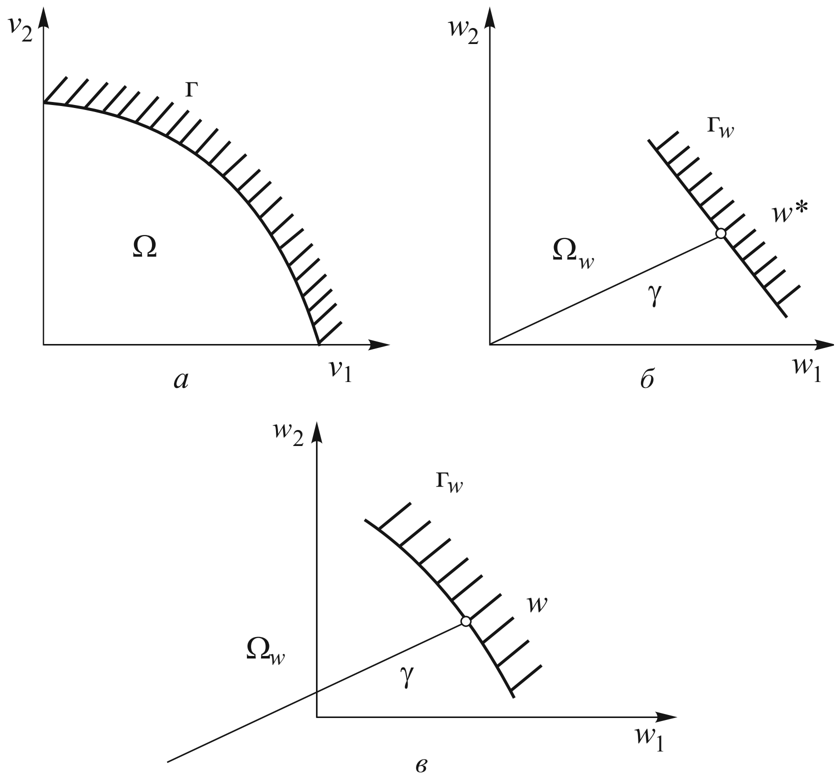


Рис. 4.19. Иллюстрация методов FORM и SORM:
а – исходное пространство качества; *б* и *в* – преобразованные пространства

Простое преобразование имеет место в случае, когда используемые основные параметры v_1, ..., v_n взаимно независимы и имеют функции распределения $F_k(v_k)$. Каждая переменная может быть преобразована отдельно, причем

$$w_k = \Phi^{-1}[F_k(v_k)],$$

где Φ^{-1} – стандартная функция нормального распределения (4.41).

Для зависимых случайных переменных применяют схему последовательных приближений, основанную на системе уравнений:

$$\Phi(w_1) = F_1(v_1),$$

$$\Phi(w_2) = F_2|_1(v_2|v_1),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (4.61)$$

$$\Phi_n(w_n) = F_n|_{n-1}(v_n|v_{n-1}\ldots\, v_1).$$

Здесь $F_2|_1,\ldots,\ F_n|_{n-1},\ldots$ – условные функции распределения исходных параметров.

Дальнейшее применение методов FORM и SORM требует рассмотрения элементов поверхности отказов $g(w) = 0$ в w-пространстве, имеющих одну наиболее вероятную точку отказа. При использовании метода FORM поверхность аппроксимируется касательной гиперплоскостью в этой точке, т. е. представляется первым членом разложения функции $g(w)$ в ряд Тейлора в точке w^*. Расстояние γ от начала координат до касательной гиперплоскости называют индексом надежности первого порядка. Таким образом, вероятность наступления отказа

$$Q = \Phi(-\gamma), \qquad (4.62)$$

что соответствует формуле (4.43). Формула для метода SORM имеет вид

$$Q \approx \Phi(-\gamma)\prod_{j=1}^{n-1}(1+\gamma k_j)^{1/2}, \qquad (4.63)$$

где k_j – главные кривизны в точке w^*. Соглашение о знаках следующее: кривизны являются отрицательными, когда поверхностные кривые выпуклы в сторону начала координат. Входящие в уравнения (4.61) условные функции распределения нетрудно вычислить, если задана совместная плотность $p(v) = p(v_1,\ldots,\ v_n)$. Действительно, из соотношения

$$p(v_1,\ldots,\ v_n) = p(v_n\,|\,v_1,\ldots,\ v_{n-1})p(v_1,\ldots,\ v_{n-1})$$

следует, что

$$F(v_n \mid v_1, \ldots, v_{n-1}) = \frac{\int_{-\infty}^{v_n} p(v_1, \ldots, v_n) dv_n}{p(v_1, \ldots, v_{n-1})}.$$

При $n = 1$ преобразование (4.61) носит элементарный характер. Например, если случайная величина v следует распределению Вейбулла

$$F_v(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v - v_0}{v_c}\right)^{\alpha}\right], \; v \geq v_0,$$

то результат преобразования

$$w = \Phi^{-1}\left\{1 - \exp\left(-\frac{v - v_0}{v_c}\right)^{\alpha}\right\}$$

будет распределен нормально с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. При $n > 1$ относительно просто образуются величины, распределенные логарифмически нормально.

4.2.3. МОДЕЛИ КУМУЛЯТИВНОГО ТИПА

Исчерпание ресурса машин и конструкций связано с постепенным накоплением повреждений, пластических деформаций, усталостных повреждений, износа и т.п. Математическим решением этого факта служат кумулятивные модели отказов, описывающие квазимонотонное ухудшение параметров качества объекта, происходящее в процессе его эксплуатации и взаимодействия с окружающей средой [9].

Пусть значение вектора качества v в момент времени t есть функционал $H[\bullet]$ от процесса нагружения $s(t)$ на предшествующем отрезке $[t_0, t]$:

$$v(t) = H_{\tau = t_0}^{\tau = t}[s(\tau)]. \tag{4.64}$$

Примером реализации функционала может служить решение векторного дифференциального уравнения

$$\frac{dv}{dt} = f(v, s) \tag{4.65}$$

с заданным начальным условием $v(t_0) = v_0$. В правой части стоит вектор-функция от процесса v и процесса нагружения $s(t)$ (зависимость вектора качества от вектора прочности пока не рассматриваем).

Чтобы уравнения (4.64) и (4.65) описывали накопление повреждений, их правые части должны удовлетворять определенным условиям. Пусть по определению значения процесса $v(t)$ заданы в первом ортанте пространства V, так что допустимая область Ω является частью этого ортанта. Пусть внешняя нормаль n к предельной поверхности Γ положительна, точнее, ее проекции на все координатные оси неотрицательны. Если компоненты процесса $v(t)$ удовлетворяют условию

$$v_k(t_2) \geq v_k(t_1)\ (t_2 > t_1;\ k = 1, \ldots, n), \tag{4.66}$$

то для вероятности безотказной работы на отрезке $[t_0, t]$ вместо (4.66) имеем простую формулу

$$P(t) = \{v(t)\} \in \Omega. \tag{4.67}$$

Отметим существенную разницу между формулами (4.29) и (4.67). В отличие от общего случая, когда для вычисления функции надежности $P(t)$ по (4.29) требуется рассмотреть выбросы случайных процессов, в соответствии с (4.67) достаточно вычислить вероятность нахождения вектора в заданной области в рассматриваемый момент времени. Однако при этом процесс $v(t)$ и область Ω должны удовлетворять определенным условиям, при выполнении которых вектор v, однажды покинув область Ω, далее в эту область возвратиться не может. Именно это является отличительным признаком кумулятивных моделей.

Назовем рассмотренную кумулятивность процесса $v(t)$ покомпонентной. Чтобы условие (4.66) для процесса $v(t)$, описываемого уравнением (4.65), было выполнено, необходима неотрицательность всех компонентов вектора $f(v, s)$ в правой части уравнения. Другой подход к построению кумулятивных моделей основан на введении нормы

$\| v \|$ вектора v в пространстве V. Для n-мерного пространства естественно взять евклидову норму

$$\| v \| = (v_1^2 + \ldots + v_n^2)^{1/2} .$$

Можно применять другие нормы, например

$$\| v \| = \max\{ | v_1 |, \ldots, | v_n | \}.$$

Потребуем, чтобы граница Γ области Ω не зависела от времени, а область Ω была выпуклой. Последнее условие означает, что прямая, соединяющая любые две точки в области Ω, должна целиком лежать в этой области Ω. Проведем из рассматриваемой точки v пространства V луч, пересекающий границу Γ в точке v_Γ. Отношение $\| v \| = |v|/| v_\Gamma |$ обладает всеми свойствами нормы. На границе Γ эта норма равна единице. Таким образом,

$$\Omega = \{v\colon \| v \| < 1\}, \tag{4.68}$$

т. е. о принадлежности вектора v допустимой области можно судить по величине его нормы. Для выпуклых областей простой конфигурации удобнее использовать норму, согласованную с уравнением границы Γ. Пусть сформулированные ограничения на допустимую область Ω выполнены. Процесс $v(t)$ будет кумулятивным по норме $\| v \|$ на рассматриваемом отрезке времени, если всюду на этом отрезке выполнено условие

$$\|v(t_2) \| \, v(t_1) \| \; (t_2 > t_1) . \tag{4.69}$$

Очевидно, отсюда вытекают ограничения на уравнения (4.64) и (4.65). Поскольку по условию необратимости (4.69) норма $\| v \|$ – неубывающая функция t, то вектор v, достигнув границы Γ, уже не возвратится в допустимую область. Следовательно, вероятность безотказной работы на отрезке $[t_0 , t]$ есть вероятность события $\| v \| < 1$:

$$P = P\{ \| v \| < 1\}. \tag{4.70}$$

При этом принято, что $v(t_0) \in \Omega$, т. е. по условию в начальный момент t_0 вектор v находится в допустимой области.

На рис. 4.20 показана общая схема возникновения параметрического отказа, при котором в результате каких-либо процессов (повреждения, износа, старения, разрегулирования и т. д.) происходит постепенное изменение определяющего параметра X. Отказ возникнет при наступлении через некоторый (в общем случае случайный) промежуток времени предельно допустимого максимального или минимального значения $X_{пр}$ (для определенности будем считать, что параметр X ограничен сверху ($X \le X_{пр} = X_{max}$), хотя ограничение может быть и снизу ($X \ge X_{min}$), и с двух сторон ($X_{min} \le X \le X_{max}$)).

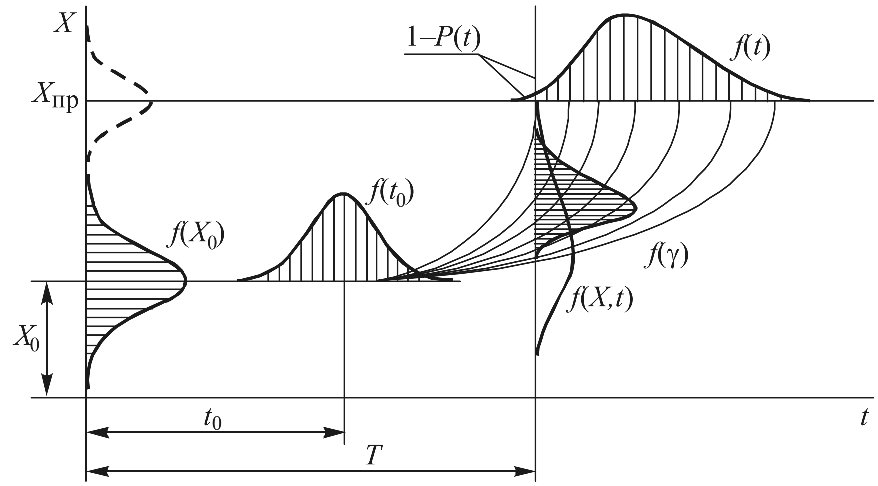


Рис. 4.20. Общая схема формирования параметрического отказа

На схеме показаны основные этапы формирования закона распределения времени безотказной работы элемента $f(t)$. В начале эксплуатации имеет место рассеивание начального значения определяющего параметра $f(X_0)$ относительно своего математического ожидания X_0, которое может быть связано с нестабильностью свойств материалов и технологии изготовления элемента, другими внутренними и внешними причинами. Затем в процессе эксплуатации элемента определяющий параметр под действием происходящих в нем процессов начинает ухудшаться. В общем случае изменение параметра может начаться через некоторый промежуток времени от начала эксплуатации t_0, который также является случайной величиной с распределением $f(t_0)$ относительно своего математического ожидания, связанный, например, с процессами накопления повреждений. Скорость изменения определяющего параметра $\gamma = dX/dt$ после периода t_0 зависит от природы процессов износа, старения или разрегулирования, а также других параметров и в общем случае также является случайной величиной. В результате всех этих процессов и явлений происходит формирование закона распределения $f(X, t)$, определяющего вероятность выхода параметра X за границу поля допуска $X_{пр}$, т. е. вероятность отказа

$$Q(t) = 1 - P(t).$$

Рассмотренная схема описывает процесс возникновения параметрических отказов в общем виде. В конкретных случаях модель должна отражать конструктивные особенности и условия эксплуатации конкретных элементов технических систем. Например, для типичного постепенного параметрического отказа характерно начало изменения определяющего параметра X сразу с момента начала эксплуатации ($t_0 = 0$). Если при достижении значения $X_{пр}$ наблюдается резкое изменение определяющего параметра $X(t)$, то такой отказ близок к отказу функционирования. Если же для возникновения отказа основную роль играет зарождение процесса, т. е. функция распределения $f(t_0)$, а затем процесс протекает с большой интенсивностью, то такая модель близка к модели внезапного отказа. Разброс начального значения определяющего параметра $f(X_0)$ следует учитывать при расчетах надежности некоторой совокупности элементов (например, партии деталей). Для одного же конкретного элемента значение X_0 является конкретной неслучайной величиной. Если же рассматривается поведение элемента в различных режимах работы под воздействием случайных внешних факторов, то и при одном элементе параметр X_0 следует рассматривать как случайную величину [4].

Пример 4.2. При проектировании технологического оборудования, работающего в коррозионной среде, к расчетным значениям геометрических размеров элементов s_p, полученных из технологических и прочностных расчетов, добавляется прибавка c для компенсации коррозии за расчетный срок эксплуатации τ, которая рассчитывается исходя из заданной средней скорости коррозии γ: $s = s_p + c$, $c = \gamma\tau$. Таким образом, считается, что за время эксплуатации размеры элемента в результате коррозии уменьшатся до расчетных и прибавка c обеспечит безотказную работу оборудования. Однако на самом деле геометрические размеры конструкционных элементов при изготовлении обеспечиваются с определенными отклонениями (допусками). Кроме того, скорость коррозии γ (как и скорость других термоактивационных физико-химических процессов) – случайная величина. Если предположить, что определяющий параметр элемента (геометрический размер) X и скорость коррозии γ распределены по нормальному закону с математическими ожиданиями $M(X_0) = \overline{X_0} = s$ и $M(\gamma) = -\gamma$ и средними квадратическими отклонениями $\sigma_0 = \sigma_s$ и σ_γ, то при $X_{\text{пр}} = s_p$ по формуле (4.58) получим вероятность безотказной работы элемента (вероятность неразрушения) в виде

$$P(t) = \frac{1}{2} + \Phi\left[\frac{s_p - s + \gamma t}{\sqrt{\sigma_s^2 + (\sigma_{\gamma t})^2}}\right] = \frac{1}{2} + \Phi\left[\frac{\gamma t - c}{\sqrt{\sigma_s^2 + (\sigma_{\gamma t})^2}}\right].$$

Тогда при $t = \tau$ и соответственно $\gamma t = \gamma\tau = c$ получим $P(\tau) = 0{,}5 + \Phi(0) = 0{,}5$, т. е. вероятность безотказной работы элемента за расчетный срок эксплуатации составит 0,5. Таким образом, за это время 50 % элементов из-за коррозии окажутся неработоспособными.

Пример 4.3. Если изменение определяющего параметра $X(t)$ описывается линейной зависимостью (4.58) с начальным неслучайным значением X_0 и нормально распределенной скоростью изменения γ с математическим ожиданием (средним значением) $\bar{\gamma}$ и средним квадратическим отклонением σ_γ, то в любой момент времени параметр $X(t)$ также распределен по нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma_x = \sigma_\gamma t$. Если при этом скорость изменения параметра может принимать как положительные, так и отрицательные значения, а поле допуска имеет двусторонние границы $[X_{\min}, X_{\max}]$, то вероятность того, что в момент t параметр находится в поле допуска,

$$P(t) = \mathrm{P}(X_{\min} \leq X(t) \leq X_{\max}) =$$

$$= \Phi\left[\frac{\left(X_{\max} - X_0\right)/t - \bar{\gamma}}{\sigma_X}\right] - \Phi\left[\frac{\left(X_0 - X_{\min}\right)/t - \bar{\gamma}}{\sigma_X}\right].$$

После дифференцирования по t плотность распределения времени безотказной работы

$$f(t) = -\frac{dp(t)}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi t^2}}\left[\alpha_1 \exp\left(-\frac{\alpha_1 + \beta t^2}{2t^2}\right) + \alpha_2 \exp\left(-\frac{\alpha_2 + \beta t^2}{2t^2}\right)\right],$$

где $\alpha_1 = (X_0 - X_{\min})/\sigma_x$; $\alpha_2 = (X_0 - X_{\max})/\sigma_x$; $\beta = \bar{\gamma}/\sigma_\gamma$.

4.2.4. МОДЕЛИ МАРКОВСКОГО ТИПА

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями

Многие операции, которые приходится анализировать с точки зрения выбора оптимального решения, развиваются как **случайные процессы**, ход и исход которых зависят от ряда случайных факторов, сопровождающих эти операции. Для того чтобы вычислить числовые параметры, характеризующие эффективность таких операций, нужно построить вероятностную модель явлений, которая учитывает сопровождающие его случайные факторы.

Для математического описания многих операций, развивающихся в форме случайного процесса, может быть с успехом применен математический аппарат, разработанный в теории вероятностей для так называемых **марковских случайных процессов** [36, 37].

Поясним понятие марковского случайного процесса. Пусть имеется некоторая физическая система **S**, состояние которой меняется с течением времени (под системой **S** может пониматься что угодно: техническое устройство, ремонтная мастерская, вычислительная машина, железнодорожный узел и т. д.). Если состояние системы **S** меняется во времени случайным, заранее непредсказуемым образом, мы говорим, что в системе **S** протекает случайный процесс.

Примерами случайных процессов могут быть:

- процесс функционирования ЭВМ;

• процесс наведения на цель управляемой ракеты или космического летательного аппарата;

• процесс обслуживания клиентов парикмахерской или ремонтной мастерской;

• процесс выполнения плана снабжения группы предприятий и т. д.

Конкретное протекание каждого из таких процессов зависит от ряда случайных, заранее непредсказуемых факторов:

• поступление заказов на ЭВМ и вид этих заказов;

• случайные выходы ЭВМ из строя;

• случайные возмущении (помехи) в системе управления ракетой;

• случайный характер потока заявок (требований), поступающих со стороны клиентов;

• случайные перебои в выполнении плана снабжения и т. д.

Случайный процесс, протекающий в системе **S**, называется **марковским процессом** (или «процессом без последствий»), если он обладает следующими свойствами: *для каждого момента времени* t_0 *вероятность любого состояния системы в будущем* (*при* $t > t_0$) *зависит только от ее состояния в настоящем* (*при* $t = t_0$) *и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние* (*т. е. как развивался процесс в прошлом*).

Другими словами, в марковском случайном процессе будущее развитие его зависит только от настоящего состояния и не зависит от «предыстории» процесса. Рассмотрим пример. Пусть система **S** представляет собой техническое устройство, которое уже проработало некоторое время, достаточно «износилось» и пришло в некоторое состояние, характеризующееся определенной степенью изношенности. Нас интересует, как будет работать система в будущем. Ясно, что, по крайней мере, в первом приближении характеристики работы системы в будущем (частота отказов, потребность в ремонте) зависят от состояния устройства в данный момент и не зависят от того, когда и как устройство достигло своего настоящего состояния. На практике часто встречаются случайные процессы, которые с той или другой степенью приближения можно считать марковскими.

Теория марковских случайных процессов является в настоящее время очень обширным разделом теории вероятностей с широким спектром различных приложений – от описания физических явлений типа диффузии или перемешивания шихты во время плавки в доменной печи до процессов образования очередей или распространения мутаций генов в биологической популяции. Нас будут интересовать главным образом применение теории марковских случайных процессов к построению математических моделей операций, ход и исход которых существенно зависят от случайных факторов.

Марковские случайные процессы разделяются на классы по некоторым признакам, в зависимости от того, как и в какие моменты времени система **S** может менять свои состояния.

Случайный процесс называется процессом с дискретными состояниями, если возможные состояния системы S_1, S_2, S_3, … можно перечислить (перенумеровать) одно за другим, а сам процесс состоит в том, что время от времени система скачком (мгновенно) перескакивает из одного состояния в другое.

Пример 4.4. Техническое устройство S состоит из двух узлов 1 и 2, каждый из которых может в ходе работы устройства отказать (выйти из строя). Возможны следующие состояния системы:

S_1 – оба узла работают;

S_2 – первый узел отказал, второй работает;

S_3 – второй узел отказал, первый работает;

S_4 – оба узла отказали.

Процесс, протекающий в системе, состоит в том, что она случайным образом в какие-то моменты времени переходит (перескакивает) из состояния в состояние. Всего у системы четыре возможных состояния, которые мы перенумеровали. Перед нами – процесс с дискретными состояниями.

Кроме процессов с дискретными состояниями существуют случайные процессы с непрерывными состояниями: для этих процессов характерен постепенный, плавный переход из состояния в состояние. Например, процесс изменения напряжения в осветительной сети представляет собой случайный процесс с непрерывными состояниями.

В настоящем подразделе мы будем рассматривать только случайные процессы с дискретными состояниями.

При анализе случайных процессов с дискретными состояниями очень удобно пользоваться геометрической схемой – так называемым графом состояний. Граф состояний геометрически изображает воз-

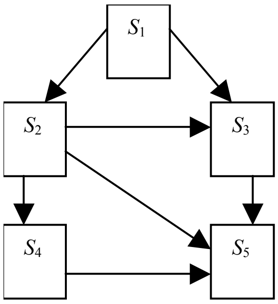


Рис. 4.21. Граф состояний системы для примера 4.4

можные состояния системы и ее возможные переходы из состояния в состояние.

Пусть имеется система **S** с дискретными состояниями

$$S_1,\ S_2,\ S_3,\ \ldots,\ S_n.$$

Мы будем изображать каждое состояние прямоугольником, а возможные переходы («перескоки») из состояния в состояние – стрелками, соединяющими эти прямоугольники (рис. 4.21).

Заметим, что стрелками отмечаются только непосредственные переходы из состояния в состояние; если система может перейти из состояния $S_1 \to S_2$ и $S_2 \to S_3$, но не $S_1 \to S_3$.

Пример 4.5. Система **S** – автомашина, которая может находиться в одном из пяти возможных состояний:

S_1 – исправна, работает;

S_2 – неисправна, ожидает осмотра;

S_3 – осматривается;

S_4 – ремонтируется;

S_5 – списана.

Граф состояний системы показан на рис. 4.22.

Пример 4.6. Построить граф состояний в условиях примера 4.4 (предполагается, что ремонт узлов в ходе процесса не производится).

Решение. Граф состояний построен на рис. 4.23. Отметим, что на графе не показан возможный переход из состояния S_1 непосредственно в S_4, который осуществится, если строго одновременно выйдут из строя оба узла. Возможностью такого события мы пренебрегаем.

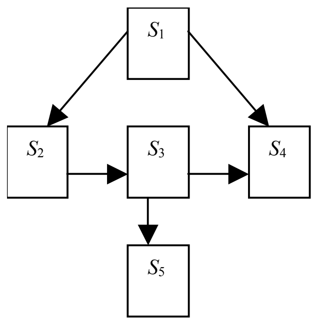


Рис. 4.22. Граф состояний системы для примера 4.5

Пример 4.7. Система **S**, как в примере 4.4, представляет собой техническое устройство, состоящее из двух узлов 1 и 2; каждый из них может в какой-то момент времени отказать. Отказавший узел немедленно начинает восстанавливаться.

Возможные состояния системы:

S_1 – оба узла работают;

S_2 – первый узел восстанавливается, второй работает;

S_3 – первый узел работает, второй восстанавливается;

S_4 – оба узла восстанавливаются.

Граф состояний системы показан на рис. 4.24.

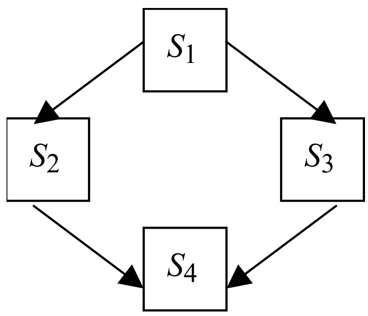


Рис. 4.23. Граф состояний системы для примера 4.6

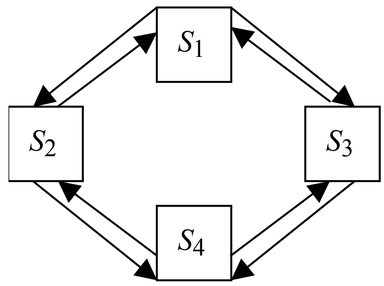


Рис. 4.24. Граф состояний системы для примера 4.7

Пример 4.8. В условиях примера 4.7 каждый узел перед тем как начать восстанавливаться, подвергается осмотру с целью локализации неисправности.

Состояния системы будем для удобства нумеровать не одним, а двумя индексами. Первый будет означать состояния первого узла:

S_1 – работает;

S_2 – осматривается;

S_3 – восстанавливается.

Второй – те же состояния для второго узла, например, S_{23} будет означать: первый узел осматривается, второй – восстанавливается и т. д.

Возможные состояния системы будут:

S_{11} – оба узла работают;

S_{12} – первый узел работает, второй осматривается;

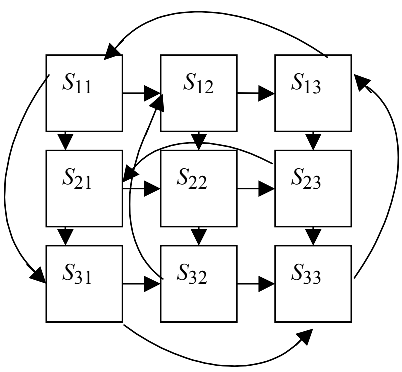


Рис. 4.25. Граф состояний системы для примера 4.8

…….

S_{33} – оба узла восстанавливаются;

(всего 9 состояний).

Граф состояний показан на рис. 4.25.

Случайные процессы с дискретным и непрерывным временем. Марковская цепь

Способы математического описания марковского случайного процесса, протекающего в системе с дискретными состояниями, зависят от того, в какие моменты времени (заранее известные или случайные) могут происходить переходы («перескоки») системы из состояния в состояние [22, 38].

Случайный процесс называется **процессом с дискретным временем**, если переходы системы из состояния в состояние возможны только в строго определенные, заранее фиксированные моменты времени: t_1, t_2, ..., t_n. В промежутки времени между этими моментами система **S** сохраняет свое состояние. Случайный процесс называется процессом с непрерывным временем, если переход системы из состояния в состояние возможен в любой, наперед неизвестный, случайный момент t.

Рассмотрим прежде всего марковский случайный процесс с дискретными состояниями и дискретным временем.

Пусть имеется физическая система **S**, которая может находиться в состояниях S_1, S_2, S_3, …, S_n, причем переходы («перескоки») системы из состояния в состояние возможны только в моменты

$$t_1,\ t_2,\ ...,\ t_k,\ ...,\ t_n\,.$$

Будем называть эти моменты «шагами» или «этапами» процесса и рассматривать случайный процесс, происходящий в системе **S**, как функцию целочисленного аргумента: 1, 2, … k,… (номера шага) n.

Случайный процесс, происходящий в системе, состоит в том, что в последовательные моменты времени t_1, t_2, t_3, ..., t_n система **S** оказывается в тех или других состояниях, ведя себя, например, следующим образом:

$$S_1 \to S_3 \to S_5 \to S_5 \to S_4 \to S_2 \to S_1 \to \ldots$$

или же

$$S_1 \to S_2 \to S_1 \to S_2 \to S_3 \to S_4 \to S_1 \to \ldots$$

В общем случае в моменты t_1, t_2, ... система может не только менять состояние, но и оставаться в прежнем, например:

$$S_1 \to S_1 \to S_2 \to S_3 \to S_3 \to S_3 \to S_4 \to S_1 \to \ldots$$

Условимся обозначать $S_i^{(k)}$ событие, состоящее в том, что после k шагов система находится в состоянии S_i. При любом k события

$$S_i^{(k)},\ S_2^{(k)},\ \ldots,\ S_i^{(k)},\ \ldots,\ S_n^{(k)}$$

образуют полную группу и несовместны.

Процесс, происходящий в системе, можно представить как последовательность (цепочку) событий, например:

$$S_1^{(0)},\ S_2^{(1)},\ S_1^{(2)},\ S_2^{(3)},\ \ldots$$

Такая случайная последовательность событий называется **марковской цепью**, если для каждого шага вероятность перехода из любого состояния S_i в любое S_i **не зависит от того, когда и как система пришла в состояние** S_i.

Мы будем описывать марковскую цепь с помощью так называемых **вероятностей состояний**. Пусть в любой момент времени (после любого k-го шага) система **S** может быть в одном из состояний:

$$S_1,\ S_2,\ \ldots,\ S_n,$$

т. е. может осуществиться одно из полной группы несовместных событий:

$$S_1^{(k)},\ S_2^{(k)},\ \ldots,\ S_n^{(k)}.$$

Обозначим вероятности этих событий:

$$p_1(1) = P(S_1^{(1)});\ p_2(1) = P(S_2^{(1)});\ \ldots;\ p_n(1) = P(S_n^{(1)})$$

– вероятности после первого шага,

$$p_1(2) = P(S_1^{(2)});\ p_2(2) = P(S_2^{(2)});\ ...;\ p_n(2) = P(S_n^{(2)})$$

– вероятности после второго шага, и вообще после k-го шага:

$$p_1(k) = P(S_1^{(k)});\ p_2(k) = P(S_2^{(k)});\ ...;\ p_n(k) = P(S_n^{(k)}).$$

Легко видеть, что для каждого номера шага k

$$p_1(\mathrm{k}) + p_2(\mathrm{k}) + \ldots + p_n(\mathrm{k}) = 1,$$

так как это – вероятности несовместных событий, образующих полную группу.

Будем называть вероятности

$$p_1(\mathrm{k}),\ p_2(\mathrm{k}),\ \ldots,\ p_n(\mathrm{k})$$

вероятностями состояний; поставим задачу: найти вероятности состояний системы для любого k.

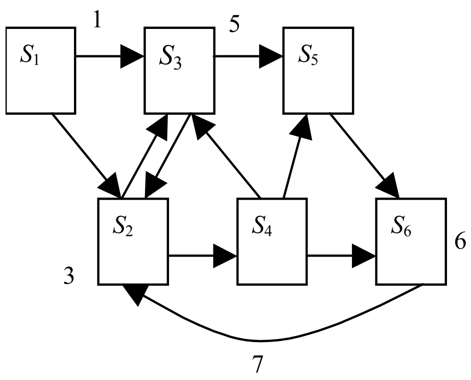


Рис. 4.26. Граф состояний

Изобразим состояния системы в виде графа (рис. 4.26), где стрелками указаны возможные переходы системы из состояния в состояние за один шаг.

Случайный процесс (марковскую цепь) можно представить себе так, как будто точка, изображающая систему **S**, случайным образом перемещается (блуждает) по графу состояний, перескакивая из состояния в состояние в моменты t_1, t_2, t_3, ..., а иногда (в общем случае) и задерживаясь какое-то число шагов в одном и том же состоянии. Например, последовательность переходов

$$S_1 \to S_3 \to S_2 \to S_2 \to S_3 \to S_5 \to S_6 \to S_2$$

можно изобразить на графе состояний как последовательность различных положений точки (см. пунктирные стрелки, изображающие переходы из состояния в состояние на рис. 4.27). «Задержка» системы в состоянии S_2 на третьем шаге изображена стрелкой, выходящей из состояния S_2 и в него же возвращающейся.

Для любого шага (момента времени t_1, t_2, ..., t_k, … или номера 1, 2, ..., k,...) существуют какие-то вероятности перехода системы из любого состояния в любое другое (некоторые из них равны нулю, если непосредственный переход за один шаг невозможен), а также вероятность задержки системы в данном состоянии.

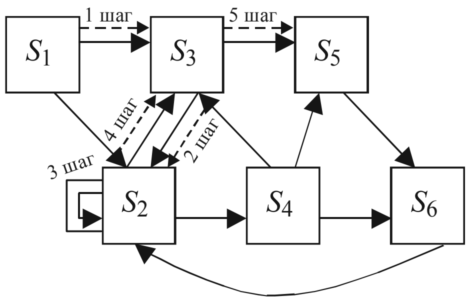


Рис. 4.27. Граф состояний как последовательность различных положений точки

Будем называть эти вероятности **переходными вероятностями марковской цепи.**

Марковская цепь называется **однородной**, если переходные вероятности не зависят от номера шага. В противном случае марковская цепь называется **неоднородной.**

Рассмотрим сначала однородную марковскую цепь. Пусть система **S** имеет n возможных состояний S_1, S_2, ..., S_n. Предположим, что для каждого состояния нам известна вероятность перехода в любое другое состояние за один шаг (в том числе и вероятность задержки в данном состоянии). Обозначим $\mathbf{P}_{ij}$ вероятность перехода за один шаг из состояния S_i в состояние S_j; $\mathbf{P}_{ii}$ будет вероятность задержки системы в состоянии S_i. Запишем переходные вероятности $\mathbf{P}_{ij}$ в виде прямоугольной таблицы (матрицы):

$$\left\|\mathbf{P}_{ij}\right\| = \left\| \begin{matrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} & \dots & \mathbf{P}_{1j} & \dots & \mathbf{P}_{1n} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} & \dots & \mathbf{P}_{2j} & \dots & \mathbf{P}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{P}_{i1} & \mathbf{P}_{i2} & \dots & \mathbf{P}_{ij} & \dots & \mathbf{P}_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{P}_{n1} & \mathbf{P}_{n2} & \dots & \mathbf{P}_{nj} & \dots & \mathbf{P}_{nn} \end{matrix} \right\|. \tag{4.71}$$

Некоторые из переходных вероятностей $\mathbf{P}_{ij}$ могут быть равны нулю: это означает, что за один шаг переход системы из i-го состояния в j-е невозможен. По главной диагонали матрицы переходных вероятностей стоят вероятности $\mathbf{P}_{ii}$ того, что система не выйдет из состояния S_i, а останется в нем.

Пользуясь введенными выше событиями $S_1^{(k)}$, $S_2^{(k)}$, ..., $S_n^{(k)}$, переходные вероятности $\mathbf{P}_{ij}$ можно записать как условные вероятности:

$$\mathbf{P}_{ij} = \mathbf{P}\left(S_j^{(k)} / S_i^{(k-1)}\right).$$

Отсюда следует, что сумма членов, стоящих в каждой строке матрицы (4.81), должна быть равна единице, так как, в каком бы состоянии ни была система перед k-м шагом, события $S_1^{(k)}$, $S_2^{(k)}$, ..., $S_n^{(k)}$ несовместны и образуют полную группу.

При рассмотрении марковских цепей часто бывает удобно пользоваться графом состояний, на котором у стрелок проставлены соответствующие переходные вероятности (рис. 4.28). Такой граф мы будем называть «размеченным графом состояний».

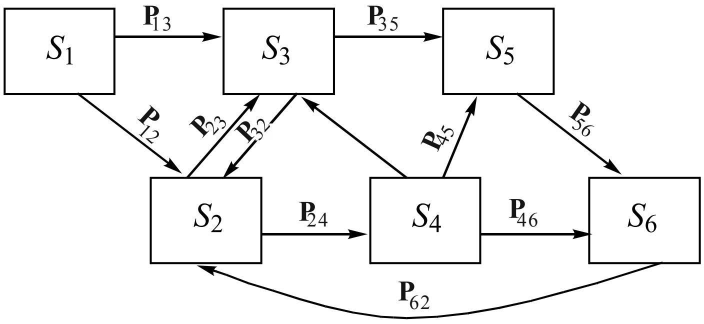


Рис. 4.28. Граф состояний однородной марковской цепи

Заметим, что на рис. 4.28 проставлены не все переходные вероятности, а только те из них, которые не равны нулю и меняют состояние системы, т. е. $\mathbf{P}_{ij}$ при $i \neq j$; «вероятности задержки» $\mathbf{P}_{11}$, $\mathbf{P}_{22}$ проставлять на графе излишне, поскольку каждая из них **дополняет до единицы** сумму переходных вероятностей, соответствующих всем стрелкам, исходящим из данного состояния. Например, для графа рис. 4.28:

$$\mathbf{P}_{11} = 1 - (\mathbf{P}_{12} + \mathbf{P}_{13}),$$

$$\mathbf{P}_{22} = 1 - (\mathbf{P}_{23} + \mathbf{P}_{24}),$$

$$\mathbf{P}_{33} = 1 - (\mathbf{P}_{32} + \mathbf{P}_{35}),$$

$$\mathbf{P}_{44} = 1 - (\mathbf{P}_{43} + \mathbf{P}_{45} + \mathbf{P}_{46}),$$

$$\mathbf{P}_{55} = 1 - \mathbf{P}_{56},$$

$$\mathbf{P}_{66} = 1 - \mathbf{P}_{62}.$$

Если из состояния S_i не исходит ни одной стрелки (переход из него ни в какое другое состояние невозможен), то соответствующая вероятность задержки $\mathbf{P}_{ii}$ равна единице.

Имея в распоряжении размеченный граф состояний (или, что равносильно, матрицу переходных вероятностей) и зная начальное состояние системы, можно найти вероятности состояний

$$p_1(\mathrm{k}),\ p_2(\mathrm{k}),\ \ldots,\ p_n(\mathrm{k})$$

после любого (k-го) шага. Покажем, как это делается.

Предположим, что в начальный момент (перед первым шагом) система находится в каком-то определенном состоянии, например S_m. Тогда для начального момента (0) будем иметь:

$$p_1(0) = 0;\ p_2(0) = 0;\ \ldots;\ p_m(0) = 1;\ \ldots;\ p_n(0) = 0,$$

т. е. вероятности всех состояний равны нулю, кроме вероятности начального состояния S_m, которая равна единице.

Найдем вероятности состояний после первого шага. Мы знаем, что перед первым шагом система заведомо находится в состоянии S_m. Значит, за первый шаг она перейдет в состояния S_1, S_2, ..., S_m, ..., S_n с вероятностями

$$P_{m1},\ P_{m2},\ \ldots,\ P_{mm},\ \ldots,\ P_{mn},$$

записанными в m-й строке матрицы переходных вероятностей. Таким образом, вероятности состояний после первого шага будут:

$$\begin{gathered} p_1(1) = P_{m1};\ p_2(1) = P_{m2};\ \ldots; \\ p_1\ p_m(1) = P_{mm};\ \ldots;\ p_n(1) = P_{mn}. \end{gathered} \tag{4.72}$$

Найдем вероятности состояний после второго шага:

$$p_1^{(2)},\ p_2^{(2)},\ \ldots\ldots\ p_i^{(2)},\ \ldots\ldots\ p_n^{(2)}.$$

Будем вычислять их по формуле полной вероятности с гипотезами:

- после первого шага система была в состоянии S_1;
- после второго шага система была в состоянии S_2;

…

- после первого шага система была в состоянии S_i;

….

- после первого шага система была в состоянии S_n.

Вероятности гипотез известны [см. (4.72)]; условные вероятности перехода в состояние S_i при каждой гипотезе тоже известны и записаны в матрице переходных вероятностей. По формуле полной вероятности получим:

$$\left.\begin{array}{l} p_1^{(2)} = p_1^{(1)}\mathbf{P}_{11} + p_2^{(1)}\mathbf{P}_{21} + \ldots + p_n^{(1)}\mathbf{P}_{n1}; \\ p_2^{(2)} = p_1^{(1)}\mathbf{P}_{12} + p_2^{(1)}\mathbf{P}_{22} + \ldots + p_n^{(1)}\mathbf{P}_{n2}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p_i^{(2)} = p_1^{(1)}\mathbf{P}_{1i} + p_2^{(1)}\mathbf{P}_{2i} + \ldots + p_n^{(1)}\mathbf{P}_{ni}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p_n^{(2)} = p_1^{(1)}\mathbf{P}_{1n} + p_2^{(1)}\mathbf{P}_{2n} + \ldots + p_n^{(1)}\mathbf{P}_{nn}, \end{array}\right\} \tag{4.73}$$

или гораздо короче:

$$p_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{n} p_i^{(1)} P_j,\ (i = 1,\ \ldots,\ n). \tag{4.74}$$

В формуле (4.74) суммирование распространяется формально на все состояния S_1, …, S_n; фактически учитывать надо только те из них, для которых переходные вероятности $\mathbf{P}_{ij}$ отличны от нуля, т. е.

те состояния, из которых может совершиться переход в состояние S_i (или задержка в нем).

Таким образом, вероятности состояний после второго шага известны. Очевидно, после третьего шага они определяются аналогично:

$$p_i^{(3)} = \sum_{i=1}^{n} p_j^{(2)} P_{ji}, \tag{4.75}$$

и вообще после k-го шага:

$$p_i^{(k)} = \sum_{i=1}^{n} p_j (k-1) P_j, \ (i = 1, \ldots, n). \tag{4.76}$$

Итак, вероятности состояний $p_i^{(k)}$ после k-го шага определяются рекуррентной формулой (4.76) через вероятности состояний после (k – 1)-го шага; те в свою очередь – через вероятности состояний после (k – 2)-го шага и т. д.

Пример 4.9. По некоторой цели ведется стрельба четырьмя выстрелами в моменты времени t_1, t_2, t_3, t_4.

Возможные состояния цели (системы **S**):

S_1 – цель невредима;

S_2 – цель незначительно повреждена;

S_3 – цель получила существенные повреждения;

S_4 – цель полностью поражена (не может функционировать).

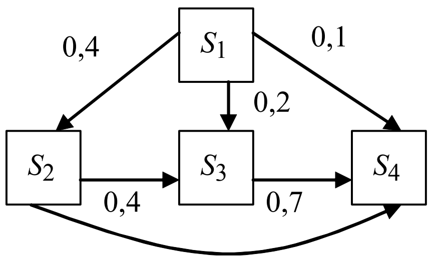


Рис. 4.29. Граф состояний системы для примера 4.9

Размеченный граф состояний системы показан на рис. 4.29. В начальный момент цель находится в состоянии S_1 (не повреждена). Определить вероятности состояний цели после четырех выстрелов.

Решение. Из графа состояний имеем:

$$\mathbf{P}_{12} = 0{,}4;\ \mathbf{P}_{13} = 0{,}2;\ \mathbf{P}_{14} = 0{,}1 \text{ и } \mathbf{P}_{11} = 1 - (\mathbf{P}_{12} + \mathbf{P}_{13} + \mathbf{P}_{14}) = 0{,}3.$$

Аналогично находим:

$$\mathbf{P}_{21} = 0;\ \mathbf{P}_{22} = 0{,}4;\ \mathbf{P}_{23} = 0{,}4;\ \mathbf{P}_{24} = 0{,}2;$$

$$\mathbf{P}_{31}=0,\ \mathbf{P}_{32}=0,\ \mathbf{P}_{33}=0{,}3,\ \mathbf{P}_{34}=0{,}7;$$

$$\mathbf{P}_{41}=0,\ \mathbf{P}_{42}=0,\ \mathbf{P}_{43}=0,\ \mathbf{P}_{44}=1.$$

Таким образом, матрица переходных вероятностей имеет вид

$$\left\|\mathbf{P}_{ij}\right\|=\begin{vmatrix}0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}1\\ 0 & 0{,}4 & 0{,}4 & 0{,}2\\ 0 & 0 & 0{,}3 & 0{,}7\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

Так как в начальный момент цель S находится в состоянии S_1, то $p_1^0=1$.

Вероятности состояний после первого шага (выстрела) берутся из первой строки матрицы:

$$p_1^1=0{,}3;\ p_2^0=0{,}4;\ p_3^0=0{,}2;\ p_4^0=0{,}1.$$

Вероятности состояний после второго шага:

$$p_1^{(2)}=p_1^{(1)}\mathbf{P}_{11}=0{,}3\cdot 0{,}3=0{,}09;$$

$$p_2^{(2)}=p_1^{(1)}\mathbf{P}_{12}+p_2^{(1)}\mathbf{P}_{22}=0{,}3\cdot 0{,}4+0{,}4\cdot 0{,}4=0{,}28;$$

$$p_3^{(2)}=p_1^{(1)}\mathbf{P}_{13}+p_2^{(1)}\mathbf{P}_{23}+p_3^{(1)}\mathbf{P}_{33}=$$

$$=0{,}3\cdot 0{,}2+0{,}4\cdot 0{,}4+0{,}2\cdot 0{,}3=0{,}28;$$

$$p_4^{(2)}=p_1^{(1)}\mathbf{P}_{14}+p_2^{(1)}\mathbf{P}_{24}+p_3^{(1)}\mathbf{P}_{34}+p_4^{(1)}\mathbf{P}_{44}=$$

$$=0{,}3\cdot 0{,}1+0{,}4\cdot 0{,}2+0{,}2\cdot 0{,}7+0{,}1\cdot 1=0{,}35.$$

Вероятности состояний после третьего шага:

$$p_1^{(3)}=p_1^{(2)}\mathbf{P}_{11}=0{,}09\cdot 0{,}3=0{,}027;$$

$$p_2^{(3)}=p_1^{(2)}\mathbf{P}_{12}+p_2^{(2)}\mathbf{P}_{22}=0{,}09\cdot 0{,}4+0{,}28\cdot 0{,}4=0{,}148;$$

$$p_3^{(3)}=p_1^{(2)}\mathbf{P}_{13}+p_2^{(2)}\mathbf{P}_{23}+p_3^{(2)}\mathbf{P}_{33}=$$

$$=0{,}09\cdot 0{,}2+0{,}28\cdot 0{,}4+0{,}28\cdot 0{,}3=0{,}214;$$

$$p_4^{(3)} = p_1^{(2)}\mathbf{P}_{14} + p_2^{(2)}\mathbf{P}_{24} + p_3^{(2)}\mathbf{P}_{34} + p_4^{(2)}\mathbf{P}_{44} =$$

$$= 0,009 \cdot 0,1 + 0,28 \cdot 0,2 + 0,28 \cdot 0,7 + 0,35 \cdot 1 = 0,611.$$

Вероятности состояний после четвертого шага:

$$p_1^{(4)} = p_1^{(3)}\mathbf{P}_{11} = 0,0081;$$

$$p_2^{(4)} = p_1^{(3)}\mathbf{P}_{12} + p_2^{(3)}\mathbf{P}_{22} = 0,27 \cdot 0,4 + 0,148 \cdot 0,4 = 0,0700;$$

$$p_3^{(4)} = p_1^{(3)}\mathbf{P}_{13} + p_2^{(3)}\mathbf{P}_{23} + p_3^{(3)}\mathbf{P}_{33} =$$

$$= 0,027 \cdot 0,2 + 0,148 \cdot 0,4 + 0,214 \cdot 0,3 = 0,1288;$$

$$p_4^{(4)} = p_1^{(3)}\mathbf{P}_{14} + p_2^{(3)}\mathbf{P}_{24} + p_3^{(3)}\mathbf{P}_{34} + p_4^{(4)}\mathbf{P}_{44} =$$

$$= 0,027 \cdot 0,1 + 0,148 \cdot 0,2 + 0,214 \cdot 0,7 + 0,611 \cdot 1 = 0,7931.$$

Таким образом, нами получены вероятности всех исходов обстрела цели (четырех выстрелов):

- цель не повреждена: $p_1^{(4)} =$ 0,008;
- цель получила незначительные повреждения: $p_2^{(4)} =$ 0,070;
- цель получила существенные повреждения: $p_3^{(4)} =$ 0,129;
- цель поражена полностью: $p_4^{(4)} =$ 0,793.

Мы рассмотрели однородную марковскую цепь, для которой вероятности перехода от шага к шагу не меняются.

Рассмотрим теперь общий случай – неоднородную марковскую цепь, для которой вероятности перехода $\mathbf{P}_{ij}$ меняются от шага к шагу. Обозначим $\mathbf{P}_{ij}^{(k)}$ – вероятность перехода системы из состояния S_i в состояние S_j на k-м шаге, т. е. условную вероятность

$$\mathbf{P}_{ij} = \mathbf{P}\left(S_{ij}^{(k)} / S^{(k-1)}\right).$$

Предположим, что нам заданы матрицы вероятностей перехода на каждом шаге. Тогда вероятность того, что система **S** после k шагов будет находиться в состоянии S_i, выразится формулой

$$p_i(k) = \sum_j p_j(k-1) P_{ji}^{(k)} \quad (i = 1, \ldots, n), \tag{4.77}$$

которая отличается от аналогичной формулы (4.76) для однородной цепи Маркова только тем, что в ней фигурируют вероятности перехода, зависящие от номера шага k. Вычисления по формуле (4.77) ничуть не сложнее, чем в случае однородной цепи.

Пример 4.10. Производится три выстрела по цели, которая может быть в тех же четырех состояниях S_1, S_2, S_3, S_4, что и в предыдущем примере, но вероятности перехода для трех последовательных выстрелов различны и заданы тремя матрицами:

$$\left\| \mathbf{P}_{ij}^{(1)} \right\| = \begin{Vmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

$$\left\| \mathbf{P}_{ij}^{(2)} \right\| = \begin{Vmatrix} 0,1 & 0,4 & 0,3 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0,8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

$$\left\| \mathbf{P}_{ij}^{(3)} \right\| = \begin{Vmatrix} 0,05 & 0,3 & 0,4 & 0,25 \\ 0 & 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

В начальный момент цель находится в состоянии S_1. Найти вероятности состояний после трех выстрелов.

Решение. Имеем:

$$p_1 = 0,3;\ p_2^{(1)} = 0,4;\ p_3^{(1)} = 0,2;\ \mathbf{P}_4^{(1)} = 0,1;$$

$$p_1^{(2)} = p_1^{(1)} \mathbf{P}_{11}^{(2)} = 0,4 \cdot 0,1 = 0,30;$$

$$p_2^{(2)} = p_1^{(1)} \mathbf{P}_{12}^{(2)} + p^{(1)} \mathbf{P}_{22}^{2} = 0,34 \cdot 0,41 + 0,4 \cdot 0,2 = 0,20;$$

$$p_3^{(2)} = p_1^{(1)}\mathbf{P}_{13}^{(2)} + p_2^{(1)}\mathbf{P}_{23}^{2} + p_3^{(1)}\mathbf{P}_{33}^{(2)} = 0,33;$$

$$p_4^{(2)} = p_1^{(1)}\mathbf{P}_{14}^{(2)} + p_2^{(1)}\mathbf{P}_{24}^{2} + p_3^{(1)}\mathbf{P}_{34}^{(2)} + p_4^{(1)}\mathbf{P}_{44}^{(2)} = 0,44;$$

$$p_1^{(2)} = p_1^{(2)}\mathbf{P}_{11}^{(3)} = 0,002;$$

$$p_1^{(3)} = p_1^{(2)}\mathbf{P}_{12}^{(3)} + p_2^{(2)}\mathbf{P}_{22}^{(3)} = 0,029;$$

$$p_3^{(3)} = p_1^{(2)}\mathbf{P}_{13}^{(3)} + p_2^{(2)}\mathbf{P}_{23}^{3} + p_3^{(2)}\mathbf{P}_{33}^{(3)} = 0,165;$$

$$p_4^{(2)} = p_1^{(2)}\mathbf{P}_{14}^{(3)} + p_2^{(2)}\mathbf{P}_{24}^{3} + p_3^{(2)}\mathbf{P}_{34}^{(3)} + p_4^{(2)}\mathbf{P}_{44}^{(3)} = 0,804.$$

Итак, вероятности состояний после трех выстрелов:

$$p_1^{(3)} = 0,002;\ p_2^{(3)} = 0,029;\ p_3^{(3)} = 0,165;\ p_4^{(3)} = 0,804.$$

Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний

В предыдущем разделе рассматривали марковскую цепь, т. е. случайный процесс, протекающий в системе, которая случайным образом может переходить из состояния в состояние только в некоторые заранее определенные, фиксированные моменты времени.

На практике значительно чаще встречаются ситуации, когда переходы системы из состояния в состояние происходят не в фиксированные, а в случайные моменты времени, которые заранее указать невозможно – переход может наступить в любой момент. Например, выход из строя (отказ) любого элемента аппаратуры может произойти в любой момент времени; окончание ремонта (восстановление) этого элемента также может произойти в заранее не зафиксированный момент и т. д. Для описания таких процессов в ряде случаев может быть с успехом применена схема марковского случайного процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем, который мы будем для краткости называть **непрерывной цепью Маркова.**

Покажем, как выражаются вероятности состояний для такого процесса. Пусть имеется ряд дискретных состояний $S_1, S_2, ..., S_n$; переход (перескок) системы **S** из состояния в состояние может происходить в любой момент времени. Граф состояний системы показан на рис. 4.30.

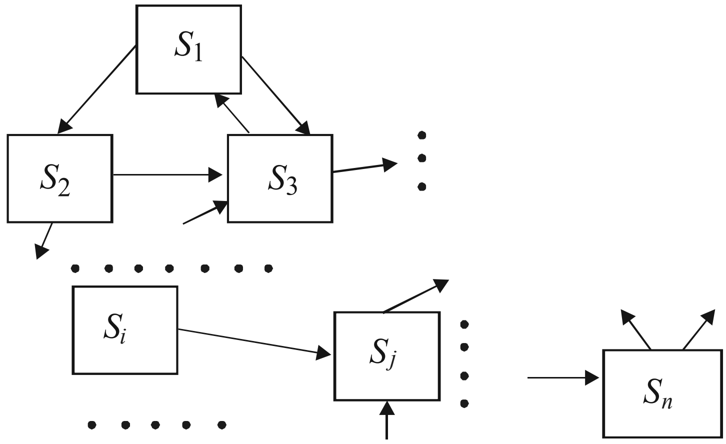


Рис. 4.30. Граф состояний непрерывной марковской цепи

Обозначим $p_i(t)$ – вероятность того, что в момент t система **S** будет находиться в состоянии S_i (i = 1,..., n). Очевидно, для любого момента t сумма вероятностей состояний равна единице:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(t) = 1, \tag{4.78}$$

так как события, состоящие в том, что в момент t система находится в состояниях S_1, S_2, S_3, …, S_n, несовместны и образуют полную группу.

Поставим задачу – определить для любого t вероятности состояний: $p_1(t)$, $p_2(t)$,..., $p_n(t)$. Для того чтобы найти эти вероятности, необходимо знать характеристики процесса, аналогичные переходным вероятностям для марковской цепи. В случае процесса с непрерывным временем нам не придется задавать определенные, отличные от нуля, переходные вероятности P_{ij}, вероятность перехода (перескока) системы из состояния в состояние точно в момент t будет равна нулю (так же, как вероятность любого отдельного значения непрерывной случайной величины). Вместо переходных вероятностей P_{ij} мы введем в рассмотрение плотности вероятностей перехода.

Пусть система **S** в момент t находится в состоянии S_i. Рассмотрим элементарный промежуток времени Δt, примыкающий к моменту t (рис. 4.31). Назовем плотностью вероятности перехода λ_{ij} предел отношения вероятности перехода системы за время Δt из состояния S_i в состояние S_j к длине промежутка Δt:

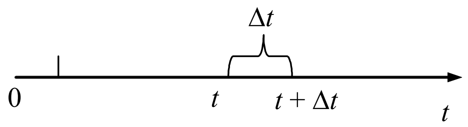


Рис. 4.31. Время перехода системы **S** из состояния S_i в состояние S_j

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{ij}(\Delta t)}{\Delta t}, \tag{4.79}$$

где $P_{ij}(\Delta t)$ – вероятность того, что система, находившаяся в момент t в состоянии S_i, за время Δt перейдет из него в состояние S_j (плотность вероятностей перехода определяется только для $j \neq 1$).

Из формулы (4.79) следует, что при малом Δt вероятность перехода $P_{ij}(\Delta t)$ (с точностью до бесконечно малых высших порядков) равна $\lambda_{ij}\,\Delta t$:

$$P_{ij}(\Delta \mathrm{t}) \approx \lambda_{ij}\ (\Delta \mathrm{t}).$$

Если все плотности вероятностей перехода λ_{ij} не зависят от t (т. е. от того, в какой момент начинается элементарный участок Δt), марковский процесс называется однородным; если эти плотности представляют собой какие-то функции времени $\lambda_{ij}(t)$, процесс называется неоднородным. При пользовании сокращенным названием «непрерывная марковская цепь» мы также будем различать однородные и неоднородные цепи. Предположим, что нам известны плотности вероятностей перехода λ_{ij} для всех пар состояний S_i, S_j. Построим граф состояний системы **S** и против каждой стрелки проставим соответствующую плотность вероятности перехода (рис. 4.32). Такой граф с проставленными у стрелок плотностями вероятностей перехода мы будем называть размеченным графом состояний.

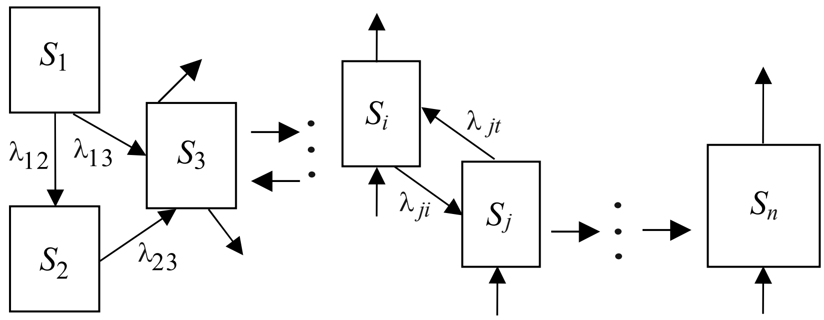


Рис. 4.32. Размеченный граф состояний

Оказывается, зная размеченный граф состояний, можно определить вероятности состояний:

$$p_1(t),\ p_2(t), \ldots,\ p_n(t) \tag{4.80}$$

как функции времени. А именно, эти вероятности удовлетворяют дифференциальным уравнениям определенного вида, так называемым уравнениям Колмогорова. Решая эти уравнения, мы получим вероятности (4.80). Продемонстрируем методику вывода уравнений Колмогорова для вероятностей состояний на конкретном примере.

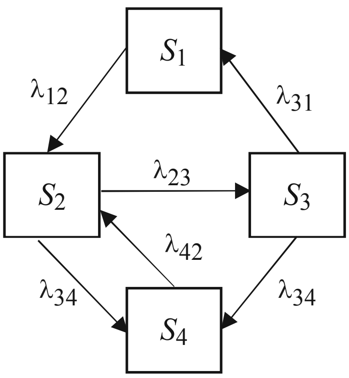


Рис. 4.33. Размеченный граф для системы, имеющей четыре возможных состояния

Пусть система **S** имеет четыре возможных состояния: S_1, S_2, S_3, S_4; размеченный граф состояний системы показан на рис. 4.33. Поставим себе задачу: найти одну из вероятностей состояний, например $p_1(t)$. Это есть вероятность того, что в момент t система будет находиться в состоянии S_1. Придадим t малое приращение Δt и найдем вероятность того, что в момент $t + \Delta t$ система будет находиться в состоянии S_1.

Как это событие может произойти? Очевидно, двумя способами:

• в момент t система уже была в состоянии S_1 а за время Δt не вышла из этого состояния;

• в момент t система была в состоянии S_3, а за время Δt перешла из него в S_1.

Вероятность первого варианта найдем как произведение вероятности $p_1(t)$ того, что в момент t система была в состоянии S_1, на условную вероятность того, что, будучи в состоянии S_1, система за время Δt не перейдет из него в S_2. Эта условная вероятность (с точностью до бесконечно малых высших порядков) равна $1 - \lambda_{12}\Delta t$.

Аналогично вероятность второго варианта равна вероятности того, что в момент t система была в состоянии S_3, умноженной на условную вероятность перехода за время Δt в состояние S_1. Применяя правило сложения вероятностей, получим:

$$p_1(t + \Delta t) = p_1(t)(1 - \lambda_{12}\Delta t) + p_3(t)\lambda_{31}\Delta t.$$

Раскроем скобки в правой части, перенесем $p_1(t)$ в левую и разделим обе части равенства на Δt, получим:

$$\frac{p_1(t+\Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = -\lambda_{12}p_1(t) + \lambda_{31}p_3(t).$$

Теперь устремим Δt к нулю и перейдем к пределу:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{p_1(t+\Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = -\lambda_{12}p_1(t) + \lambda_{31}p_3(t).$$

Левая часть есть не что иное, как производная функции $p_1(t)$:

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = -\lambda_{12}p_1(t) + \lambda_{31}p_3(t). \qquad (4.81)$$

Таким образом, выведено дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять функция $p_1(t)$. Аналогичные дифференциальные уравнения могут быть выведены и для остальных вероятностей состояния: $p_2(t)$, $p_3(t)$, $p_4(t)$.

Рассмотрим второе состояние S_2 и найдем $p_2(t + \Delta t)$ – вероятность того, что в момент $(t + \Delta t)$ система **S** будет находиться в состоянии S_2. Это событие может произойти следующими способами:

• в момент t система уже была в состоянии S_2, а за время Δt не перешла из него ни в S_3, ни в S_4;

• в момент t система была в состоянии S_1, а за время Δt перешла из него в S_2;

• в момент t система была в состоянии S_4, а за время Δt перешла из него в S_2.

Вероятность первого варианта вычисляется так: $p_1(t)$ умножается на условную вероятность того, что система за Δt не перейдет ни в S_3, ни в S_4. Так как события, состоящие в переходе за время Δt из S_2 в S_3 и из S_3 в S_4, несовместны, то вероятность того, что осуществится один из этих переходов, равна сумме их вероятностей, т. е. $\lambda_{23}\Delta t +$ $+ \lambda_{24}\Delta t$ (с точностью до бесконечно малых высших порядков). Вероятность того, что не осуществится ни один их этих переходов, равна $1 - \lambda_{23}\Delta t - \lambda_{24}\Delta t$. Отсюда вероятность первого варианта

$$p_2(t)(1 - \lambda_{23}\Delta t - \lambda_{24}\Delta t).$$

Прибавляя сюда вероятности второго и третьего вариантов, получаем:

$$p_2(t + \Delta t) = p_2(t)\ (1 - \lambda_{23}\Delta t - \lambda_{24}\Delta t) +$$

$$+ p_1(t)\lambda_{12}\Delta t + p_4(t)\lambda_{42}\Delta t.$$

Перенося $p_2(t)$ в левую часть, деля на Δt и переходя к пределу, получаем дифференциальное уравнение для $p_2(t)$:

$$\frac{dp_2}{dt} = -\lambda_{23}p_2(t) - \lambda_{24}p_2(t) + \lambda_{12}p_1(t) + \lambda_{42}p_4(t). \qquad (4.82)$$

Рассуждая аналогично для состояний S_3, S_4, получим в результате систему дифференциальных уравнений, составленных по типу (4.81) и (4.82). Отбросим в них для краткости аргумент y функций p_1, p_2, p_3, p_4 и перепишем эту систему в виде:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dp_1}{dt} &= -\lambda_{12}p_1 + \lambda_{31}p_3, \\
\frac{dp_2}{dt} &= -\lambda_{23}p_2 - \lambda_{24}p_2 + \lambda_{12}p_1 + \lambda_{42}p_4, \\
\frac{dp_3}{dt} &= -\lambda_{31}p_3 - \lambda_{34}p_3 + \lambda_{23}p_2, \\
\frac{dp_4}{dt} &= -\lambda_{42}p_4 + \lambda_{24}p_2 + \lambda_{34}p_3.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.83)$$

Эти уравнения для вероятностей состояний и называются уравнениями Колмогорова. Интегрирование этой системы уравнений даст нам искомые вероятности состояний как функции времени. Начальные условия берутся в зависимости от того, каково было начальное состояние системы **S**. Например, если в начальный момент времени (при $t = 0$) система **S** находилась в состоянии S_1, то надо принять начальные условия: при $t = 0$ $p_1 = 1$, $p_2 = p_3 = p_4 = 0$.

Заметим, что всех четырех уравнений для p_1, p_2, p_3, p_4 можно было бы и не писать; действительно, $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$ и любую из вероятностей p_1, p_2, p_2, p_4 можно выразить через три остальные. Например, p_4 можно выразить через p_1, p_2, p_3 в виде $p_4 = 1 - (p_1 + p_2 + p_3)$ и подставить в остальные уравнения. Тогда специального уравнения для вероятности p_4 можно и не писать. Однако в дальнейшем нам будет удобнее пользоваться полной системой уравнений (4.83).

Обратим внимание на структуру уравнений (4.83). Все они построены по вполне определенному правилу, которое можно сформулировать следующим образом.

В левой части каждого уравнения стоит производная вероятности состояния, а правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена из состояния, соответствующий член имеет знак минус; если в состояние – знак плюс. Каждый член равен произведению плотности вероятности перехода, соответствующей данной стрелке, умноженной на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка. Это правило составления дифференциальных уравнений для вероятностей состояний является общим и справедливо для любой непрерывной марковской цепи; с его помощью можно совершенно механически, без всяких рассуждений, записывать дифференциальные уравнения для вероятностей состояний непосредственно по размеченному графу состояний.

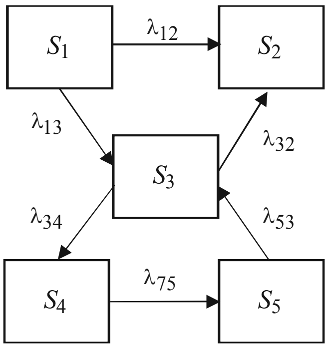


Рис. 4.34. Размеченный граф состояний системы для примера 4.11

Пример 4.11. Размеченный граф состояний системы **S** имеет вид, показанный на рис. 4.34. Написать систему дифференциальных уравнений Колмогорова и начальные условия для решения этой системы, если известно, что в начальный момент система находится в состоянии S_1.

Решение. Система уравнений Колмогорова имеет вид:

$$\frac{dp_1}{dt} = -(\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1,$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \lambda_{12}p_1 + \lambda_{32}p_3,$$

$$\frac{dp_3}{dt} = -(\lambda_{32} + \lambda_{34})p_3 + \lambda_{13}p_1 + \lambda_{53}p_5,$$

$$\frac{dp_4}{dt} = -\lambda_{45}p_4 + \lambda_{34}p_3,$$

$$\frac{dp_5}{dt} = -\lambda_{53}p_5 + \lambda_{45}p_4.$$

Начальные условия: при $t = 0$ $p_1 = 1, p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = 1$.

4.2.5. МОДЕЛИ ПУАССОНОВСКОГО ТИПА

Наиболее подходящей моделью для описания отказов высоконадежных систем является модель *пуассоновского потока отказов.*

Если интерпретировать безотказную работу как пребывание вектора качества в допустимой области Ω, то следует связать интенсивность отказов с поведением векторного процесса $v(t)$ по отношению к предельной поверхности Γ. Пусть $P(0) = 1$, т. е. с вероятностью, равной единице, вектор v в начальный момент времени $t = 0$ находится в допустимой области, а выбросы из этой области на рассматриваемом отрезке $[0, t]$ – весьма редкие события. Число выбросов на отрезке $[0, t]$ есть случайная величина $N(t)$, зависящая от времени t как от параметра. Имеем соотношение

$$M[N(t)] \equiv \Delta(t) \approx \int_0^t \lambda(\tau)\, d\tau, \tag{4.84}$$

связывающее математическое ожидание $\Delta(t)$ числа выбросов $N(t)$ из допустимой области с интенсивностью отказов $\lambda(t)$. Отсюда получаем приближенную формулу для вероятности безотказной работы

$$P(t) \approx \exp\,[-\Delta(t)]. \tag{4.85}$$

Если в начальный момент $t = t_0$ вероятность безотказной работы отлична от нуля, то вместо (4.84) имеем

$$P(t) \approx P(t_0) \exp\left[-\int_{t_0}^t \lambda(\tau)\, d\tau\right] \tag{4.86}$$

с интенсивностью отказов

$$\lambda(t) \approx d/dt\, M[N(t)]. \tag{4.87}$$

Точность результатов, полученных по формуле (4.85), тем выше, чем ближе к единице значение $P(t)$. Для высоконадежных систем несколько упростим формулу (4.85), разложив экспоненту в степенной ряд и сохранив два члена ряда [4]:

$$P(t) \approx 1 - \Delta(t). \tag{4.88}$$

Если поток однородный, для вероятности наступления отказов на отрезке времени $[0, t]$ имеем формулу (4.85). Вероятность безотказной работы на том же отрезке определим по формуле (4.86). Если поток неоднородный, то для вероятности безотказной работы имеем формулу (4.88), которая соответствует случаю $P(0) < 1$.

Формула (4.88) дает для вероятности безотказной работы строгую оценку снизу при условии, что $P(0) = 1$. Наряду с этим нетрудно получить оценку сверху, установив диапазон искомых значений вероятности безотказной работы [31]:

$$1 - M[N(t)] \le P(t) \le 1 - \frac{3}{2} M[N(t)] + \frac{1}{2}\ M[N^2(t)], \qquad (4.89)$$

где $M[N^2(t)]$ – средний квадрат числа выбросов процесса из области Ω на отрезке $[0, t]$.

Поскольку для строгого пуассоновского потока $M\left[N^2(t)\right] = \Delta(t) - \Delta^2(t)$, выражение, стоящее в правой части неравенства (4.89), совпадает с первыми тремя членами разложения экспоненты в степенной ряд.

Общий способ получения указанных двусторонних оценок основан на следующих соображениях. Пусть $Q_1(t)$, $Q_2(t)$,... – вероятности однократного, двукратного выбросов процесса $v(t)$ из области Ω на отрезке $[0, t]$. Тогда вероятность события, состоящего в том, что на этом отрезке произойдет хотя бы один выброс (функция риска), составляет

$$Q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k(t) .$$

Наряду с вероятностью $Q(t)$ рассмотрим моменты от числа выбросов $N(t)$:

$$M[N^{\alpha}(t)] = \sum_{k=1}^{\infty} k^{\alpha} Q_k(t) \ (\alpha = 1, 2, \ldots).$$

Задача состоит в том, чтобы получить наилучшее приближение для $Q(t)$ в виде линейной функции первых n моментов от числа выбросов и определить знак остаточного члена. Поскольку для редких отказов элементы последовательности $Q_1(t)$, $Q_2(t)$,... быстро убывают, естественно потребовать, чтобы остаточный член не содержал моментов, порядок которых ниже $n + 1$.

Итак, приближенное значение для функции риска ищем в виде

$$\tilde{Q}_n(t) = \sum_{\alpha=1}^{\infty} z_\alpha M[N^\alpha(t)],$$

где z_α – искомый коэффициент.

Приняв n = 3 и n = 4, получим уточненные двусторонние оценки

$$1-\frac{11}{6}M[N(t)]+M[N^2(t)]-\frac{1}{6}M[N^3(t)] \le P(t) \le 1-\frac{25}{12}M[N(t)]+$$

$$+\frac{35}{24}M[N^2(t)]-\frac{5}{12}M[N^3(t)]+\frac{1}{24}M[N^4(t)].$$

Прикладная ценность уточненных оценок невелика из-за того, что вычисления моментов $M[N^2(t)]$, начиная с α = 2, слишком громоздкие [31].

Пуассоновские потоки событий и непрерывные марковские цепи

Рассмотрим некоторую физическую систему **S** с дискретными состояниями S_1, S_2, S_3,... S_n, которая переходит из состояния в состояние под влиянием каких-то случайных событий, например, вызовы на телефонной станции, выходы из строя (отказы) элементов аппаратуры, выстрелы, направленные по цели, и т. д. Будем считать, что события, переводящие систему из состояния в состояние, представляют собой какие-то потоки событий (потоки вызовов, потоки отказов, потоки выстрелов и т. д.) [21, 39].

Пусть система **S** с графом состояний, показанным на рис. 4.35, в момент t находится в состоянии S_i и может перейти из него в состояние S_j – под влиянием какого-то пуассоновского потока событий с интенсивностью λ_{ij}: как только появляется первое событие этого потока, система мгновенно переходит (перескакивает) из S_i в S_j. Как мы знаем, вероятность этого перехода за элементарный промежуток времени Δt (элемент вероятности перехода) равна $\lambda_{ij}\Delta t$. Таким образом, плотность вероятности перехода λ_{ij} в непрерывной цепи Маркова представляет собой не что иное, как интенсивность потока событий, переводящего систему по соответствующей стрелке. Если все потоки событий, переводящие систему **S** из состояния в состояние, – пуассоновские (стационарные или нестационарные – безразлично), то процесс, протекающий в системе, будет марковским. Действительно, пуассоновский поток обладает отсутствием последействия, поэтому при заданном состоянии системы в данный момент ее переходы в другие состояния в будущем обусловлены только появлением каких-то событий в пуассоновских потоках, а вероятности появления этих событий не зависят от «предыстории» процесса.

В дальнейшем, рассматривая марковские процессы в системах с дискретными состояниями и непрерывным временем (непрерывные марковские цепи), нам удобно будет во всех случаях рассматривать переходы системы из состояния в состояние как происходящие под влиянием каких-то потоков событий, хотя в действительности эти события были единичными. Например, работающее техническое устройство мы будем рассматривать как находящееся под действием потока отказов, хотя фактически оно может отказать только один раз. Действительно, если устройство отказывает в тот момент, когда приходит первое событие потока, то совершенно все равно, продолжается после этого поток отказов или же прекращается: судьба устройства от этого уже не зависит. Для нас же будет удобнее иметь дело именно с потоками событий.

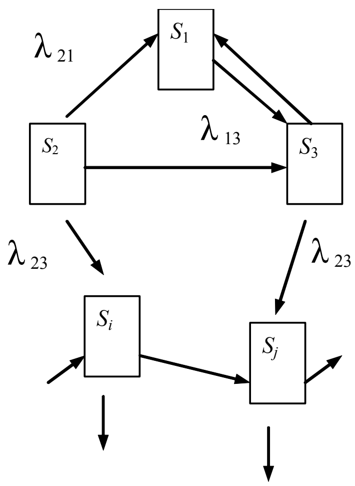


Рис. 4.35. Граф состояний системы с определенными интенсивностями

Итак, рассматривается система **S**, в которой переходы из состояния в состояние происходят под действием пуассоновских потоков событий с определенными интенсивностями. Проставим эти интенсивности (плотности вероятностей переходов) на графе состояний системы у соответствующих стрелок. Получим размеченный граф состояний (рис. 4.35), по которому можно сразу записать дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний.

Пример 4.12. Техническая система **S** состоит из двух узлов: I и II; каждый из них независимо от другого может отказывать (выходить из строя). Поток отказов первого узла – пуассоновский с интенсивностью λ_{I}; второго – также пуассоновский с интенсивностью λ_{II}. Каждый узел сразу после отказа начинает ремонтироваться (восстанавливаться). Поток восстановлений (окончаний ремонта ремонтируемого узла) для обоих узлов – пуассоновский с интенсивностью λ. Составить граф состояний системы и написать уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Определить, при каких начальных условиях нужно решать эти уравнения, если в начальный момент (t = 0) система работает исправно.

Решение. Состояния системы:

S_{11} – оба узла исправны;

S_{21} – первый узел ремонтируется, второй исправен;

S_{12} – первый узел исправен, второй ремонтируется;

S_{22} – оба узла ремонтируются.

Размеченный граф состояний системы показан на рис. 4.36.

Интенсивности потоков событий на рис. 4.36 проставлены из следующих соображений. Если система **S** находится в состоянии S_{11}, то на нее действуют два потока событий: поток неисправностей узла I с интенсивностью λ_{I}, переводящий ее в состояние S_{21}, и поток неисправностей узла II с интенсивностью λ_{II}, переводящий ее в S_{12}. Пусть теперь система находится в состоянии S_{21} (узел I ремонтируется, узел II – исправен). Из этого состояния система может, во-первых, вернуться в S_{11} (это происходит под действием потока восстановлений с интенсивностью λ); во-вторых, перейти в состояние S_{22} (когда ремонт узла I еще не закончен, а узел II тем временем вышел из строя); этот переход происходит под действием потока отказов узла II с интенсивностью λ_{II}. Интенсивности потоков у остальных стрелок проставляются аналогично.

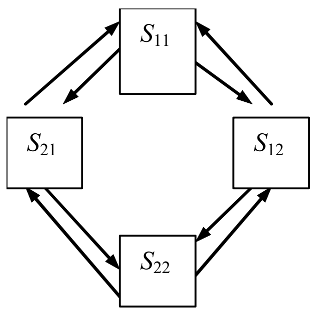


Рис. 4.36. Размеченный граф состояний для примера 4.12

Обозначая вероятности состояний p_{11}, p_{21}, p_{12}, p_{22}, запишем уравнения Колмогорова для вероятностей состояний:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dp_{11}}{dt} &= -(\lambda_{\mathrm{I}} + \lambda_{\mathrm{II}})p_{11} + \lambda p_{21} + \lambda p_{12}, \\
\frac{dp_{21}}{dt} &= -(\lambda + \lambda_{\mathrm{II}})p_{21} + \lambda_{\mathrm{I}} p_{11} + \lambda p_{22}, \\
\frac{dp_{12}}{dt} &= -(\lambda + \lambda_{\mathrm{I}})p_{12} + \lambda_{\mathrm{II}} p_{11} + \lambda p_{22}, \\
\frac{dp_{22}}{dt} &= -2\lambda p_{22} + \lambda_{\mathrm{II}} p_{21} + \lambda p_{12}.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.90)$$

Начальные условия, при которых нужно решать эту систему:

$$\text{при } t = 0 \;\; p_{11} = 1,\; p_{21} = p_{12} = p_{22} = 0.$$

Заметим, что пользуясь условием $p_{11} + p_{21} + p_{12} + p_{22} = 1$, можно было бы уменьшить число уравнений на одно. Действительно, любую из вероятностей p_{11}, p_{21}, p_{12}, p_{22} можно выразить через остальные и подставить в уравнения (4.90), а уравнение, содержащее в левой части производную этой вероятности, отбросить. Заметим, кроме того, что уравнения (4.90) справедливы как для постоянных интенсивностей пуассоновских потоков λ_{I}, λ_{II}, λ, так и для переменных:

$$\lambda_{\mathrm{I}} = \lambda_{\mathrm{I}}(t);\; \lambda_{\mathrm{II}} = \lambda_{\mathrm{II}}(t);\; \lambda = \lambda(t).$$

Пример 4.13. Группа в составе пяти самолетов в строю «колонна» совершает налет на территорию противника. Передний самолет (ведущий) является постановщиком помех; до тех пор, пока он не сбит, идущие за ним самолеты не могут быть обнаружены и атакованы средствами ПВО противника. Атакам подвергается только постановщик помех. Поток атак – пуассоновский с интенсивностью λ (атак/ч). В результате атаки постановщик помех поражается с вероятностью p. Если постановщик помех поражен (сбит), то следующие за ним самолеты обнаруживаются и подвергаются атакам ПВО; на каждый из них (до тех пор, пока он не поражен) направляется пуассоновский поток атак с интенсивностью λ; каждой атакой самолет поражается с вероятностью p. Когда самолет поражен, атаки по нему прекращаются и на другие самолеты не переносятся. Написать уравнения Колмогорова для вероятностей состояний системы и указать начальные условия.

Решение. Будем нумеровать состояния системы в соответствии с числом сохранившихся самолетов в группе:

S_5 – все самолеты целы;

S_4 – постановщик помех сбит, остальные самолеты целы;

S_3 – постановщик помех и один бомбардировщик сбиты, остальные самолеты целы;

S_2 – постановщик помех и два бомбардировщика сбиты, остальные самолеты целы;

S_1 – постановщик помех и три бомбардировщика сбиты, один самолет цел;

S_0 – все самолеты сбиты.

Состояния мы отличаем друг от друга по числу сохранившихся бомбардировщиков, а не по тому, какой именно из них сохранился, так как все бомбардировщики по условиям задачи равноценны – атакуются с одинаковой интенсивностью и поражаются с одинаковой вероятностью.

Граф состояний системы показан на рис. 4.37. Чтобы разметить этот граф, определим интенсивности потоков событий, переводящих систему из состояния в состояние.

$$S_5 \xrightarrow{\lambda p} S_4 \xrightarrow{4\lambda p} S_3 \xrightarrow{3\lambda p} S_2 \xrightarrow{2\lambda p} S_1 \xrightarrow{\lambda p} S_0$$

Рис. 4.37. Граф состояний для примера 4.13

Из состояния S_5 в S_4 систему переводит поток поражающих (или «успешных») атак, т. е. тех атак, которые приводят к поражению постановщика (разумеется, если он раньше не был поражен). Интенсивность потока атак равна λ, но не все они – поражающие: каждая из них оказывается поражающей только с вероятностью *p*. Очевидно, интенсивность потока поражающих атак равна λ_p; эта интенсивность и проставлена в качестве λ_{54} у первой слева стрелки на графе (рис. 4.37).

Займемся следующей стрелкой и найдем интенсивность λ_{43}. Система находится в состоянии S_4, т. е. целы и могут быть атакованы четыре самолета. Она перейдет в состояние S_3 за время Δt, если за это время какой-нибудь из самолетов (все равно, какой) будет сбит. Найдем вероятность противоположного события – за время Δt ни один самолет не будет сбит:

$$(1 - \lambda p\Delta t)\,(1 - \lambda p\Delta t)\,(1 - \lambda p\Delta t)\,(1 - \lambda p\Delta t) =$$

$$= (1 - \lambda p\Delta t)^4 \approx 1 - 4\,\lambda p\Delta t.$$

Здесь отброшены члены высшего порядка малости относительно Δt. Вычитая эту вероятность из единицы, получаем вероятность перехода из S_4 в S_3 за время Δt (элемент вероятности перехода): $4\lambda p\Delta t$, откуда $\lambda_{43} = 4\lambda p$, что и проставлено у второй слева стрелки. Заметим, что интенсивность этого потока событий просто равна сумме интенсивностей потоков поражающих атак, направленных на отдельные самолеты. Рассуждая, можно получить этот вывод следующим образом: система **S** в состоянии S_4 состоит из четырех самолетов; на каждый из них действует поток поражающих атак с интенсивностью λp; значит, на систему в целом действует суммарный поток поражающих атак с интенсивностью $4\lambda p$.

С помощью аналогичных рассуждений проставляются интенсивности потоков событий у остальных стрелок.

Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dp_5}{dt} &= -\lambda p p_5, \\
\frac{dp_4}{dt} &= -4\lambda p p_4 + \lambda p p_5, \\
\frac{dp_3}{dt} &= -3\lambda p p_3 + 4\lambda p p_4, \\
\frac{dp_2}{dt} &= -2\lambda p p_2 + 3\lambda p p_3, \\
\frac{dp_1}{dt} &= -\lambda p p_1 + 2\lambda p p_2, \\
\frac{dp_0}{dt} &= \lambda p p_1.
\end{aligned}\right\}$$

Так как в начальный момент (при $t = 0$) все самолеты целы, начальные условия будут $p_5 = 1$, $p_4 = p_3 = p_2 = p_1 = p_0 = 0$.

Пример 4.14. Условия те же, что и в примере 4.13, но интенсивность λ относится к общему потоку атак, направляемому на всю группу. До тех пор, пока постановщик помех цел, все эти атаки направляются на него; когда он сбит, атаки распределяются равномерно между оставшимися самолетами, так что на один самолет приходится в среднем λ/k (атак/ч), где k – число сохранившихся самолетов. Составить граф состояний, разметить его и записать уравнения Колмогорова для вероятностей состояний.

Решение. Размеченный граф состояний показан на рис. 4.38.

$$\boxed{S_5} \xrightarrow{\lambda p} \boxed{S_4} \xrightarrow{\lambda p} \boxed{S_3} \xrightarrow{\lambda p} \boxed{S_2} \xrightarrow{\lambda p} \boxed{S_1} \xrightarrow{\lambda p} \boxed{S_0}$$

Рис. 4.38. Размеченный граф состояний для примера 4.14

Уравнения Колмогорова:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dp_5}{dt} = -\lambda p p_5,\\
&\frac{dp_4}{dt} = -\lambda p p_4 + \lambda p p_5,\\
&\frac{dp_3}{dt} = -\lambda p p_3 + \lambda p p_4,\\
&\frac{dp_2}{dt} = -\lambda p p_2 + \lambda p p_3,\\
&\frac{dp_1}{dt} = -\lambda p p_1 + \lambda p p_2,\\
&\frac{dp_0}{dt} = \lambda p p_1.
\end{aligned}\right\}$$

Начальные условия – те же, что и в примере 4.13.

Отметим, что в данном разделе мы только выписывали дифференциальные уравнения для вероятностей состояний, но не занимались их решением. Поэтому можно заметить следующее: уравнения для вероятностей состояний являются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными или переменными коэффициентами – в зависимости от того, постоянны или переменны интенсивности λ_{ij} потоков событий, переводящих систему из состояния в состояние.

Система нескольких линейных дифференциальных уравнений такого типа только в редких случаях может быть проинтегрирована в квадратурах: обычно такую систему приходится решать численно – либо вручную, либо на ЭВМ. Все эти способы решения систем дифференциальных уравнений затруднений не представляют, поэтому самое существенное – уметь записать систему уравнений и сформулировать для нее начальные условия, чем мы и ограничились здесь.

Предельные вероятности состояний

Пусть имеется физическая система **S** с дискретными состояниями: S_1, S_2,... S_n, в которой протекает марковский случайный процесс с непрерывным временем (непрерывная цепь Маркова). Граф состояний показан на рис. 4.39 [40, 41].

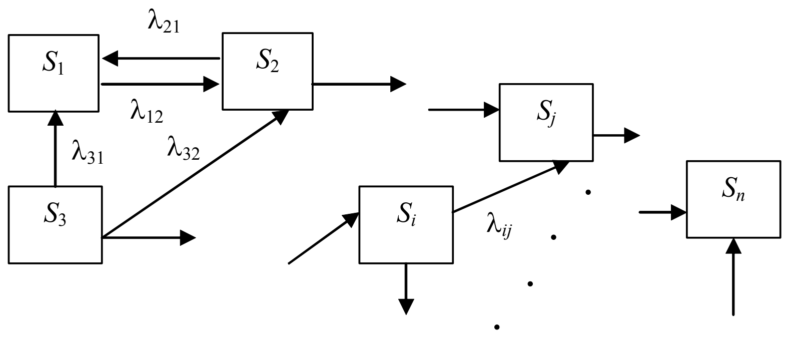


Рис. 4.39. Граф состояний непрерывной цепи Маркова

Предположим, что все интенсивности потоков событий, переводящих систему из состояния в состояние, постоянны: λ_{ij} = const, другими словами, все потоки событий – простейшие (стационарные пуассоновские) потоки.

Записав систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний и проинтегрировав эти уравнения при заданных начальных условиях, получим вероятности состояний, как функции времени, т. е. n функций: $p_1(t)$, $p_2(t), ...,$ $p_n(t)$, при любом t дающих в сумме единицу: $\sum p_i(t) = 1$.

Поставим теперь следующий вопрос: что будет происходить с системой **S** при $t \to \infty$? Будут ли функции $p_1(t)$, $p_2(t), \ldots,$ $p_n(t)$ стремиться к каким-то пределам? Эти пределы, если они существуют, называются предельными (или «финальными») вероятностями состояний.

Можно доказать следующее общее положение. *Если число состояний системы* ***S*** *конечно и из каждого состояния можно перейти* (*за то или иное число шагов*) *в каждое другое, то предельные вероятности состояний существуют и не зависят от начального состояния системы.*

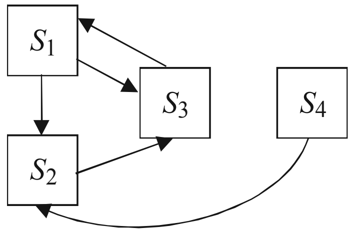


Рис. 4.40. Граф состояний системы с предельными вероятностями состояний

На рис. 4.40 показан граф состояний, удовлетворяющий поставленному условию: из любого состояния система может рано или поздно перейти в любое другое. Напротив, для системы, граф состояний которой показан на рис. 4.41, условие невыполнимо. Очевидно, что если начальное состояние такой системы S_1, то, например, состояние S_6 при $t \to \infty$ может быть достигнуто, а если начальное состояние S_2 – не может. Предположим, что поставленное условие выполнено и предельные вероятности существуют:

$$\lim_{t \to \infty} p_i(t) = p_i \quad (i = 1, 2, ..., n). \tag{4.91}$$

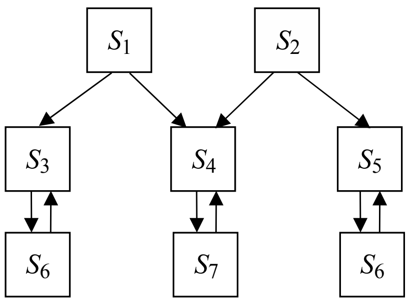


Рис. 4.41. Граф состояний системы, не удовлетворяющий условию: из любого состояния система может перейти в любое другое

Предельные вероятности мы будем обозначать теми же буквами p_1, p_2,…, p_n, что и сами вероятности состояний, подразумевая под ними на этот раз не переменные величины (функции времени), а постоянные числа. Очевидно, предельные вероятности состояний, так же как и допредельные, в сумме должны давать единицу:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(t) = 1.$$

Таким образом, при $t \to \infty$ в системе **S** устанавливается некоторый предельный стационарный режим: он состоит в том, что система случайным образом меняет свои состояния, но вероятность каждого из них уже не зависит от времени: каждое из состояний наступает с некоторой постоянной вероятностью. Каков смысл этой вероятности? Она представляет собой не что иное, как среднее относительное время пребывания системы в данном состоянии. Например, если у системы **S** три возможных состояния: S_1, S_2 и S_3, причем их предельные вероятности равны 0,2, 0,3 и 0,5, это означает, что после перехода к установившемуся режиму система **S** в среднем две десятых времени будет находиться в состоянии S_1, три десятых – в состоянии S_2 и половину времени – в состоянии S_3. Возникает вопрос: как вычислить предельные вероятности состояний p_1, p_2, p_3?

Оказывается, для этого в системе уравнений Колмогорова, описывающих вероятности состояний, *нужно положить все левые части* (*производные*) *равными нулю.* Действительно, в предельном (установившемся) режиме все вероятности состояний постоянны, значит, их производные равны нулю.

Если все левые части уравнений Колмогорова для вероятностей состояний положить равными нулю, то система дифференциальных уравнений превратится в систему линейных алгебраических уравнений. Совместно с условием

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(t) = 1 \tag{4.92}$$

(так называемым «нормировочным условием») эти уравнения дают возможность вычислить все предельные вероятности p_1, p_2,…, p_n.

Пример 4.15. Физическая система **S** имеет возможные состояния: S_1, S_2, S_3, S_4, размеченный граф которых показан на рис. 4.42 (у каждой стрелки поставлено численное значение соответствующей интенсивности). Вычислить предельные вероятности состояний p_1, p_2, p_3, p_4.

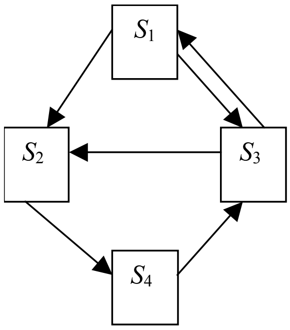


Рис. 4.42. Граф состояний системы для примера 4.15

Решение. Пишем уравнения Колмогорова для вероятностей состояний:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} &= -5p_1 + p_3, \\ \frac{dp_2}{dt} &= -p_2 + 2p_1 + 2p_3, \\ \frac{dp_3}{dt} &= -3p_3 + 3p_1 + 2p_4, \\ \frac{dp_4}{dt} &= -2p_4 + p_2. \end{aligned}\right\} \qquad (4.93)$$

Полагая левые части равными нулю, получим систему алгебраических уравнений для предельных вероятностей состояний:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -5p_1 + p_3, \\ 0 &= -p_2 + 2p_1 + 2p_3, \\ 0 &= -3p_3 + 3p_1 + 2p_4, \\ 0 &= -2p_4 + p_2. \end{aligned}\right\} \qquad (4.94)$$

Уравнения (4.94) – так называемые однородные уравнения (без свободного члена). Как известно из алгебры, эти уравнения определяют величины p_1, p_2, p_3, p_4 только с точностью до постоянного множителя. К счастью, у нас есть нормировочное условие

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1, \qquad (4.95)$$

которое совместно с уравнениями (4.94) дает возможность найти все неизвестные вероятности.

Действительно, выразим из (4.94) все неизвестные вероятности через одну из них, например через p_1. Из первого уравнения: $p_3 = 5p_1$, подставляя его во второе уравнение, получим: $p_2 = 2p_1 + 2p_3 = 2p_1 + 10p_1 = 12p_1$. Четвертое уравнение дает: $p_4 = \frac{1}{2}p_2 = 6p_1$. Подставляя все эти выражения вместо p_2, p_3, p_4 в нормировочное условие (4.95), получим $p_1 + 12p_1 + 5p_1 + 6p_1 = 1$. Отсюда

$$24p_1 = 1,\ p_1 = \frac{1}{24},\ p_2 = 12p_1\frac{1}{2},$$

$$p_3 = 5p_1 = \frac{5}{24},\ p_4 = 6p_1\frac{1}{4}.$$

Таким образом, предельные вероятности состояний найдены:

$$p_1 = \frac{1}{24},\ p_2 = \frac{1}{2},\ p_3 = \frac{5}{24},\ p_4 = \frac{1}{4}. \qquad (4.96)$$

Это значит, что в предельном, установившемся, режиме система **S** будет проводить в состоянии S_1 в среднем одну двадцать четвертую часть времени, в состоянии S_2 – половину времени, в состоянии S_3 – пять двадцать четвертых и в состоянии S_4 – одну четверть времени.

Заметим, что, решая эту задачу, мы совсем не пользовались одним из уравнений (4.94) – третьим. Нетрудно убедиться, что оно является следствием трех остальных: складывая все четыре уравнения, получим тождественный нуль. С равным успехом, решая систему, можно было отбросить любое из четырех уравнений (4.94). Примененный нами способ составления алгебраических уравнений для предельных вероятностей состояний сводился к следующему: сначала написать дифференциальные уравнения, а затем положить в них левые части равными нулю. Однако можно записать алгебраические уравнения для предельных вероятностей и непосредственно, не проходя через этап дифференциальных. Проиллюстрируем это на примере.

Пример 4.16. Граф состояний системы показан на рис 4.43. Составить алгебраические уравнения для предельных вероятностей состояний.

Решение. Не решая дифференциальных уравнений, прямо пишем соответствующие правые части и приравниваем их к нулю; чтобы не иметь дела с отрицательными членами, сразу переносим их в другую часть, меняя знак:

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_{21}p_2+\lambda_{31}p_3=(\lambda_{12}+\lambda_{13})p_1,\\
&\lambda_{12}p_1=(\lambda_{23}+\lambda_{23}+\lambda_{21})p_2,\\
&\lambda_{13}p_1+\lambda_{23}p_2+\lambda_{43}p_4=\lambda_{31}p_3,\\
&\lambda_{24}p_2=\lambda_{43}p_4.
\end{aligned}\right\}$$

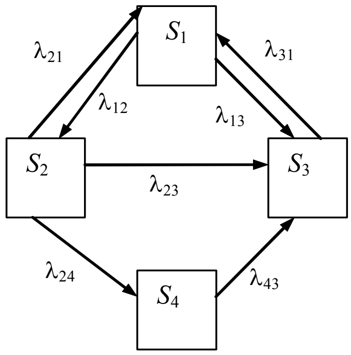


Рис. 4.43. Граф состояний системы для примера 4.16

Чтобы в дальнейшем сразу же записывать такие уравнения, полезно использовать следующие приемы для облегчения запоминания мнемонического правила: «что втекает, то и вытекает», т. е. *для каждого состояния сумма членов, соответствующих входящим стрелкам, равна сумме членов, соответствующих выходящим,* каждый член равен интенсивности потока событий, переводящего систему по данной стрелке, умноженной на вероятность того состояния, из которого выходит стрелка.

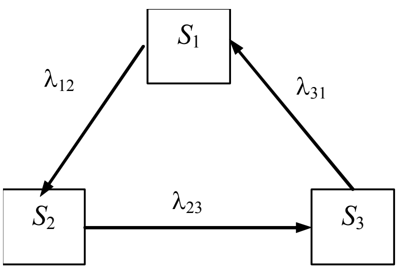


Рис. 4.44. Граф состояний системы для примера 4.17

В дальнейшем мы во всех случаях будем пользоваться именно этим кратчайшим способом записи уравнений для предельных вероятностей.

Пример 4.17. Написать алгебраические уравнения для предельных вероятностей состояний системы **S**, граф состояний которой дан на рис. 4.44. Решить эти уравнения.

Решение. Пишем алгебраические уравнения для предельных вероятностей состояний:

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_{31}p_3=\lambda_{12}p_1,\\
&\lambda_{12}p_1=\lambda_{23}p_2,\\
&\lambda_{23}p_2=\lambda_{31}p_3.
\end{aligned}\right\}\qquad(4.97)$$

Нормировочное условие:

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1. \tag{4.98}$$

Выразим с помощью первых двух уравнений (4.97) p_2 и p_3 через p_1:

$$\left.\begin{aligned} p_3 \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}} p_1, \\ p_2 \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} p_1. \end{aligned}\right\} \tag{4.99}$$

Подставим их в нормировочное условие (4.98):

$$p_1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} p_1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}} p_1 = 1,$$

откуда

$$p_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}}}.$$

Затем из (4.99) получим

$$p_2 = \frac{\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}}}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}}}; \quad p_3 = \frac{\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}}}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}}}.$$

Процесс «гибели и размножения»

В предыдущем разделе мы убедились, что, зная размеченный граф состояний системы, можно сразу написать алгебраические уравнения для предельных вероятностей состояний. Таким образом, если две непрерывные цепи Маркова имеют одинаковые графы состояний и различаются только значениями интенсивностей λ_{ij}, то не требуется находить предельные вероятности состояний для каждого из графов в отдельности: достаточно составить и решить в буквенном виде уравнения для одного из них, а затем подставить вместо λ_{ij} соответствующие значения. Для многих часто встречающихся форм графов линейные уравнения легко решаются в буквенном виде.

В данном разделе мы познакомимся с одной типичной схемой непрерывных марковских цепей – «схемой гибели и размножения», называемой так, если ее граф состояний имеет вид, показанный на рис. 4.45, т. е. если все состояния можно вытянуть в одну цепочку, в которой каждое из средних состояний (S_2, …, S_{n-1}) связано прямой и обратной связью с каждым из соседних состояний, а крайние состояния (S_1, S_n) – только с одним соседним состоянием.

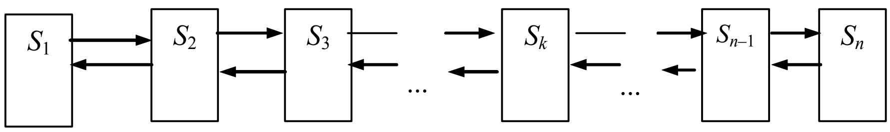


Рис. 4.45. Граф состояний системы непрерывной цепи Маркова

Пример 4.18. Техническое устройство состоит из трех одинаковых узлов; каждый из них может выходить из строя (отказывать); отказавший узел немедленно начинает восстанавливаться. Состояния системы нумеруем по числу неисправных узлов:

S_0 – все три узла исправны;

S_1 – один узел отказал (восстанавливается), два исправны;

S_2 – два узла восстанавливаются, один исправен;

S_3 – все три узла восстанавливаются.

Граф состояний показан на рис. 4.46, откуда видно, что процесс, протекающий в системе, представляет собой процесс «гибели и размножения».

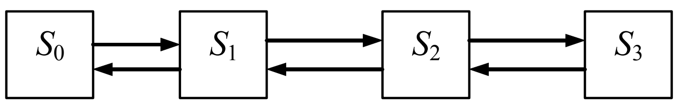


Рис. 4.46. Граф состояний системы для примера 4.18

Схема «гибели и размножения» очень часто встречается в самых разнообразных практических задачах, поэтому имеет смысл заранее рассмотреть эту схему в общем виде и решить соответствующую систему алгебраических уравнений, чтобы в дальнейшем, встречаясь с конкретными процессами, протекающими по такой схеме, не решать задачу каждый раз заново, а пользоваться уже готовым решением.

Итак, рассмотрим случайный процесс «гибели и размножения» с графом состояний, показанным на рис. 4.47.

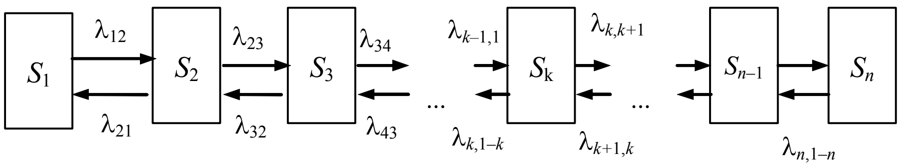


Рис. 4.47. Граф состояний системы случайного процесса «гибели и размножения»

Для первого состояния S_1 имеем:

$$\lambda_{12} p_1 = \lambda_{21} p_2 . \tag{4.100}$$

Для второго состояния S_2 сумма членов, соответствующих входящим и выходящим стрелкам, равна:

$$\lambda_{23} p_2 + \lambda_{21} p_2 = \lambda_{12} p_1 + \lambda_{32} p_3 .$$

Но в силу (4.100) можно сократить справа и слева равные друг другу члены $\lambda_{12} p_1$ и $\lambda_{21} p_2$ и получить:

$$\lambda_{23} p_2 = \lambda_{32} p_3 ,$$

и далее, совершенно аналогично:

$$\lambda_{34} p_3 = \lambda_{43} p_4 .$$

Одним словом, для схемы «гибели и размножения» члены, соответствующие стоящим друг над другом стрелкам, равны между собой:

$$\lambda_{k-1,k} p_{k-1} = \lambda_{k,k-1} p_k , \tag{4.101}$$

где k принимает все значения от 2 до n.

Итак, предельные вероятности состояний p_1, p_2,…, p_n в любой схеме «гибели и размножения» удовлетворяют уравнениям:

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_{12}p_1=\lambda_{21}p_2,\\ \lambda_{23}p_2=\lambda_{32}p_3,\\ \lambda_{34}p_3=\lambda_{43}p_4,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \lambda_{k-1,k}p_{k-1}=\lambda_{k,k-1}p_k,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \lambda_{n-1,n}p_{n-1}=\lambda_{n,n-1}p_n\end{array}\right\} \qquad (4.102)$$

и нормировочному условию

$$p_1+p_2+\ldots+p_n=1.$$

Будем решать эту систему следующим образом: из первого уравнения (4.102) выразим p_2:

$$p_2=\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}}p_1. \qquad (4.103)$$

Из второго с учетом (4.103) получим

$$p_3=\frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}}p_2=\frac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{32}\lambda_{21}}p_1. \qquad (4.104)$$

Из третьего с учетом (4.104)

$$p_4=\frac{\lambda_{34}\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{43}\lambda_{32}\lambda_{21}}p_1.$$

И вообще

$$p=\frac{\lambda_{k-1,k}\lambda_{k-2,k-1}\ldots\lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1}\lambda_{k-1,k-2}\ldots\lambda_{21}}p_1. \qquad (4.105).$$

Эта формула справедлива для любого k: от 2 до n. Обратим внимание на ее структуру. В числителе стоит произведение всех плотностей вероятности перехода (интенсивностей) λ_{ij}, стоящих у стрелок, направленных слева направо, с начала и вплоть до той, которая идет в состояние S_k; в знаменателе – произведение всех интенсивностей λ_{ij}, стоящих у стрелок, идущих справа налево, опять-таки, с начала и вплоть до стрелки, исходящей из состояния S_k. При $k = n$ в числителе будет стоять произведение интенсивностей λ_{ij}, стоящих у всех стрелок, идущих слева направо, а в знаменателе – у всех стрелок, идущих справа налево.

Итак, все вероятности p_1, $p_2, ..., p_n$ выражены через одну из них: p_1. Подставим эти выражения в нормировочное условие: $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$. Получим:

$$p_1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} p_1 + \frac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{32}\lambda_{21}} p_1 + ... + \frac{\lambda_{k-1,k}\,\lambda_{k-2,k-1}\cdots\lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1}\,\lambda_{k-1,k-2}\cdots\lambda_{21}} p_1 + ... +$$

$$+ \frac{\lambda_{n-1,n}\,\lambda_{n-2,n-1}\cdots\lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1}\,\lambda_{n-1,n-2}\cdots} p_1 = 1,$$

откуда

$$p_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{32}\lambda_{21}} + ... + \frac{\lambda_{k-1,k}\,\lambda_{k-2,k-1}\cdots\lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1}\lambda_{k-1,k-2}\cdots\lambda_{21}} + ... + \frac{\lambda_{n-1,n}\cdots\lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1}\cdots\lambda_{21}}}. \tag{4.106}$$

Остальные вероятности выражаются через p_1:

$$\left.\begin{aligned}
p_2 &= \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} p_1, \\
p_3 &= \frac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{32}\lambda_{21}} p_1, \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
p_k &= \frac{\lambda_{k-1,k}\cdots\lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1}\cdots\lambda_{21}} p_1, \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
p_n &= \frac{\lambda_{n-1,n}\cdots\lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1}\cdots\lambda_{21}} p_1.
\end{aligned}\right\} \tag{4.107}$$

Таким образом, задача «гибели и размножения» решена в общем виде: найдены предельные вероятности состояний.

Пример 4.19. Найти предельные вероятности состояний для процесса «гибели и размножения», граф которого показан на рис 4.48.

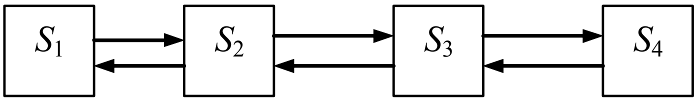


Рис. 4.48. Граф состояний системы для примера 4.19

Решение. По формулам (4.106) и (4.107) имеем:

$$p_1 = \frac{1}{1+\frac{2}{3}+\frac{2\cdot 1}{3\cdot 2}+\frac{2\cdot 1\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 2}} = \frac{1}{1+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = \frac{2}{5},$$

$$p_2 = \frac{2}{3}\frac{2}{5} = \frac{4}{15}, \quad p_3 = \frac{1}{3}\frac{2}{5} = \frac{2}{15}, \quad p_4 = \frac{1}{2}\frac{2}{5} = \frac{1}{5}.$$

Пример 4.20. Прибор состоит из трех узлов; поток отказов – простейший, среднее время безотказной работы каждого узла равно $t_б$. Отказавший узел сразу же начинает ремонтироваться; среднее время ремонта (восстановления) узла равно $t_р$, закон распределения этого времени показательный (поток восстановлений – простейший). Найти среднюю производительность прибора, если при трех работающих узлах она равна 100 %, при двух – 50 %, а при одном и менее – прибор вообще не работает.

Решение. Разметим этот граф, т. е. проставим у каждой стрелки соответствующую интенсивность λ_{ij} (рис. 4.49).

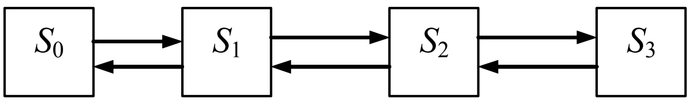


Рис. 4.49. Граф состояния системы для примера 4.20

Так как поток отказов каждого узла – простейший, то промежуток времени между отказами в этом потоке распределен по показательному закону с параметром $\lambda = 1/t_б$, где $t_б$ – среднее время безотказной работы узла.

Если система находится в состоянии S_0, то работают три узла; каждый из них подвергается потоку отказов с интенсивностью $1/t_б$; значит, поток отказов, действующий на всю систему, в три раза более интенсивен: $\lambda_{01} = 3/t_б$.

Если система находится в состоянии S_1, то работают два узла; общий поток отказов имеет интенсивность $\lambda_{12} = 2/t_б$. Аналогично $\lambda_{23} = 1/t_б$.

Среднее время восстановления узла равно $t_р$, значит, интенсивность потока восстановлений, действующего на один восстанавливаемый узел, равна $\mu = 1/t_р$, на два узла – $2/t_р$, на три узла – $3/t_р$. Эти значения λ_{01}, λ_{12}, λ_{23} проставлены на рис. 4.50 у стрелок, ведущих влево. Пользуясь полученным выше общим решением задачи «гибели и размножения», имеем (подставляя p_0 вместо p_1):

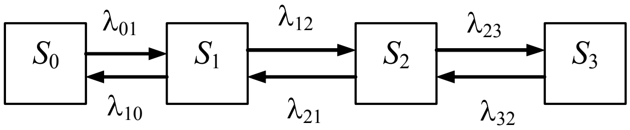


Рис. 4.50. Размещенный граф состояния

$$p_0 = \frac{1}{1 + 3\left(\frac{\bar{t}_р}{t_\sigma}\right) + 3\left(\frac{\bar{t}_р}{t_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\bar{t}_р}{t_\sigma}\right)^3},$$

$$p_1 = 3\left(\frac{\bar{t}_р}{t_\sigma}\right) p_0,$$

$$p_2 = 3\left(\frac{\bar{t}_р}{t_\sigma}\right)^2 p_0,$$

$$p_3 = \left(\frac{\bar{t}_р}{t_\sigma}\right)^3 p_0.$$

Зададимся конкретными значениями t_{σ} = 10 (ч), $t_{\text{р}}$ = 5 (ч). Тогда $t_{\text{р}}/t_{\text{б}} = 0{,}5$ и

$$p_0 = \frac{1}{1+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{1}{8}} = \frac{8}{27}, \quad p_1 = \frac{3}{2}\frac{8}{27} = \frac{12}{27},$$

$$p_2 = \frac{3}{4}\frac{8}{27} = \frac{6}{27}, \quad p_3 = \frac{1}{8}\frac{8}{27} = \frac{1}{27}.$$

Средняя производительность прибора в установившимся режиме:

$$100p_0 + 50p_1 = \left(\frac{800}{27} + \frac{600}{27}\right) = 51{,}9\,\% \text{ номинала.}$$

Циклический процесс

Марковский случайный процесс, протекающий в системе, называется циклическим, если состояния связаны между собой в кольцо (цикл) с односторонними переходами (рис. 4.51).

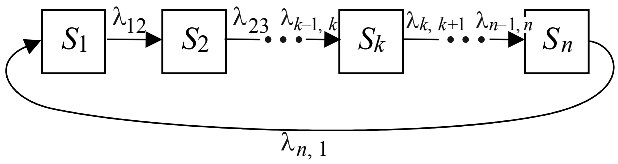


Рис. 4.51. Размеченный граф состояния системы циклического случайного процесса

Напишем алгебраические уравнения для предельных вероятностей состояний:

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_{23}p_2 = \lambda_{12}p_1,\\
&\lambda_{34}p_3 = \lambda_{23}p_2,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\lambda_{k-1,k}p_{k-1} = \lambda_{k,k-1}p_k,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\lambda_{n-1,n}p_{n-1} = \lambda_{n,n-1}p_n,\\
&\lambda_{n,1}p_n = \lambda_{12}p_1
\end{aligned}\right\} \tag{4.108}$$

плюс нормировочное условие: $p_1 + p_2 + \dots\dots + p_n = 1$.

Из уравнений (4.108), отбросив последнее, выразим все вероятности $p_2, \ldots, p_n$ через p_1:

$$\left.\begin{aligned}
&p_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} p_1, \\
&p_3 = \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34}} p_2 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}}{\lambda_{23}\lambda_{34}} p_1 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{34}} p_1, \\
&p_4 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{45}} p_1, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&p_k = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{k,k+1}} p_1, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&p_n = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{n1}} p_1.
\end{aligned}\right\}$$

Подставив эти выражения в нормировочное условие, получим

$$p_1 + \lambda_{12}\left(\frac{1}{\lambda_{23}} + \frac{1}{\lambda_{34}} + \ldots + \frac{1}{\lambda_{n1}}\right) p_1 = 1,$$

откуда

$$p_1 = \frac{1}{1 + \lambda_{12}\left(\frac{1}{\lambda_{23}} + \frac{1}{\lambda_{34}} + \ldots + \frac{1}{\lambda_{n1}}\right)},$$

$$p_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} p_1,$$

$$p_3 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{34}} p_1, \qquad (4.109)$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$p_k = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{k,k+1}} p_1,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots.$$

$$p_n = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{n1}} p_1.$$

Формулы (4.109), выражающие предельные вероятности состояний для циклического процесса, можно привести к более удобному и наглядному виду, если перейти от интенсивностей λ_{ij} к средним временам t_i пребывания системы (подряд) в состоянии S_i ($i = 1,\ldots, n$).

Действительно, пусть из состояния S_i, как это имеет место в циклической схеме, исходит только одна стрелка (рис. 4.51). Пусть система **S** находится в состоянии S_i. Найдем математическое ожидание времени T_i, которое она еще пробудет в этом состоянии. Поскольку процесс – марковский, закон распределения времени T_i не зависит от того, сколько времени система уже пробыла в состоянии S_i. Следовательно, он такой же, как если бы система только что пришла в состояние S_i, т. е. представляет собой показательный закон распределения промежутка времени T между соседними событиями в простейшем «потоке уходов» системы из состояния S. Параметр этого закона равен $\lambda_{i,i+1}$, а среднее время пребывания системы в состоянии S_i (если она в нем уже находится) равно $t_i = 1/\lambda_{i,i+1}$. Отсюда $\lambda_{i,i+1} = 1/t_i$. Для всех i = 1, 2,..., n – 1. Для $i = n$ получим (в силу цикличности) $\lambda_{n,1} = 1/t_n$. Подставив эти выражения в формулы (4.109), после элементарных преобразований получим:

$$p_1 = \frac{\overline{t_1}}{\overline{t_1} + \overline{t_2} + \ldots + \overline{t_n}},$$

$$p_2 = \frac{\overline{t_2}}{\overline{t_1} + \overline{t_2} + \ldots + \overline{t_n}},$$

……………………..

$$p_n = \frac{\overline{t_n}}{\overline{t_1} + \overline{t_2} + ... + \overline{t_n}},$$

или короче:

$$p_k = \frac{\overline{t_k}}{\sum_{i=1}^{n} \overline{t_i}} \quad (k = 1,\ldots, n),$$

т. е. *предельные вероятности состояний в циклической схеме соотносятся как средние времена пребывания системы подряд в каждом из состояний.*

Пример 4.21. Электронная вычислительная машина может находиться в одном из следующих состояний [42]:

S_1 – исправна, работает;

S_2 – неисправна, остановлена; ведется поиск неисправности;

S_3 – неисправность локализована; ведется ремонт;

S_4 – ремонт закончен; ведется подготовка к пуску машины.

Все потоки событий – простейшие. Среднее время безотказной работы ЭВМ (подряд) равно 0,5 сут. Для ремонта машину приходится останавливать в среднем на 6 ч. Поиск неисправности длится в среднем 0,5 ч. После окончания ремонта машина готовится к пуску в среднем 1 ч. Найти предельные вероятности состояний.

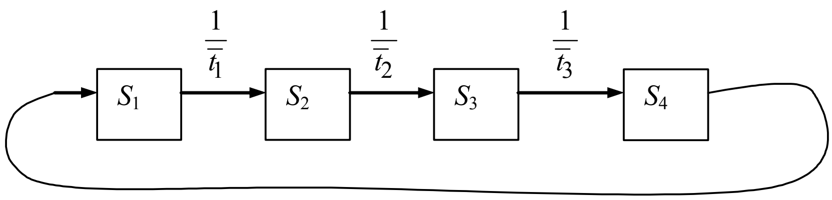


Рис. 4.52. Размеченный граф состояния системы для примера 4.21

Решение. Граф состояний имеет вид циклической схемы (рис. 4.52) Определим среднее время пребывания ЭВМ подряд в каждом состоянии:

$$\overline{t_1} = \frac{1}{2}, \quad \overline{t_2} = \frac{1}{48}, \quad \overline{t_3} = \frac{1}{4}, \quad \overline{t_4} = \frac{1}{24} \text{ сут.},$$

откуда по формулам (4.109) найдем

$$p_1 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{48}+\frac{1}{4}+\frac{1}{24}} = \frac{24}{39},\ p_1 = \frac{1}{39},\ p_2 = \frac{12}{39},\ p_3 = \frac{2}{39},$$

или, в десятичных дробях,

$$p_1 = 0{,}615,\ p_2 = 0{,}026,\ p_3 = 0{,}308,\ p_4 = 0{,}051.$$

Таким образом, если процесс сводится к простому циклическому с односторонними переходами, предельные вероятности состояний находятся очень просто: из соотношения средних времен пребывания (подряд) в каждом из состояний. Во многих случаях практики приходится иметь дело с ветвящимся циклическим процессом, где граф состояний в отдельных узлах образует разветвления.

Пример 4.22. ЭВМ может находиться в следующих состояниях:

S_1 – исправна, работает;

S_2 – неисправна, остановлена, ведется поиск неисправности;

S_3 – неисправность оказалась незначительной и устраняется местными средствами;

S_4 – неисправность оказалась серьезной и устраняется бригадой специалистов;

S_5 – подготовка к пуску.

Процесс, протекающий в системе, марковский (все потоки событий – простейшие). Среднее время исправной работы машины равно t_1; среднее время поиска неисправностей – t_2; среднее время ремонта местными средствами – t_3; среднее время ремонта бригадой специалистов – t_4; среднее время подготовки ЭВМ к пуску – t_5. Неисправность ЭВМ может быть ликвидирована местными средствами с вероятностью P, а с вероятностью $1 - P$ требует вызова бригады специалистов. Труд бригады оплачивается в размере k (руб/ч).

Требуется найти предельные вероятности состояний и определить средний расход, идущий на оплату работы ремонтной бригады в единицу времени (в сутки).

Решение. Строим размеченный граф состояний (рис. 4.53). Если из состояния выходит только одна стрелка, то интенсивность потока событий, стоящая у этой стрелки, равна единице, деленной на среднее время пребывания (подряд) в этом состоянии. Если из состояния выходит не одна стрелка, а две, то общая интенсивность, равная единице, деленной на среднее время пребывания (подряд) в данном состоянии, умножается для каждой стрелки на вероятность того, что переход совершится именно по этой стрелке.

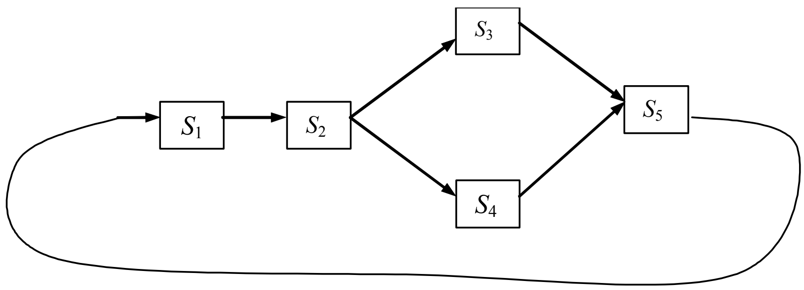


Рис. 4.53. Размеченный граф состояния для примера 4.22

Уравнения для предельных вероятностей состояний имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{\bar{t}_1} p_1 = \frac{1}{\bar{t}_2} p_2, \\
&\frac{P}{\bar{t}_2} p_2 = \frac{1}{\bar{t}_3} p_3, \\
&\frac{1-P}{\bar{t}_2} p_2 = \frac{1}{\bar{t}_4} p_4, \\
&\frac{1}{\bar{t}_3} p_3 + \frac{1}{\bar{t}_4} p_4 = \frac{1}{\bar{t}_5} p_5, \\
&\frac{1}{\bar{t}_5} p_5 = \frac{1}{\bar{t}_1} p_1
\end{aligned}\right\} \tag{4.110}$$

плюс нормировочное условие (4.98):

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1.$$

Из уравнений (4.110) одно, как мы знаем, можно отбросить; отбросим самое сложное – четвертое, а из остальных выразим p_2, p_3, p_4, p_5 через p_1:

$$p_2 = \frac{\overline{t}_2}{\overline{t}_1} p_1,$$

$$p_3 = \frac{P\overline{t}_3}{\overline{t}_2} p_2 = \frac{P\overline{t}_3}{\overline{t}_1} p_1,$$

$$p_4 = \frac{(1-P)\overline{t}_4}{\overline{t}_2} p_2 = \frac{(1-P)\overline{t}_4}{\overline{t}_1} p_1,$$

$$p_5 = \frac{\overline{t}_5}{\overline{t}_1} p_1.$$

Подставляя полученные выражения в (4.98), имеем:

$$p_1 \left(1 + \frac{\overline{t}_2}{\overline{t}_1} + \frac{P\overline{t}_3}{\overline{t}_1} + \frac{(1-P)\overline{t}_4}{\overline{t}_1} + \frac{\overline{t}_5}{\overline{t}_1} \right) = 1.$$

Отсюда:

$$p_1 = \frac{\overline{t}_1}{\overline{t}_1 + \overline{t}_2 + P\overline{t}_3 + (1-P)\overline{t}_4 + \overline{t}_5};$$

$$p_2 = \frac{\overline{t}_2}{\overline{t}_1 + \overline{t}_2 + P\overline{t}_3 + (1-P)\overline{t}_4 + \overline{t}_5};$$

$$p_3 = \frac{P\overline{t}_3}{\overline{t}_1 + \overline{t}_2 + P\overline{t}_3 + (1-P)\overline{t}_4 + \overline{t}_5};$$

$$p_4 = \frac{(1-P)\overline{t}_4}{\overline{t}_1 + \overline{t}_2 + P\overline{t}_3 + (1-P)\overline{t}_4 + \overline{t}_5};$$

$$p_5 = \frac{\overline{t}_5}{\overline{t}_1 + \overline{t}_2 + P\overline{t}_3 + (1-P)\overline{t}_4 + \overline{t}_5}.$$

Средняя доля времени, которую система проводит (в установившемся режиме) в состоянии S_4 (ремонт бригадой специалистов) равна p_4. Значит, за час система проводит в этом состоянии в среднем p_4 часов. Умножая эту величину на $24k$, получим средний расход средств на оплату бригады специалистов за сутки: $C = 24kp_4$.

Обратим внимание на структуру вероятностей p_1, p_2,..., p_5 в схеме ветвящегося цикла. Они, так же как и в случае простого цикла, представляют собой отношения средних времен пребывания (подряд) в состояниях к сумме всех таких времен, с той разницей, что для состояния, лежащего на «ветке», это среднее время множится на вероятность перехода по данной «ветке» (P или $1 - P$). Пользуясь этим правилом, можно сразу записать предельные вероятности состояний для любой ветвящейся циклической схемы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое математическая модель, математическое моделирование?
2. Что описывает экспоненциальная модель?
3. Что описывает распределение Вейбулла?
4. Для чего используют гамма-распределение?
5. Что описывает нормальное распределение?
6. Что описывает пуассоновский поток?
7. Что называется системой с последовательным соединением элементов?
8. Что называется системой с параллельным соединением элементов?
9. Что является целью построения дерева отказов?
10. Что позволяет определить дерево событий?
11. Какими бывают отказы по физической природе и по степени значимости?
12. Что является основной задачей математической статистики?
13. Что описывают модели кумулятивного типа?
14. Что такое марковский случайный процесс?
15. Что называется процессом с дискретным состоянием?
16. Что такое марковская цепь?
17. Что такое переходные вероятности марковской цепи?
18. Что такое однородная/неоднородная марковская цепь?
19. Раскройте понятие «непрерывная цепь Маркова».
20. Что представляет собой система дифференциальных уравнений Колмогорова?
21. Что описывают модели пуассоновского типа?
22. Что такое процесс «гибели и размножения»?
23. Что такое циклический процесс?

Глава 5

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

5.1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

Расчет надежности сложных технических систем сводится, как правило, к определению основных показателей безотказности и долговечности при известных режимах функционирования и значениях показателей надежности элементов.

Расчет надежности технических систем по безотказности обычно проводится в предположении, что вся система и каждый ее элемент могут находиться в работоспособном или неработоспособном состоянии и отказы элементов независимы друг от друга. Состояние системы определяется состоянием ее элементов и их сочетанием. Поэтому теоретически расчет безотказности любой системы можно свести к перебору всех возможных комбинаций состояний элементов, определению вероятности каждого из них и сложению вероятностей работоспособного состояния системы. Такой метод (*метод прямого перебора*) практически универсален и может использоваться при расчете любых технических систем. Однако при большом количестве элементов системы n такой путь становится нереальным из-за большого объема вычислений (если число элементов системы $n = 10$, то число возможных состояний системы составляет $2^n = 1024$, при $n = 20$ превышает 10^6 и т. д.). Поэтому чаще всего целесообразно использовать более эффективные и экономичные методы расчета, не связанные с большим объемом вычислений.

Для расчета показателей надежности сложных систем используют методы, связанные с перечислением элементарных событий (метод прямого перебора и комбинаторный метод), топологические и структурно-логические методы, основанные на структурно-логическом анализе системы (методы минимальных путей и минимальных сечений, разложение относительно особого элемента, методы с использованием графов состояний и деревьев отказов и др.), а также методы статистического моделирования.

Возможность использования различных методов расчета надежности связана, прежде всего, со структурой технической системы.

5.1.1. СИСТЕМА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

Системой с последовательным соединением элементов называется система, в которой отказ любого элемента приводит к отказу всей системы. Последовательное соединение в технике встречается наиболее часто, поэтому называется основным соединением [43].

Для расчета надежности системы с последовательным соединением (см. рис. 4.2, *а*) воспользуемся теоремой умножения вероятностей, согласно которой вероятность совместного появления независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Для безотказной работы системы с последовательным соединением элементов в течение некоторой наработки t необходимо и достаточно, чтобы каждый из ее элементов работал безотказно в течение этой наработки. Если отказы элементов независимы друг от друга, то вероятность безотказной работы системы $P(t)$ равна произведению вероятностей безотказной работы элементов $p_i(t)$:

$$P = p_1 p_2 ... p_n = \prod_{i=1}^{n} p_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i) \tag{5.1}$$

(здесь и далее аргумент t, показывающий зависимость параметров надежности от наработки или времени, опущен для сокращения записей). Соответственно вероятность отказа такой системы

$$Q = 1 - P = 1 - \prod_{i=1}^{n} p_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - q_i)\,. \tag{5.2}$$

Для оценки вероятности отказа при $q_1 + q_2 + ... + q_n << 1$ можно также воспользоваться приближенной формулой

$$Q = 1-(1-p_1)-(1-p_2)...(1-p_n) = \sum_{i=1}^{n} q_i = n - \sum_{i=1}^{n} p_i \,, \qquad (5.3)$$

погрешность которой не превышает $(q_1 + q_2 + ... + q_n)^2 / 2$. Тогда

$$P = 1 - Q = 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i = 1 - \left(n - \sum_{i=1}^{n} p_i \right). \qquad (5.4)$$

Если система состоит из равнонадежных элементов ($p_i = p$), то на основании формул (5.1) и (5.2)

$$P = p^n \,, \; Q = 1-(1-q)^n \,. \qquad (5.5)$$

Анализ формул (5.1), (5.3) и (5.5) показывает (см. рис. 4.2, *а*), что даже при сравнительно высокой надежности элементов надежность системы с последовательным соединением оказывается довольно низкой (например, при p = 0,95 и n = 10 P = 0,60) и быстро уменьшается при увеличении числа элементов.

Если в системе с последовательным соединением выделить самый надежный элемент $k\left(p_k = \min\{q_1, q_2, \ldots q_n\}\right)$ то на основании формулы (5.1) можно записать:

$$P = p_k \prod_{i=1, i \neq k}^{n} p_i \leq p_k \,. \qquad (5.6)$$

Так как все сомножители в правой части формулы не превышают единицы, то их произведение тем более не может быть больше единицы. Следовательно, вероятность безотказной работы системы с последовательным соединением не может быть выше самого ненадежного из ее элементов, и из ненадежных элементов нельзя создать высоконадежную систему с последовательным соединением.

Если элементы работают в периоде нормальной эксплуатации и их вероятности безотказной работы p_i подчиняются экспоненциальному закону

$$p_i = \exp(-\lambda_i \, t) \qquad (5.7)$$

(где λ_i = const – интенсивности отказов элементов), то на основании формулы (5.1) можно получить

$$P = \prod_{i=1}^{n} \exp(-\lambda_i t) = \exp\left[-\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right) t\right] = \exp(-\Lambda t), \tag{5.8}$$

где $\Lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \text{const}$ – интенсивность отказов системы.

Таким образом, в этом случае вероятность безотказной работы системы с последовательным соединением элементов также подчиняется экспоненциальному закону, и интенсивность отказов системы (число отказов за единицу наработки) равна сумме интенсивностей отказов ее элементов. Для периода нормальной эксплуатации средняя наработка системы элемента $t_i = 1/\lambda_i$. Тогда средняя наработка системы

$$T = \frac{1}{\Lambda} = \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i}\right)^{-1}. \tag{5.9}$$

Из формулы (5.8) можно получить формулу для γ-процентной наработки системы, в течение которой отказ не наступит с вероятностью γ:

$$T_\gamma = -\frac{\ln P_\gamma}{\Lambda} = -T \ln P_\gamma. \tag{5.10}$$

Для системы с равнонадежными элементами

$$\Lambda = n\lambda,\ T = t/n, \tag{5.11}$$

т. е. интенсивность отказов системы в n раз больше, а средняя наработка в n раз меньше, чем у элементов.

5.1.2. СИСТЕМЫ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

Системой с параллельным соединением элементов называется система, отказ которой произойдет только в случае отказа всех ее элементов. Такие системы характерны для технических объектов, в которых элементы дублируются или резервируются, т. е. параллельное соединение используется как метод повышения надежности системы. Однако такие системы встречаются и самостоятельно (например, система двигателей четырехмоторного самолета или задний мост грузового автомобиля с двумя колесами на каждой полуоси). Для отказа системы с параллельным соединением элементов (см. рис. 4.2, *б*) в течение наработки t необходимо и достаточно, чтобы все ее элементы отказали в течение этой наработки. Если отказы элементов независимы друг от друга, то по теореме умножения вероятностей вероятность отказа системы равна произведению вероятностей отказов ее элементов:

$$Q = q_1 q_2 ... q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i) . \qquad (5.12)$$

Соответственно вероятность безотказной работы

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i) . \qquad (5.13)$$

Если система состоит из равнонадежных элементов $p_i = p$, то

$$Q = q^n , P = 1 - (1 - p)^n . \qquad (5.14)$$

Надежность системы с параллельным соединением повышается с увеличением числа элементов (см. рис. 4.2, *б*), например, при p = 0,9 и n = 2P = 0,99, при n = 3 P = 0,999.

Если в системе выделить самый надежный элемент $k(p_k =$ $= \min\{q_1, q_2, ... q_n\})$, то на основании формулы (5.12) можно записать:

$$Q = q_k \prod_{i=1}^{n} q_i \leq q_k , \qquad (5.15)$$

т. е. вероятность отказа системы с параллельным соединением не может быть выше вероятности отказа самого надежного из ее элементов и даже из сравнительно ненадежных элементов можно создать вполне надежную систему (рис. 5.1). При экспоненциальном законе распределения (5.7) формула (5.14) принимает вид

$$P = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^n . \qquad (5.16)$$

Среднее время безотказной работы системы

$$T = \int_0^{\infty} P dt = \int \{1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^n\} dt . \qquad (5.17)$$

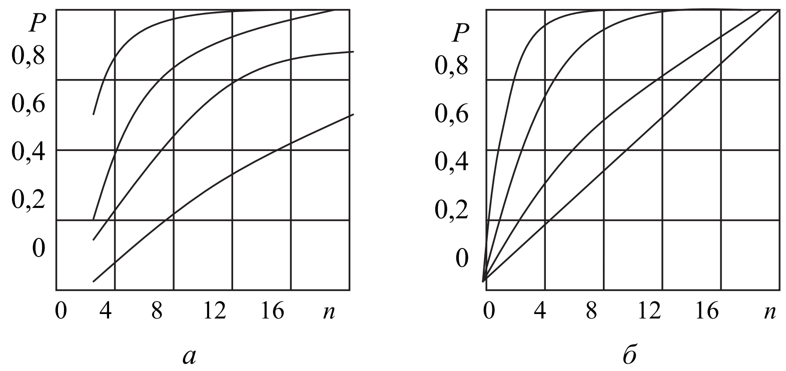


Рис. 5.1. Зависимости вероятности безотказной работы системы с параллельным соединением элементов от числа (*а*) и вероятности безотказной работы элементов (*б*)

После интегрирования можно получить

$$T = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i} = t\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}. \tag{5.18}$$

Таким образом, средняя наработка на отказ системы с параллельным соединением элементов больше средней наработки на отказ ее элементов (например, при $n = 2$ $T = 1{,}5t$, при $n = 3$ $T = 1{,}83t$).

При больших значениях n можно воспользоваться приближенной формулой

$$T = t\left(\ln n + \frac{1}{2n} + C\right), \tag{5.19}$$

где $C = 0{,}57712$ – постоянная Эйлера.

5.1.3. МАЖОРИТАРНЫЕ СИСТЕМЫ

Мажоритарную систему («*схему голосования*» или «*m* из *n*») можно рассматривать как вариант системы с параллельным соединением, отказ которой произойдет, если из n элементов, соединенных параллельно, работоспособными окажутся менее m элементов. Мажоритарные системы часто встречаются в электрических и радиосхемах, системах управления, технологических линиях, гидро- и пневмосистемах, а также при структурном резервировании [2, 44]. На рис. 5.2 представлена мажоритарная система «2 из 5», работоспособная тогда, когда из пяти ее элементов работоспособны любые два, три, четыре или все пять (на схеме пунктирным контуром первые два элемента обведены условно, все пять элементов равнозначны).

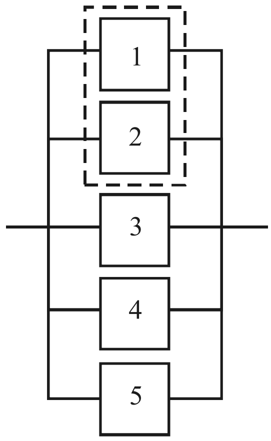


Рис. 5.2. Мажоритарная система «2 из 5»

Для расчета надежности мажоритарных систем могут применяться различные методы. При небольшом количестве элементов можно воспользоваться *методом прямого перебора,* который заключается в определении работоспособности каждого из всех возможных состояний системы при различных сочетаниях работоспособных и неработоспособных элементов [45].

Пример 5.1. Все возможные состояния системы «2 из 5» приведены в табл. 5.1, работоспособные отмечены знаком «+», неработоспособные – «–». Работоспособность системы определяется количеством работоспособных элементов. Вероятность любого состояния системы равна произведению вероятностей состояний ее элементов. Например, в состоянии 9 отказали элементы 2 и 5, остальные находятся в работоспособном состоянии. Так как условие «2 из 5» выполняется, то система находится в работоспособном состоянии и его вероятность в случае равнонадежных элементов

$$P_9 = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 = p^3 q^2 .$$

Тогда вероятность безотказной работы

$$P = 1 - Q = p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5 .$$

Таблица 5.1

Таблица состояний мажоритарной системы «2 из 5»

Номер состояния	Состояние элементов					Состояние системы	Вероятность состояния системы
	1	2	3	4	5		
1	+	+	+	+	+	+	p^5
2	+	+	+	+	–	+	
3	+	+	+	–	+	+	
4	+	+	–	+	+	+	
5	+	–	+	+	+	+	
6	–	+	+	+	+	+	$p^4 q = p^4 (1 - p)$

Окончание табл. 5.1

Номер состояния	Состояние элементов					Состояние системы	Вероятность состояния системы
	1	2	3	4	5		
7	+	+	+	–	–	+	p^5
8	+	+	–	+	–	+	
9	+	–	+	+	–	+	
10	–	+	+	+	–	+	
11	+	+	–	–	+	+	
12	+	–	+	–	+	+	$p^3q^2 = p^3(1-p)^2$
13	–	+	+	–	+	+	
14	+	–	–	+	+	+	
15	–	+	–	+	+	+	
16	–	–	+	+	+	+	
17	+	+	–	–	–	+	
18	+	–	+	–	–	+	
19	+	–	–	+	–	+	
20	+	–	–	–	+	+	
21	–	+	–	–	+	+	$p^2q^3 = p^2(1-p)^3$
22	–	–	–	+	+	+	
23	+	–	–	+	–	+	
24	–	+	–	+	–	+	
25	–	–	+	–	+	+	
26	–	–	+	+	–	+	
27	+	–	–	–	–	+	
28	–	+	–	–	–	+	
29	–	–	+	–	–	+	$pq^4 = p(1-p)^4$
30	–	–	–	+	–	+	
31	–		–	–	+	+	
32	–	–	–	–	–	+	$q^5 = (1-p)^5$

Надежность мажоритарных систем можно рассчитать также с помощью *комбинаторного метода* (*метода перечисляющих производящих функций*). Вероятность события, при котором из общего количества элементов n работоспособность сохраняют k элементов (перечисляющая производящая функция), составляет

$$P_k = C_n^k\, P^k (1-p)^{k-1}, \tag{5.20}$$

где C_n^k – биномиальный коэффициент из n по k.

$$C_n^k = \frac{m!}{k!(n-k)!}. \tag{5.21}$$

Если для сохранения работоспособности системы необходимо, чтобы работоспособны были не менее m элементов из n (т. е. $k \geq m$), то по теореме сложения вероятностей вероятность безотказной работы равна сумме вероятностей работоспособных состояний.

По теореме сложения вероятностей вероятность отказа системы равна сумме вероятностей всех неработоспособных состояний:

$$Q = q^5 + 5\mathrm{p}q^4 = (1-p)^5 + 5\mathrm{p}(1-p)^4 =$$

$$= 1 - 10\,p^2 + 20\,p^3 - 15\,p^4 + 4\,p^4 5,$$

$$P = \sum_{k=m}^{n} P_k = \sum_{k=m}^{n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \tag{5.22}$$

Для системы «2 из 5» (рис. 5.2) по формуле (5.22)

$$P = C_5^2\; p^2\,(1-p)^3 + C_5^3\; p^3\,(1-p)^2 + \mathrm{C}_5^4\; p^4(1-p) + C_5^5\; p^5 =$$

$$= 10\,p^2\,(1-p)^3 + 10\,p^3\,(1-p)^2 + 5\,p^4(1-\mathrm{p})\;\; p^5 =$$

$$= 10\,p^2 - 20\,p^3 + 15\,p^4 - 4\,p^5.$$

Аналогичным образом вероятность отказа

$$Q = \sum_{k=0}^{m-1} P_k = \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \tag{5.23}$$

Для расчета надежности можно использовать также *метод логических схем*.

В табл. 5.2 приведены формулы вероятности безотказной работы мажоритарных систем «m из n» при $m \leq n \leq 5$. При $m = 1$ система превращается в систему с параллельным соединением, при $m = n$ – с последовательным. При других значениях m вероятность безотказной работы мажоритарной системы выше, чем у системы с последовательным соединением, но ниже, чем с параллельным соединением (рис. 5.3).

Таблица 5.2

Вероятность безотказной работы мажоритарных систем

m	Общее число элементов, n				
	1	2	3	4	5
1	p	$2p - p^2$	$3p - 3p^2 + p^3$	$4p - 6p^2 + 4p^3 - p^4$	$5p - 10p^2 + 10p^3 - 5p^4 + p^5$
2	–	p^2	$3p^2 - 2p^3$	$6p^2 - 8p^3 + 3p^4$	$10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5$
3	–	–	p^3	$4p^3 - 3p^4$	$10p^3 - 15p^4 + 6p^5$
4	–	–	–	p^4	$5p^4 - 4p^5$
5	–	–	–	–	p^5

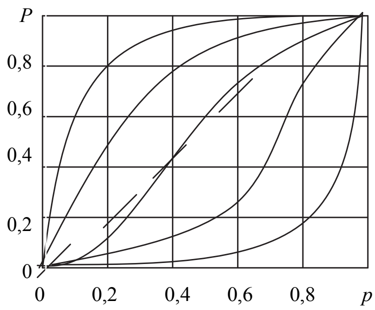


Рис. 5.3. Зависимость вероятности безотказной работы мажоритарной системы от вероятности безотказной работы элементов при $n = 5$

5.1.4. МОСТИКОВЫЕ СИСТЕМЫ

Работоспособность мостиковой системы (рис. 5.4, *а*, *б*) определяется не только количеством отказавших элементов, но и их положением в структурной схеме. Например, потеря работоспособности системы, схема которой показана на рис. 5.4, *а*, обусловлена одновременным отказом элементов 1 и 2, или 4 и 5, или 1, 3 и 5, или 2, 3 и 4, в то же время отказ элементов 1 и 5, или 2 и 4, или 1, 3 и 4, или 2, 3 и 5 к отказу системы не приводит [6].

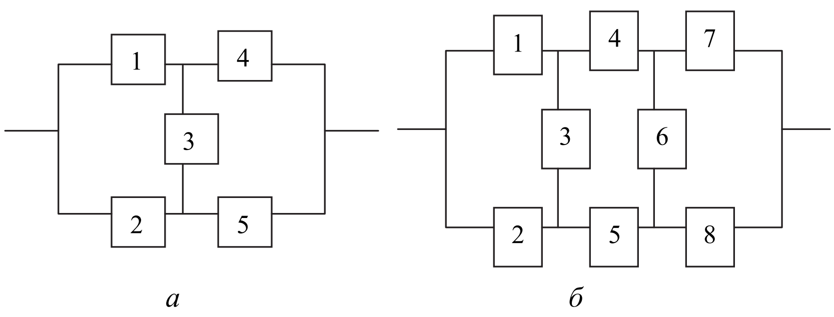


Рис. 5.4. Мостиковые системы

На рис. 5.5 в качестве примера приведена мостиковая система подачи топлива, которая работает, если исправен хотя бы один из насосов *1* или *2* и срабатывают соответствующие клапаны *3*, *4* и *5* [5].

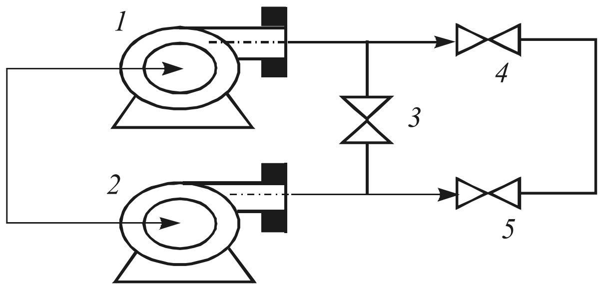


Рис. 5.5. Мостиковая система подачи топлива:
1, *2* – насосы; *3*, *4*, *5* – клапаны

Для расчета надежности мостиковых систем можно воспользоваться методом прямого перебора аналогично тому, как это было сделано для мажоритарной системы, но при анализе работоспособности каждого состояния системы необходимо исходить не только из числа отказавших элементов, но и их положения в схеме и в соответствии с этим определять принадлежность состояния системы к подмножествам работоспособных или неработоспособных состояний.

Надежности систем, схемы которых не сводятся к последовательному или параллельному соединению, можно рассчитывать логико-вероятностным методом, при использовании которого математическая модель системы составляется в терминах алгебры логики. Метод применим к широкому кругу систем с разнообразными связями и сочетаниями элементов, хотя внешне они иногда получаются достаточно громоздкими [45, 46].

Применение логико-вероятностного метода сводится к составлению формализованной модели в виде формулы алгебры логики (ФАЛ), которая определяет условие работоспособности (или, наоборот, отказа) системы – функцию работоспособности (или неработоспособности). При ее составлении для каждого i-го элемента рассматриваются два несовместных события: работоспособное состояние a_i и отказ $\overline{a}_i$. Функции составляются с использованием знаков операций логического сложения ($\vee$) и логического умножения ($\wedge$) или соответствующих арифметических знаков.

Пример 5.3. Для мостиковой схемы с пятью элементами (рис. 5.4, *а*) функции работоспособности и неработоспособности имеют вид:

$$A = a_1 \wedge a_4 \vee a_2 \wedge a_5 \vee a_1 \wedge a_3 \wedge a_5 \vee a_2 \wedge a_3 \wedge a_4 =$$

$$= a_1 a_4 + a_2 a_5 + a_1 a_3 a_5 + a_2 a_3 a_4\,; \qquad (5.24)$$

$$\overline{A} = \overline{a_1} \wedge \overline{a_2} \vee \overline{a_4} \wedge \overline{a_5} \vee \overline{a_1} \wedge \overline{a_3} \wedge \overline{a_5} \vee \overline{a_2} \wedge \overline{a_3} \wedge \overline{a_4} =$$

$$= \overline{a_1 a_2} + \overline{a_4 a_5} + \overline{a_1 a_3 a_5} + \overline{a_2 a_3 a_4}\,. \qquad (5.25)$$

Для расчета вероятности безотказной работы необходимо от логических функций (5.24) или (5.25) перейти к вероятностным функциям $P = P(A)$ с использованием теорем сложения и умножения вероятностей независимых событий:

$$P(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n} a_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^{n}[1 - p(a_i)]\,,$$

$$P(a_1 a_2 \ldots a_n) = P\left(\bigcap_{i=1}^{n} a_i\right) = \prod_{i=1}^{n} p(a_i)\,. \qquad (5.26)$$

На основании функции работоспособности (5.24) с учетом (5.26) для вероятности безотказной работы мостиковой системы можно получить:

$$P = P(A) = 1 - [1 - P(a_1 a_4)][1 - P(a_2 a_5][1 - P(a_1 a_3 a_5)] \times$$

$$\times [1 - P(a_2 a_3 a_4)] = 1 - [1 - p(a_1)p(a_4)][1 - p(a_2)p(a_5)] \times$$

$$\times [1 - p(a_1)p(a_3)p(a_5)][1 - p(a_2)p(a_3)p(a_4)]. \qquad (5.27)$$

Заменив в уравнении (5.27) $p(a_i) = p_i$ и учитывая, что в алгебре логики $a_i\, a_i = a_i$ и $p(a_i)p(a_i) = p(a_i\, a_i) = p(a_i)$, получим:

$$\mathrm{P} = p_1 p_4 + p_2 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_3 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_4 -$$

$$- p_1 p_2 p_3 p_5 - p_1 p_2 p_4 p_5 - p_1 p_3 p_4 p_5 - p_1 p_3 p_4 p_5 -$$

$$- p_2 p_3 p_4 p_5 + 2\, p_1 p_2 p_3 p_4 p_5\,. \qquad (5.28)$$

Для системы из равнонадежных элементов ($p_i = p$) уравнение (5.28) приобретает вид

$$P = 2p^2 + 2p^3 - 5p^4 + 2p^5. \tag{5.29}$$

Аналогичные рассуждения и преобразования для функции неработоспособности (5.27) позволяют получить формулу для вероятности отказа:

$$Q = P(\overline{A}) = 1 - [1 - P(\overline{a}_1\overline{a}_2)][1 - P(\overline{a}_4\overline{a}_5)][1 - P(\overline{a}_1\overline{a}_3\overline{a}_5)] \times$$

$$\times [1 - P(\overline{a}_2\overline{a}_3\overline{a}_4)] = 1 - [1 - p(\overline{a}_1)p(\overline{a}_2)][1 - p(\overline{a}_4)p(\overline{a}_5)] \times$$

$$\times [1 - p(\overline{a}_1)p(\overline{a}_3)p(\overline{a}_5)][1 - p(\overline{a}_2)p(\overline{a}_3)p(\overline{a}_4)] =$$

$$= q_1q_2 + q_4q_5 + q_1q_3q_5 + q_2q_3q_4 - q_1q_2q_3q_4 - q_1q_2q_4q_5 -$$

$$- q_1q_3q_4q_5 + 2q_1q_2q_3q_4q_5, \tag{5.30}$$

где $p(\overline{a}_i) = 1 - p(a_i) = 1 - p_i = q_i$ – вероятность отказа i-го элемента; кроме того, по аналогии с формулой (5.28):

$$p(\overline{a}_i)p(\overline{a}_i) = p(\overline{a}_i\overline{a}_i) = p(\overline{a}_i).$$

Для системы равнонадежных элементов ($q_i = q$) уравнение (5.30) приобретает вид

$$Q = 2q^2 + 2q^3 - 5q^4 + 2q^5. \tag{5.31}$$

Логико-вероятностный метод можно использовать для расчета вероятности безотказной работы любых структурных схем надежности. Однако не всегда удается составить логическую функцию работоспособности, достаточно точно соответствующую структуре системы. Кроме того, для сложных систем с большим числом элементов преобразования логических функций становятся очень громоздкими, а трудоемкость метода практически соизмерима с методом прямого перебора.

Для сокращения объема преобразований при составлении логических формул можно на основании структурной схемы предварительно составить логическую схему системы. Логические схемы могут составляться двумя методами: минимальных путей и минимальных сечений (при анализе аварийных отказов используются аналогичные им методы минимальных проходных сочетаний и минимальных аварийных сочетаний).

Минимальным путем (или кратчайшим путем успешного функционирования, или минимальным проходным сочетанием) называется последовательный набор работоспособных элементов системы, который обеспечивает ее работоспособность, а отказ любого из них приводит к ее отказу [5, 47].

Минимальных путей в системе может быть один или несколько. Очевидно, система с последовательным соединением элементов имеет только один минимальный путь, включающий все ее элементы. В системе с параллельным соединением элементов число минимальных путей совпадает с числом элементов и каждый включает один из них.

Пример 5.4. У мостиковой системы из пяти элементов (см. рис. 5.4, *а*) четыре минимальных пути: 1) элементы 1 и 4; 2) 2 и 5; 3) 1, 3 и 5; 4) 2, 3 и 4. Логическая схема этой системы (рис. 5.4, *а*) составляется таким образом, чтобы элементы каждого минимального пути были соединены последовательно, а все минимальные пути – параллельно.

Функция алгебры логики A_n для логической схемы составляется по общим правилам расчета вероятности безотказной работы, но вместо символов вероятностей безотказной работы элементов p_i используются символы событий (работоспособности элемента) a_i:

$$A_n = 1-(1-a_1a_4)(1-a_2a_5)(1-a_1a_3a_5)(1-a_2a_3a_4). \qquad (5.32)$$

Так как в выражении (5.32) переменные a_i рассматриваются как альтернативные (или булевы) и могут принимать только значения 1 или 0, то при возведении в степень они не меняют своего значения ($a_i^n = a_i$). Воспользовавшись этим свойством, после преобразований выражения (5.32) получим функцию алгебры логики в виде

$$A_n = a_1a_4 + a_2a_5 + a_1a_3a_5 + a_2a_3a_4 - a_1a_2a_3a_4 - a_1a_2a_3a_5 -$$

$$- a_1a_2a_4a_5 - a_1a_3a_4a_5 - a_2a_3a_4a_5 + 2a_1a_2a_3a_4a_5. \qquad (5.33)$$

Заменив в выражении (5.33) символы событий a_i их вероятностями p_i, получим уравнение для вероятности безотказной работы системы, совпадающее с уравнением (5.32), которое для системы из равнонадежных элементов принимает вид (5.29).

Следует отметить, что метод минимальных путей дает точное значение вероятности безотказной работы только сравнительно простых систем с небольшим числом элементов. Для более сложных систем этим методом можно получить лишь ее приблизительную оценку – нижнюю границу.

Для расчета верхней оценки вероятности безотказной работы системы можно использовать метод минимальных сечений (разрезов), в определенном смысле противоположный методу минимальных путей.

Минимальным сечением (*минимальным сечением отказов, минимальным аварийным сочетанием*) называется последовательный набор элементов, отказ которых приводит к отказу системы, а восстановление работоспособности любого из них – к восстановлению работоспособности системы. Так же, как и минимальных путей, минимальных сечений в системе может быть одно или несколько. Очевидно, система с параллельным соединением элементов имеет только одно минимальное сечение, включающее все ее элементы. В системе с последовательным соединением элементов число минимальных сечений совпадает с числом элементов, и каждое сечение включает один из них [6].

Пример 5.5. В мостиковой системе (см. рис. 5.4, *а*) минимальных сечений четыре: 1) элементы 1 и 2; 2) 4 и 5; 3) 1, 3 и 5; 4) 2, 3 и 4. Логическая схема системы (рис. 5.6, *а*, *б*) составляется таким образом, чтобы все элементы каждого минимального сечения были соединены друг с другом параллельно, а все минимальные сечения – последовательно.

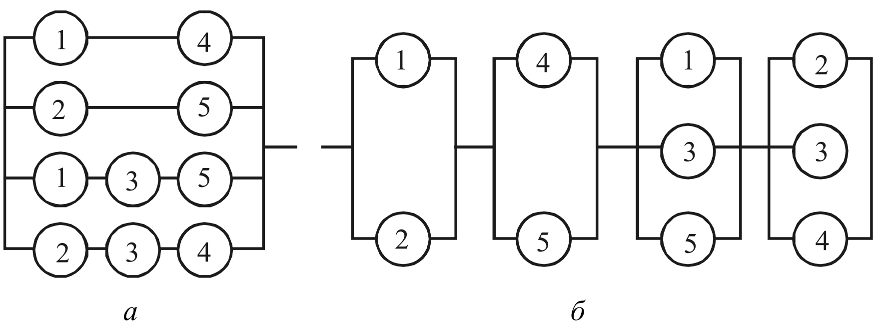


Рис. 5.6. Логические схемы мостиковой системы:
а – метод минимальных путей; *б* – метод минимальных сечений

Затем последовательность действий аналогична методу минимальных путей. Составляется функция алгебры логики в виде

$$A_c = [1-(1-a_1)(1-a_2)][1-(1-a_4)(1-a_5)][1-(1-a_1)\times$$
$$\times(1-a_3)(1-a_5)][1-(1-a_2)(1-a_3)(1-a_4)], \qquad (5.34)$$

которая после преобразований с использованием свойств альтернативных переменных приобретает форму (5.33). После замены событий a_i вероятностями p_i получаем выражение (5.27), которое для системы с элементами равной надежности приобретает вид (5.28).

Таким образом, для мостиковой системы из пяти элементов (см. рис. 5.4, *а*) верхняя оценка вероятности безотказной работы, полученная методом минимальных сечений, и нижняя, полученная методом минимальных путей, совпали с точным значением. Однако, как уже отмечалось, для более сложных систем, состоящих из разных по надежности элементов, этого может и не произойти. Поэтому для получения оценочных границ вероятности безотказной работы сложных систем методами минимальных путей и минимальных сечений целесообразно пользоваться совместно [6].

Логические схемы, составленные методами минимальных путей и минимальных сечений, являются графическими аналогами формул алгебры логики – функций работоспособности (5.24) и неработоспособности (5.25), причем последовательное или параллельное соединение событий в логической схеме соответствует логическому умножению («И») или логическому сложению («ИЛИ») событий. Так, логическая схема метода минимальных путей формулирует условие сохранения работоспособного состояния системы (5.24), причем последовательное соединение событий соответствует логическому «И», параллельное – «ИЛИ». Таким образом, схема на рис. 5.5, *а* аналогична утверждению: система работоспособна, если работоспособны элементы 1 и 4, или 2 и 5, или 1, 3 и 5, или 2, 3 и 4. Логическая схема метода минимальных сечений, наоборот, формулирует условия отказа системы (5.25), и в ней последовательное соединение соответствует логическому «ИЛИ», а параллельное – логическому «И». Следовательно, схема на рис. 5.6, *б* аналогична формулировке: система откажет, если откажут элементы 1 и 2, или 4 и 5, или 1, 3 и 5, или 2, 3 и 4.

Еще одной графической моделью состояния технической системы и иллюстрацией соответствующей ей формулы алгебры логики (функции неработоспособности) является дерево отказов, которое составляется для анализа надежности и определения вероятности безотказной работы систем дедуктивным методом [5, 48].

В некоторых случаях для анализа надежности сравнительно простых технических систем целесообразно воспользоваться *методом разложения относительно особого элемента*, основанным на теореме математической логики о разложении функции по любому аргументу, которая может быть сформулирована следующим образом:

$$P = p_i P(p_i = 1) + q_i P(p_i = 0), \tag{5.35}$$

где $P(p_i = 1)$ – вероятность работоспособного состояния системы при абсолютно надежном i-м элементе $P(p_i = 0)$ – при абсолютно ненадежном (отказавшем) i-м элементе.

Пример 5.6. В мостиковой схеме (см. рис. 5.4, *а*) в качестве особого целесообразно выбрать элемент 3. При $p_3 = 1$ мостиковая схема превращается в параллельно-последовательное соединение (рис. 5.6, *а*), а при $p_3 = 0$ – в последовательно-параллельное (рис. 5.7, *б*).

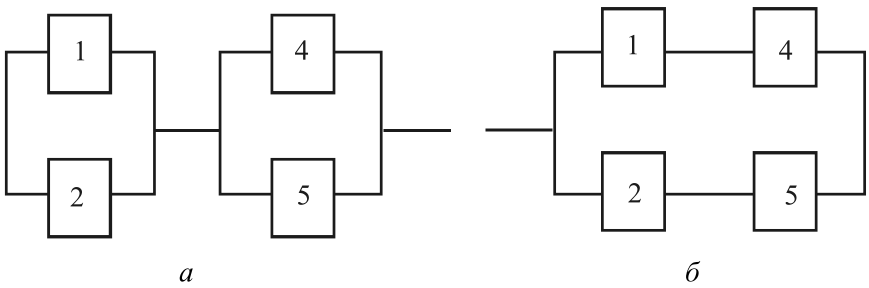


Рис. 5.7. Преобразования мостиковой схемы при абсолютно надежном (*а*) и отказавшем (*б*) центральном элементе

Для преобразованных схем можно записать:

$$P(p_3 = 1) = (1 - q_4 q_5)(1 - q_4 q_5) =$$

$$= [1 - (1 - p_1)(1 - p_2)][1 - (1 - p_4)(1 - p_5)],$$

$$P(p_3 = 0) = 1 - (1 - p_1 p_4)(1 - p_2 p_5). \tag{5.36}$$

Тогда на основании формулы (5.35) получим

$$P = \left(p_3\left[1 - (1 - p_1)(1 - p_2)\right]\left[1 - (1 - p_4)(1 - p_5)\right]\right) + $$
$$+ \left(1 - (p_3)\left[1 - (1 - p_1 p_4)(1 - p_2 p_5)\right]\right). \qquad (5.37)$$

Для равнонадежных элементов формула (5.37) совпадает с формулой (5.28).

Теоремой можно воспользоваться и при разложении относительно нескольких «особых» элементов, например для двух элементов:

$$P = p_i p_j P(p_i = 1,\ p_j = 1) + p_i q_j P(p_i = 1,\ p_i = 0) +$$
$$+ q_i p_j P(p_i = 0,\ p_j = 1) + q_i p_j P(p_i = 0,\ p_j = 0). \qquad (5.38)$$

Пример 5.7. Для мостиковой системы (см. рис. 5.4, *б*) при разложении относительно «центральных» элементов 3 и 6 формула (5.38) примет следующий вид:

$$P = p_3 p_6 P(p_3 = 1,\ p_6 = 1) + p_3 p_6 P(p_3 = 1,\ p_6 = 0) +$$
$$+ q_3 p_6 P(p_3 = 0,\ p_6 = 1) + q_3 q_6\ (p_3 = 0,\ p_6 = 0). \qquad (5.39)$$

Для идентичных по надежности элементов

$$P = p^2\left[1 - (1 - p)^2\right]^3 + 2p(1 - p)\left[1 - (1 - p)^2\right] \times$$
$$\times \left[1 - (1 - p^2)^2\right] + (1 - P)^2\left[1 - (1 - p^3)^2\right]. \qquad (5.40)$$

5.1.5. КОМБИНИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ

Большинство систем имеет сложную комбинированную структуру, одни из элементов которой соединены последовательно, другие – параллельно, некоторые образуют мажоритарные или мостиковые подсистемы. Для расчета надежности таких систем целесообразно предварительно произвести декомпозицию системы, разбив ее на блоки (подсистемы), методика расчета надежности которых известна. Затем эти подсистемы в схеме надежности заменяются элементами (квазиэлементами) с вероятностями безотказной работы, равными вероятностям безотказной работы подсистем. При необходимости эту процедуру можно повторить несколько раз до тех пор, пока оставшиеся квазиэлементы не образуют систему, методика расчета надежности которой известна [6].

Пример 5.8. В системе на рис. 5.8 элементы 2 и 5, 4 и 7, 9 и 12, 11 и 14 попарно образуют последовательное соединение, элементы 15, 16, 17 и 18 – параллельное, элементы 3, 6, 8, 10 и 13 – мажоритарную систему «3 из 5». Заменив эти группы элементов квазиэлементами, соответственно *A, B, C, D, E* и *P*, получим преобразованную систему (рис. 5.9, *а*), в которой, в свою очередь, элементы *A, B, C, O, P* образуют мостиковую схему, заменив которую квазиэлементом *O*, получим систему (рис. 5.9, *б*), в которой элементы 1, *O*, *E* и 19 образуют последовательное соединение. Теперь можно с использованием известных методов последовательно рассчитать вероятности безотказной работы всех подсистем (квазиэлементов), а затем системы в целом. Можно отметить, что при использовании метода прямого перебора для расчета показателей надежности сходной системы (см. рис. 5.8) необходимо было бы рассмотреть 2|19 = 524 288 состояний [6].

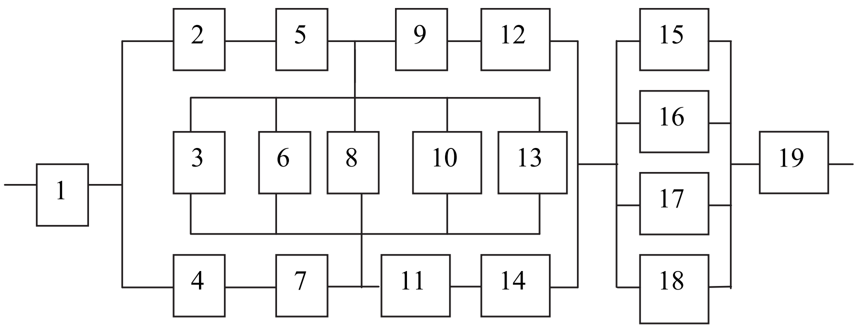


Рис. 5.8. Исходная комбинированная система

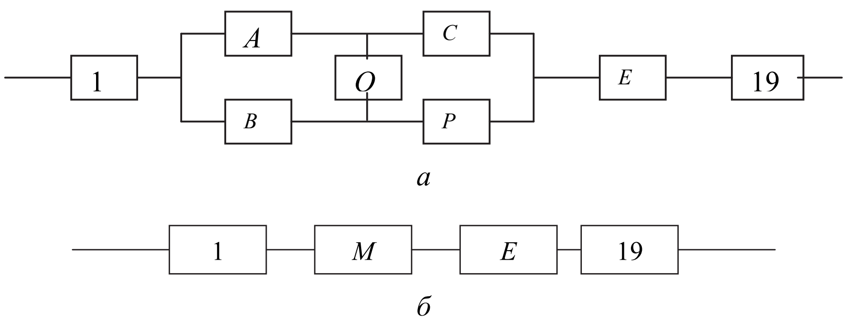


Рис. 5.9. Преобразования комбинированной системы

Описанная методика носит название метода свертки или метода эквивалентных преобразований. При ее использовании число элементов исходной схемы очень мало влияет на сложность проведения расчетов, но определяет число ее преобразований.

5.1.6. МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Для оценки надежности систем, предназначенных для выполнения нескольких функций (многофункциональных систем), обычно приходится определять вероятность безотказной работы систем по каждой функции. При этом для каждой функции необходимо составлять свою структурную схему надежности [28, 6].

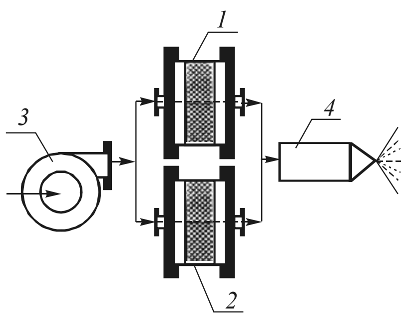


Рис. 5.10. Принципиальная схема системы подачи топлива

Пример 5.9. Система подачи топлива (рис. 5.10), состоящая из двух параллельно работающих фильтров *1* и *2*, насоса *3* и форсунки *4*, выполняет две основные функции: подачу и очистку топлива. Как уже отмечалось, отказ фильтров может происходить по двум причинам: из-за засорения или разрыва фильтрующей поверхности. Поэтому для каждого фильтра возможны три состояния: полностью работоспособное, отказ по засорению и отказ по разрыву. Все возможные сочетания состояний двух фильтров представлены в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Таблица состояний системы фильтров

<table>
<tr><th rowspan="3">Номер состояния</th><th colspan="4">Состояние элементов</th><th colspan="3">Состояние системы</th><th rowspan="3">Вероятность состояния системы</th></tr>
<tr><th colspan="2">засорение</th><th colspan="2">разрыв</th><th>подача</th><th>очистка</th><th>сумма</th></tr>
<tr><th>1–A</th><th>2–A</th><th>1–B</th><th>2–B</th><th>A</th><th>B</th><th>A+B</th></tr>
<tr><td>1</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>$p_A^2 p_B^2$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td rowspan="2">$p_A^2 p_B q_B = p_A^2 p_B \times$ $\times(1 - p_B)$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td></tr>
</table>

Окончание табл. 5.3

<table>
<tr><th rowspan="3">Номер состояния</th><th colspan="4">Состояние элементов</th><th colspan="3">Состояние системы</th><th rowspan="3">Вероятность состояния системы</th></tr>
<tr><th colspan="2">засорение</th><th colspan="2">разрыв</th><th>подача</th><th>очистка</th><th>сумма</th></tr>
<tr><th>1–A</th><th>2–A</th><th>1–B</th><th>2–B</th><th>A</th><th>B</th><th>A+B</th></tr>
<tr><td>4</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td rowspan="2">$p_A p_B q_B = p_A p_B^2 \times (1-p_A)$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr>
<tr><td>6</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>$p_A^2 q_B^2 = p_A^2 \times (1-p_B)^2$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td rowspan="4">$p_A p_B q_A q_B = p_A p_B \times (1-p_A)(1-p_B)$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>9</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>10</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>11</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>$p_B^2 q_A^2 = p_B^2 \times (1-p_A)^2$</td></tr>
<tr><td>12</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td rowspan="2">$p_A q_A q_B^2 = p_A \times (1-p_A)(1-p_B)^2$</td></tr>
<tr><td>13</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>14</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td rowspan="2">$p_B q_A^2 q_B = p_B (1-p_A)^2 \times (1-p_B)$</td></tr>
<tr><td>15</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>+</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>16</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>$q_A^2 q_B^2 = (1-p_A)^2 (1-p_B)$</td></tr>
</table>

Примечание. Знаком «+» отмечено работоспособное состояние элемента по данному признаку или системы по данной функции, знаком «–» – неработоспособное. Индексом A обозначены параметры надежности элемента по засорению и функция подачи жидкости системы, индексом B – параметры по разрыву и функция очистки.

В зависимости от рассматриваемой функции схема надежности системы имеет разную структуру: для подачи топлива достаточно, чтобы были работоспособны насос *3* и форсунка *4*, а из двух фильтров *1* и *2* хотя бы один не был засорен; для очистки топлива необходимо, чтобы были работоспособны насос и форсунка и фильтрующая поверхность обоих фильтров была целой. В первом случае, очевидно, фильтры представляют собой систему с параллельным соединением элементов, во втором – с последовательным. В соответствии с этим в табл. 5.3 система неработоспособна по функции подачи (функция *A*) только тогда, когда оба фильтра неработоспособны по признаку засорения (признак *A*), т. е. в состояниях 11, 14, 15 и 16. Соответственно вероятность отказа по функции подачи топлива выражается формулой

$$Q_A = p_B^2 q_A^2 + 2 p_B q_A^2 q_B + q_A^2 q_B^2 = q_A^2 (p_B + q_B)^2. \qquad (5.41)$$

Так как $p_B + q_B = 1$, то $Q_A = q_A^2$, что естественно для системы с параллельным соединением элементов.

Соответственно система работоспособна по функции очистки (функция *B*) тогда, когда оба фильтра работоспособны по признаку разрыва (признак *B*), т. е. в состояниях 1, 4, 5 и 11. Тогда вероятность безотказной работы по функции очистки топлива

$$P_A = p_A^2 p_B^2 + 2 p_A p_B^2 q_A^2 + p_B^2 q_A^2 = p_B^2 (p_A + q_A)^2. \qquad (5.42)$$

Так как $p_A + q_A = 1$, то $P_A = p_B^2$, что естественно для системы с последовательным соединением элементов.

Система фильтров полностью работоспособна тогда, когда она работоспособна по обеим функциям, т. е. в состояниях 1, 4, и 5:

$$P_{AB} = p_A^2 p_B^2 + 2 p_A p_B^2 q_A^2 = p_A p_B^2 (2 - p_A). \qquad (5.43)$$

Вероятность безотказной работы системы подачи топлива

$$P = P_{AB} p_3 p_4 = p_A p_B^2 (2 - p_A) p_3 p_4. \qquad (5.44)$$

В таблице состояний системы можно перечислять не все возможные состояния, а только работоспособные по данной функции или по совокупности функций. Из анализа исходной схемы (рис. 5.9) следует, что система работоспособна по обеим функциям только в трех состояниях: 1) все элементы работоспособны; 2) отказ по засорению фильтра 1; 3) отказ по засорению фильтра 2. Тогда по теореме сложения вероятностей

$$P_{AB} = p_A^2 p_B^2 + p_A q_A p_B^2 + q_A p_A p_B^2 = p_A p_B^2 (2 - p_A), \qquad (5.45)$$

что совпадает с выражением (5.43).

Как уже отмечалось, метод перебора может успешно использоваться для расчета надежности сравнительно простых систем с небольшим количеством элементов. Для многофункциональных систем трудоемкость при его применении возрастает, так как увеличивается число возможных состояний системы. В этих случаях достаточно эффективным может оказаться логико-вероятностный метод.

5.2. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

Чтобы обеспечить требуемый уровень надежности технических систем, необходимо на стадиях проектирования, изготовления и эксплуатации выполнить широкий комплекс мероприятий.

Анализ расчетных зависимостей для определения основных характеристик надежности систем различных типов показывает, что надежность системы в первую очередь зависит от ее структуры (структурно-логической схемы), надежности элементов и большого числа технологических и эксплуатационных факторов. Поэтому для сложных технических систем можно использовать различные методы повышения надежности [43].

Для достижения высоких показателей надежности технической системы в первую очередь необходимо проанализировать возможность повышения надежности ее элементов. Эффект увеличения надежности системы тем значительнее, чем сложнее система и чем больше в ней элементов. Однако чаще всего более надежные элементы имеют большие габариты и массу, более сложную собственную структуру и, как правило, более высокую стоимость. Кроме того, применение некоторых методов повышения надежности элементов требует проведения сложных конструктивных, технологических, эксплуатационных и организационных мероприятий. Поэтому в каждом конкретном случае необходимо соотнести полезный эффект от повышения надежности элемента с затратами на ее достижение.

Часто, однако, использование методов повышения надежности элементов не дает значительного эффекта или невозможно по различным причинам. В этих случаях повысить надежность технической системы можно, только изменив ее структурную схему.

Для ряда технических систем возможно повышение надежности за счет сокращения числа элементов. Например, для системы с последовательным соединением десяти элементов при p = 0,99 уменьшение числа элементов в два раза уменьшает вероятность ее отказа также примерно в два раза (с 9,6 до 4,9 %). Сократить число элементов можно, упростив структуру технической системы или совместив функции нескольких элементов в одном. Однако такой способ повышения надежности системы имеет очень ограниченное применение [28].

Перестройка структуры технической системы с целью повышения ее надежности, как правило, означает изменение ее функциональной и конструктивной схем (за исключением структурного резервирования) и возможна лишь в исключительных случаях.

Если конструктивные, технологические, эксплуатационные и организационные мероприятия по повышению надежности системы за счет повышения надежности ее элементов не дают желаемого эффекта или неосуществимы, можно использовать различные способы резервирования.

Временное резервирование (с применением резервов времени) [48, 50]:

- увеличение расчетного времени функционирования для выполнения поставленной задачи или выпуска заданного количества продукции;
- разработка оборудования на значение производительности, большее расчетного;
- введение в структуру промежуточных накопителей;
- обеспечение функциональной инерционности элементов системы.

Временное резервирование может обеспечить безостановочную работу системы при отказе некоторых элементов на время, необходимое для восстановления (замены). Не изменяя вероятности безотказной работы, временное резервирование улучшает комплексные показатели надежности.

Информационное резервирование (с применением резервов информации) используется в объектах, в которых возникновение отказа приводит к потере или искажению обрабатываемой или передаваемой информации (системы контроля, управления, вычислительная техника и т. д.) [47]. Приемы информационного резервирования:

- многократная передача информации по одному каналу;

• параллельная передача информации по нескольким каналам;

• замена полной информации кодированной.

Функциональное резервирование предусматривает использование способности элементов выполнять дополнительные избыточные функции (например, резервирование нескольких специализированных станков одним универсальным).

Нагрузочное резервирование заключается в обеспечении оптимальной способности элементов выдерживать действующие на них нагрузки или введении в объект дополнительных защитных или разгружающих элементов для защиты основных элементов от нагрузок (например, использование коэффициентов запаса прочности, использование предохранительных устройств).

Структурное резервирование (с применением резервных элементов) осуществляется введением в структуру объекта дополнительных элементов, выполняющих функции основных в случае их отказа [2].

Различные способы структурного резервирования классифицируются по следующим признакам.

По схеме включения резерва:

• общее резервирование – резервируется объект в целом;

• раздельное резервирование – резервируются отдельные элементы или их группы.

По однородности резервирования:

• однородное резервирование – используется один способ резервирования;

• смешанное резервирование – сочетаются различные виды резервирования.

По способу включения резерва:

• постоянное резервирование – при отказе элемента перестройки структуры системы не происходит;

• динамическое резервирование – при отказе элемента происходит перестройка структуры системы;

• резервирование замещением – функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного;

• скользящее резервирование – несколько основных элементов резервируются одним или несколькими резервными, каждый из которых может заменить любой основной;

• фиксированное резервирование – каждый резервный элемент закреплен за одним из основных.

По восстановлению работоспособности отказавших элементов:

• резервирование с восстановлением (восстанавливаемый резерв) – работоспособность отказавших резервных элементов восстанавливается без прекращения функционирования всей системы;

• резервирование без восстановления (невосстанавливаемый резерв) – работоспособность элементов не восстанавливается.

По состоянию резерва:

• нагруженное («горячее») резервирование (нагруженный резерв) – резервные элементы находятся в режиме основного элемента;

• облегченное («теплое») резервирование (облегченный резерв) – резервные элементы находятся в менее нагруженном режиме по сравнению с основным;

• ненагруженное («холодное») резервирование (ненагруженный резерв) – резервные элементы до начала выполнения ими функций основного элемента находятся в ненагруженном режиме.

Основной характеристикой структурного резервирования является кратность – отношение числа резервных элементов к числу основных, выраженное несокращенной дробью. Резервирование одного основного элемента одним резервным (с кратностью 1:1) называется дублированием.

Любой вид структурного резервирования сводится к замене одного элемента группы последовательно соединенных элементов группой с параллельным соединением. Так как надежность системы с последовательным соединением не превышает надежности самого ненадежного элемента и даже из высоконадежных элементов нельзя создать высоконадежную систему с последовательным соединением, то, увеличивая число резервных элементов, можно создать систему со сколь угодно высокой надежностью.

Повышение надежности в результате резервирования или другой модернизации можно оценить по коэффициенту выигрыша надежности – отношению значений показателей надежности до и после преобразования.

Пример 5.10. Для системы из n последовательно соединенных элементов после резервирования одного из элементов (k-го) аналогичным по надежности элементом коэффициент выигрыша надежности по вероятности безотказной работы:

$$Gp = \frac{P'}{P} = \frac{p_1 p_2 \cdots\cdots p_{k-1}\left[1-(1-p_k)^2\right] p_{k+1} \cdots\cdots p_n}{p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_k p_{k+1} \cdots p_n} =$$

$$= \frac{1-(1-p_k)^2}{p_k} = 2 - p_k\,. \qquad (5.46)$$

Из формулы (5.46) следует, что эффективность резервирования тем больше, чем меньше надежность элементов (при p_k = 0,9 C_p = 1,1, при p_k = 0,5 C_p = 1,5). Следовательно, при структурном резервировании максимального эффекта можно добиться при резервировании в первую очередь самых ненадежных элементов (или групп элементов).

В общем случае при выборе элемента (или группы элементов) для повышения надежности или резервирования необходимо исходить из условия обеспечения максимального эффекта. В качестве критерия эффективности могут использоваться как конструктивные, технологические, производственные или экономические показатели, так и показатели надежности.

Пример 5.11. Для мостиковой системы (см. рис. 5.4, *а*) из формулы (5.28) можно получить выражения для частных производных вероятности безотказной работы системы по вероятности безотказной работы каждого из элементов, которые для равнонадежных элементов принимают следующий вид:

$$\frac{\delta P}{\delta p_1} = \frac{\delta P}{\delta p_2} = \frac{\delta P}{\delta p_4} = \frac{\delta P}{\delta p_5} =$$

$$= pq^3 + 4p^2q^2 + p^3q, \ \frac{\delta P}{p_3} = 2p^2q^2\,. \qquad (5.47)$$

Очевидно, максимальное увеличение надежности системы обеспечивается увеличением надежности или резервированием того элемента, частная производная для которого при данных условиях принимает максимальное положительное значение.

Сравнение выражений (5.47) показывает, что при любых положительных значениях p и q первое выражение больше второго и, следовательно, в мостиковой системе с идентичными элементами эффективность повышения надежности или резервирования «периферийных» элементов 1, 2, 4 и 5 выше, чем «центрального» элемента 3, за критерий эффективности принять вероятность безотказной работы.

В более сложных случаях для оптимизации надежности и определения необходимого количества резервных элементов используются как аналитические, так и специальные численные методы.

5.3. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ С РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

Структурное резервирование является одним из основных методов повышения надежности технических систем, который позволяет существенно увеличивать вероятность безотказной работы.

Расчет количественных характеристик надежности систем с резервированием отдельных элементов или групп элементов определяется видом резервирования. Ниже описаны некоторые методы расчета систем с резервированием для самых распространенных случаев. Следует отметить, что все основные зависимости получены без учета надежности переключающих устройств, обеспечивающих перераспределение нагрузки между основными и резервными элементами (т. е. для случаев «идеальных» переключателей). В реальных условиях при резервировании посредством введения переключающих устройств в структурную схему часто приходится расчет системы производить с учетом их надежности [6].

5.3.1. НАГРУЖЕННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

Системы с *нагруженным резервированием* без восстановления рассчитывают по формулам последовательного и параллельного соединений элементов по аналогии с расчетом комбинированных систем (см. разд. 5.1.5). При этом считается, что отказ резервной группы, состоящей из основного и резервных элементов, произойдет тогда, когда откажет ее последний элемент, и резервные элементы работают в режиме основных как до, так и после отказа, поэтому надежность резервных элементов не зависит от момента их перехода из резервного в основное состояние [3, 6].

Пример 5.12. Если основные и резервные элементы аналогичны по надежности $(p_i' = p_i)$, то для системы с последовательным соединением p элементов при общем резервировании (дублировании) (рис. 5.11, *а*)

$$P' = 1 - (1 - P)^2 = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^{n} p_i\right)^2 = P(2 - P), \qquad (5.48)$$

при раздельном резервировании (дублировании) (рис. 5.11, *б*)

$$P'' = \prod_{i=1}^{n}\left[1-(1-p_i)^2\right] = \prod_{i=1}^{n} p_i(2-p_i) = P\prod_{i=1}^{n}(2-p_i). \qquad (5.49)$$

Коэффициенты выигрыша надежности для этих двух случаев:

$$G'_p = \frac{P'}{P} = 2 - P,\ G''_p = \frac{P''}{P} = \prod_{i=1}^{n}(2-p_i), \qquad (5.50)$$

откуда следует, что раздельное резервирование эффективнее общего (например, для системы из трех одинаковых элементов при p = 0,9, P' = 0,729, P' = 0,9266, P' = 0,9703, C'_p = 1,27, C''_p = 1,33).

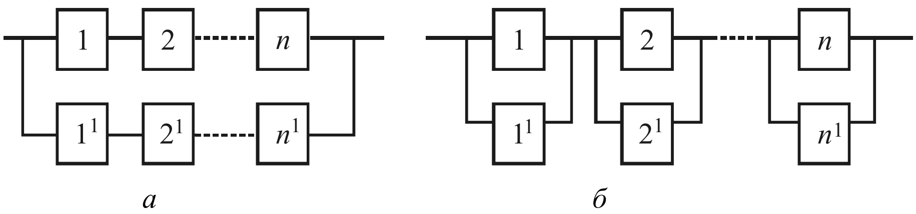


Рис. 5.11. Общее (*а*) и раздельное (*б*) нагруженное резервирование

Вероятность безотказной работы и вероятность отказа системы или части системы, состоящей из n элементов (одного основного и n – 1 резервного), без учета надежности переключателей рассчитываются по формулам для параллельного соединения элементов:

$$Q = q_1 \ldots q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i,$$

$$P = 1 - Q = 1 - q_1 \ldots q_n = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-p_i) \qquad (5.51)$$

или для одинаковых элементов:

$$Q = q^n,\ P = 1 - (1-p)^n. \qquad (5.52)$$

Формулы (5.52) легко разрешаются относительно каждой входящей в них величины. Например, если необходимо определить число резервных элементов, которое обеспечит минимальную заданную вероятность безотказной работы системы $P_{\min}$ при известной вероятности безотказной работы элементов p, то по формуле (5.52) можно получить

$$1-(1-p)^n \geq P_{\min},\ n\ln(1-p) \leq \ln(1-P_{\min}),\ n \geq \frac{\ln(1-P_{\min})}{\ln(1-p)}. \quad (5.53)$$

Если, наоборот, требуется определить минимальную надежность элементов, которые при заданном числе элементов P обеспечат заданную надежность системы, то

$$P = 1-(1-p)^n \geq P_{\min},\ (1-p)^n \leq 1-P_{\min},\ p \geq 1-\sqrt[n]{1-P_{\min}}. \quad (5.54)$$

Для высоконадежных элементов ($q << 1$) при экспоненциальном законе

$$q_i = 1-\exp(-\lambda_i t) \approx 1-(1-\lambda_i t) = \lambda_i t \quad (5.55)$$

рассчитывать системы с нагруженным резервированием можно по приближенной формуле

$$Q = q_1 q_2 \ldots q_n \approx \lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n t^n = t^n \prod_{i=1}^{n}\lambda_i \quad (5.56)$$

или для равнонадежных элементов

$$Q \approx (\lambda t)^n. \quad (5.57)$$

Формулы (5.56) и (5.57) дают верхнюю оценку вероятности отказа с погрешностью не более 10 %.

Чтобы определить среднюю наработку, можно воспользоваться формулой для системы с параллельным соединением элементов:

$$T = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i} = t\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i} \quad (5.58)$$

или (при больших n) приближенной формулой [21]:

$$T \approx t\left(\ln n + \frac{1}{2n} + C\right), \quad (5.59)$$

где C = 0,577216 – постоянная Эйлера.

5.3.2. НЕНАГРУЖЕННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

При ненагруженном резервировании (резервировании замещением) резервные элементы включаются в работу при отказе основного, затем первого резервного (рис. 5.12), поэтому надежность элементов в каждый момент времени зависит от момента их перехода из резервного состояния в основное. При этом считается, что замена отказавшего элемента резервным происходит мгновенно, отказ системы произойдет тогда, когда откажет последний элемент, в нерабочем состоянии элемент не может отказать и его надежность не изменяется [3, 6].

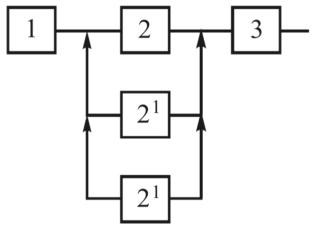


Рис. 5.12. Ненагруженное резервирование

Ненагруженное резервирование встречается довольно часто, так как оно аналогично замене отказавших элементов (деталей, узлов, агрегатов) на запасные.

Если элементы до включения абсолютно надежны, то для системы из n элементов (основного и n – 1 резервных) при $q_i < 0{,}1$

$$Q \approx \frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n} q_i\,,\ P \approx 1 - \frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}\left(1 - p_i\right), \tag{5.60}$$

т. е. вероятность отказа при резервировании замещением в n раз меньше, чем при нагруженном резервировании [см. формулу (5.60)]. Для идентичных по надежности основного и резервных элементов:

$$Q \approx \frac{q^n}{n!},\ P \approx 1 - \frac{1}{n!}\left(1 - p\right)^n. \tag{5.61}$$

Если интенсивности отказов основного и резервных элементов постоянны (т. е. надежность подчиняется экспоненциальному закону), то

$$P = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \exp(-\lambda t). \tag{5.62}$$

При ненагруженном резервировании средняя наработка на отказ

$$T = \sum_{i=1}^{n} t_i \tag{5.63}$$

или для идентичных по надежности элементов $T = nt$, т. е. ненагруженное резервирование позволяет увеличить среднюю наработку в n раз по сравнению с одиночным элементом.

Выигрыш надежности по средней наработке по отношению к нагруженному резерву:

$$G_T = \frac{T_{\text{нн}}}{T_{\text{н}}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}} \approx \frac{n}{\ln n + \frac{1}{2n} + C}. \qquad (5.64)$$

Следовательно, выигрыш надежности по средней наработке C_T при ненагруженном резерве тем больше, чем больше кратность резервирования: например, при $n = 2$ $C_T = 1{,}3$, а при $n = 10$ $C_T = 3{,}4$.

5.3.3. ОБЛЕГЧЕННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

Облегченное резервирование применяется в технических системах при большой инерционности процессов перехода элементов из резервного в основной режим в случаях, когда использовать нагруженное резервирование нецелесообразно из-за недостаточного выигрыша в надежности. При этом считается, что замена отказавшего элемента резервным происходит мгновенно, отказ резервной группы произойдет тогда, когда откажет ее последний элемент, и в состоянии резерва (в облегченном режиме) элемент может отказать и его надежность изменится. Очевидно, облегченный резерв занимает промежуточное положение между нагруженным и ненагруженным [3, 6].

Точные формулы для расчета надежности системы при облегченном резервировании даже с идеальными переключателями довольно громоздки, однако при экспоненциальном законе распределения характеристик надежности элементов можно воспользоваться приближенной формулой

$$P = \frac{1}{n!}\lambda(\lambda+\lambda_0)(\lambda+2\lambda_0)....\left[\lambda+(n-1)\lambda_0\right]t^n =$$

$$= \frac{t^n}{n!}\prod_{i=0}^{n-1}(\lambda+i\lambda_0), \qquad (5.65)$$

где λ_0 – интенсивность отказов элементов в облегченном режиме.

5.3.4. СКОЛЬЗЯЩЕЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

Скользящее резервирование используется для резервирования нескольких одинаковых (или взаимозаменяемых) элементов системы одним или несколькими резервными (рис. 5.13), причем резервирование может быть как нагруженным, так и ненагруженным. Отказ системы произойдет, если число отказавших основных элементов превысит число резервных [3, 6].

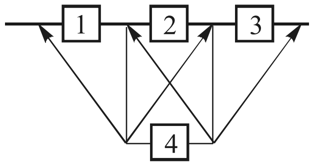


Рис. 5.13. Скользящее резервирование

При *нагруженном скользящем резервировании* с идеальными переключателями расчет надежности системы аналогичен расчету систем типа «n из m» (см. разд. 5.1.3). Если интенсивности отказов основных и резервных элементов постоянны и одинаковы, то вероятность безотказной работы системы, содержащей n основных и m резервных элементов, в режиме нагруженного резерва можно определить по формуле

$$P = \sum_{k=0}^{m} C_{n+m}^{k} p^{n+m-k} (1-p)^{k} . \qquad (5.66)$$

Если вероятность безотказной работы элементов подчиняется экспоненциальному закону, то можно рассчитать и среднюю наработку системы:

$$T = \frac{1}{n\lambda} + \frac{1}{(n+1)\lambda} + ... + \frac{1}{(n+m)\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=n}^{n+m} \frac{1}{k} . \qquad (5.67)$$

При *ненагруженном скользящем резервировании* в общем случае характеристики надежности системы выражаются сложными формулами. Однако если интенсивности отказов основного и резервных элементов постоянны и одинаковы, т. е. вероятность безотказной работы элементов подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность безотказной работы системы, содержащей n основных и m резервных элементов, в режиме ненагруженного резерва можно определить по формуле Пуассона

$$P = \sum_{k=0}^{m} \frac{(n\lambda t)^{k}}{k!} \exp(-n\lambda t) . \qquad (5.68)$$

Так как при *ненагруженном скользящем* резервировании суммарная интенсивность отказов равна $n\lambda$ и отказ системы произойдет в момент отказа $(m + 1)$-го элемента, то средняя наработка системы

$$T = (m + 1)/(n\lambda). \qquad (5.69)$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется системой с последовательным соединением элементов?
2. Что называется системой с параллельным соединением элементов?
3. Что такое мажоритарная система?
4. В чем заключается метод прямого перебора для расчета надежности мажоритарных систем?
5. Чем определяется работоспособность мостиковой системы?
6. Что такое минимальный путь?
7. Что такое минимальное сечение?
8. Как рассчитывают надежность комбинированных систем?
9. Как оценивают надежность многофункциональных систем?
10. Что такое резервирование?
11. Раскройте понятия «временное резервирование», «информационное резервирование».
12. В чем особенности функционального резервирования систем?
13. Раскройте понятие «нагрузочное резервирование».
14. Раскройте содержание структурного резервирования.
15. Как классифицируются системы по способу соединения резервных элементов?
16. Перечислите и дайте краткую характеристику способам включения резерва в системах.
17. В каких режимах могут работать резервные элементы в системах?
18. В чем особенности нагруженного резервирования?
19. В чем особенности ненагруженного резервирования?
20. В чем особенности облегченного резервирования?
21. Что такое скользящее резервирование в системах, в чем его особенности?

Глава 6

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

6.1. ЗАДАНИЕ ТРЕБОВАНИЙ И ВЫБОР НОМЕНКЛАТУРЫ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

При проектировании технической системы ставятся следующие задачи [27]:

1) обоснование требований к показателям надежности как самой системы так и ее составным частям; выбор путей их достижения с учетом ограничений, связанных с научно-техническими разработками и средствами, выделяемыми на создание системы;

2) синтез требуемой надежности системы в рамках принятых концепций построения системы;

3) анализ надежности системы и ее элементов с помощью расчетных оценок показателей надежности для различных вариантов технических решений.

На ранних стадиях проектирования задачи синтеза и анализа решают с целью выбора наилучших технических решений по обеспечению надежности системы;

4) распределение выделенных средств на обеспечение надежности, при создании, серийном производстве и эксплуатации систем. Обоснование программ испытаний, выбор эффективных средств контроля качества продукции, поддержание надежности системы в процессе эксплуатации и др.

Конкретные формы задания требований и номенклатуры показателей надежности устанавливаются стандартами по видам техники.

В практике создания современных технических систем требования по надежности задаются на основе экспертного анализа. При этом обоснованность принимаемых решений зависит от квалификации, научной и инженерной интуиции экспертов. Очень часто требования к надежности создаваемой системы задаются на основе достигнутого уровня надежности на системах-аналогах или модернизированных системах. В этом случае в дополнение к экспертным оценкам используют статистические данные о достигнутых характеристиках надежности элементов систем.

Номенклатуру показателей надежности выбирают в зависимости от класса изделий, режимов эксплуатации, характера отказов и их последствий.

Все изделия подразделяются на следующие классы:

• неремонтируемые и невосстанавливаемые изделия общего назначения; составные части изделий, невосстанавливаемые на месте эксплуатации и не подлежащие ремонту, например подшипники, шланги, штуцеры, крепежные детали, радиодетали, а также невосстанавливаемые изделия самостоятельного функционального назначения, например, электрические лампы, контрольные приборы и др.;

• восстанавливаемые изделия, подвергающиеся плановому техническому обслуживанию, текущему и среднему ремонту. К этому классу относят также изделия, подвергающиеся капитальному ремонту;

• изделия, предназначенные для выполнения кратковременных разовых или периодических заданий. К этому классу относят изделия, выполнение задания которых зависит от их готовности в момент начала использования.

Система может эксплуатироваться в следующих режимах:

• непрерывном, когда изделие работает непрерывно в течение определенного времени;

• циклическом, когда изделие работает с заданной периодичностью в течение определенного времени;

• оперативном, когда неопределенный период простоя сменяется периодом работы заданной продолжительности.

В зависимости от последствий отказа изделие может быть отнесено к одной из трех групп надежности. К первой группе надежности относят изделия, отказ которых влечет за собой угрозу безопасности людей или значительный материальный ущерб государству. Ко второй группе относят изделия, для которых материальный ущерб от невыполнения ими своих функций или простоя незначителен либо не превышает стоимости самого изделия. К третьей группе относят изделия, при отказе которых материальный ущерб определяется утратой самого изделия или затратами на его восстановление.

Номенклатуру показателей надежности изделия устанавливают на стадии технического задания. Для конкретного изделия следует выбирать минимально необходимое число показателей, достаточно полно определяющих его надежность. При этом показатели надежности должны обеспечивать возможность их количественной оценки на этапе разработки и ее подтверждение по результатам испытаний и эксплуатации.

Объектом нормирования могут быть сами нормативные значения показателей надежности; их контрольные уровни; нормативные значения доверительной вероятности.

Распределение требований по надежности между элементами системы основано на допущении, что элементы системы выходят из строя независимо друг от друга и отказ любого элемента приводит к отказу системы, т. е. система состоит из последовательно соединенных элементов и интенсивность отказов постоянна [27]. При таком допущении должно выполняться неравенство [45]

$$P_1(t)P_2(t)\ldots P_n(t) \geq P^{\text{тр}}(t), \tag{6.1}$$

где $P^{\text{тр}}(t)$ – требуемая надежность системы.

Пусть λ_1 – интенсивность отказов i-го элемента, а λ – интенсивность отказов всей системы. Тогда неравенство (6.1) принимает вид

$$e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} + \ldots + e^{-\lambda_n t} \geq e^{-\lambda t} \tag{6.2}$$

и соответственно

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n \leq \lambda. \tag{6.3}$$

На практике распределение нормируемых показателей надежности производится различными методами. Рассмотрим наиболее часто применяемые из них.

6.2. МЕТОДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМ НАДЕЖНОСТИ

Метод рационального распределения норм надежности. Пусть P_1, $P_2,...,P_n$ обозначают надежность элементов. Предположим, что отказ любого элемента приводит к отказу системы. Тогда на основании теоремы умножения вероятностей надежность системы определяется равенством [9]

$$P = P_1 P_2 \ldots P_i P_n . \tag{6.4}$$

Значение $P_0^{\text{тр}}$ требуемой надежности системы должно удовлетворять условию

$$P_0^{\text{тр}} \geq P. \tag{6.5}$$

Необходимо определить, насколько повысится хотя бы одно из значений P_i, чтобы по формуле (6.4) достигнуть значения $P_0^{\text{тр}}$. Для повышения надежности необходимо произвести дополнительные затраты, связанные с введением в систему более надежных элементов.

Методика повышения надежности P до требуемого значения $P_0^{\text{тр}}$ сводится к следующему: надежности $P_1, P_2, ..., P_n$ располагают в неубывающей последовательности

$$P_1 \leq P_2 \leq \ldots \leq P_n . \tag{6.6}$$

Каждую из надежностей $P_1, P_2, ..., P_k$ увеличивают до одного и того же значения $P_0^{\text{тр}}$, а надежности, начиная с $P_{k+1}, ..., P_n$, не изменяют. Номер k выбирают по максимальному значению j, для которого

$$P_j \leq \left(\frac{P^{\text{тр}}}{\prod\limits_{j=1}^{n+1} P_i} \right)^{1/j} = r_j , \tag{6.7}$$

где $P_{n+1} = 1$ принимается по определению.

Значение $P_0^{\text{тр}}$ определяется из соотношения

$$P_0^{\text{тр}} = \left(\frac{P^{\text{тр}}}{\prod\limits_{j=k+1}^{n+1} P_i} \right)^{1/k} . \tag{6.8}$$

Очевидно, что надежность системы после нахождения $P_0^{\text{тр}}$ будет удовлетворять заданному требованию, поскольку новая надежность равна

$$\left(P_0^{\text{тр}}\right)P_{k+1}...P_n = P^{\text{тр}}. \tag{6.9}$$

Пример 6.1. Пусть система состоит из трех последовательно соединенных элементов, надежность каждого из которых соответственно: $P_1 = 0,7$; $P_2 = 0,8$; $P_3 = 0,9$. Известно, что отказ любого элемента приводит к отказу системы. Требуемое значение надежности системы равно $P^{\text{тр}} = 0,65$. Рационально распределить нормы надежности между элементами системы с целью удовлетворения заданному требованию.

Решение. По формуле (6.4) определим надежность системы

$$P = P_1P_2P_3 = 0,7\cdot 0,8\cdot 0,9 = 0,504.$$

Предположим, что мы не стали выбирать k по формуле (6.7), а произвольно назначили k = 1. Тогда, подставив исходные данные в формулу (6.8), получим

$$P_0^{\text{тр}} = \left(\frac{0,65}{0,8\cdot 0,9\cdot 1,0}\right)^{1/1} = 0,903,$$

после чего будем иметь

$$P = 0,903\cdot 0,8\cdot 0,9 = 0,65;$$

$$P_0^{\text{тр}} > P.$$

Полученное значение надежности соответствует требуемому. Однако на основании значения $P_0^{\text{тр}}$ можно заключить, что средства, необходимые для повышения надежности, распределены нерационально. Другими словами, затрачено больше средств для достижения заданного показателя, чем требовалось. Определим теперь k по формуле (6.7). С этой целью вычислим три величины:

$$r_1 = \left(\frac{P^{\text{тр}}}{P_1P_3\cdot 1,0}\right)^{1/1} = \left(\frac{0,65}{0,8\cdot 0,9\cdot 1,0}\right) = 0,903;$$

$$r_2 = \left(\frac{P^{\text{тр}}}{P_3 \cdot 1,0} \right)^{1/2} = \left(\frac{0,65}{0,9 \cdot 1,0} \right)^{1/2} = 0,85\,;$$

$$r_3 = \left(\frac{P^{\text{тр}}}{1,0} \right)^{1/3} = \left(0,65\right)^{1/3} = 0,860\,.$$

Так как $P_1 < r_1,\ P_2 < r_2,\ P_3 > r_3,$ то принимаем $k = 2$. В этом случае наибольшее значение индекса равно двум. Далее, учитывая выражение (6.8), находим

$$P_0^{\text{тр}} = \left(\frac{0,65}{0,9 \cdot 1,0} \right)^{1/2} = 0,85\,.$$

Это означает, что средства необходимо распределить следующим образом. Надежность элемента № 1 нужно увеличить с 0,7 до 0,8, а надежность элемента № 2 с 0,8 до 0,85, надежность элемента № 3 нужно оставить на прежнем уровне. В результате надежность всей системы будет равна $P = 0,85 \cdot 0,85 \cdot 0,9 = 0,65$.

Метод равномерного распределения. Предположим, что система состоит из n последовательно соединенных элементов, имеющих одинаковую надежность. Пусть $P^{\text{тр}}$ – требуемая вероятность безотказной работы системы, а P_i – вероятность безотказной работы i-го элемента системы. Тогда можно записать

$$P^{\text{тр}} = \prod_{i=1}^{n} P_i\,, \tag{6.10}$$

откуда

$$P_i = (P^{\text{тр}})^{1/n},\ i = 1, 2, ..., n\,. \tag{6.11}$$

Таким образом, могут быть распределены такие показатели надежности, как вероятность безотказной работы, средняя наработка до отказа, средняя наработка на отказ, коэффициент готовности. В этом случае средняя наработка до отказа или на отказ элемента будет равна

$$T_i = nT^{\text{тр}},\ i = 1, 2, ..., n\,, \tag{6.12}$$

где $T^{\text{тр}}$ – заданная средняя наработка системы.

Недостатком этого метода является то, что уровень надежности элементов системы устанавливается без учета их важности, последствий их отказов и трудности достижения надежности.

Метод пропорционального распределения. Этот метод используется тогда, когда система представлена в виде последовательного соединения подсистем, причем каждая подсистема содержит K_i элементов. В этом случае надежность *i*-й подсистемы определяется соотношением [9]

$$P_i = \sqrt[\alpha_i]{P^{\text{тр}}}, \qquad (6.13)$$

где

$$\alpha_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i}{K_i}. \qquad (6.14)$$

Здесь K_i – число «приведенных» элементов, n – число подсистем, входящих в систему.

Если известны интенсивности отказов элементов, то коэффициент пропорциональности находится так:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} \lambda_i K_{ij}\right)}{\sum_{j=1}^{m} \lambda_i K_{ij}}. \qquad (6.15)$$

Метод распределения требований по надежности с учетом уязвимых элементов. Этот метод основан на допущении о том, что элементы системы соединены последовательно, имеют постоянную интенсивность отказов, причем отказ любого элемента приводит к отказу системы и, кроме того, заданная наработка элементов равна заданной наработке системы [9].

Суть метода состоит в том, чтобы выбрать такие значения $\lambda_i^{\text{тр}}$, которые бы удовлетворяли неравенству [47]

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i^{\text{тр}} \le \lambda^{\text{тр}}, \qquad (6.16)$$

где $\lambda_i^{\text{тр}}$ – требуемая интенсивность отказов i-го элемента; $\lambda^{\text{тр}}$ – требуемая интенсивность отказов системы.

Выбор элементов с $\lambda_i^{\text{тр}}$ производится в два этапа. На первом этапе определяют интенсивность отказов λ_i на основе результатов опыта. Затем задают весовые множители ω_i для каждого элемента системы в соответствии с интенсивностями отказов, полученными на первом этапе:

$$\omega_i = \frac{\lambda_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i}, \; i = 1, 2, ..., n, \tag{6.17}$$

где n – число элементов, входящих в систему.

Весовой множитель ω_i показывает относительную уязвимость i-го элемента. При этом

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1. \tag{6.18}$$

Далее вычисляют требуемые интенсивности отказов элементов с помощью соотношения

$$\lambda_i = \omega_i \lambda^{\text{тр}}, i = 1, 2, ..., n. \tag{6.19}$$

Тогда формулу (6.16) можно рассматривать как равенство

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i^{\text{тр}} = \lambda^{\text{тр}}. \tag{6.20}$$

Пример 6.2. Система состоит из четырех последовательно соединенных элементов, для которых по результатам испытаний получили оценки интенсивности отказов: $\lambda_1 = 0,005$, $\lambda_2 = 0,003$, $\lambda_3 = 0,001$, $\lambda_4 = 0,001$.

Требуемая вероятность безотказной работы за t = 20 ч составляет $P(t) = 0,95$. Определить требуемые значения вероятности безотказной работы элементов.

Решение. По формуле (6.17) вычислим коэффициент уязвимости:

$$\omega_1 = \frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^{n=4} \lambda_i} = \frac{0,005}{0,005 + 0,003 + 0,001 + 0,001} = 0,5;$$

$$\omega_2 = \frac{\lambda_2}{\sum_{i=1}^{n=4} \lambda_i} = \frac{0,003}{0,001} = 0,3;$$

$$\omega_3 = \frac{\lambda_3}{\sum_{i=1}^{n=4} \lambda_i} = \frac{0,001}{0,01} = 0,1;$$

$$\omega_4 = \frac{\lambda_4}{\sum_{i=1}^{n=4} \lambda_i} = \frac{0,001}{0,01} = 0,1.$$

Принимая экспоненциальный закон распределения, найдем требуемую интенсивность отказов системы:

$$P(t) = \exp(-\lambda^{\text{тр}} t) = 0,95;$$

$$\lambda_{\text{тр}} = -\frac{\ln P(t)}{t} = -\frac{(-0,0513)}{20} = 2,5610^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

Далее по формуле (7.19) определим необходимые интенсивности отказов элементов:

$$\lambda_1{}^{\text{тр}} = \omega_1 \lambda^{\text{тр}} = 0,5 \cdot 0,00256 \text{ ч};$$

$$\lambda_2{}^{\text{тр}} = \omega_2 \lambda^{\text{тр}} = 0,3 \cdot 0,00256 \text{ ч};$$

$$\lambda_3{}^{\text{тр}} = \omega_3 \lambda^{\text{тр}} = 0,1 \cdot 0,00256 \text{ ч};$$

$$\lambda_4{}^{\text{тр}} = \omega_4 \lambda^{\text{тр}} = 0,1 \cdot 0,00256 \text{ ч}.$$

Соответственно требуемые значения вероятности безотказной работы элементов:

$$P_1(t = 20) = \exp(-0,00128 \cdot 20) - 0,9744;$$

$$P_2(t=20)=\exp(-0,000768\cdot 20)-0,9846\,;$$

$$P_3(t=20)=\exp(-0,000256\cdot 20)-0,9948\,;$$

$$P_4(t=20)=\exp(-0,000256\cdot 20)-0,9948\,.$$

Метод распределения требований по надежности с учетом важности подсистем. Этот метод также основан на допущении о последовательном соединении взаимно независимых подсистем, имеющих экспоненциальное распределение времени работы. Показатель важности подсистемы определяется через вероятность отказа системы, если эта подсистема выйдет из строя. Показатель важности, равный единице, означает, что для безотказной работы системы эта подсистема должна работать безотказно, а показатель важности, равный нулю, означает, что отказ подсистемы не влияет на работу системы.

Каждая подсистема представляет собой совокупность элементов, имеющих соответствующие соединения. При распределении требований по надежности предполагают, что каждый элемент вносит одинаковый вклад в безотказную работу системы [45]. Тогда требуемая надежность для каждой i-й подсистемы определится из соотношения

$$\lambda_i=\frac{N_i\left[\ln P^{\text{тр}}(t)\right]}{N\omega_i t_i},\ i=1,2,...,n\,, \tag{6.21}$$

где N_i – число элементов в i-й подсистеме; $P^{\text{тр}}(t)$ – требуемая вероятность безотказной работы системы за время t; N – общее число элементов в системе; ω_i – показатель важности (уязвимости) для i-й подсистемы (вероятность отказа системы при выходе из строя i-й подсистемы); t_i – требуемая продолжительность работы i-й подсистемы за время работы системы $(0\le t_i\le t)$.

Требуемая вероятность безотказной работы i-й подсистемы за заданное время t_i определяется по соотношению

$$P_i^{\text{тр}}(t_i)=1-\frac{1-\left[P^{\text{тр}}(t)\right]^{N_i/N}}{\omega_i}\,. \tag{6.22}$$

Формула (6.22) дает хорошее приближение, если для каждой подсистемы значение коэффициента важности ω_i близко к единице.

Пример 6.3. Для системы, состоящей из пяти подсистем, требуется обеспечить вероятность безотказной работы $P^{\text{тр}}(t) = 0{,}90$ в течение времени $t = 20$ ч. Определить вероятности безотказной работы каждой из пяти подсистем, входящих в состав системы.

Исходные данные для подсистем сведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Исходные данные к примеру 6.3

Номер подсистемы	Число элементов в подсистеме N_i	Коэффициент важности ω_i	Продолжительность работы подсистемы t_i, ч
1	10	1,0	20
2	20	0,95	20
3	50	0,90	15
4	100	0,99	10
5	80	1,0	10

Решение. Общее число элементов в системе

$$N = \sum_{i=1}^{5} N_i = 260.$$

По формуле (6.21) вычислим интенсивности отказов:

$$\lambda_1 = \frac{10[-\ln 0{,}9]}{260 \cdot 1 \cdot 20} = 2 \cdot 10^{-4} \ (1/\text{ч});$$

$$\lambda_2 = \frac{20[-\ln 0{,}9]}{260 \cdot 0{,}95 \cdot 20} = 4{,}25 \cdot 10^{-4} \ (1/\text{ч});$$

$$\lambda_3 = \frac{50[-\ln 0{,}9]}{260 \cdot 0{,}9 \cdot 15} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \ (1/\text{ч});$$

$$\lambda_4 = \frac{100[-\ln 0{,}9]}{260 \cdot 0{,}99 \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-3} \ (1/\text{ч});$$

$$\lambda_5 = \frac{80[-\ln 0{,}9]}{260 \cdot 1{,}0 \cdot 10} = 3{,}23 \cdot 10^{-3} \ (1/\text{ч}).$$

Далее по формуле (6.22) определим требуемые вероятности безотказной работы подсистем:

$$P_1^{\text{тр}}(t=20)=1-\frac{1-(0,9)^{10/260}}{1,0}=0,996\,;$$

$$P_2^{\text{тр}}(t=20)=1-\frac{1-(0,9)^{20/260}}{0,95}=0,9915\,;$$

$$P_3^{\text{тр}}(t=15)=1-\frac{1-(0,9)^{50/260}}{0,9}=0,9777\,;$$

$$P_4^{\text{тр}}(t=10)=1-\frac{1-(0,9)^{100/260}}{0,99}=0,9598\,;$$

$$P_5^{\text{тр}}(t=10)=1-\frac{1-(0,9)^{80/260}}{1,0}=0,9681\,.$$

Проверка:

$$P^{\text{тр}}(t)=\prod_{i=1}^{5}P_i^{\text{тр}}(t_i)=0,996\cdot 0,9915\cdot 0,9777\cdot 0,9598\cdot 0,9681=0,90\,.$$

6.3. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТА

Невосстанавливаемый элемент

Невосстанавливаемым называется элемент, если он работает до первого отказа, после чего заменяется на такой же элемент, так как восстановить его в условиях эксплуатации невозможно. Примерами невосстанавливаемых элементов являются: радиоэлементы, микросхемы, уплотнительные кольца, манжеты, снаряды, пиропатроны, ракеты и т. д. [9].

Для невосстанавливаемых элементов, работающих до первого отказа, на этапе проектирования обычно используют показатели безотказности и прежде всего вероятность безотказной работы. Ниже приведены показатели надежности в двух формах – вероятностной и статистической.

Вероятностную форму используют на стадии разработки технической документации (эскизный проект, технический проект). Статистическая форма используется для оценки показателей надежности по результатам испытаний и эксплуатации. При увеличении числа испытаний статистические показатели надежности приближаются по вероятности к соответствующим вероятностным показателям.

Пусть время работы невосстанавливаемого элемента представляет собой случайную величину τ. Причем в момент t = 0 элемент начинает работать, а в момент $t = \tau$ происходит отказ, следовательно, τ – это время жизни элемента. Таким образом, время жизни элемента носит случайный характер и в качестве основного показателя надежности можно назвать вероятность безотказной работы в интервале от 0 до t_0. В вероятностной форме этот показатель запишется так:

$$P(t_0) = P(\tau > t_0), \tag{6.23}$$

где $P(t_0)$ – вероятность того, что элемент, начав работать в момент времени t = 0, не откажет в течение заданного времени работы t_0; τ – случайная наработка элемента до первого отказа.

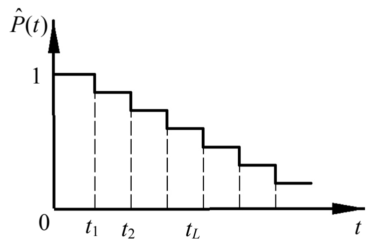


Рис. 6.1. Статистическая функция надежности

Как видно из графика (рис. 6.1), функция надежности монотонно убывает во времени. При t = 0 $P(t = 0) = 1$, а при $t \to \infty$ $P(t = \infty) = 0$.

При статистической оценке вероятность безотказной работы определяется равенством

$$\hat{P}(t_0) = \frac{N(t_0)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t_0)}{N(0)}, \tag{6.24}$$

где $N(t_0)$ – число элементов, оставшихся работоспособными к моменту времени t_0; $N(0)$ – общее число элементов, поставленных на испытание; $n(t_0)$ – число отказавших элементов к моменту времени t_0.

Противоположным показателем функции надежности является функция распределения, которая выражается зависимостью

$$F(t_0) = P(\tau < t_0). \tag{6.25}$$

Тогда вероятность отказа элемента в интервале времени от $t = 0$ до t_0 можно записать в виде

$$Q(t_0) = 1 - P(t_0). \tag{6.26}$$

В статистической форме вероятность отказа определяется равенством

$$\hat{Q}(t_0) = 1 - \hat{P}(t_0) = \frac{n(t_0)}{N(0)}. \tag{6.27}$$

Следующим показателем надежности элемента является плотность распределения отказов, которая в вероятностной форме записывается так:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}, \tag{6.28}$$

где $f(t)$ – плотность вероятности того, что время работы элемента до отказа окажется меньше t, или плотность вероятности отказа к моменту времени t.

При статистической оценке плотность вероятности определится соотношением

$$\hat{f}(t) = \frac{n(t+\Delta t) - n(t)}{N(0)\Delta t} = \frac{\Delta n(t, t+\Delta t)}{N(0)\Delta t}, \tag{6.29}$$

где $\hat{f}(t)$ – отношение числа отказов в интервале времени $[t,\ t+\Delta t]$ к произведению числа работоспособных элементов в начальный момент времени $t = 0$ на длительность интервала времени Δt; $\Delta n(t,\ t+\Delta t)$ – число элементов, отказавших в интервале времени $[t,\ t+\Delta t]$.

Важным показателем надежности невосстанавливаемого элемента является интенсивность отказов, которая определяет надежность элемента в некоторый момент времени t.

В вероятностной форме интенсивность отказов записывается как

$$\lambda(t) = \frac{1}{[1 - F(t)]}\frac{dF(t)}{dt} = \frac{f(t)}{P(t)} = \left(\frac{1}{P(t)}\right)\frac{dP(t)}{dt}. \tag{6.30}$$

Из уравнения (6.30) легко выразить функцию надежности через интенсивность отказов:

$$P(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]. \tag{6.31}$$

Отсюда вероятность безотказной работы в интервале времени $[t_1, t_2]$ будет

$$P[t_1,\ t_2] = \exp\left[-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t)dt\right]. \tag{6.32}$$

При статистической оценке интенсивность отказов определяется соотношением

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(t+\Delta t) - n(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{\Delta n(t, t+\Delta t)}{N(t)\Delta t}, \tag{6.33}$$

где $\hat{\lambda}(t)$ – отношение числа отказов в интервале времени $[t, t+\Delta t]$ к произведению числа исправных элементов $N(t)$ в момент времени t на длительность интервала времени Δt.

Показателем надежности невосстанавливаемого элемента является средняя наработка до отказа, которая в вероятностной форме определяется как математическое ожидание времени работы элемента до отказа:

$$T_0 = M[\tau] = \int_0^\infty t\, f(t)dt = \int_0^\infty P(t)dt. \tag{6.34}$$

Среднее время безотказной работы или средняя наработка на отказ могут быть определены по результатам испытаний. Для этого нужно испытывать все элементы до отказа. Пусть времена жизни этих элементов соответственно равны $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_N$. Тогда в статистической форме средняя наработка до отказа будет

$$\hat{T}_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + ... + \tau_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \tau_i, \tag{6.35}$$

где N – число элементов, поставленных на испытание; τ_i – случайная наработка до отказа i-го элемента.

Так как практически невозможно осуществить испытания всех элементов до отказа, то в первом приближении при большом числе N среднюю наработку до отказа можно определить зависимостью

$$\hat{T}_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + ... + \tau_m + (N - m)t}{N}, \qquad (6.36)$$

где N – число элементов, поставленных на испытание; m – число отказавших элементов.

Формула (6.35) справедлива при m, близких к N.

Другим показателем надежности невосстанавливаемого элемента является дисперсия времени жизни, которая в вероятностной форме имеет вид

$$D[\tau] = M[\tau - T_0] = \sigma^2 = \int_0^\infty t^2 f(t)\, dt - T_0^2 = 2\int_0^\infty tP(t)dt - T_0^2 . \qquad (6.37)$$

Величина $\sigma = \sqrt{D(t)}$ называется средним квадратическим отклонением времени работы элемента до отказа от своего среднего значения T_0.

Статистическая дисперсия определяется по выражению

$$S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\tau_i - \overline{\tau}\right)^2 , \qquad (6.38)$$

где $\overline{\tau} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tau_i$.

Таким образом, основными показателями надежности для невосстанавливаемого элемента являются следующие шесть:

1) $P(t_0)$ – вероятность безотказной работы за заданное время t_0;
2) $Q(t_0)$ – вероятность отказа элемента за заданное время t_0;
3) $f(t)$ – плотность распределения отказов;
4) $\lambda(t)$ – интенсивность отказов элемента в момент времени t;
5) T_0 – средняя наработка элемента до отказа;
6) $D(\tau)$ – дисперсия времени безотказной работы инструмента.

Восстанавливаемый элемент

Все показатели надежности, приведенные для невосстанавливаемых элементов, могут использоваться и для восстанавливаемых элементов при исследовании надежности последних до первого отказа [9].

К показателям надежности, присущим только восстанавливаемым элементам, относятся: средняя наработка между отказами, параметр потока отказов, средняя наработка на отказ, среднее время восстановления, интенсивность восстановления, коэффициент готовности, коэффициент технического использования, вероятность восстановления.

Средняя наработка между отказами в вероятностной форме определяется равенством

$$T = \lim_{K\to\infty} M[T_k] = \lim_{K\to\infty} \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K} T_j\,, \qquad (6.39)$$

где T – математическое ожидание предельного значения наработки между отказами; T_k – средняя наработка элемента от момента окончания $(K-1)$-го восстановления до K-го отказа; K – количество восстановлений; T_j – время работы элементов от $(j-1)$-го до j-го восстановления;

$$T_k = M\left[T_k\right] = \int_0^\infty t\, f_k(t)dt = \int_0^\infty P_k(t)dt\,, \qquad (6.40)$$

где $f_k(t)$ – плотность распределения наработки между отказами; $P_k(t)$ – функция надежности наработки между отказами.

Статистическая оценка средней наработки между отказами

$$\hat{T}_k = \frac{1}{N(0)}\sum_{i=}^{N(0)} \tau_k^i\,, \qquad (6.41)$$

где $N(0)$ – общее число элементов, начавших работать после $(K-1)$-го восстановления; τ_k^i – реализация времени работы после $(K-1)$-го восстановления до K-го отказа i-го элемента.

Параметр потока отказов при вероятностной оценке для стационарного ординарного потока отказов определяется выражением

$$\lambda = \frac{1}{T}, \tag{6.42}$$

где λ – математическое ожидание числа отказов восстанавливаемого элемента в единицу времени для установившегося процесса эксплуатации.

При статистической оценке

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\hat{T}}, \tag{6.43}$$

где $\hat{\lambda}$ – среднее число отказов восстанавливаемого элемента в единицу времени.

Средняя наработка на отказ в вероятностной форме находится из соотношения

$$T(t_0) = \frac{t_0}{M\left[m(t_0)\right]}, \tag{6.44}$$

где t_0 – суммарная наработка элемента за заданное время T; $M\left[m(t_0)\right]$ – математическое ожидание числа отказов за это время.

Статистическая оценка средней наработки на отказ находится по формуле

$$\hat{T}(t_0) = \frac{t_0}{m(t_0)}, \tag{6.45}$$

где t_0 – суммарная наработка элемента за заданное время T; $m(t_0)$ – число отказов за это время наблюдений.

Среднее время восстановления элемента при вероятностной оценке

$$T_0 = \int_0^\infty t_в f_в(t)\,dt = \int_0^\infty P_в(t)\,dt, \tag{6.46}$$

где $f_в(t)$ – плотность распределения времени восстановления; $P_в(t)$ – вероятность восстановления за заданное время.

Статистическая оценка среднего времени восстановления определяется по формуле

$$\hat{T}_{\text{в}} = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} t_{\text{в}}^{i}, \tag{6.47}$$

где $N(0)$ – общее число элементов, подвергающихся восстановлению; $t_{\text{в}}^{i}$ – среднее время восстановления i-го элемента.

Интенсивность восстановления элемента в момент времени t, отсчитываемого с момента начала восстановления при вероятностной оценке:

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{f_{\text{в}}(t)}{P_{\text{в}}(t)}. \tag{6.48}$$

При статистической оценке интенсивность восстановления элемента определяется выражением

$$\hat{\lambda}_{\text{в}} = \frac{n_{\text{в}}(t+\Delta t) - n_{\text{в}}(t)}{N_{\text{в}}(T)\Delta t}, \tag{6.49}$$

где $n_{\text{в}}(t)$ – число элементов, восстановление которых длилось меньше t; $N_{\text{в}}(t)$ – число элементов, восстановление которых длилось больше t; $\hat{\lambda}_{\text{в}}$ – отношение числа восстановлений в интервале времени $[t, t+\Delta t]$ к произведению числа элементов, еще не восстановленных к моменту t, на длительность интервала времени Δt.

Коэффициент готовности характеризует готовность элемента к применению по назначению в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов обслуживания, когда применение элемента по назначению исключено. Этот показатель является комплексным, так как он количественно характеризует одновременно два показателя: безотказность и ремонтопригодность.

Коэффициент готовности определяется по формуле

$$K_{\text{г}} = \frac{T(t_0)}{T(t_0) + T_{\text{в}}}, \tag{6.50}$$

где $T(t_0)$ – средняя наработка на отказ; $T_{\text{в}}$ – среднее время восстановления отказа.

Статистическая оценка коэффициента готовности

$$\hat{K}_{\text{г}} = \frac{\hat{T}(t_0)}{\hat{T}(t_0) + \hat{T}_{\text{в}}}. \tag{6.51}$$

Коэффициент технического использования характеризует долю времени нахождения элемента в работоспособном состоянии относительно рассматриваемой продолжительности эксплуатации. Коэффициент технического использования учитывает затраты времени на плановые и неплановые ремонты и определяется по формуле

$$K_{\text{ти}} = 1 - K_{\text{рем}} - K_{\text{регл}}, \tag{6.52}$$

где

$$K_{\text{рем}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_{\text{в}_i}}{T_{\text{экспл}}}; \tag{6.53}$$

$t_{\text{в}_i}$ – время восстановления i-го отказа элемента; m – количество отказов i-го элемента; $T_{\text{экспл}}$ – время эксплуатации элемента.

$$K_{\text{регл}} = \frac{T_{\text{регл}}}{T_{\text{экспл}}}, \tag{6.54}$$

$T_{\text{регл}}$ – суммарное время, затраченное на проведение всех видов обслуживания за время эксплуатации, предусмотренных эксплутационной документацией.

Коэффициент оперативной готовности характеризует надежность системы, необходимость применения которой возникает в произвольный момент времени, кроме периодов планового простоя, когда применение системы по назначению не предусматривается, и, начиная с этого произвольного момента, будет работать безотказно в течение заданного времени t_0.

Численное значение коэффициента оперативной готовности определяется выражением

$$K_{\text{от}} = K_{\text{т}} P(t_0) = \frac{T(t_0)}{T(t_0) + T_D} P(t_0). \tag{6.55}$$

К одному из основных показателей надежности восстанавливаемого элемента относится **вероятность восстановления,** которая представляет собой значение функции распределения времени восстановления за заданное время t_0.

Вероятность восстановления определяется по формуле Пуассона, поскольку процесс восстановления – это пуассоновский поток с соответствующим параметром $\lambda_в$:

$$P_в(t) = \frac{\lambda_в t_в^m}{m!} \exp(-\lambda_в t_в),\ m = 1, 2, ..., n, \tag{6.56}$$

где m – количество восстановлений; $\lambda_в$ – интенсивность восстановления.

Таким образом, для восстанавливаемого элемента используются следующие основные показатели надежности:

1) $T(t_0)$ – средняя наработка на отказ;
2) T_k – средняя наработка между отказами;
3) λ – параметр потока отказов;
4) $T_в$ – среднее время восстановления;
5) $\lambda_в$ – интенсивность восстановления;
6) $K_г$ – коэффициент готовности;
7) $K_{ти}$ – коэффициент технического использования;
8) $P_в(t)$ – вероятность восстановления;
9) все восемь показателей надежности для невосстанавливаемого элемента при условии восстановления элемента до первого отказа.

Пример 6.4. На испытания поставлено N = 10 невосстанавливаемых элементов. Испытания проводятся в течение t = 100 ч. В процессе проведения испытаний отказало m = 8 элементов, при этом отказе зафиксированы следующие моменты времени: $\tau_1 = 20$ ч; $\tau_2 = 30$ ч; $\tau_3 = 50$ ч; $\tau_4 = 30$ ч; $\tau_5 = 40$ ч; $\tau_6 = 60$ ч; $\tau_7 = 70$ ч; $\tau_8 = 60$ ч, оставшиеся два элемента не отказали. Определить среднюю наработку до отказа.

Решение. Вычислим наработку до отказа для невосстанавливаемого элемента по формуле (6.36):

$$\hat{T}_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5 + \tau_6 + \tau_7 + \tau_8 + (N - m)t}{N} =$$

$$= \frac{20 + 30 + 50 + 30 + 40 + 60 + 70 + 60 + (10 - 8)\cdot 100}{8} = 70 \text{ ч.}$$

Пример 6.5. Найти интенсивность отказов и построить график изменения кривой интенсивности отказов по данным, представленным в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Исходные данные результатов испытаний

Интервалы времени, ч $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$	Количество отказов в интервале Δn_i	Количество элементов, не отказавших к моменту t_1, $N(t_i)$	Δt_i	Δn_i	$N(t_i)$
0...10	10	90	50...60	3	68
10...20	9	81	60...70	2	66
20...30	6	75	70...80	5	61
30...40	2	73	80...90	9	52
40...50	2	71	90...100	10	42

На испытания поставлено N = 100 элементов, испытания проводились в течение t = 100 ч.

Для построения кривой интенсивности отказов воспользуемся формулой (6.33):

$$\lambda(t_1) = \frac{\Delta n_1}{N(t_1)\Delta t_1} = \frac{10}{90 \cdot 10} = 1{,}1 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_2) = \frac{9}{81 \cdot 10} = 1{,}1 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_3) = \frac{6}{75 \cdot 10} = 0{,}8 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_4) = \frac{2}{73 \cdot 10} = 0{,}27 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_5) = \frac{2}{71 \cdot 10} = 0{,}28 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_6) = \frac{3}{68 \cdot 10} = 0{,}44 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_7) = \frac{2}{66 \cdot 10} = 0{,}33 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_8) = \frac{5}{61 \cdot 10} = 0{,}82 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_9) = \frac{9}{52 \cdot 10} = 1{,}75 \cdot 10^{-2};$$

$$\lambda(t_{10}) = \frac{10}{42 \cdot 10} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}.$$

Полученная кривая интенсивности отказов показана на рис. 6.2.

Пример 6.6. Определить коэффициент готовности системы при следующих исходных данных: $\hat{T}_{\text{в}}$ = 2 ч – среднее время восстановления отказа; $T(t_0)$ = 100 ч – средняя наработка на отказ.

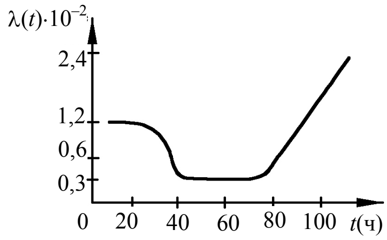


Рис. 6.2. Кривая интенсивности отказов

Решение. Используя формулу (6.51), вычислим величину коэффициента готовности

$$\hat{K}_{\text{г}} = \frac{\hat{T}(t_0)}{\hat{T}(t_0) + \hat{T}_{\text{в}}} = \frac{100}{100 + 2} = 0{,}984.$$

Пример 6.7. Определить коэффициент технического использования, если известно, что система эксплуатируется в течение двух лет. Годовой фонд работы системы – 8760 ч. По документации ежегодно предусматривается техническое обслуживание в течение $T_{\text{обс}} = 100$ ч. Из опытных данных известно, что время внеплановых работ за два года составляет величину $T_{\text{рем}} = 200$ ч.

Решение. Коэффициент технического использования вычислим по формуле (6.52):

$$K_{\text{ти}} = 1 - K_{\text{рем}} - K_{\text{регл}};$$

$$K_{\text{рем}} = \frac{T_{\text{рем}}}{T_{\text{экспл}}} = \frac{200}{2 \cdot 8760} = \frac{200}{17520} = 0{,}0114;$$

$$K_{\text{регл}} = \frac{T_{\text{обс}}}{T_{\text{экспл}}} = \frac{2 \cdot 100}{17520} - 0{,}0114\,;$$

$$K_{\text{ти}} = 10(0{,}0114 + 0{,}0114) = 0{,}977\,.$$

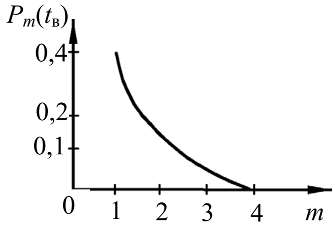


Рис. 6.3. Функция восстановления

Пример 6.8. Найти вероятность восстановления системы при следующих исходных данных:

$$\lambda_{\text{в}} = 0{,}2(1/\text{ч}),\ t_{\text{в}} = 4\ \text{ч},\ m = 1, 2, 3, 4\,.$$

Построить функцию восстановления.

Решение. Для определения вероятности восстановления воспользуемся формулой (6.56):

$$P_1(t) = \frac{(0{,}2 \cdot 4)^1}{1!} e^{-(0{,}24)} = 0{,}36\,;$$

$$P_2(t) = \frac{(0{,}2 \cdot 4)^2}{2!} e^{-0{,}8} = 0{,}14\,;$$

$$P_3(t) = \frac{(0{,}2 \cdot 4)^3}{3!} e^{-0{,}8} = 0{,}04\,;$$

$$P_4(t) = \frac{(0{,}2 \cdot 4)^4}{4!} e^{-0{,}8} = 0{,}007\,.$$

Полученная функция восстановления показана на рис. 6.3.

6.4. РАСЧЕТ ПРОЕКТНОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

Последовательное соединение элементов

Большинство механических, электро-, гидро-, оптико-механических, радиоэлектрических и других средств представляет собой системы с последовательным соединением элементов. Высокий уровень надежности таких систем достигается за счет использования надежных элементов, правильного назначения периодичности технического обслуживания, обеспечения быстрого восстановления или замены отказавших элементов в процессе эксплуатации. К последовательно соединенным элементам относятся также те резервные элементы, отказ каждого из которых приводит к отказу системы. На практике это происходит, например, в электронной аппаратуре при коротком замыкании, в гидравлической и пневматической системах при разрыве трубопроводов и выходе из строя клапанов и т. п. [9].

Последовательные системы могут состоять из невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов.

Для системы, состоящей из n последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов, случайная наработка до отказа системы равна минимальному значению случайных наработок ее элементов. Если элементы являются независимыми и известны вероятности безотказной работы каждого элемента за заданное время t_0, то вероятность безотказной работы системы за заданное время t_0 будет

$$P(t_0) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t_0). \qquad (6.57)$$

Структурная схема надежности для системы, состоящей из последовательно соединенных элементов, показана на рис. 6.4.

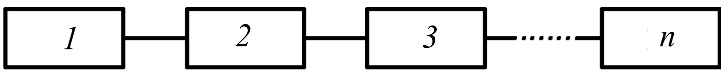


Рис. 6.4. Структурная схема надежности системы, состоящей из последовательно соединенных элементов

При значениях надежности системы, близких к единице, можно использовать приближенные формулы:

$$\prod_{i=1}^{n} P_i(t_0) = 1 - \sum_{i=1}^{n} \left[1 - P_i(t_0)\right]; \qquad (6.58)$$

$$P^n(t_0) = 1 - n\left[1 - P(t_0)\right]; \qquad (6.59)$$

$$\sqrt[n]{P(t_0)} = 1 - \frac{\left[1 - P(t_0)\right]}{n}. \qquad (6.60)$$

При известной вероятности безотказной работы точное значение наработки до отказа системы можно определить по формуле

$$T = \int_0^{\infty} P(t)\, dt. \qquad (6.61)$$

Если известно, что наработка до отказа элементов распределена по экспоненциальному закону, то

$$P_i(t) = \exp\left(-\lambda_i t\right). \tag{6.62}$$

Тогда вероятность безотказной работы системы будет

$$P(t_0) = \prod_{i=1}^{n} \exp(-\lambda_i t_0) = \exp\left(-t_0 \sum_{i=1}^{n} \lambda_1\right) = \exp(-\lambda t_0), \tag{6.63}$$

где λ_1 и λ – соответственно интенсивность отказов элементов и системы.

Наработка до отказа системы в этом случае

$$T = \frac{1}{\lambda}. \tag{6.64}$$

Для $\lambda t_0 << 1$ приближенное значение вероятности безотказной работы определится по соотношению

$$P(t_0) = 1 - \lambda t_0. \tag{6.65}$$

Отсюда вероятность отказа системы

$$Q(t_0) = 1 - \exp\left(-\lambda t_0\right) \approx \lambda t_0. \tag{6.66}$$

Все характеристики надежности систем можно определить, если известны интенсивности отказов λ_i всех ее элементов. Часто в реальных конструкциях систем используют однотипные элементы, тогда

$$P(t_0) = \exp\left(-t_0 \sum_{i=1}^{r} m_i \lambda_i\right), \tag{6.67}$$

$$T = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{r} m_i \lambda_i}, \tag{6.68}$$

где m_i и λ_i – соответственно число и интенсивность отказов элементов i-го типа; r – число типов элементов.

Как правило, не все элементы работают непрерывно от момента начала работы системы и до окончания. Поэтому, принимая допущение о независимости отказов элементов, с учетом разного времени работы ее элементов надежность системы можно вычислить по формуле

$$P(t_0) = P_1(t_1)P_2(t_2)...P_n(t_n) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t_i), \qquad (6.69)$$

где $P_i(t_i)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента за время $t_i \le t_0$.

Используя экспоненциальный закон надежности, можно записать:

$$P_i(t_i) = \exp(-\lambda_i t_i). \qquad (6.70)$$

Тогда надежность системы определится равенством

$$P(t_0) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n} \lambda_i t_i\right) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i t_i. \qquad (6.71)$$

Формулами (6.64) и (6.65) можно пользоваться в том случае, когда однотипные элементы работают одновременно.

Расчет надежности восстанавливаемых систем с последовательным соединением элементов основывается на допущении о том, что все распределения наработки до отказа и времени восстановления отдельных элементов являются экспоненциальными, т. е. процесс функционирования системы – стационарный, без последействия и ординарный [9].

В табл. 6.3 приводятся расчетные формулы показателей надежности восстанавливаемых систем с последовательным соединением элементов.

Таблица 6.3

Расчет формулы показателей надежности восстанавливаемой системы с последовательным соединением элементов

Показатели надежности системы	Точное значение	Приближенное значение
Средняя наработка между отказами	$T = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$	–
Вероятность безотказной работы	$P(t_0) = \exp(-\lambda t_0)$	$1 - \lambda t_0$
Вероятность отказа	$Q(t_0) = 1 - \exp(-\lambda t_0)$	λt_0

Окончание табл. 6.3

Показатели надежности системы	Точное значение	Приближенное значение
Среднее время восстановления	$T_{\text{в}} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\mu_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\mu_i}$	–
Коэффициент готовности	$K_{\text{г}} = \frac{T}{T+T_{\text{в}}} = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\mu_i}}$	$1-\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\mu_i}$
Коэффициент технического использования	$K_{\text{ти}} = 1-\frac{\sum_{i=1}^{n}t_{\text{в}_i}+T_{\text{регл}}}{T_{\text{эксп}}}$	–
Коэффициент оперативной готовности	$K_{\text{ог}} = K_{\text{г}}P(t_0) = \frac{T}{T+T_{\text{в}}}P(t_0)$	$K_{\text{ог}} = \left(1-\frac{\sum\lambda_i}{\sum\mu_i}\right)(1-\lambda t_0)$

Примечание. μ_i – интенсивность восстановления i-го элемента.

Параллельные соединения

Система с параллельным соединением элементов построена таким образом, что отказ ее происходит лишь в случае отказа всех элементов, т. е. система исправна, если исправен хотя бы один элемент. При разработке технических систем в зависимости от выполняемой задачи применяют нагруженное (горячее) и ненагруженное (холодное) резервирование.

Горячее резервирование применяют тогда, когда не допускается перерыва времени на переключение отказавшего элемента на резервный с целью выполнения задачи в установленное время. Чаще всего горячему резервированию подвергаются отдельные элементы или отдельные каналы. Холодное резервирование применяют тогда, когда требуется увеличение ресурса работы элемента и допускается время на переключение отказавшего элемента на резервный [9].

Существуют технические системы с частично параллельным резервированием. Это такие системы, которые оказываются работоспособны при отказе нескольких элементов.

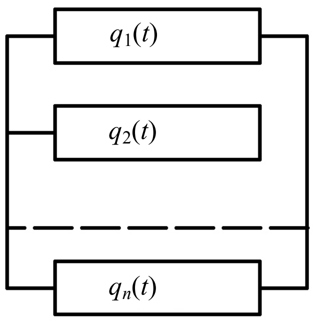


Рис. 6.5. Структурная схема надежности с параллельным соединением элементов

Если система представляет собой ряд нагруженных параллельно соединенных n элементов (рис. 6.5), то вероятность отказа системы

$$Q_n(t) = q_1(t)q_2(t)...q_n(t)\,. \tag{6.72}$$

При условии одинаковой ненадежности элементов выражение (6.72) принимает вид

$$q_n(t) = q^n(t)\,, \tag{6.73}$$

где n – число параллельно соединенных элементов.

Тогда вероятность безотказной работы системы

$$P_n(t) = 1 - Q_n(t) = 1 - q_1(t)q_2(t)...q_n(t)\,. \tag{6.74}$$

При $q_i(t) = q(t)$

$$P_n(t) = 1 - q^n(t)\,. \tag{6.75}$$

Формула (6.73) проста и удобна. Если, например, известна вероятность отказа элементов $q(t)$ и нужно определить число резервных элементов, при котором вероятность отказа $Q_n(t)$ не будет превосходить заданной величины $Q(t)$, т. е.

$$q^n(t) \le Q(t)\,, \tag{6.76}$$

то получим

$$n \ge \frac{\ln Q(t)}{\ln q(t)}\,. \tag{6.77}$$

Если же, задавшись числом резервных элементов, определять необходимую надежность каждого из них, то получим

$$q(t) = \sqrt[n]{Q(t)}\,. \tag{6.78}$$

Для случая экспоненциального закона распределения, если надежность элементов близка к единице:

$$P_k(t) = e^{-\lambda_r t} \approx 1 - \lambda_k t\,, \tag{6.79}$$

следовательно,

$$q_k(t) = 1 - e^{-\lambda_k t} \approx \lambda_k t. \tag{6.80}$$

Тогда

$$Q_n(t) = (\lambda_1 \lambda_2 ... \lambda_n) t^n, \tag{6.81}$$

а для равнонадежных элементов

$$Q_n(t) \approx (\lambda t)^n. \tag{6.82}$$

Среднее время безотказной работы резервной группы из n элементов при экспоненциальном законе распределения рассчитываем по формуле

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\lambda_k} - \sum_{k<S}^{S-1} \frac{1}{\lambda_k + \lambda_S} +$$

$$+ \sum_{k<S<e}^{e-1} \frac{1}{\lambda_k + \lambda_S + \lambda_e} + ... + (-1)^n \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_n}, \tag{6.83}$$

где S – элемент.

Для случая равнонадежных элементов

$$T_n = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n}\right). \tag{6.84}$$

Если обозначить среднее время безотказной работы одного элемента через $T_1 = \frac{1}{\lambda}$, то

$$T_n = T_1\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n}\right). \tag{6.85}$$

Для случая закона распределения Вейбулла при условии равнонадежных элементов среднее время безотказной работы резервной группы из n элементов (включая основной) вычисляется по формуле

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} C_n^k (-1)^{k-1} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}{\lambda^{1/\partial} k^{1/\alpha}}, \tag{6.86}$$

где α – параметр формы кривой распределения Вейбулла; λ – параметр масштаба.

По результатам испытаний среднее время безотказной работы резервной группы из n элементов

$$T_n = \sum_{k=1}^{N} \frac{k^n - (k-1)^n}{N^n} \tau_k, \tag{6.87}$$

где τ_k – случайное время работы k-го элемента; N – число одинаковых элементов, поставленных на испытания и доведенных до отказа последнего из них; $0 < \tau_1 < \tau_2 < ... < \tau_N$ – случайные времена работы элементов, расположенные в порядке их возрастания.

В случае нагруженного (холодного) резерва среднее время жизни резервной группы

$$T_{\text{ср}}^{(n)} = \sum_{k=1}^{n} t_{\text{ср}}^{(k)}, \tag{6.88}$$

где $t_{\text{ср}}^{(k)}$ – среднее время жизни k-го элемента. В частности, если все элементы равнонадежны, то

$$T_{\text{ср}}^{(n)} = n t_{\text{ср}}. \tag{6.89}$$

При экспоненциальном законе распределения времени жизни элементов надежность системы определяется по формуле

$$Q_n(t) = \frac{\lambda_1 t \lambda_2 t ... \lambda_n t}{n!}. \tag{6.90}$$

Эта формула справедлива при условии, что λ_k^t малы. Если все элементы резервной группы имеют одинаковую надежность, то приближенно надежность системы будет

$$Q_n(t) = \frac{(\lambda t) e^{-\lambda t}}{n! \left(1 - \frac{\lambda t}{n+1}\right)}. \tag{6.91}$$

При $\lambda \; t << 1$ формула (6.91) упрощается:

$$Q_n(t) = \frac{(\lambda t)}{n!}. \tag{6.92}$$

Тогда надежность системы при холодном резервировании можно рассчитать по формуле

$$P_n(t) = 1 - \frac{(\lambda t)^n}{n!}. \tag{6.93}$$

Анализ различных способов резервирования показывает, что ненагруженный резерв в любом случае выгоднее нагруженного, если время переключения не влияет на работоспособность системы [9].

Проведем количественное сравнение этих двух типов резервирования. Пусть для случая нагруженного резерва

$$Q_n^{(1)}(t) = (\lambda t)^n, \tag{6.94}$$

а для ненагруженного резерва

$$Q_n^{(2)}(t) = \left(\frac{\lambda t}{n!}\right)^n. \tag{6.95}$$

Отсюда

$$\frac{Q_n^{(1)}(t)}{Q_n^{(2)}(t)} = n!, \tag{6.96}$$

т. е. при переходе к ненагруженному резерву надежность уменьшается в $n!$ раз.

Аналогично это наблюдается при сравнении среднего времени жизни. Так, для нагруженного резерва

$$T_{\text{ср}}^{(1)} = t_{\text{ср}}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}\right), \tag{6.97}$$

а для ненагруженного $T_{\text{ср}}^{(2)} = nt_{\text{ср}}$. Отсюда

$$\frac{T_{\text{ср}}^{(1)}}{T_{\text{ср}}^{(2)}} = \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}}{n}. \tag{6.98}$$

Чем больше кратность резервирования, тем больше выигрыш в среднем времени жизни системы. Например, при $n = 4$

$$\frac{T_{\text{ср}}^{(1)}}{T_{\text{ср}}^{(2)}} \approx \frac{4}{2,08} \approx 2.$$

Для случая частичного параллельного резервирования вероятность безотказной работы системы определяют по формуле

$$P_{n,k}(t)=\sum_{k=m}^{n} C_n^k\left[1-q(t)\right]^k\left[q(t)\right]^{n-k}, \tag{6.99}$$

где m – число исправных элементов, при которых обеспечивается работоспособность системы; $q(t)$ – вероятность отказа каждого элемента одинакова; n – общее число элементов в системе;

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Если $m = 1$, то система будет полностью параллельной, в остальных случаях – частично параллельной.

При экспоненциальном законе распределения времени жизни элемента надежность системы определяется по формуле

$$P_n(t)=1-C_k^{m-1}(\lambda t)^{n-m+1}. \tag{6.100}$$

Среднее время жизни резервной группы

$$T_n=\frac{1}{n\lambda}+\frac{1}{(n-1)\lambda}+...+\frac{1}{m\lambda}. \tag{6.101}$$

В практике проектирования радиотехнических систем и электронной аппаратуры часто используют другие виды резервирования, например, применяют схемы, работающие по принципу «2 из 3», либо мостиковые схемы. Вероятность безотказной работы для схемы «2 из 3» вычисляется по формуле

$$P(t)=\left[1-q(t)\right]^3+3\left[1-q(t)\right]^2 q(t), \tag{6.102}$$

где $q(t)$ – одинаковая вероятность отказа каждого элемента за время t.

Надежность мостиковой схемы определяется равенством

$$P(t)=\left[1-q(t)\right]^5+5\left[1-q(t)\right]^4 q(t)+$$

$$+8\left[1-q(t)\right]^3 q^2(t)+2\left[1-q(t)\right]^2 q^3(t). \tag{6.103}$$

Различают также поканальное (общее) и поэлементное (раздельное) резервирование. Структурные схемы надежности (ССН) для этих видов резервирования представлены на рис. 6.6 и 6.7 соответственно [9].

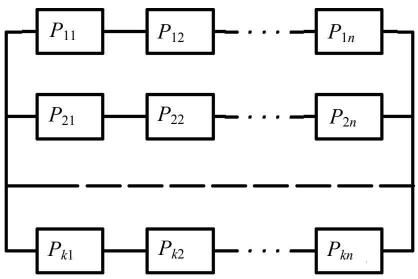


Рис. 6.6. Структурная схема надежности с поканальным р езервированием элементов

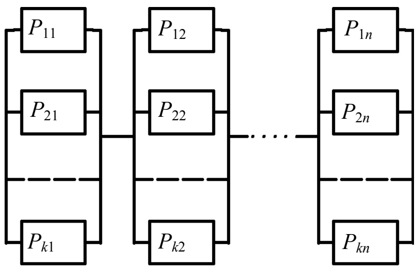


Рис. 6.7. Структурная схема надежности с поэлементным резервированием

Вероятность безотказной работы системы для общего резервирования вычисляется по формуле

$$R_{\text{об}} = \left[1-(1-P_{11}P_{12}\ldots P_{1n})(1-P_{21}P_{22}\ldots P_{2n})\ldots\right.$$

$$\left.\ldots(1-P_{k1}P_{k2}\ldots P_{kn})\right]. \qquad (6.104)$$

При $P_{ij} = P_j$, т. е. когда все элементы канала равнонадежны,

$$R_{\text{об}} = 1-(1-P_1P_2\ldots P_n)^k . \qquad (6.105)$$

Здесь P_{ij} – вероятность безотказной работы элемента; P_j – вероятность безотказной работы j-го элемента канала.

Если $P_{ij} = P$, то

$$R_{\text{об}} = 1-(1-P^n)^k . \qquad (6.106)$$

Для раздельного резервирования вероятность безотказной работы системы определяется выражением

$$R_{\text{разд}} = \left[1-(1-P_{11})(1-P_{21})...(1-P_{k1})\right]\times$$

$$\times\left[1-(1-P_{12})(1-P_{22})...(1-P_{k2})\right]...$$

$$...\left[1-(1-P_{1n})(1-P_{2n})(1-P_{kn})\right]. \quad (6.107)$$

При значениях $P_{ij} = P_j$

$$R_{\text{разд}} = \left[1-(1-P_1)^k\right]\left[1-(1-P_2)^k\right]...\left[1-(1-P_n)^k\right]. \quad (6.108)$$

Если $P_{ij} = P$, то

$$R_{\text{разд}} = \left[1-(1-P)^k\right]^n. \quad (6.109)$$

Анализ последних двух систем показывает, что структурная схема надежности с раздельным резервированием имеет более высокую надежность, чем схема с общим резервированием при одном и том же количестве элементов.

Рассмотренные выше расчетные формулы надежности справедливы для невосстановленных систем.

Расчет проектной надежности систем с учетом восстановления резервных элементов. Для восстанавливаемых систем при выводе уравнения коэффициента готовности с общим резервированием использовалось предположение о том, что все резервные элементы находятся в состоянии выполнения задания, и если произойдет отказ, то немедленно производится их обслуживание [9, 42].

Принимая экспоненциальный закон восстановления отказов и установившийся процесс, коэффициент готовности определяют по формуле

$$K_{\text{г}} = \exp\left[\frac{-n\lambda^n T}{n\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)\lambda^{n-1}+\mu^{n-1}}\right], \quad (6.110)$$

где n – число резервных элементов (включая основной); μ – интенсивность восстановления элемента; λ – интенсивность отказов элемента; T – время, за которое определяется коэффициент готовности.

Когда же допускается некоторое предельное время обслуживания t, то уравнение коэффициента готовности принимает вид

$$K_{\text{г}} = \exp\left[\frac{-n\lambda^n T e^{-n\mu t}}{n\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)\lambda^{n-1} + \mu^{n-1}}\right]. \qquad (6.111)$$

Из уравнения (6.111) следует, что система будет работоспособна, если один из элементов может быть восстановлен до нормального режима работы в течение времени t.

Общее уравнение для коэффициента технического использования имеет следующий вид:

$$K_{\text{т.и}} = 1 - \exp(-n\mu t)\left\{1 - \exp\left[\frac{-n\lambda^n T}{n\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)\lambda^{n-1} + \mu^{n-1}}\right]\right\}, \qquad (6.112)$$

где $T = t_{\text{р}} + t = t_{\text{р}} + t_{\text{рем}} + t_{\text{т.о}} + t_{\text{в}}$; $t_{\text{р}}$ – суммарная наработка изделия за рассматриваемый промежуток времени T; $t = t_{\text{рем}} + t_{\text{т.о}} + t_{\text{в}}$; $t_{\text{рем}}$, $t_{\text{т.о}}$, $t_{\text{в}}$ – соответственно суммарное время, затраченное на ремонт, техническое обслуживание и восстановление за тот же период времени T.

Среднее время безотказной работы резервной группы из n элементов (включая в основной) в стационарном режиме определяется уравнением

$$T_n = \frac{T_{\text{в}}}{n}\left[\left(1 + \frac{T_1}{T_{\text{в}}}\right) - 1\right] = \frac{1}{n\mu}\left[(1 + \mu T_1)^n - 1\right], \qquad (6.113)$$

где $T_{\text{в}}$ – среднее время восстановления элемента; $\mu = \dfrac{1}{T_{\text{в}}}$ – интенсивность восстановления элемента; T_1 – среднее время жизни элемента. Формула (6.113) справедлива для нагруженного резерва в предположении, что закон распределения жизни и восстановления элементов произвольный.

Вероятность безотказной работы резервной группы в течение времени t определяется по формуле

$$P(t) = e^{t/-T_n} = \exp\left[\frac{-tn\mu}{1+\mu T_1^n - 1}\right]. \qquad (6.114)$$

Более подробно с вопросами резервирования можно ознакомиться в работе [29].

Пример 6.9. Определить вероятность безотказной работы системы электроавтоматики, состоящей из пяти параллельно соединенных подсистем, если известны вероятности безотказной работы этих подсистем: $P_1 = 0{,}99$; $P_2 = 0{,}995$; $P_3 = 0{,}994$; $P_4 = 0{,}996$; $P_5 = 0{,}997$. Система электроавтоматики является дублированной, т. е. имеет общее резервирование, и невосстанавливаемой.

Решение. Для определения вероятности безотказной работы воспользуемся формулой (6.70):

$$P(t) = 1-(1-P_1)(1-P_2)(1-P_3)(1-P_4)(1-P_5) =$$

$$= 1-0{,}01\cdot 0{,}005\cdot 0{,}006\cdot 0{,}004\cdot 0{,}003 \approx 1.$$

Пример 6.10. Система энергоснабжения объекта сконструирована таким образом, что имеет трехкратное резервирование (включая основную систему). Известно, что для одной системы среднее время восстановления составляет $T_в$ = 5 ч, среднее время безотказной работы T_1 = 200 ч. Определить среднее время безотказной работы всей резервной группы T_n, коэффициент готовности $K_г$ и вероятность безотказной работы за время t = 1000 ч.

Решение. По формуле (6.113) вычислим среднее время безотказной работы системы

$$T_n = \frac{T_в}{n}\left[\left(1+\frac{T_1}{T_в}\right)^n - 1\right] = \frac{5}{3}\left[\left(1+\frac{200}{5}\right)^3 - 1\right] = 114\,865 \text{ ч}.$$

Коэффициент готовности определим по формуле (6.110):

$$K_{\text{г}} = \exp\left[\frac{-n\lambda^n t}{n\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)\lambda^{n-1} + \mu^{n-1}}\right] =$$

$$= \exp\left[\frac{-3\left(\frac{1}{200}\right)^3 1000}{3\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{200}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2}\right] = 0,99\,.$$

Вероятность безотказной работы находится по формуле (6.114):

$$P(t) = \exp\left[\frac{-tn\mu}{1+\mu T_1^n - 1}\right] = \exp\left[\frac{-1000\cdot 3\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{5}(200)^3 - 1}\right] = 0,914\,.$$

Расчет проектной надежности механизмов и металлоконструкций. Статистический анализ результатов испытаний и эксплуатации механических узлов и металлоконструкций свидетельствует о том, что распределения прочности и нагрузки описываются нормальным законом с соответствующими плотностями вероятности. Целью проектного расчета надежности является определение критической нагрузки, при которой запас прочности обеспечивает работоспособность узла.

Предположим, что распределение прочности описывается нормальным законом с плотностью вероятности $f_1(x)$, математическим ожиданием m_1 и средним квадратическим отклонением σ_1. Распределение нагрузки подчиняется нормальному закону с плотностью вероятности $f_2(x)$, математическим ожиданием m_2 и средним квадратическим отклонением σ_2. Графически это показано на рис. 6.8.

Вероятность безотказной работы механического узла определяется зависимостью [47]

$$P = \Phi\left(\frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}\right), \qquad (6.115)$$

где $\Phi(U_\text{р})$ – нормированная нормальная функция распределения.

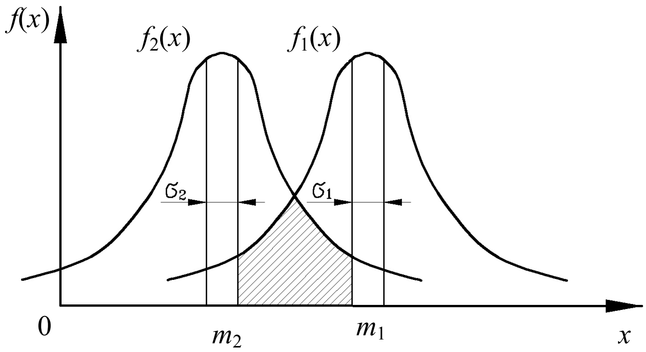


Рис. 6.8. Графики распределения плотности вероятности прочности $f_1(x)$ и нагрузки $f_2(x)$

Практически функция надежности в проектных расчетах определяется по величине запаса прочности для самых критических сечений. Если величина запаса прочности $n \geq 1{,}4$, то надежность в этом сечении близка к единице.

Вероятность безотказной работы механизмов и металлоконструкций при известных значениях нагрузки с математическим ожиданием m и коэффициентом вариации ν находят по квантили нормального распределения $U_\text{р}$ [53]:

$$U_\text{р} = \frac{n - 1}{\sqrt{(n\nu_1)^2 + \nu_2^2}}, \qquad (6.116)$$

где $n = \dfrac{m_1}{m_2}$ – запас прочности; $\nu_1 = \dfrac{\sigma_1}{m_1}$ – коэффициент вариации несущей способности (прочности); $\nu_2 = \dfrac{\sigma_2}{m_2}$ – коэффициент вариации усилия (действующей нагрузки).

Пример 6.11. Определить вероятность безотказной работы узла металлоконструкции, если известно, что математическое ожидание предела прочности в критическом сечении m_1 = 6400 кгс/см^2 при среднем квадратическом отклонении σ_1 = 400 кгс/см^2. Математическое ожидание действующей нагрузки m_1 = 5400 кгс/см^2 при среднем квадратическом отклонении σ_2 = 400 кгс/ см^2.

Решение. Вычислим запас прочности

$$n = \frac{m_1}{m_2} = \frac{6400}{5400} = 1{,}18\,.$$

Далее рассчитаем коэффициенты вариации:

$$\nu_1 = \frac{\sigma_1}{m_1} = \frac{400}{6400} = 0{,}062;\;\; \nu_2 = \frac{400}{5400} = 0{,}074.$$

По формуле (6.116) получим квантиль

$$U_\text{р} = \frac{n-1}{\sqrt{(n\nu_1)^2 + \nu_2^2}} = \frac{1{,}18-1}{\sqrt{(1{,}18\cdot 0{,}062)^2 + (0{,}074)^2}} 1{,}73.$$

Находим искомую вероятность

$$P = 0{,}958.$$

6.5. ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ МЕХАНИЧЕСКИХ УЗЛОВ

Работоспособность механизмов и металлоконструкций характеризуется рядом критериев: прочностью, износостойкостью, усталостью, точностью и т. д. [9, 47, 29].

Для расчета надежности расчетные параметры по заданным критериям сравнивают с предельными, которые выбирают по нормативным или справочным данным.

Работоспособность детали или узла обеспечивается по заданному критерию, если расчетный параметр y меньше его предельного значения $y_{\text{пр}}$, т. е. $y \leq y_{\text{пр}}$. Таким образом, для обеспечения работоспособности задают коэффициент безопасности

$$n = \frac{y_{\text{пр}}}{y}. \tag{6.117}$$

Расчетные параметры рассматриваются как детерминированные величины, хотя в действительности они имеют рассеяние. Поэтому расчет выполняют по наиболее неблагоприятным значениям параметров, при этом истинное значение коэффициента безопасности остается неизвестным.

С переходом на вероятностные методы расчета параметры y и $y_{\text{пр}}$ рассматривают как случайные величины и тогда вероятность безотказной работы определяется по квантили нормального распределения от заданного критерия

$$U_{\text{р}} = \frac{\bar{y}_{\text{пр}} - \bar{y}}{\sqrt{\sigma^2_{y_{\text{пр}}} + \sigma^2_y}}, \tag{6.118}$$

где $\bar{y}_{\text{пр}}$, $\bar{y}$ – средние значения величин $y_{\text{пр}}$ и y; $\sigma_{y_{\text{пр}}}$, σ_y – средние квадратические отклонения величин $y_{\text{пр}}$, y.

Соотношение (6.118) можно выразить через коэффициент безопасности и коэффициенты вариации:

$$U_{\text{р}} = \frac{n-1}{\sqrt{(n\nu_{y_{\text{пр}}}) + \nu^2_y}}, \tag{6.119}$$

где $n = \dfrac{\bar{y}_{\text{пр}}}{\bar{y}}, \nu_{y_{\text{пр}}} = \dfrac{\sigma_{y_{\text{пр}}}}{\bar{y}_{\text{пр}}}, \nu_y = \dfrac{\sigma_y}{\bar{y}}.$

В общем случае параметр y может быть выражен функциональной зависимостью

$$y = \varphi(x_1, x_2, ..., x_n), \tag{6.120}$$

где $x_1, x_2, ..., x_n$ – случайные факторы.

Среднее квадратическое отклонение σ_y параметра y, как известной функции случайных аргументов, находят из соотношения

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i}\ , \qquad (6.121)$$

где $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ – частная производная функция φ по фактору x_i, в которую подставляют средние значения факторов $x_1, x_2, ..., x_n$ $\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n$ – средние квадратические отклонения факторов.

Пример 6.12. Две стальные детали стянуты болтом М12 с усилием от 0 до F. Среднее значение силы $F = 10^4$ Н, коэффициент вариации силы $\nu_F = 0{,}2$. Определить вероятность безотказной работы болтового соединения по основным критериям: нераскрытие стыка, статическая прочность и усталость болта. Контроль затяжки болта осуществляется динамическим ключом.

Исходные данные для расчета: $\chi = 0{,}2$; $\sigma_t = 380$ МПа; $\sigma_{-1} = 40$ МПа; $\nu_{\sigma_1} = 0{,}05$; $\sigma_{зат} = 200$ МПа; $\beta_c = 1{,}2$; $K_\sigma = 3{,}0$; $\psi = 0{,}1$; $\nu_{зат} = 0{,}08$; $\nu_F = 0{,}2$; $d_р = 10{,}2$ мм; $\nu_{-1} = 0{,}15$; $\nu_a = 0{,}1$.

Решение. Вычислим среднее значение силы затяжки

$$F_{зат} = \sigma_{зат} \pi \frac{d_р^2}{4} = 200 \cdot 3{,}14 \frac{(10{,}2)^2}{4} = 1{,}57 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

Коэффициент запаса по нераскрытию стыка будет

$$n_1 = \frac{F_{зат}}{\beta_c F(1-\chi)} = \frac{1{,}57 \cdot 10^4}{1{,}2 \cdot 10^4 (1-0{,}2)} = 1{,}63;$$

$$U_{р1} = \frac{n_1 - 1}{\sqrt{n_1^2 \nu_{зат}^2 + \nu_F^2}} = \frac{1{,}63 - 1}{\sqrt{1{,}63^2 \cdot 0{,}08^2 + 0{,}2^2}} = 2{,}52.$$

По таблице нормального распределения находим вероятность безотказной работы по критерию нераскрытия стыка $P_1 = \Phi(2,52) = 0,994$.

Определим среднее значение расчетного напряжения

$$\sigma_{\text{рас}} = \frac{4}{\pi d_{\text{р}}^2}(KF_{\text{зат}} + \chi F) =$$

$$= \frac{4}{3,14 \cdot 10,2^2}(1,3 \cdot 1,57 \cdot 10^4 + 0,2 \cdot 10^4) = 285 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$n_3 = \frac{\sigma_t}{\sigma_{\text{рас}}} = \frac{380}{285} = 1,33.$$

Полагая, что $\nu_{\text{рас}} = \nu_{\text{зат}}$, определим квантиль

$$U_{\text{р}3} = \frac{n_3 - 1}{\sqrt{n_3^2 \nu_{\sigma_t}^2 + \nu_{\text{зат}}^2}} = \frac{1,33 - 1}{\sqrt{1,33^2 \cdot 0,05^2 + 0,08^2}} = 3,2.$$

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности равна $P_3 = \Phi(3,2) = 0,9994$.

Вычислим среднее значение действующего напряжения:

$$\sigma_a = \frac{4}{\pi d_{\text{р}}^2}\left[0,5\chi F + \frac{\psi}{K_\sigma}(F_{\text{зат}} + 0,5\chi F)\right] =$$

$$= \frac{4}{3,14 \cdot 10,2^2}\left[0,5 \cdot 0,2 \cdot 10^4 + \frac{0,1}{3}(1,57 \cdot 10^4 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 10^4)\right] = 8,07 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$n_4 = \frac{\sigma_t}{\sigma_a} = \frac{40}{8,07} \approx 5.$$

Квантиль равна

$$U_{\text{р}4} = \frac{n_4 - 1}{\sqrt{n_4^2 \nu_{-1}^2 + \nu_a^2}} = \frac{5-1}{\sqrt{5^2 \cdot 0{,}15^2 + 0{,}1^2}} = 5{,}29\,.$$

Вероятность безотказной работы по критерию усталости $P_4 = \Phi(5{,}29) \approx 1{,}0$.

Таким образом, вероятность безотказной работы болтового соединения по трем критериям будет

$$P = P_1 P_3 P_4 = 0{,}994 \cdot 0{,}9994 \cdot 1{,}0 = 0{,}993\,.$$

Пример 6.13. Определить вероятность безотказной работы роликоподшипника 2207, нагруженного случайной радиальной силой при следующих исходных данных: P = 400 Н – среднее значение эквивалентной нагрузки; n = 400 мин$^{-1}$ – частота вращения внутреннего кольца подшипника; L = 3000 ч – заданный ресурс; ν_F = 0,1 – коэффициент вариации радиальной силы; ν_C = 0,25 – коэффициент вариации грузоподъемности.

Решение. По справочнику-каталогу [54] определим 90 %-ю динамическую грузоподъемность C = 25 600 Н.

Вычислим заданный ресурс в миллионах оборотов:

$$L = 60nL \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 400 \cdot 3000 \cdot 10^{-6} = 72\,.$$

Далее найдем среднее значение динамической грузоподъемности

$$\bar{C} = 1{,}46\,,\ C = 1{,}46 \cdot 25\,600 = 37\,400 \text{ Н}\,.$$

Коэффициент запаса по средним нагрузкам

$$n = \frac{\bar{C}}{PL^{1/S}} = \frac{37\,400}{400 \cdot 72^{1/3{,}3}} = 2{,}59\,.$$

Коэффициент вариации эквивалентной динамической нагрузки принимаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки $\nu_{\text{р}} = \nu_F = 0{,}1$.

Тогда квантиль нормального распределения будет

$$U_{\text{р}} = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 \nu_{\text{р}}^2 + \nu_{\text{р}}^2}} = \frac{2,59-1}{\sqrt{2,59^2 \cdot 0,25^2 + 0,1^2}} = 2,46\,.$$

По таблице нормального распределения находим вероятность безотказной работы $P = \Phi(2,46) = 0,993$.

6.6. НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЙ НА ЭТАПЕ ИХ РАЗРАБОТКИ ПРИ ВЫБОРЕ ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ

Исследование конструкторской документации по использованию запасных частей в процессе эксплуатации сводится к решению двух задач [27]:

1) оптимальному выбору номенклатуры запасных частей;

2) расчету количественного состава запасных частей (ЗИП).

Выбор номенклатуры запасных частей может проводиться методом инженерного анализа или расчетным путем. Метод инженерного анализа применяется в том случае, когда имеется достаточно сведений об отказах элементов и узлов, полученных в процессе испытаний или эксплуатации изделий-аналогов. Эти сведения позволяют конструктору без расчетов принять решение о включении элемента или узла в номенклатуру ЗИП. Расчетный метод применяется тогда, когда определить номенклатуру методом инженерного анализа затруднительно [9].

Следует отметить, что при разработке вновь создаваемых изделий в соответствующих отраслях, как правило, совершенствуют старые конструкции и используют стандартизованные элементы, узлы, инструмент. Поэтому метод инженерного анализа выбора номенклатуры ЗИП в настоящее время наиболее распространен. Суть инженерного метода заключается в выборе номенклатуры ЗИП посредством оценки классификационных признаков составных частей, представленных в табл. 6.4.

Анализ начинается с составных частей высшего уровня, т. е. крупных блоков, узлов, и доходит до отдельных элементов. По результатам анализа составных частей в соответствии с табл. 6.4 каждую часть кодируют числом из четырех разрядов. Если кодовое число состоит из одних единиц, то запасная часть включается в номенклатуру ЗИП.

Таблица 6.4

Данные для оценки классификационных признаков ЗИП

Номер разряда	Классификационный признак		Оценка разряда
	Разряд	Характеристика разряда	
1	Возможность контроля составных частей	Контролируемая	1
		Неконтролируемая	0
2	Оценка возможности отказа составной части за время эксплуатации	Отказы возможны	1
		Отказы практически невозможны	0
3	Влияние отказов составной части на работоспособность изделия	Отказ составной части приводит к отказу изделия	1
		Отказ составной части ухудшает выполнение основных функций	0
4	Целесообразность устранения отказа составной части	Отказ целесообразно устранить немедленно	1
		Отказ целесообразно устранить при техническом обслуживании	0

Расчетный метод выбора номенклатуры ЗИП сводится к следующему.

1. Определяют математическое ожидание количества замен (отказов) составных частей за время эксплуатации по формуле

$$a = Nn\lambda T\,, \tag{6.122}$$

где N – число изделий, на которые рассчитывается ЗИП; n – количество составных частей данного типа на одном изделии; λ – интенсивность отказов (замен) составной части данного типа; T – время эксплуатации, на которое рассчитывается ЗИП.

2. Вычисляют затраты, связанные с заменой составных частей,

$$C = \frac{C_{\text{об}} + aC_{\text{э}}}{N}\,, \tag{6.123}$$

где $C_{\text{об}}$ – стоимость оборудования (приспособлений), необходимая для устранения отказов заменой составных частей; $C_{\text{э}}$ – стоимость одного элемента (запасной части).

3. Находят математическое ожидание времени восстановления одного изделия в часах за время эксплуатации посредством замены составных частей

$$T_{\text{в}} = \frac{at_{\text{в}}}{N}, \tag{6.124}$$

где $t_{\text{в}}$ – время восстановления изделия заменой составной части.

Полученные расчетные значения величин C и $T_{\text{в}}$ определяют необходимость включения запасной части в номенклатуру ЗИП. Если затраты и время восстановления не превышают заданных, то запасная часть включается в номенклатуру ЗИП, в противном случае не включается.

6.7. РАСЧЕТ КОЛИЧЕСТВЕННОГО СОСТАВА ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ

Запасные части предназначены для обеспечения работоспособности изделия, и поэтому их количество следует определять на научной основе. Малое количество запасных частей отрицательно влияет на выполнение изделием поставленных задач, большое количество – приводит к излишним затратам [9, 47].

Наиболее простой способ определения потребности в запасных частях состоит в делении установленного срока службы элемента на величину наработки на отказ:

$$m = \frac{T_{\text{сл}}}{T_0}, \tag{6.125}$$

где $T_{\text{сл}}$ – установленный срок службы элемента; T_0 – наработка на отказ.

Уравнение (6.125) позволяет определить среднее количество необходимых запасных частей. Однако это количество не всегда оказывается правильным, поскольку существует вероятность того, что в течение какого-то конкретного периода времени может потребоваться большее количество запасных частей. Поэтому, для более точного метода расчета запасных частей, вводится доверительный интервал. В этом случае расчет запасных частей производится по формуле

$$m = \lambda T + U_\gamma \sqrt{\lambda T}\ , \tag{6.126}$$

где λ – интенсивность отказов; T – время, на которое рассчитывается ЗИП; U_γ – квантиль функции нормального распределения для заданной вероятности γ.

По своему назначению комплект запасных частей подразделяют: на одиночный (или возимый) $\text{ЗИП}_\text{о}$, которым комплектуется каждое изделие; групповой $\text{ЗИП}_\text{г}$, который предназначен для восстановления группы изделий и находится на стационарной базе или складе; ремонтный $\text{ЗИП}_\text{р}$, предназначенный для восстановления совокупности изделий, находящихся в ремонте. Обычно ремонтный $\text{ЗИП}_\text{р}$ располагается на ремонтной базе. Схема использования перечисленных ЗИП сводится к следующему: при использовании элемента из одиночного $\text{ЗИП}_\text{о}$ последний пополняется таким же элементом из группового $\text{ЗИП}_\text{г}$, а групповой $\text{ЗИП}_\text{г}$ пополняется из ремонтного $\text{ЗИП}_\text{р}$. Ремонтный $\text{ЗИП}_\text{р}$ пополняется заводом-поставщиком ЗИП по заявке эксплуатирующей организации.

Математическое ожидание числа замен запасных частей для одиночного, группового и ремонтного ЗИП определяют по формулам:

$$m = nN\lambda T,\ \text{ если } \lambda T \le 0,2\,; \tag{6.127}$$

$$m = nN(1 - e^{-\lambda T}),\ \text{ если } \lambda T > 0,2\,. \tag{6.128}$$

Выражение (6.127) для соответствующих ЗИП записывают в виде

$$m_0 = nN_0 \lambda T_0\,; \tag{6.129}$$

$$m_\text{г} = nN_\text{г} \lambda T_\text{г}\,; \tag{6.130}$$

$$m_\text{р} = nN_\text{р} \lambda T_\text{р}\,, \tag{6.131}$$

где n – количество элементов данного типа на одном изделии; $N_\text{о}$, $N_\text{г}$, $N_\text{р}$ – количество изделий, на которые рассчитывается одиночный, групповой и ремонтный ЗИП. Обычно $N_{\text{о}} = 1$, $T_{\text{о}}$, $T_{\text{г}}$, $T_{\text{р}}$ – время, на которое рассчитывается одиночный, групповой и ремонтный ЗИП.

При расчете математического ожидания количества ЗИП в формулах (6.127), (6.131) необходимо сделать следующие преобразования:

$$m = nN(\lambda_{\text{р}} t_{\text{р}} + \lambda_{\text{тр}} t_{\text{тр}} + \lambda_{\text{хр}} t_{\text{хр}}), \qquad (6.132)$$

где $T = t_{\text{р}} + t_{\text{тр}} + t_{\text{хр}}$ – период жизни элемента; $t_{\text{р}}$ – время работы элемента за период *T*; $t_{\text{тр}}$ – время транспортирования элемента за период *T*; $t_{\text{хр}}$ – время хранения элемента за период *T:* $\lambda_{\text{р}}$ – интенсивность отказов элемента при работе; $\lambda_{\text{тр}}$ – интенсивность отказов элемента при транспортировании; $\lambda_{\text{хр}}$ – интенсивность отказов элемента при хранении.

При расчете принимают $\lambda_{\text{тр}} = 1{,}5\lambda_{\text{р}}$, $\lambda_{\text{хр}} = 10^{-3}\lambda_{\text{р}}$.

Если запасные части влияют на готовность изделия в процессе эксплуатации, то их количество для группового и ремонтного ЗИП устанавливается равным сумме нормы запаса текущего довольствия $m_{\text{тд}}$ и нормы неснижаемого запаса $m_{\text{нз}}$.

$$m'_{\text{г}} = m_{\text{тдг}} + m_{\text{нзг}}; \qquad (6.133)$$

$$m'_{\text{р}} = m_{\text{тдр}} + m_{\text{нзр}}. \qquad (6.134)$$

Значение $m_{\text{тд}}$ определяется по математическому ожиданию расхода запасных частей *m* за время, на которое рассчитывается их запас, а норма неснижаемого запаса $m_{\text{нз}}$ – по математическому ожиданию расхода *m* за время удовлетворения срочного заказа на пополнение ЗИП $t_{\text{сз}}$. В этом случае математическое ожидание неснижаемого запаса для группового и ремонтного ЗИП определяется по формулам:

$$m_{\text{нзг}} = n\lambda N_{\text{г}} t_{\text{сзг}}; \qquad (6.135)$$

$$m_{\text{нзр}} = n\lambda N_{\text{р}} t_{\text{сзр}}, \qquad (6.136)$$

где $t_{\text{сзг}}, t_{\text{сзр}}$ – время, в течение которого удовлетворяется срочная заявка на пополнение ремонтного или группового ЗИП.

С учетом достоверности поставленной задачи математическое ожидание количества запасных частей для текущего довольствия определяется по формуле

$$m_{\text{тд}} = m + U_{\gamma}\sqrt{m}\,, \tag{6.137}$$

где U_{γ} – квантиль нормального распределения; m – математическое ожидание количества запасных частей соответствующих ЗИП.

Пример 6.14. Определить количество запасных блоков температурного режима для группового и ремонтного ЗИП при следующих исходных данных: $N_{\text{г}} = 50$; $N_{\text{р}} = 100$; $n = 10$; $\lambda_{\text{р}} = 2 \cdot 10^{-6}\left(1/\text{ч}\right)$; $t_{\text{р}} = 40$ ч в неделю; $T_{\text{ЗИП}_\text{р}} = 2$ года; $T_{\text{ЗИП}_\text{г}} = 3$ года; $t_{\text{с.з}} = 2$ мес.; $\gamma = 0,9$; $U_{\gamma} = 1,282$; $t_{\text{нед}} = 168$ ч; $t_{\text{хр}} = t_{\text{нед}} - t_{\text{р}} = 128$ ч в неделю.

Решение. Вычислим величину λT :

$$\lambda T_{\text{ЗИП}_\text{р}} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 8760\ \text{ч} \cdot 2 = 0,035 < 0,2\,;$$

$$\lambda T_{\text{ЗИП}_\text{г}} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 8760\ \text{ч} \cdot 3 = 0,052 < 0,2\,.$$

Следовательно, для вычисления математического ожидания будем пользоваться формулами (6.130) и (6.131): $m_{\text{г}} = nN_{\text{г}}\lambda T_{\text{г}}$, где $T_{\text{г}} = t_{\text{р}} + t_{\text{хр}} = 40 \cdot 52 \cdot 3 + 128 \cdot 52 \cdot 3 = 6240 + 19968$, $t_{\text{р}} = 6240$ ч, $t_{\text{хр}} = 19968$ ч при $S = 52$ – число недель в году, $t_{\text{хр}} = 128$ – число часов хранения в неделю; $m_{\text{г}} = 10 \cdot 50(2 \cdot 10^{-6} \cdot 6240 + 2 \cdot 10^{-9} \cdot 19968) \approx 6,3$.

С учетом заданной доверительной вероятностью имеем

$$m_{\text{тдг}} = m_{\text{г}} + U_{\gamma}\sqrt{m_{\text{г}}} = 6,3 + 1,282\sqrt{6,3} \approx 10\,.$$

Аналогично вычислим математическое ожидание для ремонта $\text{ЗИП}_\text{р}$:

$$m_{\text{р}} = nN_{\text{р}}\lambda T_{\text{р}} = 10 \cdot 100\lambda T_{\text{р}} = 1000(\lambda_{\text{р}} t_{\text{р}} + \lambda_{\text{хр}} t_{\text{хр}})\,,$$

где $T_{\text{р}} = 40 \cdot 52 \cdot 2 + 128 \cdot 52 \cdot 2 = 4160 + 13312$; $t_{\text{р}} = 4160$ ч, $t_{\text{хр}} = 13312$ ч;

$m_{\text{р}} = 1000(2 \cdot 10^{-6} \cdot 4160 + 2 \cdot 10^{-9} \cdot 13312) \approx 8,3$.

С учетом заданной доверительной вероятности получим:

$$m_{\text{тдр}} = m_{\text{р}} + U_{\gamma}\sqrt{m_{\text{р}}} = 8,3 + 1,282\sqrt{8,3} \approx 12.$$

По формулам (6.135) и (6.136) определим неснижаемый запас:

$$m_{\text{нзг}} = n\lambda N_{\text{г}} t_{\text{сзг}} = 10 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 2 \cdot 720 = 1,44;$$

$$m_{\text{нзр}} = n\lambda N_{\text{р}} t_{\text{сзр}} = 10 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 2 \cdot 720 = 2,88.$$

Тогда суммарное число запасных частей определим по формулам (6.133) и (6.134):

$$m'_{\text{г}} = m_{\text{тдг}} + m_{\text{нзг}} = 10 + 1,44 \approx 12;$$

$$m'_{\text{р}} = m_{\text{тдр}} + m_{\text{нзр}} = 10 + 2,88 \approx 15.$$

6.8. ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ СОЗДАНИЕ НАДЕЖНЫХ СИСТЕМ

При разработке конструкторской документации, чтобы обеспечить надежность создаваемой сложной технической системы, целесообразно выделить следующие основные принципы конструирования [27].

1. *Выбор оптимальных конструктивных решений* узлов, механизмов, сборочных единиц, пультов, обеспечивающих нормальные режимы работы изделия. Такой выбор основывается на использовании облегченного режима работы, увеличении допустимых отклонений параметров, при которых сохраняется работоспособность узла, механизма и других сборочных единиц, введении элементов защиты, предохраняющих изделия от перегрузок и разрушений. Защитными элементами могут служить плавкие предохранители в системах электроавтоматики, обгонные муфты, централизованные смазочные системы с терморегулирующими устройствами, позволяющими сохранить работоспособность машин при низких температурах. Система должна проектироваться таким образом, чтобы работоспособность ее сохраня-

лась при достаточно больших отклонениях выходных параметров отдельных элементов и узлов. Например, применение упругих муфт вместо жестких обеспечивает работоспособность соединяемых валов при большом отклонении от соосности.

2. *Использование высоконадежных элементов и узлов* для создаваемой конструкции. В качестве таковых целесообразно применять унифицированные и стандартизованные детали и узлы, обладающие повышенной надежностью и меньшей стоимостью.

3. *Применение материалов со стабильными характеристиками.* Такие материалы позволяют уменьшить размеры как отдельных деталей, так и изделий в целом. Важное значение для повышения прочности имеет использование материалов с пониженной чувствительностью к концентрации напряжений. Для деталей, работающих на трение, применяют материалы с высокой твердостью и, следовательно, с высокой износостойкостью. Для антифрикционных материалов очень важным является прирабатываемость, смачиваемость смазочным материалом, возможность самосмазывания. Следовательно, стабильные характеристики применяемых материалов являются важным условием достижения надежности изделия.

Такие характеристики материала получают различными технологическими методами. Например, для повышения износостойкости, коррозионной стойкости, жаропрочности широко применяют различные способы упрочнения поверхностного слоя деталей.

С целью повышения усталостной прочности и износостойкости используют: пластическое деформирование в виде дробеструйной обработки; обкатку шариками и роликами; гидрополирование, алмазное выглаживание; калиброване шариком; химико-термическую обработку в виде цементации, азотирования; поверхностную закалку; электроискровое и электродуговое упрочнение.

Для защиты от коррозии применяются: химико-термическая обработка в виде азотирования, силицирования, сульфидирования; защитное гальваническое покрытие (цинковое, никелевое, кадмиевое); лакокрасочные покрытия; пластмассовые покрытия; диффузионная металлизация. Для обеспечения надежности следует создавать и использовать металлоконструкции с оптимальной жесткостью. Необходимо защищать элементы и узлы изделия от воздействия вибраций, ударных нагрузок, запыленности, влажности, низких и высоких температур, биологических вредителей и т. д.

4. *Максимальная взаимозаменяемость деталей, узлов, механизмов.* По возможности следует максимально сократить регулировочные работы, предусмотреть в конструкции фиксирующие элементы, позволяющие правильно устанавливать детали и узлы при сборке.

5. *Оптимальная компоновка узлов, механизмов, сборочных единиц на изделии* должна обеспечивать доступ и удобство осмотра узлов и механизмов, нуждающихся в периодических проверках и регулировках. Рациональная компоновка улучшает ремонтопригодность и упрощает обслуживание.

6. *Упрощение эксплуатационной документации.* В инструкцию по эксплуатации, чтобы не допускать ошибочных действий обслуживающего персонала, необходимо вводить предупреждающие знаки «внимания», по возможности упрощать техническое обслуживание, увеличивать периодичность его проведения.

7. *Применение резервирования* или введение дополнительных элементов, которые обеспечивают работоспособность системы при отказе одного или нескольких элементов, или облегчение режимов работы, снижение действующих нагрузок и напряжений.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие задачи ставятся в основу исследования надежности при проектировании технических систем?
2. На какие классы подразделяются изделия?
3. В каких режимах может эксплуатироваться система?
4. Какие существуют группы надежности изделий?
5. Какие существуют методы распределения норм надежности?
6. Дайте понятие «невосстанавливаемый элемент».
7. Перечислите основные показатели надежности для невосстанавливаемого элемента.
8. Перечислите основные показатели надежности для восстанавливаемого элемента.
9. В чем особенности расчета надежности восстанавливаемых систем?

10. В чем особенности расчета проектной надежности систем без учета восстановления резервных элементов?

11. В чем особенности расчета проектной надежности систем с учетом восстановления резервных элементов?

12. В чем особенности расчета проектной надежности механизмов и металлоконструкций?

13. Перечислите критерии работоспособности механизмов и металлоконструкций.

14. Какие задачи решаются при исследовании конструкторской документации по использованию запасных частей в процессе эксплуатации?

15. На какие виды подразделяется комплект запасных частей по своему назначению?

16. Перечислите принципы конструирования, обеспечивающие создание надежных систем.

Глава 7

ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ НА ЭТАПЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ

7.1. ЦЕЛЬ И ВИДЫ ИСПЫТАНИЙ

Цель экспериментальной отработки сложных технических систем – это проверка правильности принятых конструктивных решений и подтверждение работоспособности как отдельных узлов, механизмов, сборочных единиц, так и изделия в целом. По результатам испытаний заказчик принимает решение о завершенности опытно-конструкторских работ, приемке и постановке на серийное производство созданной системы (изделия). Всесторонняя экспериментальная отработка является основой достижения и подтверждения требуемого уровня качества и надежности изделий [27].

По целевому назначению испытания изделия могут быть направлены на подтверждение [55]:

- *качественных параметров* (например, проверка точности, устойчивости, мощности, быстродействия);
- *конструктивных параметров* (например, проверка на прочность, герметичность);
- *эксплуатационных параметров* (например, проверка на грузоподъемность, скорость движения, расход топлива) и других параметров.

В отличие от простых (недорогостоящих) изделий крупносерийного и массового производства, для которых могут быть предусмотрены специальные испытания на надежность, для сложных дорогостоящих изделий, как правило, такие испытания не проводятся. В этом случае используется вся информация, полученная в процессе экспериментальной отработки опытных образцов как отдельных узлов, механизмов, сборочных единиц, так и изделий. Такой подход к определению показателей надежности называют расчетно-экспериментальным.

Особое место среди испытаний занимают испытания на долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость. Целью этих испытаний являются установление гарантийного и технического ресурса, подтверждение ремонтопригодности в условиях эксплуатации и определение срока хранения изделия.

С целью подтверждения работоспособности и надежности изделий в условиях, отличных от нормальных, часто предусматриваются утяжеленные, или форсированные, испытания [56].

В общем случае испытания по своему целевому назначению можно разделить на два вида: исследовательские и контрольные. К *исследовательским испытаниям* относятся все отработочные испытания, проводимые в соответствии с конструкторской документацией в процессе экспериментальной отработки опытных образцов. В свою очередь исследовательские испытания подразделяются на автономные и комплексные.

Автономные испытания предусматривают проверку на функционирование отдельных узлов, механизмов, сборочных единиц и изделий, входящих в состав комплекса, а также отработку конструкторской документации на эти объекты. Программой автономных испытаний предусматриваются также выявление и устранение неисправностей, определение допустимых границ запасов работоспособности и оценка соответствия полученных характеристик требованиям технического задания (ТЗ) [57].

В комплексные испытания входит экспериментальная отработка взаимного функционирования нескольких опытных образцов в составе комплекса различного или одного назначения на соответствие требованиям ТЗ. Основными целями комплексных испытаний являются: совместная отработка опытных изделий и проверка их взаимного функционирования в условиях, близких к реальным; проверка и корректировка конструкторской документации; проверка работоспособности изделий при имитации аварийных ситуаций; оценка соответствия основных характеристик опытных изделий требованиям ТЗ. Комплексным испытаниям подвергаются изделия, прошедшие автономные испытания [58].

Контрольным испытаниям подвергаются как опытные, так и серийные изделия. Контрольные испытания опытных изделий разделяются на два вида: предварительные и приемочные.

Предварительные, или приемосдаточные, испытания проводятся на каждом опытном изделии. Объем приемосдаточных испытаний определен конструкторской документацией. Приемочные испытания, в свою очередь, подразделяются на межведомственные и государственные. На приемочных испытаниях опытных изделий проверяют соответствие характеристик и параметров этих изделий требованиям тактико-технического задания (ТТЗ) в условиях, максимально приближенных к условиям применения по назначению. По результатам приемочных испытаний принимают решение о возможности их серийного производства.

Контрольные испытания серийных изделий предусматривают проверку соответствия характеристик и параметров требованиям технических условий (ТУ). К этим испытаниям относятся: приемосдаточные испытания; периодические испытания; ресурсные испытания; типовые испытания; испытания установочной партии.

Испытания установочной партии изделий проводятся с целью подтверждения отработанности серийной технологии и оценки готовности предприятия-изготовителя к серийному производству.

7.2. ОРГАНИЗАЦИЯ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СОЗДАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В условиях научно-технического прогресса происходит быстрое моральное старение созданного изделия по сравнению с его физическим износом, что приводит к необходимости разработки таких изделий, которые бы позволяли предусмотреть две-три модернизации. Создание принципиально новой конструкции изделия связано с большими изменениями технологического процесса производства, а также заменой оборудования и значительными затратами материальных средств и времени. Поэтому при разработке сложных изделий необходимо по возможности сохранить конструкции основных силовых узлов, механизмов и сборочных единиц без существенных изменений. Такой подход позволяет в короткие сроки при сравнительно малых затратах создать новые изделия [9, 27].

В разработке сложных изделий участвует достаточно большое количество организаций, иногда насчитывающее несколько десятков.

Совместные исследования заказывающих и проектных организаций помогают определить основные задачи и способы их решения. Анализ условий применения разрабатываемого изделия позволяет выработать его основные технические характеристики. В зависимости от стоимости и назначения создаваемого изделия принимается совместное решение о количестве опытных образцов, дающих возможность всесторонне проверить их работоспособность и надежность. Так, например, при проектировании судов, как правило, изготавливают одно опытное судно, а при создании самолетов – не менее пятидесяти опытных образцов и т. д.

Всякую сложную техническую систему можно представить в виде трех иерархических уровней. К первому уровню относятся основные системы, агрегаты и сборочные единицы силовых узлов и металлоконструкций; ко второму – механические, гидравлические, пневматические узлы, а также электронные приборы и пульты управления; к третьему – относятся комплектующие изделия в виде радиоэлектронных, гидравлических, механических и пневматических элементов, резинотехнических изделий.

Объекты, относящиеся к первому иерархическому уровню, как правило, проектируют и отрабатывают специализированные предприятия. Вначале отработка их ведется на стендовом оборудовании, а затем в составе изделия на головном предприятии. На этапе эскизного проектирования головная проектная организация разрабатывает для смежных предприятий технические задания на объекты, относящиеся ко второму иерархическому уровню. В соответствии с техническим заданием на разрабатываемое изделие головная организация совместно со смежными предприятиями проводит анализ и выбор конструктивных схем, а также выполняет необходимые проектные расчеты. Принятые конструктивные решения обосновываются методами математического моделирования, а также физическим моделированием отдельных узлов, механизмов и изделия в целом. Одновременно изготавливаются макеты отдельных агрегатов и систем в натуральных габаритах и соответствующих весовых характеристиках. На этом заканчивается проектирование, т. е. выполнение конструкторских проработок и расчетно-исследовательских работ. После защиты эскизного проекта у генерального заказчика приступают к этапу технического проектирования. По завершении этапа технического проектирования начинается изготовление и испытание опытных образцов.

Программу экспериментальной отработки строят на последовательных испытаниях объектов все более высоких иерархических уровней. Так, после успешной отработки систем и сборочных единиц переходят к испытаниям изделий, а затем комплекса. Опытные образцы изготавливают по документации главного конструктора. Испытания проводят на стендовом оборудовании в условиях предприятия-изготовителя опытных образцов. На основании информации, полученной в ходе испытаний, конструкцию изделия совершенствуют, что находит отражение в технической документации. После завершения стендовых испытаний сборочных единиц, узлов, механизмов и систем производится их монтаж на изделие. Укомплектованное изделие по штатной документации подвергают предварительным (заводским) испытаниям на функционирование. В ходе этих испытаний выявляются замечания, на основании которых проводят корректировку конструкторской и эксплуатационной документации.

Следующий этап контрольных испытаний – это межведомственные испытания изделий. В процессе этих испытаний производится всесторонняя проверка систем, сборочных единиц, узлов и механизмов в совместном их взаимодействии при выполнении определенных функций. Как и на этапе заводских испытаний, выявляются замечания, на основании которых проводится корректировка конструкторской и эксплуатационной документации.

Завершающим этапом контрольных (приемочных) испытаний являются государственные испытания, по окончании которых на основе данных, полученных в ходе заводских и межведомственных испытаний, принимают решение о пригодности создаваемого изделия или комплекса для использования по назначению. Недостатки, выявленные на предыдущих этапах испытаний, устраняют посредством корректировки конструкторской и эксплуатационной документации и подготовки ее к серийному производству.

Серийное производство сложных изделий организуют на предприятиях, имеющих достаточные мощности. С целью отладки технологического процесса на предприятии-изготовителе выпускают установочную партию изделий, по которой проводится тщательный контроль серийной документации и качества выпускаемых изделий, после чего окончательно отрабатывают технологию производства и методы контроля серийной продукции.

Рассмотренные выше этапы создания сложных технических систем с точки зрения затрат средств и времени неодинаковы. Так, если все расходы, связанные с выполнением программы по созданию изделия, принять за 100 %, то на разработку документации приходится от 15 до 20 %, на изготовление и опытную отработку от 80 до 85 % всех затрат соответственно, длительность изготовления и опытная отработка изделия существенно превышают продолжительность проектирования. Например, при создании подвижных установок ракетного комплекса СС-20 на разработку документации потребовалось около полутора лет, а на изготовление и отработку – примерно пять лет. Практика показывает, что с увеличением сложности создаваемой технической системы растет доля расходов средств и времени на опытную отработку. Это, в свою очередь, заставляет разработчика более подробно анализировать процесс опытной отработки и искать возможности управления им за счет обеспечения направленных доработок и оптимизации объемов испытаний для сокращении затрат на создание сложных систем.

7.3. ПРОГРАММА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ

Обобщающим документом, организующим испытания и определяющим полноту и достаточность отработки изделия, является программа экспериментальной отработки. Эта программа разрабатывается на этапе технического проектирования и является неотъемлемой частью конструкторской документации [27].

Предприятия-разработчики составных частей изделия разрабатывают программы экспериментальной отработки на эти составные части и направляют их на согласование в головную организацию, выдавшую ТЗ. Программа экспериментальной отработки должна содержать:

- перечень и состав изделий, подвергаемых автономным, комплексным, межведомственным испытаниям;
- цели и задачи испытаний, порядок и последовательность их выполнения;
- порядок и объем отработки комплектов конструкторской документации на опытных образцах;
- виды автономных и комплексных испытаний, число изделий и объем испытаний;

• порядок и объем отработки взаимного функционирования агрегатов и систем при имитации различных воздействующих факторов;

• порядок отработки средств и методов обеспечения безопасности работы и эксплуатации изделия;

• перечень программ, методик проведения и оценки результатов испытаний и другой технической документации на испытания;

• перечень средств испытаний, измерений (стендов, оборудования, систем измерений).

По каждому виду испытаний, предусмотренных программой экспериментальной отработки, предприятия-разработчики создают более подробные свои программы испытаний. Иерархическая структура сложного изделия определяет соответствующую структуру построения программы экспериментальной отработки. Экспериментальная отработка изделий планируется на основе следующих принципов.

1. До начала изготовления штатного изделия значительный объем экспериментальной отработки составных частей проводится на стендовом оборудовании.

2. Экспериментальная отработка изделий проводится в реальных условиях эксплуатации с использованием допустимых предельных режимов и различных воздействующих факторов.

3. Экспериментальная отработка изделия в составе комплекса проводится с учетом последовательности и увязки взаимодействия при функционировании с замерами точности определяемых параметров.

В результате экспериментальной отработки проводятся исследования выявленных отказов, анализ влияния их на работу изделия, предварительная оценка надежности.

В качестве исходных данных для определения объемов экспериментальной отработки используются:

• данные технического задания, включающие требования к техническим характеристикам и количественным показателям надежности;

• материалы эскизного и технического проекта;

• структурные и функциональные схемы, схема компоновки и взаимного расположения систем в изделии;

• циклограмма функционирования изделия, включая хранение, транспортирование, подготовку к применению, применение изделия;

• перечень внешних воздействующих факторов, допустимые нагрузки;

• данные о заимствовании на вновь создаваемом изделии отработанных технических решений, узлов, систем, агрегатов с изделий-аналогов.

При выборе аналога создаваемого изделия проводится всесторонний анализ изделий данного класса, сравнительный анализ технических характеристик, физических принципов работы, применяемых материалов, конструктивных решений, количественных показателей надежности.

Программа экспериментальной отработки является обязательным к выполнению организационно-методическим документом, определяющим объект и цель испытаний, виды и перечень проводимых проверок и их последовательность, условия проведения испытаний и форму отчетности.

7.4. КОНТРОЛЬ УРОВНЯ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОГРАММЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ

Ограниченное количество опытных образцов, выделяемых на испытания, и сжатые сроки экспериментальной отработки сложных технических систем не позволяют получить в достаточном объеме статистические данные для достоверной оценки показателей надежности. В связи с этим для контроля выполнения программы экспериментальной отработки используют методы, основанные на совместном применении детерминированных и статистических показателей качества процесса отработки, а также качественных и количественных критериев оценки завершенности отдельных этапов отработки [9].

Показатели уровня отработанности определяют посредством сравнения фактически достигнутых в процессе отработки значений технических характеристик и показателей надежности с их требуемыми значениями. Уровень отработанности служит для оценки завершенности программы экспериментальной отработки.

В работе [27] рассматриваются три метода оценки уровня отработанности: дифференциальный, комплексный и смешанный. Суть дифференциального метода оценки уровня отработанности заключается в определении отдельных относительных показателей V_i, причем

$0 \le V_i \le 1$. Смысл относительного показателя состоит в сравнении полученного количественного значения контролируемого параметра с его значением, заданным в ТЗ. Относительный показатель находим из соотношения

$$V_i = \frac{y_i(t)}{y_i^{\text{тр}}(t)}, \tag{7.1}$$

где $y_i(t)$ – значение контролируемого параметра, полученное при отработке; $y_i^{\text{тр}}(t)$ – требуемое значение контролируемого параметра по ТЗ; $0 \le t \le T$ – время работы изделия, в процессе или после которого производился замер контролируемого параметра.

Следует отметить, что относительный показатель используется только для отдельных параметров и поэтому может быть лишь приближенной оценкой уровня отработанности изделия в целом.

Комплексный метод оценки уровня отработанности изделия основан на расчете обобщенного показателя, который вычисляется по формуле

$$\sum_{i-1}^{m} \alpha_i = 1 \; V = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \alpha_i V_i, \tag{7.2}$$

где α_i – весовые коэффициенты; m – количество контролируемых параметров;

$$\sum_{i-1}^{m} \alpha_i = 1, \; \alpha_i > 0.$$

Поскольку практически весовые коэффициенты оценить затруднительно, обобщенный показатель отработанности изделия можно рассчитать по формуле

$$V = \prod_{i=1}^{m} V_i. \tag{7.3}$$

Смешанный метод основан на совместном использовании комплексного и дифференциального методов. Суть его состоит в том, что комплексный показатель рассчитывается для определенной группы менее значимых параметров, а для более значимых параметров вычисляются относительные показатели. На основе полученной совокупности комплексного и единичных показателей оценивается уровень отработанности дифференциальным методом. В этом случае программа экспериментальной отработки оценивается с помощью комплексного показателя [27]:

$$U = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} U_i \,, \tag{7.4}$$

где U_1 – показатель полноты экспериментальной отработки технических характеристик; U_2 – показатель полноты экспериментальной отработки на внешние воздействующие факторы; U_3 – показатель полноты экспериментальной отработки ресурсных параметров.

Показатели полноты экспериментальной отработки определяются из соотношений

$$U_1 = \frac{N_1}{N}\,, \tag{7.5}$$

где N_1 – число технических характеристик изделия, подтверждение которых запланировано в процессе выполнения программы экспериментальной отработки; N – общее число технических характеристик, подтверждение которых предусмотрено техническим заданием;

$$U_2 = \frac{M_i}{M}\,, \tag{7.6}$$

где M_i – число внешних факторов и режимов работы, воздействие которых предусмотрено программой экспериментальной отработки; M – общее число внешних факторов и режимов работы, оговоренных в техническом задании;

$$U_3 = \frac{T_\Sigma}{T_\Sigma^{\text{тр}}}\,, \tag{7.7}$$

где T_Σ – суммарная наработка при ресурсных испытаниях, предусмотренных в программе экспериментальной отработки; $T_\Sigma^{\text{тр}}$ – требуемая ресурсная наработка в техническом задании.

С учетом полноты экспериментальной отработки обобщенный показатель отработанности изделия определяется по формуле [27]

$$K = UV\,, \tag{7.8}$$

где V рассматривают по формулам (7.2) или (7.3), U – по формуле (7.4). Поскольку показатели U и V изменяются в интервале от нуля до единицы, программа отработки будет выполнена полностью при условии $K = 1$.

Оценка завершенности экспериментальной отработки приводится как по качественным, так и по количественным критериям.

К качественным критериям завершенности экспериментальной отработки следует отнести:

- выполнение полного объема программы экспериментальной отработки;
- наличие соответствующей отчетной документации о проведенных испытаниях, оформленной и утвержденной в установленном порядке;
- перечень мероприятий по устранению выявленных замечаний и неисправностей, утвержденный в установленном порядке;
- присвоение конструкторской документации соответствующей литеры для серийного производства.

К количественным критериям завершенности экспериментальной отработки следует отнести:

- степень соответствия полученных по результатам испытаний технических характеристик и показателей надежности требуемым значениям в техническом задании;
- количественную оценку завершенности экспериментальной отработки с использованием относительных показателей $V_i \geq V_i^{\text{тр}}$ и обобщенного показателя $K \geq K^{\text{тр}}$.

Требуемые значения $V_i^{\text{тр}}$, $V^{\text{тр}}$ и $K^{\text{тр}}$ назначаются с учетом опыта отработки изделия-аналога

7.5. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ИСПЫТАНИЯ ОПЫТНЫХ ОБРАЗЦОВ

В процессе контроля и оценки надежности важное место занимают исследовательские испытания опытных образцов, так как они являются наиболее обширными и всесторонними по сравнению с другими видами испытаний [9, 27, 47].

Исследовательские испытания – это неотъемлемая часть процесса создания изделия, они включают в себя: лабораторные, отработочные и конструкторско-доводочные. Эти испытания необходимы для проверки физических процессов и принципов функционирования, правильности принятых конструкторских решений, для подтверждения соответствия параметров и технических характеристик опытных образцов заданным требованиям. Исследовательские испытания определяются в первую очередь целевым назначением изделия, его сложностью и степенью преемственности конструкторских решений, а также наличием экспериментальной базы.

Сравнительно простые и недорогие изделия чаще всего выгоднее отрабатывать сразу, изготовив опытную партию. В этом случае отработка составных частей изделия проводится одновременно с отработкой всего изделия.

Сложные дорогостоящие изделия, состоящие из крупных составных частей, выполняющих определенные функциональные назначения, отрабатываются последовательно. Сначала ведется автономная отработка отдельных составных частей на соответствие требованиям ТЗ, а затем отработка ведется в составе изделия. С усложнением объекта испытаний и в соответствии с иерархической структурой изделия усложняются испытательные средства и средства имитации реальных условий функционирования.

Исследовательские испытания изделия считаются полными, если экспериментально проверена циклограмма его функционирования и серия испытаний на функционирование прошла успешно. Этими испытаниями должны быть подтверждены также гарантийный срок службы, технический ресурс и допустимые режимы эксплуатации комплектующих элементов и материалов. Испытания проводятся на стендовом оборудовании, а также в составе изделия. Виды стендовых испытаний узлов, механизмов, сборочных единиц, предназначенных для подтверждения их работоспособности, представлены в табл. 7.1.

Ускоренные и ресурсные испытания рекомендуется проводить на опытных образцах, прошедших испытания на функционирование, а также на специальные и климатические испытания. Рассмотрим назначение каждого вида испытания.

Испытания на функционирование предназначены для проверки работоспособности сборочной единицы, узла, механизма в нормальных условиях окружающей среды и проверки соответствия выходных параметров требованиям чертежа, паспортным данным или техническим условиям.

Таблица 7.1

Виды стендовых испытаний узлов, механизмов, сборочных единиц

Вид стендовых испытаний	Число опытных образцов	Продолжительность испытаний
1. Испытания на функционирование	3…5	30... 40 % от заданного гарантийного ресурса
2. Специальные испытания на вибропрочность, пылевлагозащищенность, сопротивление изоляции и т. п.	3…5	Трехкратная проверка на функционирование после испытаний
3. Климатические испытания в камерах тепла и холода	3…5	Трехкратная проверка на функционирование после достижения критической температуры –50 °С, +50 °С
4. Ускоренные испытания с увеличенной нагрузкой, не менее 1,25 от номинальной	1	До полного износа или разрушения
5. Ресурсные испытания	1…3 1	На гарантийный ресурс. На двойной гарантийный ресурс

Специальные испытания проводятся с целью проверки работоспособности опытного образца после воздействия на него критических возмущений в виде вибрации, пыли, влаги и т. п.

Климатические испытания предназначены для проверки работоспособности сборочной единицы, узла, механизма в условиях воздействия атмосферного давления, температуры, влажности, атмосферных осадков, тумана, солнечного излучения, ветра, песка и т. п.

Ускоренные испытания предназначены для проверки работоспособности сборочной единицы, узла, механизма при воздействии на них факторов, ускоряющих процесс возникновения отказов.

Ресурсные испытания предназначены для проверки работоспособности сборочной единицы, узла, механизма в условиях окружающей среды и проверки соответствия выходных параметров заданным требованиям чертежа, паспортным данным или техническим условиям.

При проведении стендовых испытаний в случае появления отказа конструктивного характера испытания необходимо остановить, произвести доработку, а затем продолжить испытания по намеченной программе. После завершения стендовых испытаний, а в некоторых случаях одновременно с их проведением, ведутся исследовательские испытания опытных образцов изделия. К ним относятся: предварительные, или заводские, испытания, межведомственные и государственные.

Предварительные (заводские) испытания изделия проводятся с целью проверки его технических и эксплуатационных характеристик на соответствие требованиям технического задания в объеме, определяемом программой предварительных испытаний. Испытания проводятся в условиях цеха и заводского полигона. В программу предварительных испытаний входят оценка прочности металлоконструкций и механизмов, проверка работоспособности сборочных единиц, узлов, механизмов и аппаратуры, а также проверка удобства обслуживания и безопасности работы.

Межведомственные испытания являются более обширными и проводятся с целью всесторонней проверки технических и эксплуатационных характеристик изделия на соответствие техническому заданию в условиях, максимально приближенных к действительным условиям эксплуатации.

Государственные испытания являются завершающими, на основании которых принимается решение о необходимости серийного производства. Эти испытания, как и межведомственные, проводятся на государственном полигоне в реальных условиях эксплуатации и предусматривают всестороннюю проверку эксплуатационно-технических характеристик изделия. По завершении государственных испытаний составляется отчет с результатами оценки эксплуатационно-технических характеристик. На основании отчета государственных испытаний составляется «План мероприятий по устранению замечаний» с реализацией их конкретными исполнителями в установленные сроки до начала запуска изделия в серийное производство.

Количество опытных образцов и продолжительность испытаний изделий представлены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Виды испытаний, количество опытных образцов и продолжительность испытаний изделий

Вид испытаний	Число опытных образцов	Продолжительность испытаний
1. Заводские испытания в условиях завода-изготовителя	Каждый опытный образец	20... 30 % заданного гарантийного ресурса
2. Межведомственные испытания	6...12	40... 60 % заданного гарантийного ресурса
3. Государственные испытания	6...10	10... 30 % заданного гарантийного ресурса
4. Ускоренные испытания с увеличенной нагрузкой	1	Допускается использовать опытный образец, представленный на заводские, межведомственные и государственные испытания, и совместить с этими испытаниями
5. Климатические испытания в камерах тепла и холода или в реальных условиях холодной и жаркой зон	1–2	Трехкратная проверка на функционирование после достижения критической температуры –40 °С, +50 °С
6. Ресурсные испытания	1–2	На двойной гарантийный ресурс по функционированию. Допускается использовать образцы, прошедшие государственные испытания

Все перечисленные в табл. 7.2 виды испытаний допускается проводить на одних и тех же опытных образцах.

В процессе проведения заводских, межведомственных и государственных испытаний выявляются отказы конструкционного характера. Если отказ влияет на выполнение работы, то отказавший узел, механизм, сборочная единица дорабатываются, после чего проводятся их испытания в объеме, равном объему до доработки [56]. Испытания допускается проводить в составе стенда или в случае его отсутствия в составе изделия, после чего испытания продолжаются по намеченной программе.

В случае появления отказа конструкционного характера, не влияющего на выполнение основной работы, отказавший узел, механизм, сборочная единица также дорабатываются. После доработки проводятся испытания в объеме 30 % от произведенного объема испытаний до доработки [29]. Испытания допускается проводить в составе стенда или в случае его отсутствия в составе изделия, после чего испытания продолжают по принятой программе.

При появлении дефекта конструкционного характера, связанного с улучшением эксплуатационно-технических характеристик изделия (удобства обслуживания, комфортности и т.п.), производится доработка отказавшего узла, механизма, сборочной единицы. После доработки испытания продолжают по намеченной программе. Эффективность доработки подтверждается повторением объема испытаний для отказов, влияющих на выполнение основной работы. В случае появления отказа на доработанном узле, механизме, сборочной единице последние заменяются на конструктивно новые, и процедура испытаний повторяется.

7.6. ПЛАНИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ И КОНТРОЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ МЕТОДОМ ФИКСИРОВАННОГО ОБЪЕМА

Основной задачей при разработке методов планирования испытаний и контроля уровня надежности является получение полной и достоверной информации о надежности выпускаемой партии изделий объемом N по результатам испытаний некоторой выборки объемом n. Получаемые выборочные характеристики должны являться состоятельными оценками проверяемой партии. Отличительной особенностью испытаний сложных технических систем является ограниченность испытаний по времени и по объему, так как на испытания не может быть поставлено большое количество образцов и испытания не могут продолжаться слишком долго. Поэтому исходными предпосылками для разработки методов испытаний будут являться статистические оценки, получаемые по малым выборкам [59].

Под партией понимается некоторая совокупность N изделий одного типа, изготовленная по единой технологии и без существенных схемно-конструктивных изменений.

Под выборкой понимается некоторая совокупность конечного числа наблюдений над случайной величиной, а под объемом выборки n будем понимать как количество образцов изделий, так и количество наблюдений или испытаний. При таком подходе объем выборки n при испытаниях может определяться величиной

$$n = Km, \tag{7.9}$$

где K – количество периодов испытаний каждого образца длительностью t; m – количество испытываемых образцов.

По результатам испытаний выборки объемом n получают статистические оценки параметров распределения, например, математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение и другие параметры. Однако при оценке надежности изделий требуется не только определять статистические значения параметров распределения, но и оценивать их точность с заданной достоверностью. С этой целью вводится понятие «доверительный интервал» и «доверительная вероятность». Если за оцениваемый параметр примем некоторую величину θ, то отклонение статистической оценки θ^* от фактического значения параметра θ не превзойдет некоторой величины ε с заданной вероятностью γ. Математически это можно записать так:

$$\gamma = P\left(\left|\theta^* - \theta\right| < \varepsilon\right). \tag{7.10}$$

При такой записи γ есть вероятность, что фактическое значение параметра заключено в пределах

$$\theta^* - \varepsilon < \theta < \theta^* + \varepsilon. \tag{7.11}$$

Вероятность γ называют доверительной, а интервал $\theta^* \pm \varepsilon$ – доверительным интервалом. Из этих соотношений следует, что доверительный интервал характеризует точность оценки, а доверительная вероятность – ее надежность.

При выборочных оценках, кроме доверительных интервалов и доверительной вероятности, вводится понятие «критическая область». Это понятие определяет, каким должен быть доверительный интервал, чтобы с заданной вероятностью γ можно было утверждать, что фактическое значение параметра θ не выйдет за пределы этого интервала. Сформулированная задача, по существу, сводится к проверке статистических гипотез о принятии или отклонении проверяемой гипотезы по результатам выборочных испытаний.

Процедура проверки статистических гипотез сводится к следующему: все возможные выборочные значения разделяются на два непересекающихся подмножества. Проверяемая гипотеза H_0 отклоняется, если выборочное значение параметра попадает, например, в первое подмножество, и принимается, если оно попадает во второе подмножество. Первое подмножество по отношению к проверяемой гипотезе H_0 называется критической областью. От выбора критической области зависит решение о принятии или отклонении проверяемой гипотезы.

Принципы выбора критической области были сформулированы Джоном фон Нейманом и Карлом Пирсоном. Критерий Неймана–Пирсона называют критерием отношения правдоподобия. Этот критерий предполагает, что вид распределения вероятностей известен, неизвестно лишь значение параметра θ. На основе выборки x_1, x_2, …, x_n из n независимых наблюдений необходимо проверить гипотезу о том, что неизвестный параметр $\theta = \theta_0$ относительно противоположной гипотезы, предполагающей, что $\theta = \theta_1$.

Проверяемую гипотезу H_0 обычно называют нулевой, а противоположную ей гипотезу H_1 называют конкурирующей. Гипотезы H_0 и H_1 называют простыми, когда соответствующие им подмножества содержат только по одной точке: θ_0, θ_1. Нейманом и Пирсоном показано, что, принимая или отклоняя гипотезу H_0, можно совершить ошибки двух родов: отклонить гипотезу H_0, когда она верна, т. е. $\theta = \theta_0$, или принять гипотезу H_0, когда на самом деле верна противоположная гипотеза H_1, т. е. $\theta = \theta_1$. Вероятность отклонить по выборочным испытаниям гипотезу H_0, когда она верна, называют ошибкой первого рода или риском поставщика и обозначают через α. Вероятность принять по выборочным испытаниям гипотезу H_0, когда на самом деле верна гипотеза H_1, называют ошибкой второго рода или риском заказчика и обозначают β. Нейман и Пирсон показали, что при заданной величине α из всего множества возможных областей нужно выбрать такую критическую область, для которой вероятность β будет минимальной. При таком подходе α называется уровнем критической области, а $1-\beta$ – мощностью критической области.

Из сказанного следует, что при фиксированном объеме выборки n можно брать произвольной только одну из величин α или β. Критерий отношения правдоподобия математически записывается в виде

$$\frac{\prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta_1)}{\prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta_0)} \geq U_\alpha, \tag{7.12}$$

где U_α определяется из соотношения

$$\Phi(U_\alpha) = \alpha, \tag{7.13}$$

где $\Phi(U_\alpha)$ – функция, обратная функции нормального распределения; U_α – квантиль функции нормального распределения; $f(x, \theta)$ – функция плотности распределения случайной величины X при любой величине параметра θ.

Для определения фиксированного объема испытаний с целью подтверждения заданного показателя надежности рассмотрим выбор критической области для различных законов распределения.

7.7. ПЛАНИРОВАНИЕ ИСПЫТАНИЙ

Планирование испытаний при экспоненциальном законе распределения наработки для фиксированного объема. Если оцениваемым параметром распределения является средняя наработка до отказа T_0 или же средняя наработка на отказ $T_{\text{ср}}$, то процедура определения объема выборки не меняется. При оценке средней наработки до отказа на испытания ставятся n изделий, каждое из которых испытывается до первого отказа [27]. При оценке средней наработки на отказ испытывается одно или несколько изделий в течение некоторого времени

$$S_n = T_1 + T_2 + \ldots + T_i + \ldots + T_n, \tag{7.14}$$

где T_i – время наработки между (i + 1)-м и i-м отказами; n – число отказов.

Обозначим через T_1 минимально допустимую величину наработки на отказ, при которой партия изделий должна приниматься заказчиком с риском, не превышающим β, а через T_0 – величину наработки на отказ, при которой партия изделий должна приниматься с вероятностью $1-\alpha$.

Учитывая, что случайная величина $\frac{2S_n}{T}$ подчиняется распределению χ^2, найдем вероятность принятия решения о соответствии параметров T_0, $T_{\text{ср}}$ требуемым значениям из соотношения

$$P\left(\frac{2S_n}{T_0} > C\right) = \alpha, \tag{7.15}$$

где $C = \chi^2_{1-\alpha}(2n)$. Если левая часть этого равенства меньше заданной величины α, то проверяемая гипотеза $T = T_0$ отклоняется.

Условие для отклонения проверяемой партии изделий запишется в виде

$$\frac{2S_n}{T_0} < \chi^2_{1-\alpha}(2n), \tag{7.16}$$

откуда, разделив обе части неравенства на $2n$, получим условие для принятия партии изделий по результатам испытания выборки

$$t \geq \frac{T_0\chi^2_{1-\alpha}(2n)}{2n}, \tag{7.17}$$

где t – фактически полученное значение наработки до отказа по результатам испытаний; n – число степеней свободы в распределении χ^2, которое означает либо количество изделий, поставленных на испытания и работающих до первого отказа, либо допустимое количество отказов за суммарное время испытаний $S_n = t_n$.

Если по техническому заданию требуется подтверждение средней наработки на отказ, то формула (7.17) запишется в виде

$$t \geq \frac{T\text{ср}\chi^2_{1-\alpha}(2n)}{2n}. \tag{7.18}$$

Для обеспечения второго условия, связанного с риском заказчика β, вероятность отклонить проверяемую гипотезу $T = T_0$, когда она неверна, запишется в виде

$$P\left(\frac{2S_n}{T_1} > C\right) = \beta, \qquad (7.19)$$

где $C = \chi^2_\beta(2n)$. В этом случае условие для принятия решения о соответствии надежности изделий заданным требованиям по результатам испытаний определяется неравенством

$$t \ge \frac{T_1 \chi^2_\beta(2n)}{2n}. \qquad (7.20)$$

Из соотношений (7.17) и (7.20) можно определить объем выборки n, которую необходимо испытать для оценки соответствия параметров партии изделий требованиям ТЗ при заданных рисках поставщика α, заказчика β и величине отношения T_0 / T_1. Так как левые части неравенств равны, то можно записать

$$\frac{T_0 \chi^2_{1-\alpha}(2n)}{2n} = \frac{T_1 \chi^2_\beta(2n)}{2n},$$

откуда

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{\chi^2_\beta(2n)}{\chi^2_{1-\alpha}(2n)}. \qquad (7.21)$$

Далее по χ^2, числу степеней свободы n и по фактически полученному значению наработки до отказа по формулам (7.17) или (7.20) определяется необходимое суммарное время испытаний:

$$S_n = nt. \qquad (7.22)$$

В частном случае при проведении безотказных испытаний суммарное время испытаний для подтверждения соответствующей наработки T_0 или T_1 рассчитывается по формулам

$$n_0 = \frac{T_0}{t}\left|\ln(1-\alpha)\right|; \qquad (7.23)$$

$$n_1 = \frac{T_1}{t}\left|\ln\beta\right|, \qquad (7.24)$$

откуда

$$S_{n_0} = n_0 t, \qquad (7.25)$$

$$S_{n_1} = n_1 t, \qquad (7.26)$$

где t – заданное время работы изделия на выполнение задания с вероятностью отказа $q_0 = t/T_0$ или $q_1 = t/T_1$; n_0, n_1 – количество изделий, поставленных на испытания, каждое из которых должно работать без отказов в течение времени t.

Формула (7.25) определяет суммарный объем испытаний для подтверждения наработки T_0, а формула (7.26) – для подтверждения наработки T_1.

Следует отметить, что на испытания может быть поставлено одно изделие (которое должно проработать без отказов в течение времени S_{n_0} или S_{n_1}) с целью подтверждения соответствующих наработок T_0 или T_1. Пусть требования по надежности к изделию заданы в виде вероятности безотказной работы $P_{\text{тр}}$ за заданное время t_0 и допустимого значения риска заказчика β. Предполагается также, что при испытаниях изделий изменяется наработка их до отказа, причем функция распределения наработки описывается экспоненциальным законом, т. е. вероятность безотказной работы изделия за заданное время t_0 имеет вид

$$P(t_0) = \exp(-\lambda t_0), \text{ или } P(t_0) = \exp\left(\frac{-t_0}{T}\right), \qquad (7.27)$$

где λ – интенсивность отказов; $T = 1/\lambda$ – средняя наработка до отказа.

Если требования по надежности заданы в виде нормированного значения $T_{тр}$, то, зная время работы t, из равенства (7.27) можно найти соответствующее нормативное значение вероятности безотказной работы. Нормативный уровень вероятности безотказной работы $P_{тр}$ пересчитывается в нормативный уровень показателя λ по формуле

$$\lambda_{тр} = \frac{1}{t_0} \ln \frac{1}{P_{тр}}. \tag{7.28}$$

Принятые предложения при контроле вероятности безотказной работы позволяют измерять объем испытаний в виде суммарной наработки изделий, выделенных на испытания, которая в зависимости от принятого плана испытаний может определяться как

$$S_\Sigma = \begin{cases} Nt_и & \text{при плане } [NMt_и]; \\ Nt_r & \text{при плане } [NMt_r], \end{cases}$$

где N – количество образцов; $t_и$ – заданное время испытаний; t_r – время испытаний до r-го отказа; M – план испытаний с восстановлением. Если в процессе испытаний осуществляется восстановление отказавших изделий, то можно ограничиться рассмотрением только планов испытаний типа M.

Планируют испытания исходя из условий приемки, которые можно представить в виде

$$\lambda_{1-\beta} \le \frac{1}{t_0} \ln \frac{1}{P_{тр}}, \tag{7.29}$$

где $\lambda_{1-\beta}$ – верхняя доверительная граница показателя λ для уровня $1-\beta=\gamma$. Условия приемки можно также записать в виде

$$S_\Sigma = S_{тр}, \tag{7.30}$$

где $S_{тр}$ – требуемый минимально необходимый уровень для S_Σ, зависящий от величины $P_{тр}$, β, а также от допустимого числа отказов m

при испытаниях. Значения $S_{тр}$ в зависимости от плана испытаний приведены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Минимально необходимый уровень суммарной наработки

План испытаний и суммарная наработка	Требуемое значение $S_{тр}$ суммарной наработки		Примечание
	При наличии отказов $m > 0$	При безотказных испытаниях $m = 0$	
$[NMt_и]$ $S_\Sigma = Nt_и$	$S_{тр} = \dfrac{t_0\chi^2(2m+2)}{2\ln(1/P_{тр})}$	$S_{тр} = \dfrac{t_0\ln(1/\beta)}{\ln(1/P_{тр})}$	$\chi^2_{1-\beta}$
$[NMt_r]$ $S_\Sigma = Nt_r$	При $r > 1$ $S_{тр} = \dfrac{t_0\chi^2(2r)}{2\ln(1/P_{тр})}$	При $r = 1$ $S_{тр} = \dfrac{t_0\ln(1/\beta)}{2\ln(1/P_{тр})}$	

Пример 7.1. Определить количество изделий, которое необходимо поставить на испытания, или получить количество отказов в процессе испытаний, чтобы подтвердить оценки параметров, соответствующие требованиям ТЗ.

Исходными данными для планирования испытаний являются: $\alpha = 0{,}2$; $\beta = 0{,}1$; $T_0 = 200$ ч; $\dfrac{T_0}{T_1} = 1{,}9$.

Решение. По величине $\dfrac{T_0}{T_1} = 1{,}9$ из таблицы [9] для заданных величин $\alpha = 0{,}2$ и $\beta = 0{,}1$ находим $\chi^2_{0,8} = 16{,}31$; $\chi^2_{0,1} = 30{,}8$; $2n = 22$. Следовательно, объем выборки $n = 11$. Если в результате испытаний изделий до появления 11-го отказа полученное опытное значение наработки на отказ t удовлетворяет условию

$$t \geq \frac{T_0\chi^2_{1-\alpha}(22)}{22} = \frac{200\cdot 16{,}31}{22} = 148 \text{ ч},$$

то надежность проверяемой партии изделий соответствует требованиям ТЗ.

Отсюда суммарное время испытаний должно быть $S_n = t_n =$ $= 148 \cdot 11 = 1628$ ч.

Пример 7.2. Определить количество насосных агрегатов по гидроразрыву пласта и суммарный объем испытаний, принимая во внимание, что отказов в процессе испытаний за время t не допускается.

Исходными данными для планирования испытаний являются: $t = 3$ ч; $T_0 = 600$ ч; $\alpha = 0{,}1$.

Решение. По формуле (7.23) вычисляем объем испытаний (выборки):

$$n = \frac{T_0 \left|\ln(1-\alpha)\right|}{t} = \frac{600}{3}\left|\ln(0{,}9)\right| = 460.$$

Отсюда суммарное время испытаний без отказов должно быть $S_n =$ $= nt = 460 \cdot 3 = 1380$ ч. Полученное суммарное время без отказов может быть отработано одним или несколькими агрегатами.

Пример 7.3. Определить количество отказов насосных агрегатов по гидроразрыву пласта в процессе испытаний и суммарный объем испытаний, чтобы получить оценки параметров, соответствующие требованиям ТЗ.

Исходными данными для планирования испытаний являются: $\alpha = \beta = 0{,}1$; $T_0 = 800$ ч; $T_1 = 600$ ч.

Решение. По величине отношения $\frac{T_0}{T_1} = 1{,}33$ из таблицы [9] для заданных величин $\alpha = 0{,}1$ и $\beta = 0{,}1$ находим квантили $\chi^2_{0,1} = 172{,}42$; $\chi^2_{0,9} = 128{,}16$; $2n = 150$. Следовательно, объем выборки (число отказов) $n = 75$. По формуле (7.20) определяем опытное значение наработки на отказ

$$t = \frac{T_1 \chi^2_{\beta}(2n)}{2n} = \frac{600 \cdot 172{,}42}{150} = 689{,}68 \text{ ч.}$$

Отсюда суммарное время испытаний для подтверждения минимальной наработки на отказ $T_1 = 600$ ч при числе отказов $n = 75$ должно быть равным

$$S_n = nt = 75 \cdot 689{,}68 = 51725 \text{ ч.}$$

Планирование испытаний при нормальном и логарифмически нормальном законах распределения наработки на отказ для фиксированного объема. Оценками для среднего значения наработки на отказ и среднего квадратичного отклонения будут величины [9]

$$T^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i\,; \tag{7.31}$$

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(T_i - T^*\right)^2}\,, \tag{7.32}$$

где T_i – наработка до i-го отказа; n – число отказов, выявленных в процессе испытаний. В этом случае двусторонним доверительным интервалом для среднего значения наработки на отказ с доверительной вероятностью $1-\alpha$ будет неравенство

$$T^* - U_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < T < T^* + U_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{7.33}$$

где $U = \dfrac{T^* - T}{\sigma}$.

При одностороннем доверительном интервале односторонние доверительные пределы запишутся в виде:

• для оценки сверху

$$-\infty < T < T^* + U_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,; \tag{7.34}$$

• для оценки снизу

$$\infty < T < T^* - U_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{7.35}$$

где $U_{1-\alpha}$ – квантиль функции нормального распределения; σ – известное значение среднего квадратичного отклонения. Вероятности получения этих неравенств соответственно:

$$P\left(T > T^* + U_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \alpha\,, \tag{7.36}$$

$$P\left(T < T^* - U_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \beta. \tag{7.37}$$

На основании приведенных соотношений по результатам испытаний определяются условия для принятия или отклонения проверяемой гипотезы $T = T_0$ при альтернативной гипотезе $T = T_1$. Уравнение (7.37) определяет критическую область для выборочной средней T* при справедливости гипотезы $T = T_0$.

$$U_\alpha > \frac{T^* - T_0}{\sigma}\sqrt{n}. \tag{7.38}$$

Неравенство (7.38) означает, что если при испытаниях изделий до наступления n отказов полученное выборочное среднее удовлетворяет неравенству

$$T^* \geq T - U_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \tag{7.39}$$

то надежность изделия соответствует требованиям ТЗ.

Условием принятия гипотезы $T = T_1$ при альтернативной гипотезе $T = T_0$ является выполнение неравенства

$$T^* \geq T + U_{1-\beta}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \tag{7.40}$$

Чтобы найти объем выборки n, который необходимо испытать для оценки соответствия требованиям ТЗ, приравняем правые части неравенств (7.39) и (7.40) и получим

$$n = \frac{\sigma^2}{\left(T_0 - T_1\right)^2}\left[U_{1-\alpha} + U_{1-\beta}\right]^2. \tag{7.41}$$

В этом случае суммарное время испытаний определяется по формуле

$$S_n = nT^*, \tag{7.42}$$

где n – количество поставленных на испытания изделий или количество зафиксированных отказов в процессе испытаний.

Уравнение (7.33) справедливо, если известна величина σ. Если σ неизвестна, то она определяется по результатам испытаний по формуле (7.32), а неравенства (7.39), (7.40) и (7.41) будут справедливы, если в них заменить квантили $U_{1-\alpha}$, $U_{1-\beta}$ нормального распределения на $t_{\alpha,n-1}$ распределения Стьюдента.

В случае логарифмически нормального распределения наработки на отказ неравенства (7.39), (7.40) и (7.41) преобразуются к виду:

$$T^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln T_i}{n} \geq \ln T_0 - U_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \qquad (7.43)$$

$$T^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln T_i}{n} \geq \ln T_1 - U_{1-\beta} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \qquad (7.44)$$

$$n = \frac{\sigma^2}{\left(\ln T_0 - \ln T_1\right)^2} \left[U_{1-\alpha} + U_{1-\beta}\right]^2. \qquad (7.45)$$

Суммарное время испытаний определяется также по формуле

$$S_n = nT^*, \qquad (7.46)$$

где n принимает другое значение. Если величина σ неизвестна, то она определяется по результатам испытаний из соотношения

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(T_i - T^*\right)^2}, \qquad (7.47)$$

а для определения объема выборки n вместо величин $U_{1-\alpha}$, $U_{1-\beta}$ в формулу (7.45) подставляются квантили распределения Стьюдента $t_{\alpha,n-1}$.

При планировании испытаний методом фиксированного объема для других законов распределения наработки на отказ (например, закона Вейбулла, гамма-распределения, двойного показательного распределения и т.п.) в первом приближении можно использовать метод, основанный на использовании отношения суммарного времени испытаний к наработке на отказ $\frac{2S_n}{T_0}$, где $S_n = \sum_{i=1}^{n} t_i$, t_i – наработка между $(i-1)$-м и i-м отказами.

Плотность распределения этого отношения имеет χ^2 распределение

$$f\left(\frac{2S_n}{T_0}\right) = \frac{1}{2^n (n-1)!}\left(\frac{2S_n}{T_0}\right)^{n-1} e^{-\frac{S_n}{T_0}}, \tag{7.48}$$

где e – основание натурального логарифма.

В этом случае объем испытаний, необходимый для принятия решения о выборе между гипотезами H_0 и H_1, определяется из соотношения (7.21), как для экспоненциального закона распределения

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{\chi^2_\beta(2n)}{\chi^2_{1-\alpha}(2n)}. \tag{7.49}$$

Далее объем выборки и суммарное время испытаний вычисляются соответственно по формулам (7.17), (7.20), (7.22), (7.23), (7.24).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что является целью экспериментальной отработки сложных технических систем?
2. На что направлены испытания изделия по своему целевому назначению?
3. Какие существуют виды испытаний по своему целевому назначению?
4. Опишите иерархические уровни сложной технической системы.
5. Что представляет собой программа экспериментальной отработки?
6. Что должна содержать программа экспериментальной отработки?

7. Раскройте суть дифференциального, комплексного, смешанного методов оценки уровня отработанности.

8. Перечислите качественные критерии завершенности экспериментальной отработки.

9. Перечислите количественные критерии завершенности экспериментальной отработки.

10. Перечислите виды стендовых испытаний узлов, механизмов, сборочных единиц.

11. Перечислите виды испытаний опытных образцов изделий.

12. Что понимается под партией изделий?

13. Что такое выборка, объем выборки?

14. Что характеризуют доверительная вероятность и доверительный интервал?

15. Раскройте понятие «критическая область».

Глава 8

ПОНЯТИЕ РИСКА И ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ ОБЩЕСТВА

8.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РИСКА

Для оценки степени опасности важна не только частота (или вероятность) ее появления, но и тяжесть последствий для индивидуума, общества или окружающей среды. Чтобы сделать эту оценку количественной, в настоящее время вводят понятие риска, определяемого как произведение вероятности P неблагоприятного события (аварии, катастрофы и т. д.) и ожидаемого ущерба У в результате этого события:

$$\mathrm{R} = \mathrm{PУ} \tag{8.1}$$

или

$$R = \sum_i P_i У_i\,, \tag{8.2}$$

если может иметь место несколько (i) неблагоприятных событий с различными вероятностями P_i и соответствующими им ущербами $У_i$.

Следуя логике определения риска по формуле (8.2), можно записать выражение для риска в виде интеграла по всем последствиям отказа:

$$R = \int C(У)P(У)dУ, \tag{8.3}$$

где C(У) – весовая функция (обычно назначаемая экспертным путем), с помощью которой последствия различной природы приводятся к единой (например, стоимостной) оценке ущерба [69, 70].

В такой формулировке риск фактически определится как математическое ожидание ущерба, рассматриваемого в виде случайной величины ($У_i$ – ее возможные значения, P_i – соответствующие им вероятности). Таким образом, один и тот же риск может быть вызван или высокой вероятностью отказа с незначительными последствиями (отказ какой-либо системы автомобиля), или ограниченной вероятностью отказа с высоким уровнем ущерба (отказ системы на АЭС).

При анализе опасностей для населения и окружающей среды используют риск, отнесенный к единице времени, при этом за единицу времени чаще всего принимают год.

Сделанные выше математические определения риска, хотя в основном и согласуются с интуитивным понятием риска, но теряют элемент случайности (математическое ожидание случайной величины – величина не случайная, а детерминированная) и обладают всеми недостатками, характерными для точечных оценок случайных величин. Поэтому учет факторов неопределенности при таком рассмотрении риска имеет принципиальное значение.

Несмотря на отмеченную ограниченность процедуры определения риска по соотношениям (8.1) и (8.2), такая свертка двух величин, характеризующих риск, в одну является весьма продуктивной, так как позволяет упростить процедуру оценки риска, разделив ее на два этапа, имеющих во многих случаях самостоятельное значение:

- определение вероятностей (или интенсивностей) неблагоприятных исходов P_i;
- определение ущербов $У_i$ при соответствующих неблагоприятных исходах.

Аварии, природные и техногенные катастрофы, как правило, вызывают последствия различных групп. В этих случаях требуется привлечение единой меры ущерба последствий (например, стоимостной) или подходящих весовых функций, которые сводят различные последствия к единому базису. При более сложных структурах событий и ущербов приведенные выше формулы для вычисления риска могут усложниться. Так, авторы [70] предлагают вести расчет риска $R(t)$ как сумму (соответственно иногда его называют суммарным риском) по всем последствиям неблагоприятного события, используя следующие зависимости:

$$R(t) = У_м(t) + У_ч(t), \tag{8.4}$$

где $У_м(t)$ – суммарный ежегодный имущественный ущерб (руб/год), вследствие воздействия поражающих факторов, возникающих в результате штатного функционирования опасных объектов и при авариях, а также в чрезвычайных ситуациях и при катастрофах; $У_ч(t)$ – суммарный ежегодный ущерб (руб/год), обусловленный потерей здоровья (включая и смертельные случаи) вследствие воздействия поражающих факторов, возникающих в результате штатного функционирования и при авариях, а также в чрезвычайных ситуациях и при катастрофах: t – время, лет.

В свою очередь

$$У_м(t) = \sum_{i=1,\ j=1}^{n,\ m} M_{ij}(t) Y_{ij}(t), \tag{8.5}$$

$$У_ч(t) = \sum_{i=1,\ j=1}^{n,\ m} R_{ij}(t) X_{ij}(t), \tag{8.6}$$

где $M_{ij}(t)$ – вероятность (частота) возникновения j-го имущественного ущерба от i-го поражающего фактора, 1/год; $Y_{ij}(t)$ – величина j-го имущественного ущерба от i-го поражающего фактора, 1/год; $R_{ij}(t)$ – вероятность (частота) возникновения j-го типа поражения человека от i-го поражающего фактора, 1/год; $X_{ij}(t)$ – величина потерь, обусловленных j-м типом поражения человека от i-го поражающего фактора, руб.

При этом предполагается, что $M_{ij}(t)$ и $Y_{ij}(t)$ включают как вероятность возникновения самого поражающего фактора, так и вероятность наступления соответствующего ущерба.

Следует отметить, что при использовании вероятностных и статистических подходов к проблеме технического риска встречаются серьезные технические и социально-психологические трудности, которые заключаются в получении достоверных статистических данных, необходимых для расчетных моделей. Трудности перерастают в проблему, когда речь идет о безопасности высоконадежных систем и приемлемые значения риска требуют применения методов экстраполяции результатов в область редких значений [71].

К тому же существует определенное предубеждение представителей широкой общественности и даже инженерно-технических работников против вероятностно-статистических оценок безопасности. Это предубеждение основано как на объективных, так и на субъективных факторах, среди которых можно выделить следующие:

- плохое знание инженерами теории вероятностей и математической статистики;
- неприятие специалистами и ответственными лицами, принимающими решения, факторов неопределенности (т. е. отсутствие желания рисковать, особенно при государственном плановом регулировании экономики);
- недоверие общественного мнения к использованию вероятностных характеристик, когда речь идет о жизни людей и сохранении окружающей среды.

Тем не менее необходимость учета случайности и неопределенности при рассмотрении техногенного риска признается не только специалистами в этой области, но и работниками государственных структур. Примером тому служат многочисленные публикации на данную тему и нормативные документы по промышленной безопасности, в той или иной мере учитывающие вероятностные методы и подходы [8, 70–74].

8.2. КЛАССИФИКАЦИЯ РИСКОВ

8.2.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РИСКОВ

Понятие риска является многоплановым, в научной литературе используются различные производные этого понятия в зависимости от области применения, стадии анализа опасности [69].

Приведенная ниже классификация рисков не претендует на полноту и строгость и дается для того, чтобы сосредоточить в дальнейшем внимание на подходах и методах оценки рисков, связанных с оценкой опасности, управлением безопасностью технических систем и объектов.

Начальную классификацию рисков можно привести в зависимости от основной причины их возникновения:

- *природные риски* – риски, связанные с проявлением стихийных сил природы: землетрясения, наводнения, подтопления, бури и т.п.;

• *техногенные риски* – риски, связанные с опасностями, исходящими от технических объектов;

• *экологические риски* – риски, связанные с загрязнением окружающей среды;

• *коммерческие риски* – риски, связанные с опасностью потерь в результате финансово-хозяйственной деятельности.

С точки зрения применения понятия риска при их анализе и управлении техногенной безопасностью важными категориями являются:

• *индивидуальный риск* – риск, которому подвергается индивидуум;

• *потенциальный территориальный риск* – пространственное распределение частоты реализации негативного воздействия определенного уровня;

• *социальный риск* – зависимость частоты событий, в которых пострадало на том или ином уровне число людей больше определенного, от этого определенного числа людей;

• *коллективный риск* – ожидаемое количество смертельно травмированных в результате возможных аварий за определенный период времени;

• *приемлемый риск* – это уровень риска, с которым общество в целом готово мириться ради получения определенных благ или выгод в результате своей деятельности;

• *неприемлемый риск* – уровень риска, устанавливаемый административными или регулирующими органами как максимальный, выше которого необходимо принимать меры по его устранению;

• *пренебрежимый риск* – уровень индивидуального риска, не вызывающий беспокойства индивидуума (если речь идет об индивидуальном риске). Это также может быть уровень риска, устанавливаемый администрацией предприятия или регулирующими органами как максимально разрешенный, который не приводит к ухудшению экономической деятельности предприятия или качества жизни населения при существующих социально-экономических условиях.

8.2.2. ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ И КОЛЛЕКТИВНЫЙ РИСКИ

Одной из наиболее часто употребляемых характеристик опасности является **индивидуальный риск** – вероятность (частота) поражения отдельного индивидуума в результате воздействия исследуемых факторов опасности [5, 69].

$$R = P(A). \tag{9.7}$$

Этот вид риска рассматривается в качестве первичного понятия, во-первых, в связи с приоритетом человеческой жизни как высшей ценности и, во-вторых, потому что именно индивидуальный риск может быть оценен по большим выборкам с достаточной степенью достоверности, что позволяет определять другие важные категории риска (например, потенциальный территориальный) при анализе техногенных опасностей и назначать приемлемый и неприемлемый уровни риска.

Обычно индивидуальный риск измеряется вероятностью гибели в исчислении на одного человека в год. Аналогично могут быть определены индивидуальные риски увечий, заболеваний, потери трудоспособности и т.п. Если говорится, что индивидуальный риск для пассажиров гражданской авиации составляет 10^{-4} 1/год (или 10^{-4} на чел/год), то в статистическом плане это означает, что существует возможность одного смертельного исхода в результате несчастного случая, связанного с отказом на самолете, на 10 тысяч пассажиров в год, или на одного пассажира, если бы он летал 10 тыс. лет. Иногда оценивают риск, отнесенный на 10^{-4} человек в год, при этом величина наиболее часто встречающихся рисков будет иметь порядок единицы. С другой стороны, когда оценивается риск какой-либо группы людей определенной профессии или специального рода деятельности, бывает целесообразно их риск относить к одному часу работы или одному технологическому циклу.

Величина риска (R) может быть рассчитана по формуле

$$R = \frac{n}{N},$$

где n – число несчастных случаев; N – общее количество людей.

В табл. 8.1 приведены данные, характеризующие вероятность фатального исхода от различных чрезвычайных ситуаций на примере США [5].

Индивидуальный риск при техногенных опасностях в основном определяется **потенциальным** риском (или его территориальным распределением) и вероятностью нахождения человека в районе возможного действия опасных факторов. При этом индивидуальный риск во многом определяется квалификацией и обученностью индивидуума действиям в опасной ситуации, его защищенностью. При анализе техногенного риска обычно не проводится расчет индивидуального риска каждого человека, а оценивается индивидуальный риск для групп людей, находящихся примерно одинаковое время в различных опасных зонах и использующих одинаковые средства защиты. Обычно речь идет об индивидуальном риске для работающих и для населения окружающих районов или для более узких групп, например для рабочих различных специальностей.

Таблица 8.1

Индивидуальный риск фатального исхода в год, обусловленный различными причинами чрезвычайных ситуаций

№ п/п	Причины чрезвычайных ситуаций	Индивидуальный риск
1	Автомобильный транспорт	$3{\cdot}10^{-5}$
2	Падение	$9{\cdot}10^{-5}$
3	Пожар и ожог	$4{\cdot}10^{-5}$
4	Утопление	$3{\cdot}10^{-5}$
5	Отравление	$2{\cdot}10^{-5}$
6	Огнестрельное оружие	$1{\cdot}10^{-5}$
7	Станочное оборудование	$1{\cdot}10^{-5}$
8	Водный транспорт	$9{\cdot}10^{-5}$
9	Воздушный транспорт	$9{\cdot}10^{-4}$
10	Электрический ток	$6{\cdot}10^{-5}$
11	Железная дорога	$4{\cdot}10^{-5}$
12	Ядерная энергия	$2{\cdot}10^{-5}$
13	Все прочие	$4{\cdot}10^{-5}$
14	Общий риск	$6{\cdot}10^{-3}$

В большинстве промышленно развитых стран статистические данные об индивидуальном фатальном риске систематически собираются и публикуются в печати. На рис. 8.1 показаны оцененные по статистическим данным промышленно развитых стран (США, Канада, Великобритания, Норвегия) ориентировочные значения индивидуального риска, разбитого на три категории: общегражданский риск (риск, которому подвергается каждый житель страны, независимо от профессии и образа жизни), профессиональный – «плата за удовольствие и комфорт» [5]. Можно заметить, что ведущее место в первой категории принадлежит несчастным случаям в быту (если исключить болезни), во второй – работе на морских платформах при разработке месторождений континентального шлейфа, в третьей – занятию альпинизмом.

Рис. 8.1. Категории индивидуального риска и его ориентировочные значения (1/год)

В любом районе страны, независимо от того, есть ли там какие-либо техногенные объекты, существует некоторая вероятность гибели человека в результате несчастного случая, преступления или иного «неестественного события». Эта категория в статистике называется «смерть от неестественных причин». Очевидно, что вероятность смерти возрастает, если в районе проживания человека фиксируются некоторые факторы, так или иначе негативно воздействующие на здоровье человека. Поэтому индивидуальный среднестатистический риск от техногенной деятельности сравнивается именно с этой категорией.

Тот факт, что индивидуальный риск характеризуется одним числовым значением (часто это вероятность гибели в исчислении на одного человека в год), и является универсальной характеристикой опасности для человека – основой многочисленных попыток нормирования уровня приемлемого индивидуального (а в некоторых случаях и социального) риска. Однако опыты анализов риска различных производств показывают, что оценки индивидуального риска недостаточно точны и сильно зависит от неопределенности исходных данных (места расположения, профессии, состояния обученности и защищенности и т. д.). Поэтому уровень приемлемого индивидуального риска нормативно или законодательно закреплен лишь в некоторых странах (например, в Голландии – 10^{-6} 1/чел (чел. год), в России согласно некоторым нормативным документам от 10^{-4} до 10^{-6} 1/(чел. год)) [75, 77].

Количественной интегральной мерой опасности является **коллективный риск**, определяющий масштаб ожидаемых последствий для людей от потенциальных аварий:

$$R = P(A)N, \tag{8.8}$$

где N – общее количество людей, подвергающихся потенциальному негативному воздействию.

Фактически коллективный риск определяется ожидаемым количеством смертельно травмированных в результате аварий на рассматриваемой территории за определенный период времени. Наиболее удобно пользоваться этим понятием для сравнения различных территорий хозяйственной деятельности, однако для разработки мер безопасности применять коллективный риск неэффективно, так как анализ аварийности и травматизма показал, что основной ущерб от несчастных случаев зачастую не рассматривается.

Как индивидуальный, так и коллективный риск можно перевести в сферу экономических и социальных категорий, если установить стоимость человеческой жизни и использовать математическое определение риска (8.1). Такой подход широко обсуждается, вызывая возражения ученых, которые считают человеческую жизнь бесценной и все финансовые сделки на этой почве недопустимыми. Однако на практике неизбежно возникает необходимость стоимостной оценки человеческой жизни именно для обеспечения безопасности людей. В большинстве промышленно развитых стран этот вопрос решается страхованием индивидуальных рисков, в том числе фатальных. Уместность использования категории «цены человеческой жизни» и методы оптимизации затрат на обеспечение безопасности рассмотрены в работе [76].

Поскольку при использовании индивидуального и коллективного рисков возникают значительные неопределенности, в настоящее время на практике стали применять другие категории риска (территориальный и социальный риски), как меры опасности, характеризующие риск не единственным числовым значением, а наборами чисел или функциональными зависимостями.

8.2.3. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫЙ И СОЦИАЛЬНЫЙ РИСКИ

Комплексной мерой риска, характеризующей опасный объект (территорию), является потенциальный территориальный риск – пространственное распределение частоты реализации негативного воздействия определенного уровня:

$$R(x, y) = P(x, y)$$

или

$$R(r, v) = P(r, v), \tag{8.9}$$

где x, y и r, v – декартовы и полярные координаты соответственно.

Такая мера риска не зависит от нахождения объекта воздействия (например, человека) в данном месте пространства. Предполагается, что вероятность нахождения объекта воздействия равна единице (например, человек находится в данной точке пространства в течение всего рассматриваемого промежутка времени). Потенциальный риск не зависит от того, находится ли опасный объект в многолюдном или пустынном месте, следовательно, может меняться в широком интервале. Потенциальный риск в соответствии с названием представляет собой потенциал максимально возможного риска для конкретных объектов воздействия, находящихся в данной точке пространства. На практике важно знать распределение потенциального риска для отдельных источников опасности и для отдельных сценариев аварий.

В работе [77] при разработке деклараций безопасности предприятия с холодильными установками, содержащими 148 т аммиака, было построено поле потенциального риска для людей на открытой местности (рис 8.2). Можно видеть, что в зоне радиусом 200 м риск смерти составляет 10^{-2}, в зоне до 400 м равен 10^{-3}, а при удалении на 1 км он падает до 10^{-5} и вне этой зоны – до 10^{-6} 1/год. Авторы отмечают, что аналогичные значения были получены при рассмотрении случая нахождения людей в помещении.

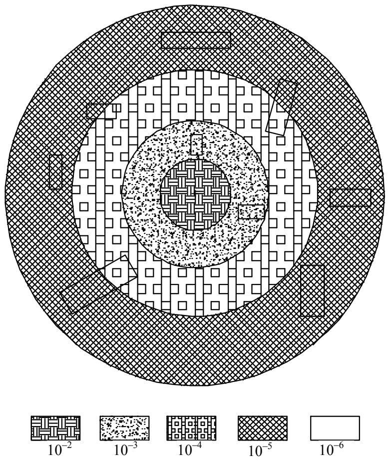


Рис. 8.2. Поля рисков смерти для людей на открытой местности (1/год)

Потенциальный территориальный риск может применяться для описания негативного воздействия на здоровье населения, обусловленного техногенным загрязнением окружающей среды. В этом случае такой риск представляет собой распределение ожидаемого уровня заболеваемости населения в границах рассматриваемой территории.

Как правило, потенциальный риск оказывается промежуточной мерой опасности, используемой для оценки индивидуального и социального риска (табл. 8.2).

Социальный риск характеризует масштаб возможных аварий и определяется функцией, у которой есть установившееся название *F*–*N*-кривая. В зависимости от задач анализа под *N* можно понимать общее число пострадавших, число смертельно травмированных или другой показатель тяжести последствий. Зная распределение потенциального риска и распределение населения в исследуемом районе, можно получить количественную оценку социального риска для населения. Для этого нужно определить число пораженных при каждом сценарии от каждого источника опасности, затем установить зависимость частоты событий (*F*), в которой пострадало на том или ином уровне число людей больше определенного (*N*). Соответственно критерий приемлемой степени риска будет определяться для отдельного события уже не числом, а кривой, построенной для различных сценариев аварий.

На рис. 8.3 приведены ориентировочные оценки опасностей различных производств, аварий технических объектов и катастрофических природных явлений с помощью *F*–*N*-кривых [78].

Таблица 8.2

Уравнения для вычисления некоторых стандартных показателей риска

Индивидуальный риск в точке (x, y) (территориальный риск)	$R_{\Sigma}(x,y)=\sum_{ij} P(A)_i P_{ij}(x,y) P(L)_i$
Средний индивидуальный риск	$\vec{R}=\left(\sum_{x,y} R_{\Sigma}(x,y) N(x,y)\right) \Big/ \sum_{x,y} N(x,y) = F / N$
Интегральный риск (общее число смертельных исходов)	$F=\sum_{x,y} R_{\Sigma}(x,y) N(x,y)=\vec{R}N$
Экономический эквивалент социального ущерба	ЭУ$=\sum P_i^{*} N_i^{p}$ $(1,2<p<2)$

Примечание. $P(A)_i$ – вероятность выброса по сценарию i; P_{ij} (x, y) – вероятность реализации механизма воздействия j в точке (x, y) для сценария выброса i; $P(L)_j$ – вероятность летального исхода при реализации механизма воздействия j; $N(x, y)$ – численность людей в ячейке (единичной площадке) с координатами (x, y); P_i^* – вероятность негативных последствий при реализации аварийного сценария i; N_i –количество смертельных исходов при реализации аварийного сценария i.

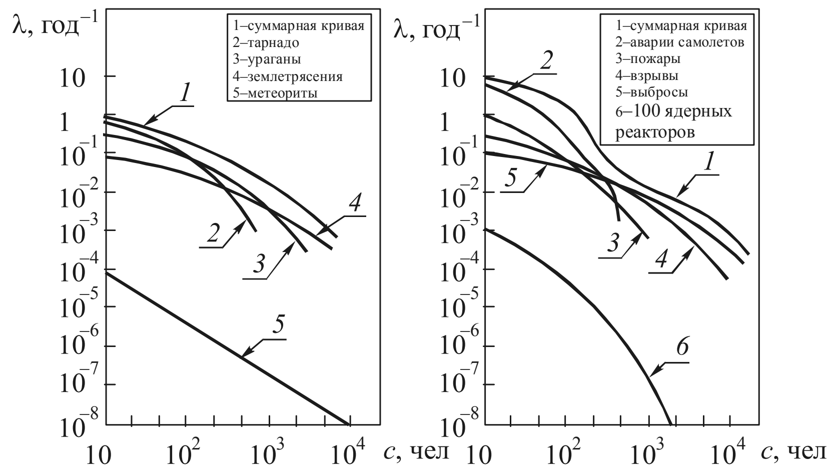


Рис. 8.3. Ориентировочные оценки опасностей различных производств

Комплексная оценка техногенных и природных рисков на территории Новгородской области на основе *F–N*-кривых была проведена в работе [79] для аварий на пожаро-, взрывоопасных, химически опасных объектах, аварий на транспорте, а также для стихийных бедствий, связанных с наводнениями, лесными пожарами, бурями и ураганами.

На рис. 8.4 представлены *F–N*-кривые гибели людей при авариях на пожаро-, взрывоопасных *1*, химически опасных объектах *2*, авариях на транспорте *3*, а также при бурях и ураганах. Здесь же приведена кривая *7*, представляющая суммарную оценку риска гибели людей от всех рассмотренных в работе опасностей, т. е. социальный риск.

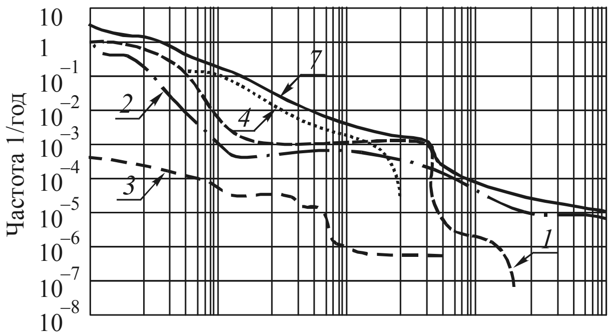


Рис. 8.4. Социальный риск чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера на территории Новгородской области

Графики показывают, что число смертельных случаев на территории Новгородской области может составлять от нескольких человек до нескольких тысяч человек. При этом гибель трех-четырех человек ожидается ежегодно и может быть вызвана мелкими авариями на промышленных объектах (промышленный травматизм) и авариями на транспорте, связанными с перевозками опасных веществ. Одновременная гибель нескольких тысяч человек – событие на рассматриваемой территории весьма редкое: оно может произойти в связи с крупной аварией на промышленном объекте. Такими авариями могут быть, например, разгерметизация резервуара, содержащего 10 тыс. т аммиака, на АО «Акрон» с выбросом всей массы аммиака в окружающее пространство при неблагоприятных погодных условиях или мгновенная разгерметизация резервуаров, содержащих 4000 м^3 сжиженного пропана, на ПО «Волна» с последующим детонационным взрывом. При этом следует отметить, что частота этих событий составляет от 10^{-7} до 10^{-8} 1/год и соответствует требованиям к промышленному риску, предъявленному в промышленно развитых странах (например, в Нидерландах) [69, 79].

В настоящее время общераспространенным подходом для определения приемлемости риска является использование двух кривых, когда в логарифмических координатах определены F–N-кривые приемлемого и неприемлемого социального риска смертельного травмирования, а область между этими кривыми характеризует промежуточную степень риска, вопрос о снижении которой следует решать исходя из специфики производства и местных условий согласованием с органами надзора и местного самоуправления.

Аналогично за переменную N может быть принят материальный или экологический ущерб, для которых могут быть построены свои F–N-кривые, служащие мерой страхового или экологического риска соответственно.

8.2.4. ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ РИСК

Для оценки негативных экологических воздействий самых разнородных факторов (аварийные ситуации, загрязнение химическими веществами или радионуклидами, нерациональная хозяйственная деятельность, природные катастрофы и т. д.) в последние годы стали активно применять подход, основанный на оценке риска неблагоприятных последствий. Спецификой экологического риска является, как правило, неравномерное его распределение по территории, подвергшейся воздействию вредного фактора. Распределение риска зависит от распределения неблагоприятного фактора (концентрации токсиканта, интенсивности радиоактивного излучения, шума и т. д.), которое может быть статичным или переменным. Так, загрязнение почвы какого-либо региона вредными веществами может быть стабильным во времени и не зависеть от ежедневно меняющихся погодных условий [69].

Вместе с тем загрязнение приземного слоя атмосферы промышленными выбросами может значительно меняться во времени в зависимости от направления и силы ветра, а также других метеорологических параметров. В этом случае следует принять во внимание две крайние ситуации: кратковременное воздействие сильнодействующего фактора и длительное многолетнее воздействие сравнительно малоинтенсивного фактора.

При кратковременном, залповом воздействии (авария с выбросом в окружающую среду ядовитых веществ) само распределение вредного фактора по территории может носить ярко выраженный случайный характер, определяемый состоянием атмосферы на момент выброса. Риск поражения населения в этом случае будет зависеть не только от вероятности аварии, но и от повторяемости различных направлений ветра, его скорости и некоторых других метеопараметров.

В случае сравнительно малоинтенсивного фактора, действующего в течение продолжительного срока (например, промышленное или транспортное загрязнение атмосферы промышленных городов осуществляется непрерывно на протяжении десятилетий), погодное состояние в рассматриваемой точке меняется многократно. При этом действующим неблагоприятным фактором является усредненная за определенный период времени концентрация вредного вещества в атмосфере. Усреднение производится расчетом распределения концентрации токсиканта в атмосфере для каждого возможного погодного состояния и последующим суммированием всех полей распределения концентрации с учетом повторяемости погодных состояний.

Следует принять во внимание специфику объекта, подвергшегося негативному воздействию. Объект может быть локализован на определенной территории (зеленые насаждения в городе) или менять свое местоположение (популяции, склонные к миграции, население, плотность которого на различных участках местности зависит от профессиональной деятельности, сезона или времени суток).

Если речь идет о населении, то на оценку риска могут влиять такие факторы, как местные или национальные традиции. Так, употребление или неупотребление в пищу тех или иных продуктов питания, обусловленное традицией, уровнем жизни, может приводить к более или менее высокому риску заболевания: известно, что некоторые токсиканты в силу своей природы склонны к концентрированию в определенных продуктах.

При проведении оценок риска для здоровья и жизни людей все население разделяют на группы по половозрастному, профессиональному, социальному или иным признакам и оценивают риск для каждой группы, полагая, что воздействие фактора риска на всех членов группы одинаково. Учет указанных обстоятельств делает процесс оценки риска крайне трудоемким, требующим обработки большого объема статистического материала. Как правило, подобные оценки проводят с использованием специальных компьютерных программ – экспертных систем либо ограничиваются оценкой потенциального риска.

8.3. СТРУКТУРА ТЕХНОГЕННОГО РИСКА

8.3.1. ПРОБЛЕМЫ ТЕХНОГЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Развитие техногенной сферы на планете привело к двум диаметрально противоположным последствиям [69]:

- с одной стороны, достигнуты выдающиеся результаты в электронной, атомной, космической, авиационной, энергетической и химической отраслях промышленности, а также в биологии, генной инженерии, предоставившие человечеству возможность продвинуться на принципиально новые уровни во всех сферах жизни и деятельности;
- с другой стороны, появились невиданные ранее потенциальные и реальные опасности и для человека, созданных им объектов, среды обитания не только в военное, но и в мирное время.

Эти опасности были осознаны в последние десятилетия под влиянием крупнейших техногенных катастроф на объектах различного значения:

- ядерных (СССР – Чернобыль, материальный ущерб около 400 млрд долл., США – Тримайл Айленд, материальный ущерб около 100 млрд долл. и др.);
- химических (Индия, Италия и др.);
- космических и авиационных (США – «Челленджер», СССР – аварии ракет и др.);
- трубопроводах и транспортных системах и т. д.

Перечень катастроф, аварий, пожаров и взрывов с выбросами отравляющих веществ может быть продолжен, а ущерб и последствия вряд ли можно оценить в полной мере.

Для обеспечения техногенной безопасности следует учесть, что только в России насчитывается около 100 тыс. опасных производств и объектов. Из них около 2300 ядерных и 3000 химических обладают повышенной опасностью. При этом в ядерном комплексе сосредоточено около 10^{13}, а в химическом комплексе – около 10^{12} смертельных токсодоз.

Анализ статистики аварий и катастроф в России, выполненный службами государственного надзора, показывает, что число смертельных случаев увеличивается на 10...25 %, а в некоторых отраслях, например на авиационном транспорте, на 50 % ежегодно (табл. 8.3).

Таблица 8.3

Общие данные о состоянии безопасности полетов в гражданской авиации Российской Федерации в первом полугодии 2005 года

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="3">Классификация</th><th rowspan="3">Годы</th><th rowspan="3">Всего</th><th colspan="4">В том числе</th></tr>
<tr><th colspan="2">самолеты</th><th colspan="2">вертолеты</th></tr>
<tr><th>1–3 класса</th><th>4 класса</th><th>1 и 2 класса</th><th>3 класса</th></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Авиационные происшествия</td><td>2005</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>–</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>5</td><td>–</td><td>1</td><td>4</td><td>–</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Катастрофы</td><td>2005</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>3</td><td>–</td><td>1</td><td>2</td><td>–</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Погибло</td><td>2005</td><td>37</td><td>28</td><td>9</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>28</td><td>–</td><td>3</td><td>25</td><td>–</td></tr>
<tr><td rowspan="4">В том числе</td><td rowspan="2">экипаж</td><td>2005</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>6</td><td>–</td><td>2</td><td>4</td><td>–</td></tr>
<tr><td rowspan="2">пассажиры</td><td>2005</td><td>33</td><td>26</td><td>7</td><td>–</td><td>–</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>22</td><td>–</td><td>1</td><td>21</td><td>–</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Аварии</td><td>2005</td><td>1</td><td>–</td><td>–</td><td>1</td><td>–</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>2</td><td>–</td><td>–</td><td>2</td><td>–</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Списано ВС</td><td>2005</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>–</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>4</td><td>–</td><td>1</td><td>3</td><td>–</td></tr>
</table>

Так, по данным Министерства по чрезвычайным ситуациям (МЧС) РФ, в 1995 г. произошло 1500 аварий и катастроф (за исключением аварий на автомобильном транспорте и производственного травматизма), в которых пострадали более 50 тыс. человек, 4000 человек погибли. Все это происходит на фоне падения основного производства и сокращения числа потенциально опасных объектов.

Таким образом, удельные показатели аварийности работы опасных объектов за последние годы растут еще более быстрыми темпами.

Относительный коэффициент роста числа аварий и катастроф в техногенной сфере за период с 1991 по 1995 г. достиг 6,0, что примерно в 3...3,5 раза превысило этот коэффициент за тот же период для природных катастроф.

Из 1500 аварий, произошедших в 1995 г., лишь около 500 связаны со стихийными бедствиями или природными явлениями, следовательно, можно говорить о тенденции возрастания доли техногенных аварий по сравнению с природными.

Спад промышленного производства, энергетики и транспорта, сокращение числа потенциально опасных объектов улучшили экологическую ситуацию в целом по стране, но вместе с тем появилась очень опасная тенденция к возрастанию доли и степени, а также абсолютного числа наиболее тяжелых аварий и катастроф, к обычному материальному ущербу которых добавляются социальный и психологический факторы, подчас имеющие большее значение, чем фактор материальный.

Ситуация усугубляется тем, что для многих потенциально опасных объектов и производств характерна выработка проектных ресурсов и сроков службы. Дальнейшая эксплуатация приводит к резкому возрастанию отказов.

Согласно данным концерна Росэнергоатом (хотя точнее было бы говорить о назначенном сроке службы в 30 лет), до 2005 г. исчерпался незначительный срок службы восьми энергоблоков. Это 3 и 4-й блоки Нововоронежской АЭС, 1 и 2-й Кольской АЭС, 1 и 2-й Билибинской АЭС. До 2010 г. срок службы закончится у семи энергоблоков (1 и 2-й Курской, 5-й Нововоронежской, 3-й Белоярской, 3 и 4-й Билибинской АЭС). Суммарная мощность этих одиннадцати энергоблоков составляет более 4 тыс. МВт (около 20 % установленной на 1996 г. мощности АЭС). Энергоблоки первого поколения продолжают эксплуатироваться в щадящем режиме по ежегодно выдаваемым разрешениям. Значительное снижение количества отказов на отечественных АЭС в последние годы следует, по-видимому, отнести на счет принимаемых в послечернобыльские годы организационно-технических мероприятий [76].

Вывод из эксплуатации потенциально опасных объектов, выработавших ресурс или срок службы, представляет новую и сложную со всех точек зрения научно-техническую, экономическую и социальную проблему, от решения которой человечеству не уйти.

Не менее остро проблема оценки остаточного ресурса и срока службы стоит и в других отраслях промышленности, на транспорте, в строительстве и др. Наработка машин и оборудования в базовых отраслях промышленности составляет: менее 10 лет – 50 %, от 10 до 20 лет – 30 %, более 20 лет – 20 %.

Так, на предприятиях химической, нефтехимической и нефтеперерабатывающей промышленности действует большое количество импортного и отечественного оборудования, выработавшего проектный срок эксплуатации или не имеющего расчетного срока эксплуатации, наметилась отчетливая тенденция к росту отказов (в том числе аварийных) по причинам, обусловленным старением материалов и повреждаемостью конструкций.

На территории России эксплуатируются системы магистральных трубопроводов (МТ) протяженностью более 200 тыс. км, имеющие около 6000 технически сложных надземных объектов повышенной опасности: компрессорные, насосные и газораспределительные станции, резервуарные парки. Аварийность на объектах МТ находится на довольно высоком уровне и имеет тенденцию к возрастанию: количество аварий за 1996 г. увеличилось по сравнению с 1995 г. почти на 40 %. Процессы «старения» трубопроводных систем (отдельные трубопроводы эксплуатируются более 40 лет) характеризуются снижением прочности из-за коррозионных и усталостных повреждений металла, дефектов технологического и эксплуатационного характера (типа гофр, вмятин, рисок, подрезов и др.). Сорок тысяч километров газопроводов и 25 % нефтепроводов выработали свой расчетный срок службы [69].

8.3.2. КЛАССИФИКАЦИЯ И НОМЕНКЛАТУРА ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ ОБЪЕКТОВ И ТЕХНОЛОГИЙ

В основу классификации положена градация по характеру возможных чрезвычайных ситуаций, возникающих в результате аварий на таких объектах. Укрупненно может быть выделено 6 групп [80].

Группа 1

Радиационно опасные объекты и сложные технические системы (далее СТС), на которых при авариях могут произойти массовые поражения людей, животных, растений, а также радиационное загрязнение обширных территорий. К радиационно опасным объектам относятся предприятия ядерного топливного цикла (атомные станции, предприятия по добыче и изготовлению ядерного топлива, переработке ядерного топлива и захоронению радиационных отходов); организации, имеющие исследовательские и экспериментальные реакторы, и др.

Предприятия ядерного топливного цикла

- Атомные станции.
- Ядерные реакторы.
- Хранилища отработавшего ядерного топлива.
- Хранилища радиоактивных отходов.

Предприятия по изготовлению ядерного топлива

- Урановые рудники и гидрометаллургические заводы.
- Предприятия по конверсии и обогащению урана.
- Предприятия по изготовлению тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ).

Предприятия по переработке отработавшего ядерного топлива и захоронению радиоактивных отходов

- Радиохимические заводы.
- Хранилища радиоактивных отходов.
- Захоронения радиоактивных отходов.

Научно-исследовательские и проектные организации

- Исследовательские и экспериментальные реакторы.
- Испытательные стенды.

Транспортные ядерно-энергетические установки

- Корабли Минморфлота.
- Корабли и лодки ВМФ.
- Космические корабли.

Объекты специальной техники

- Хранилища ядерных боеголовок.
- Ракетные старты.

Группа 2

Химически опасные объекты и СТС, на которых при авариях могут произойти массовые поражения людей, животных, растений, а также загрязнение обширных территорий сильнодействующими ядовитыми веществами. К химически опасным объектам относятся предприятия по производству, переработке, хранению и утилизации сильнодействующих ядовитых веществ.

Химические предприятия и производства

- Производство связанного азота (аммиака, азотной кислоты, азотно-туковых и других удобрений).
- Производство полупродуктов анилинокрасочной промышленности, бензольного и эфирного ряда (анилинов, нитробензола, нитроанилина, хлорбензола, фенола и др.) при суммарной мощности производства более 1000 т/год.
- Производство полупродуктов нафталинового и антраценового ряда (β-нафтола, нафтолсульфокислот, антрахинона, фталевого ангидрида и др.) при суммарной мощности производства более 2000 т/год.
- Производство целлюлозы и полуцеллюлозы по кислому сульфитному, бисульфитному или моносульфитному способу с приготовлением варочных растворов сжиганием серы или других серосодержащих материалов, а также производство целлюлозы по сульфатному способу (сульфатцеллюлозы).
- Производство едкого натра и хлора электрическим способом.
- Производство редких металлов методом хлорирования (титано-магнетовые и др.).
- Производство концентрированных минеральных удобрений.
- Производство органических растворителей и масел (бензола, толуола, ксилола, нафтола, фенола, крезола, антрацена, фенантрена, акридина, карбазола).
- Производство нефтяного газа в количестве более 5000 м^3/ч.
- Производство по переработке нефти.
- Производство плавиковой кислоты, криолита, фтористого водорода и фторидов.
- Производство ртути.
- Производство серной кислоты, олеума, сернистого газа.
- Производство капролактама.
- Производство цианистых солей (калия, натрия, меди и др.), цианплава, дицианамида, цианамида кальция.
- Производство бериллия.
- Производство синильной кислоты и ее производных.
- Производство сероуглерода.
- Предприятия химической промышленности, склады и другие объекты, на территории которых имеются пороговые количества опасных веществ.

Группа 3

Пожароопасные объекты и СТС, на которых производятся, хранятся, транспортируются взрывоопасные продукты или вещества, приобретающие при определенных условиях способность к возгоранию или взрыву.

Все пожаровзрывоопасные производства дополнительно подразделяются на 6 категорий. Наибольшую аварийную опасность представляют объекты, относящиеся к первой и второй категориям – А и Б.

Категория А – нефтеперерабатывающие заводы, химические предприятия, трубопроводы и склады нефтепродуктов и т.п.

Категория Б – цехи по приготовлению и транспортировке угольной пыли, древесной муки, сахарной пудры и т.п.

Пожаровзрывоопасные объекты категории А

- Нефтеперерабатывающие заводы.
- Нефтехимические заводы.
- Химические заводы.
- Нефте- и газопромыслы.
- Нефте- и газопроводы.
- Предприятия, производящие взрывчатые вещества и порох.
- Склады нефти и нефтепродуктов группы 1 категории А.
- Склады сухих минеральных удобрений и пестицидов категории А.

Группа 4

Биологически опасные объекты и СТС, на которых при авариях возможны массовые поражения флоры и фауны, а также загрязнения обширных территорий биологически опасными веществами. К ним относятся предприятия по изготовлению, хранению и утилизации биологически опасных веществ, а также научно-исследовательские организации этого профиля.

К биологически опасным объектам и СТС относятся предприятия по изготовлению следующих видов продукции:

- белков (дрожжи, белковые препараты, аминокислоты);
- физиологически активных веществ (антибиотики, витамины, ферменты, гормоны, ускорители роста);
- бактериальных препаратов для борьбы с вредителями сельского хозяйства и лесов, а также для интенсификации земледелия (энтобактерин, боверин, дендробациллин, азотобактерин).

Группа 5

Гидродинамически опасные объекты и СТС, при разрушении которых возможно образование волны прорыва и затопление обширных территорий. К ним относятся гидротехнические сооружения (плотины, дамбы, подпорные стенки; напорные бассейны и уравнительные резервуары; гидроаккумулирующие электростанции и др.).

Группа 6

Объекты жизнеобеспечения крупных народнохозяйственных предприятий и населенных пунктов, аварии на которых могут привести к катастрофическим последствиям для предприятий и населения, а также вызвать экологическое загрязнение регионов.

К рассматриваемым объектам жизнеобеспечения относятся объекты энергетических систем, коммунального хозяйства (канализация, водоснабжение, газоснабжение, очистные сооружения и др.), транспортные коммуникации и т. д.

8.3.3. ПРИРОДНО-ТЕХНОГЕННЫЕ РИСКИ

Источниками рисков являются практически все виды природных явлений и процессов геологического, гидрологического и метеорологического характера [69, 81].

Наиболее частыми опасными природными явлениями и процессами являются наводнения, ураганы, бури, тайфуны, смерчи, землетрясения, цунами и склоновые процессы (оползни, селевые потоки, снежные лавины), т. е. высокоскоростные природные явления с катастрофическими последствиями.

Природные явления и процессы с меньшими скоростями наступления и развития (наводнения и подтопления, береговая и склоновая эрозия, пучения грунтов и т. д.), как правило, не приводят к формированию аварийных ситуаций. Однако эти процессы по своим социально-экономическим потерям в ряде случаев представляют большую опасность, чем высокоскоростные природные явления катастрофического порядка. Примерами этому могут служить понижение уровня Аральского моря и повышение (во всяком случае, до начала 1997 г., когда стало наблюдаться обратное явление) уровня Каспийского моря.

Наряду с повторяемостью природных явлений и процессов важное значение для оценки опасности того или иного явления с точки зрения риска нежелательных последствий имеет их распространение по территориям и регионам. С этой точки зрения наиболее опасные природные явления на территории России – это землетрясения (около 20 % территории России потенциально подвержено воздействию землетрясений интенсивностью 7 и более баллов) и склоновые процессы (более 20 % территорий подвержено этим явлениям).

Следует иметь в виду, что с точки зрения риска неблагоприятных исходов для общества важным является уровень населенности и насыщенности промышленными объектами рассматриваемых территорий. Например, наводнениям в России подвержено около 3 % территорий, но при этом по экономическому ущербу и человеческим жертвам, приходящимся на единицу поражаемой площади, наводнения занимают второе место после землетрясений.

Усиливающим разрушительное действие и, как следствие, опасность и риск природных явлений, упомянутых выше, является их способность вызывать вторичные как природные, так и техногенные явления. Так, например, землетрясения могут сопровождаться значительной активацией склоновых процессов, склоновые процессы – способствовать образованию подпрудных акваторий и т. д. Развитие природного явления в зонах населенных пунктов, промышленных предприятий, как правило, сопровождается техногенными авариями и катастрофами.

Таким образом, хотя техническая оснащенность общества неуклонно повышается, следует ожидать, что масштабы и спектр негативного воздействия природных процессов на человека и системы его жизнеобеспечения будут возрастать. Подтверждением этому могут служить сравнительные данные по природным катастрофическим ситуациям за периоды XIII–XVII вв. и 1985–1995 гг. (табл. 8.4).

Несмотря на то, что различия в данных можно отнести на счет неопределенностей с выборками, общая тенденция различий однозначно показывает, что именно развитие цивилизации, освоение новых территорий повышают уязвимость человека и систем его жизнеобеспечения по отношению к природным явлениям. Поэтому в настоящее время необходимо прогнозировать всевозможные катастрофические ситуации как техногенного, так и природного характера.

Таблица 8.4

Природные катастрофы за периоды XIII–XVII вв. и 1985–1995 гг. [47]

Явление	Проценты	
	1985–1995 гг.	XIII–XVII вв.
Сильные морозы, заморозки в вегетационный период	3	26,6
Засухи	2	15,5
Наводнения	35	13,7
Грозы, градобития	1	13,7
Ураганы, бури, смерчи	19	10,5
Особо сильные и длительные дожди	14	7,1
Сильные снегопады	7,5	6,2
Особо теплые зимы (неблагоприятные для урожая)	0	3,6
Землетрясения	8	3
Оползни	5	
Лавины	2,5	

Так прогноз, сделанный в Министерстве по чрезвычайным ситуациям России в начале 1997 г., во многом оправдался. Общее количество чрезвычайных ситуаций за 9 месяцев возросло и составило 1243, тогда как в предыдущем году их было зафиксировано 1076. Число катастроф техногенного характера увеличилось на 8,7 % (при этом рост количества аварий на магистральных трубопроводах составил 18,6 %), а природного – на 29,7 %.

Среди природных катастроф наиболее тяжелые последствия вызывают землетрясения – колебания земной поверхности вследствие внезапных смещений и разрывов в земной коре или верхней мантии.

Для мира в целом ущерб от землетрясений превышает ущерб от всех остальных природных катастроф, вместе взятых. По оценкам ЮНЕСКО и других международных организаций, ежегодный ущерб от землетрясений составляет несколько десятков миллионов долларов. Одно катастрофическое землетрясение может унести до миллиона жизней и причинить ущерб до 100 млрд долл. При этом негативные экономические последствия наблюдаются далеко за пределами территории, непосредственно пострадавшей от землетрясения. Процесс урбанизации ведет к увеличению материального ущерба от землетрясений. Если в прошлом десятилетии в эпицентральной зоне восьмибалльного землетрясения на каждого жителя приходился средний убыток в 1500 долл., то теперь эта цифра достигает 30 тыс. долл.

Наглядны примеры ущерба, причиненного землетрясениями последних лет. В результате землетрясения средней силы в Нортридже (США) в 1994 г., происшедшего в относительно малонаселенном районе, прямой ущерб только линиям жизнеобеспечения превысил 2 млрд долл. Эта цифра отражает только затраты на ремонт поврежденных коммуникаций, прогнозная оценка косвенного ущерба составляет на порядок большую величину.

Только прямой ущерб от разрушения жилых зданий в пос. Нефтегорск в результате землетрясения 28 мая 1995 г. превысил 230 млрд руб. (в ценах 1995 г.). Число погибших в результате землетрясения – 1989 человек, раненых – более 400 человек (при общей численности населения поселка около 3000 человек). Усиление конструкций зданий с целью повышения их сейсмостойкости до 7 баллов (без выселения жильцов) обошлось бы в сумму, в 2 раза меньшую, а повышение сейсмостойкости еще в процессе строительства составило бы дополнительно 4...5 % стоимости строительства несейсмостойких зданий.

Анализ последствий землетрясений последних лет, происшедших в районах с разным экономическим и социальным уровнем развития, показывает, что относительная величина потерь по отношению к валовому национальному продукту в среднем меньше в высокоразвитых странах.

Оценки потерь от землетрясений за год и десятилетия, сделанные по мировым данным страховой компании Munich Re, показывают, что число событий с тяжелыми последствиями во всем мире по сравнению с 1960-ми годами увеличилось в 3,2 раза, а объем потерь возрос в 15,4 раза [69, 81].

Анализ причин увеличения потерь говорит о том, что это далеко не случайное явление, а необратимые последствия быстрого роста населения, промышленности, инфраструктуры, коммерческой и экономической деятельности в крупных городах и промышленных центрах, расположенных в сейсмоактивных районах. Это приводит к выводу о необходимости инвестировать работы по стратегии уменьшения потерь от землетрясений до того как оно произойдет, а не расходовать во много раз больше в период реагирования и восстановления после землетрясения.

Наиболее используемой моделью землетрясения является представление его в виде случайных колебаний земной поверхности вследствие внезапных смещений и разрывов в земной коре или верхней мантии. Движение грунта при землетрясениях имеет, как правило, волновой характер: волны трех типов (продольные, поперечные и поверхностные) распространяются с различными скоростями. При этом землетрясения в активной зоне могут быть представлены потоками случайных событий, порождаемых более медленными техническими процессами в земной коре и характеризуемых рядом случайных величин: координаты гипоцентра (или очага землетрясения), эпицентра (проекция гипоцентра на земную поверхность), освобожденная энергия и т. д.

Сейсмические колебания на конкретной площадке (например строительной) представляют собой результат сейсмических волн, приходящих на площадку. Сейсмическая опасность при землетрясениях определяется как интенсивностью грунта, так и вторичными факторами природного (лавины, оползни, обвалы, опускание-просадка, перекосы земной поверхности, разжижение грунта, наводнения) и техногенного характера (разрушение зданий и сооружений, систем жизнеобеспечения, пожары).

Исходя из этого понятие сейсмического риска должно включать:

- естественные факторы геологического и технического характера;
- технические параметры, характеризующие уровень сейсмостойкости зданий и сооружений, систем жизнеобеспечения;
- социально-экономические факторы.

Проявление землетрясений в тех или иных районах называют сейсмичностью. Количественные показатели сейсмичности включают магнитуду (или интенсивность) и повторяемость, причем повторяемость (частота) снижается с увеличением магнитуды.

Статические данные для различных регионов показывают, что связь между средним числом землетрясений за заданный промежуток времени и их магнитудой может быть описана экспоненциальным законом.

Для оценки повторяемости сильных землетрясений применяют модель Пуассона. Вероятность $P(N, t)$ появления N сильных землетрясений в течение временного интервала t определяется в зависимости от среднего числа сильных землетрясений в единицу времени по формуле

$$P(n, t) = (\lambda t)\exp(-\lambda t)/n!, \qquad (8.10)$$

$$n = 0, 1, 2\ldots\lambda t.$$

Вероятность того, что не произойдет ни одного землетрясения:

$$P(0, t) = \exp(-\lambda t). \qquad (8.11)$$

Функция сейсмического риска (т. е. вероятность того, что произойдет хотя бы одно землетрясение) для периода t может быть записана в виде

$$H = 1 - P(0, t) = 1 - \exp(-\lambda t). \qquad (8.12)$$

Например, если в конкретном районе происходит в среднем три сильных землетрясения за 100 лет ($\lambda = 0{,}03$), то вероятность одного такого землетрясения в течение 10 лет равна ≈0,22.

Вероятность того, что за 10 лет не произойдет ни одного сильного землетрясения, равна ≈0,74, а оценка вероятности более одного землетрясения дает значение 0,26.

8.3.4. ОПАСНОСТИ, ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СОБЫТИЙ, ИСХОДЫ АВАРИЙ И ИХ ПОСЛЕДСТВИЯ

Опасность техногенного характера рассматривается как состояние, внутренне присущее технической системе, промышленному или транспортному объекту, реализуемое в виде поражающих воздействий источника техногенной чрезвычайной ситуации на человека и окружающую среду при его возникновении либо в виде прямого или косвенного ущерба для человека и окружающей среды в процессе нормальной эксплуатации этих объектов.

Большинство опасностей на промышленных объектах возникает в результате штатных (плановых) или нештатных (аварийных) выбросов в атмосферу вредных (токсичных) или взрывопожароопасных веществ или в результате быстротечных выделений больших количеств энергии. Указанные опасности, как правило, имеют различные происхождение, механизм воздействия на человека и окружающую среду, а также масштабы воздействия. Ниже приведены типовые возможные опасности, последовательности событий, исходы аварий и их последствия на химико-технологических объектах.

Технологические опасности:

- значительные объемы хранения опасных, горючих, нестабильных, коррозионных, удушающих, взрывающихся от удара, высокореактивных, токсичных, горючих пылевидных веществ;
- экстремальные физические условия: высокие и низкие температуры, высокие давление, вакуум, циклические изменения давления, температуры, гидравлические удары.

Инициирующие события

А) Технологические нарушения:

- отклонения технологических параметров – давления, температуры, расхода, концентрации, скорости реакции, теплоты реакции, изменение фазы, загрязнение;
- спонтанные реакции: полимеризация, неконтролируемые процессы, внутренний взрыв, разложение;
- разгерметизация трубопроводов, резервуаров, сосудов, отказ прокладок, сальников;
- неисправности оборудования: насосов, клапанов, измерительных приборов, датчиков, блокировок;
- неисправности систем обеспечения: электрической, подачи воздуха или азота, водоснабжения, охлаждения, теплообмена, вентиляции.

Б) Отказ системы административного управления и субъектные ошибки.

В) Внешние события: экстремальные погодные условия, землетрясения, воздействие других аварий, случаи вандализма, диверсии.

Промежуточные события, способствующие эскалации аварий:

- отказы оборудования: отказ системы безопасности;
- источники зажигания: печи, факелы, электрические выключатели, статическое электричество;
- отказы в системе административного управления;
- эффекты домино: разгерметизация другого оборудования, выбросы других веществ;
- внешние условия: погодные условия, видимость.

Промежуточные события, способствующие снижению риска:

- адекватные реакции системы контроля и управления или оператора;
- адекватные реакции системы безопасности;
- системы смягчения последствий; дамбы и дренажные системы, факелы, системы противопожарной защиты, поглощение токсичных веществ;
- современное реагирование на чрезвычайную ситуацию: сирены предупреждения, аварийные мероприятия, защитная экипировка, убежища, эвакуация.

Исходы аварий:

- выбросы вредных веществ: выброс, мгновенное и постепенное испарение, дисперсия газа;
- пожары: пожары луж, струевое пламя, образование огневых шаров и взрывов перегретых углеводородных жидкостей, вспышечные пожары;
- взрывы: ограниченные взрывы, взрывы первого облака в свободном пространстве, физические взрывы, пылевые взрывы, детонация, взрыв конденсированной фазы;
- разлет осколков.

Последствия воздействий:

- токсическое воздействие;
- термическое воздействие;
- воздействие избыточного давления.

8.3.5. СТРУКТУРА ПОЛНОГО УЩЕРБА КАК ПОСЛЕДСТВИЯ АВАРИЙ НА ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ

При рассмотрении социальных, экономических и экологических сторон тяжелой аварии или катастрофы целесообразно оперировать понятиями прямого, косвенного и полного ущерба (рис. 8.5).

Основные составляющие прямого ущерба

Под прямым ущербом в результате аварии или чрезвычайной ситуации (далее ЧС) обычно понимают потери и убытки всех структур национальной экономики, попавших в зоны воздействия аварии или катастрофы. При рассмотрении структуры прямого ущерба выделяют прямой экономический, прямой экологический и прямой социальный ущерб (рис. 8.5).

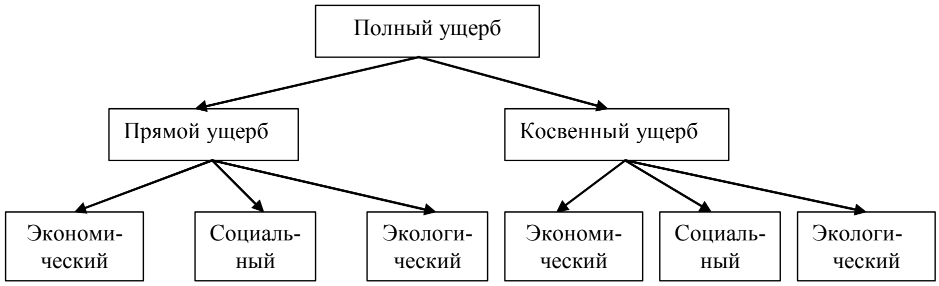


Рис. 8.5. Структура полного ущерба

Прямой экономический ущерб (рис. 8.6) связан непосредственно с повреждением или утратой основных и оборотных фондов и включает затраты на ограничение развития ЧС. Этот вид ущерба, как правило, стараются представить с максимально возможной точностью в денежном выражении.

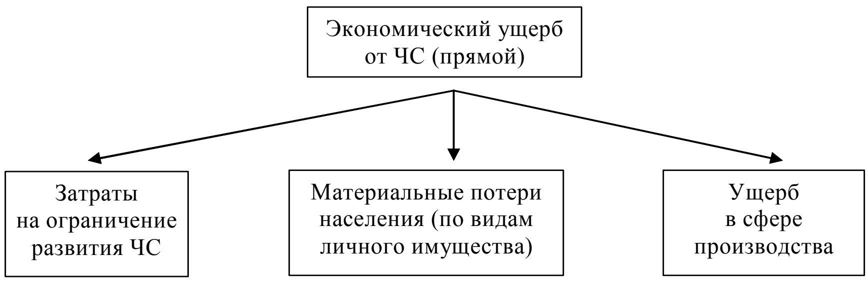


Рис. 8.6. Структура прямого экономического ущерба от ЧС

Прямой социальный ущерб от ЧС непосредственно связан с воздействием на население и его среду обитания (рис. 8.7).

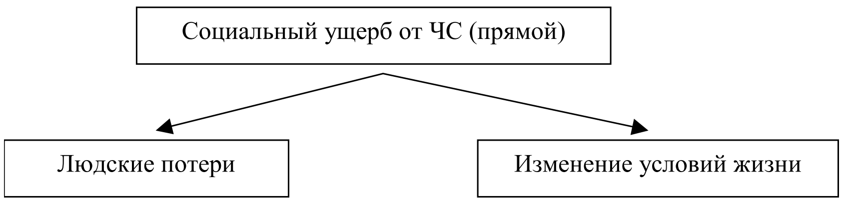


Рис. 8.7. Составляющие прямого социального ущерба от ЧС

Прямой экологический ущерб от ЧС связан с ущербом природной среды (рис. 8.8).

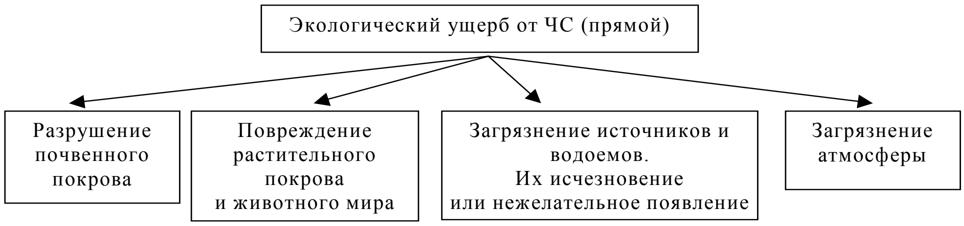


Рис. 8.8. Составляющие прямого экологического ущерба от ЧС

Основные составляющие косвенного ущерба

Косвенный ущерб включает убытки, понесенные вне зоны прямого воздействия ЧС. Как и прямой ущерб, косвенный подразделяется на экономический, экологический и социальный.

Экономический ущерб (косвенный) включает следующие составляющие:

- изменение объема и структуры выпуска продукции промышленности (по видам);
- изменение показателей эффективности в промышленности;
- преждевременное выбытие основных производственных фондов и производственных мощностей;
- ущерб, вызванный вынужденной перестройкой деятельности систем управления (дополнительные затраты на использование запасных пунктов управления, дополнительные затраты на применение передвижных средств связи).

Факторы, формирующие *косвенный социальный ущерб*, представлены на рис. 8.9.

Экологический ущерб (*косвенный*) от ЧС формируется за счет факторов, представленных на рис. 8.10.

Анализ последовательности событий и ущерба при ЧС показывает, что по мере продвижения по дереву событий (см. гл. 5) ослабевает влияние исходного события и возрастают трудности оценки косвенного ущерба. Поэтому в качестве оценки косвенного ущерба могут использоваться экспертные оценки в долях от прямого ущерба, без детализации и анализа отдельных составляющих.

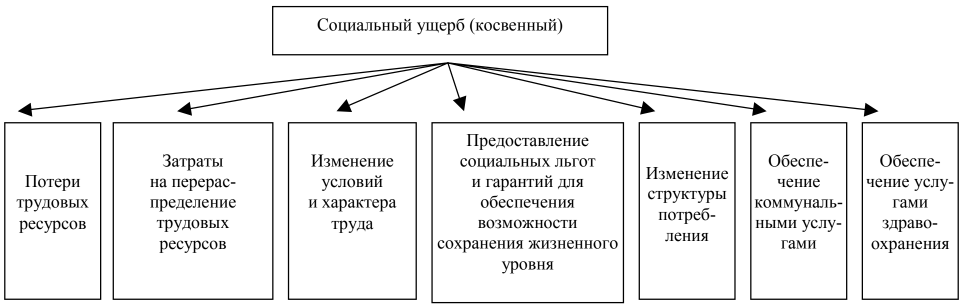


Рис. 8.9. Факторы, формирующие косвенный социальный ущерб

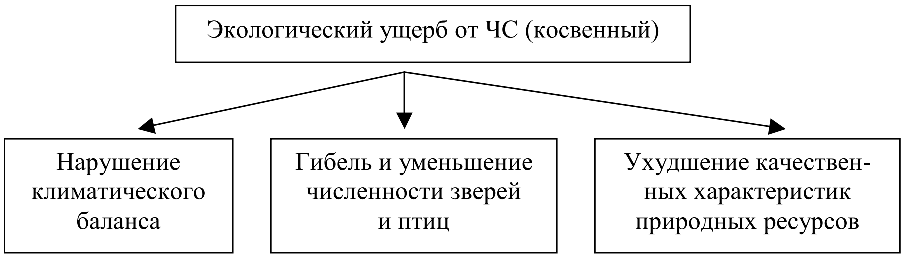


Рис. 8.10. Факторы, формирующие косвенный экологический ущерб

Переход от натуральных ущербов к экономическим эквивалентам на сегодняшний день представляет весьма сложную задачу, поскольку нормативные показатели платы за причиненный ущерб зачастую отсутствуют. Как показывает практика, приводимые статистические данные о потерях отражают лишь прямые потери (стоимость основных фондов, продуктов производства). Подобное положение характерно не только для нашей страны. Так, по расчетам американских исследователей, прямые потери при аварии на атомной станции «Три-Майл-Айленд» оцениваются немногим более 1 млрд долл. В то же время совокупные издержки по АЭС составили колоссальную величину – 130 млрд долл., которая складывается из увеличения сроков сооружения АЭС с 9 до 13 лет (55 млрд долл.), установки новых систем контроля, безопасности и переподготовки персонала на всех АЭС (38 млрд долл.), модернизации реакторов (11 млрд долл.) и прочих расходов, включая компенсационные выплаты (26 млрд долл.). Отметим, что ущерб от аналогичной аварии на Чернобыльской АЭС оценивается в РФ в пересчете по официальному курсу валют на уровне 400 млрд долл.

Было установлено, что в нефтегазовой промышленности прямые потери (ущерб имуществу, потеря рабочих дней) находятся в соотношении с реальными расходами от потерь 1:30. Это обстоятельство во многом определяет изменение стратегии поведения в отношении к вопросам безопасности для большинства зарубежных фирм, работающих в нефтегазовом комплексе.

Наиболее полно спектр экономических потерь при авариях описан в работе [81]. В настоящем исследовании проанализированы 170 аварий с максимальными экономическими потерями за тридцатилетний период (до 1991 г.), происшедших в области добычи, транспортировки и переработки углеводородного сырья. Ниже (табл. 8.5–8.8) представлены некоторые результаты этого исследования.

Таблица 8.5

Распределение экономических потерь по типам аварийных процессов [81]

Тип аварии	Процент ущерба	Суммарное количество аварий	Средний ущерб на аварию, млн $
Пожары	36	62	36,1
Взрывы облаков	35	59	59,6
Взрывы	25	43	33,6
Другие	4	6	24,7
Итого	100	170	43,2

Таблица 8.6

Распределение экономических потерь по типам аварий на различных предприятиях [81]

Предприятия	Взрывы, %	Пожары, %	Взрывы облаков, %	Другие, %
Нефтеперерабатывающие заводы	15	48	31	6
Нефтехимические заводы	46	17	37	0
Терминалы	22	44	28	6
Газоперерабатывающие заводы	0	40	60	0
Прочие объекты	7	50	36	7

Таблица 8.7

Распределение экономических потерь по причинам возникновения аварий [81]

Причина аварии	Процент потерь	Средний ущерб, млн $
Механическое разрушение	41	39,0
Ошибка эксплуатации	20	51,8
Неизвестная причина	18	38,6
Нарушение регламента процесса	8	51,1
Природные катастрофы	6	45,4
Ошибка проекта	4	57,6
Саботаж	3	26,2

Таблица 8.8

Распределение экономических потерь по типам оборудования, на котором произошел аварийный отказ [81]

Тип оборудования	Процент потерь	Средний ущерб, млн $
Трубопроводы	29	47,6
Резервуары, танки	16	42,7
Реакторы	13	67,9
Другие установки	8	27,3
Технологические барабаны	7	26,1
Морские суда	4	35,5
Неизвестное оборудование	7	39,6
Насосы-компрессоры	6	29,1
Теплообменники	4	23,8
Технологические колонны	4	58,5
Нагревательные котлы	2	18,6

Из 170 аварий 123 произошли во время нормальной работы предприятия, 43 – в период остановки, пусконаладочных работ и ремонта. При этом средний ущерб от аварий в нормальном эксплуатационном режиме в 1,5 раза меньше по сравнению с авариями в период остановки или ввода предприятия.

8.3.6. ОБЩАЯ СТРУКТУРА АНАЛИЗА ТЕХНОГЕННОГО РИСКА

Концептуальная основа анализа техногенного риска может быть представлена в виде блок-схемы (рис. 8.11) [69].

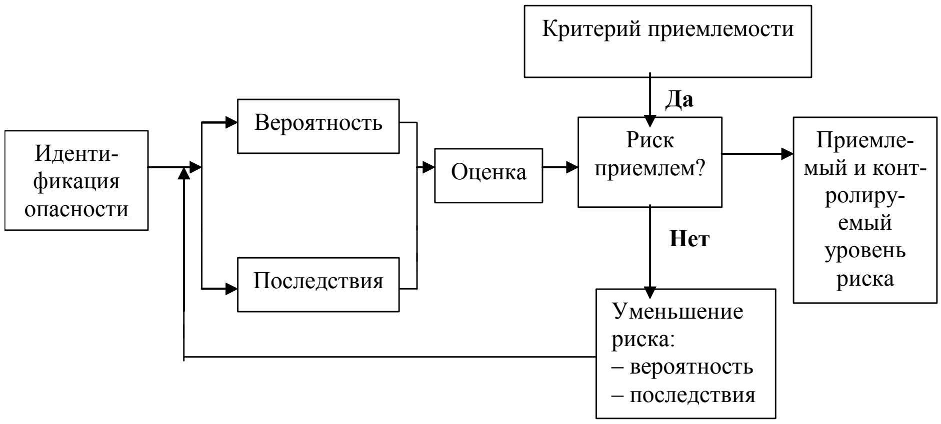


Рис. 8.11. Блок-схема анализа техногенного риска

Общая логическая последовательность количественного анализа техногенного риска состоит из следующих этапов.

- Обоснование целей и задач риска.
- Анализ технологических особенностей производственного объекта. Идентификация потенциальных опасностей и классификация нежелательных событий, способных привести к нерегламентируемым выбросам опасных веществ или скоротечным выделениям энергии.
- Определение вероятности (или частоты) возникновения нежелательных событий.
- Выделение характерных особенностей, определение интенсивностей, общих количеств и продолжительности выбросов опасных веществ или выделения энергии в окружающее пространство для всего спектра нежелательных событий.
- Определение критериев поражения, а также форм или допустимых уровней разового или систематического негативного воздействия различных источников на окружающую среду.
- Обоснование физико-математических моделей и расчет пространственно-временного переноса и распространения, а также транс-

формаций исходных факторов опасности в окружающей среде с учетом ее природно-климатической и географической специфики.

- Построение полей потенциального риска вокруг каждого из выделенных источников опасности, в пределах которых вероятно определенное негативное воздействие для соответствующих объектов.
- Расчет прямых и косвенных последствий (ущербов) негативного воздействия источников опасности на различные субъекты или группы риска с учетом конкретного количественного и пространственно-временного распределения вокруг источников.
- Анализ структуры риска. Исследование влияния различных факторов на уровень и пространственно-временное распределение риска вокруг источников.
- Оптимизация организационно-технических мероприятий по снижению риска до заданной величины [71].

8.4. МЕТОДЫ АНАЛИЗА ТЕХНОГЕННОГО РИСКА

Анализ риска является частью системного подхода к принятию политических решений, процедур и практических мер в решении задач предупреждения или уменьшения опасности промышленных аварий для жизни человека, заболеваний или травм, ущерба имуществу и окружающей среде, называемого в нашей стране обеспечением промышленной безопасности, а за рубежом – управлением риском [71].

Управление риском включает сбор и анализ информации о промышленной безопасности, анализ риска (анализ опасности) и контроль (надзор) безопасности. Анализ риска – центральное звено в обеспечении безопасности, которое базируется на собранной информации и определяет меры по контролю безопасности промышленных объектов. Процедура анализа риска – составная часть декларирования безопасности промышленного объекта, экспертизы безопасности, экономического анализа безопасности по критериям «стоимость–безопасность–выгода», страхования и других видов анализа и оценки состояния безопасности промышленных объектов и регионов, на территории которых возможны техногенные чрезвычайные ситуации.

Основная задача анализа риска заключается в том, чтобы предоставить объективную информацию о состоянии промышленного объекта лицам, принимающим решения в отношении безопасности анализируемого объекта.

Анализ риска должен дать ответы на три основных вопроса.

1. Что плохого может произойти? (Идентификация опасностей).

2. Как часто это может случаться? (Анализ частоты).

3. Какие могут быть последствия? (Анализ последствий).

Анализ риска – эффективное средство, когда определены подходы к выявлению опасностей и рисков, принимаются меры по выработке объективных решений о приемлемом уровне риска, устанавливаются требования и рекомендации по регулированию безопасности.

Анализ риска – это получение количественных оценок потенциальной опасности промышленных объектов или различных явлений.

Анализ риска включает в себя решение следующих задач:

- построение всего множества сценариев возникновения и развития аварии;
- оценку частот реализации каждого из сценариев возникновения и развития аварии;
- построение полей поражающих факторов, возникающих при различных сценариях развития аварии;
- оценку последствий воздействия поражающих факторов аварии на человека (или другие материальные объекты).

Результаты анализа риска используются:

- при разработке Декларации промышленной безопасности;
- разработке планов ликвидации аварий;
- разработке иных документов в области промышленной безопасности и предупреждения и ликвидации ЧС;
- страховании;
- разработке программ снижения внеплановых потерь;
- планировании строительства.

В качестве показателей ущерба рассматриваются:

- различные виды ущерба для жизни и здоровья людей (количество погибших, пострадавших, эвакуированных);
- технические ущербы (разрушение систем, возникновение отдельных явлений аварии);
- экологические последствия (количество выбросов в окружающую среду, загрязненная площадь);
- материальные потери имущества, ответственность перед третьими лицами, ущербы от перерывов производства.

Указанные показатели ущерба рассчитываются для каждого сценария аварий и обусловленной ею чрезвычайной ситуации вместе с ожидаемой частотой реализации сценария. Полученные в расчетах данные (количество возможных сценариев достигает для сложных установок сотен тысяч) используются для определения рисков.

Анализ рассчитанных показателей риска позволяет количественно описать уровень безопасности объекта, доказательно утверждать соблюдение требований национального законодательства, международной практики, адекватно учитывать местные особенности, выбирать различные варианты решений страхования объекта, выявлять слабые места и обосновывать программу повышения безопасности.

Процесс анализа риска должен содержать последовательность основных процедур:

а) планирование и организация работ;

б) идентификация опасностей;

в) оценка риска;

г) разработка рекомендаций по уменьшению риска (управлению риском).

На каждом этапе анализа риска должна оформляться документация.

8.4.1. ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТ

На этапе планирования работ необходимо [71]:

- описать причины и проблемы, которые вызвали необходимость проведения анализа;
- определить анализируемую систему и дать ее описание;
- подобрать необходимую группу исполнителей для проведения анализа;
- определить и описать источники информации о безопасности системы;
- указать ограничения исходных данных, финансовых ресурсов и другие возможности, определяющие глубину, полноту и деятельность анализа;
- четко определить цели анализа;
- выбрать методологию, методы анализа риска;
- определить критерии приемлемого риска;

На различных этапах жизненного цикла опасного объекта могут определяться конкретные цели анализа риска.

На этапе размещения или проектирования целью анализа риска может быть:

- выявление опасностей и количественная оценка риска с учетом воздействия поражающих факторов аварии на персонал, население, материальные объекты, окружающую природную среду;
- обеспечение учета результатов при анализе приемлемости предложенных решений и выборе оптимальных вариантов размещения оборудования, объекта с учетом особенностей окружающей местности;
- обеспечение информацией для разработки инструкций, технологического регламента и планов ликвидации аварийных ситуаций, действий в чрезвычайных ситуациях;
- оценка альтернативных конструкторских предложений.

На этапе эксплуатации и реконструкции целью анализа может быть:

- сравнение условий эксплуатации объекта с соответствующими требованиями безопасности;
- уточнение информации об основных опасностях;
- разработка рекомендаций по организации деятельности органов Госгортехнадзора (например, по обоснованию, изменению нормативных требований или решения о взятии объекта под надзор, по вопросам лицензирования, определения частоты проверок состояния безопасности производств и т. п.);
- совершенствование инструкций по эксплуатации и техническому обслуживанию, планов локализации аварийных ситуаций и действий в чрезвычайных ситуациях;
- оценка эффекта изменения в организационных структурах, приемах практической работы и технического обслуживания в отношении параметров безопасности.

На этапе вывода из эксплуатации (или ввода в эксплуатацию) целью анализа риска может быть:

- выявление опасностей и оценка последствий аварий;
- обеспечение информацией для разработки, уточнения инструкций по выводу из эксплуатации (вводу в эксплуатацию).

При выборе метода анализа риска следует учитывать сложность рассматриваемых процессов, наличие необходимых данных и квалификацию привлекаемых специалистов, проводящих анализ. При этом более простые, но ясные методы анализа должны иметь предпочтение перед более сложными, но не до конца ясными и методически обеспеченными. Приоритетными в использовании являются методические материалы, согласованные или утвержденные Госгортехнадзором или МЧС России.

Основой для определения приемлемой степени риска в общем случае должны служить:

- законодательство по промышленной безопасности;
- правила, нормы безопасности в анализируемой области;
- дополнительные требования специально уполномоченных органов, влияющие на повышение промышленной безопасности;
- опыт практической деятельности.

8.4.2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОПАСНОСТЕЙ

Основная задача этапа идентификации опасностей – выявление (на основе информации о безопасности данного объекта, данных экспертизы и опыта работы подобных систем) и четкое описание всех присущих системе опасностей [71].

На начальном этапе идентификации проводится предварительный анализ с целью выявления опасных подсистем (блоков) технологической системы промышленного объекта. Критерий опасности подсистем на данном этапе – распределение в технологической системе опасных веществ и (или) их смесей с учетом возможности их неконтролируемого истечения (выброса), наличие источников их воспламенения (взрыва) и внешних (техногенных, природных) опасностей.

Результаты предварительного анализа и применение методов идентификации опасностей дают возможность определить, какие элементы, блоки или процессы в технологической системе требуют более серьезного анализа и какие представляют меньший интерес с точки зрения безопасности.

Результат идентификации опасностей – перечень нежелательных событий, приводящих к аварии. Идентификация опасностей завершается также выбором дальнейшего направления деятельности. Это может быть:

- решение прекратить дальнейший анализ ввиду незначительности опасностей;

- решение о проведении более деятельного анализа риска;
- выработка рекомендаций по уменьшению опасностей.

При необходимости после идентификации опасностей переходят к этапу оценки риска. На этапе оценки риска выявленные опасности должны быть оценены с точки зрения их соответствия критериям приемлемого риска. При этом и критерии приемлемого риска, и соответственно результаты оценки риска могут быть выражены как качественно (в виде текста, таблиц), так и количественно путем расчета показателей риска.

Важно подчеркнуть, что использование сложных и дорогостоящих расчетов зачастую дает значение риска, точность которого для сложных технических систем невелика. Как показывает практика, погрешность значений вероятностных оценок риска даже при наличии всей необходимой информации, как правило, не менее одного порядка. В этом случае проведение полной количественной оценки риска более полезно для сравнения источников опасностей или различных мер безопасности (например, при размещении оборудования), чем для составления заключения о степени безопасности объекта. Поэтому на практике в первую очередь следует применять качественные методы анализа риска, опирающиеся на продуманную процедуру, специальные вспомогательные средства (бланки, детальные методические руководства) и практический опыт исполнителей. Однако количественные методы оценки риска всегда очень полезны, а в некоторых ситуациях и единственно допустимы для сравнения опасностей различной природы или для иллюстрации результатов.

Оценка риска включает в себя анализ частоты, анализ последствий выявленных событий и анализ неопределенностей результатов. Однако когда последствия незначительны или частота рассматриваемых событий крайне мала, достаточно оценить один параметр.

Для анализа и оценки частоты обычно используются следующие подходы:

- использование статистических данных по аварийности и надежности технологической системы, соответствующих типу объекта или виду деятельности;
- использование логических методов анализа «деревьев событий» или «деревьев отказов»;
- экспертная оценка с учетом мнения специалистов в данной области.

Обеспечение необходимой информацией – важное условие оценки риска. Из-за недостатка статистических данных на практике рекомендуется использовать экспертные оценки и методы ранжирования риска, основанные на упрощенных методах его оценки. В этих подходах рассматриваемые события обычно разбиваются по величине вероятности, тяжести последствий и риска на несколько групп (категорий, рангов), например с высоким, промежуточным, низким или незначительным уровнем риска. При таком подходе высокий уровень риска считается, как правило, неприемлемым, промежуточный требует выполнения программы работ по его уменьшению, низкий считается приемлемым, а незначительный вообще не рассматривается.

8.4.3. ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ РИСКА

1. Методы проверочного листа (Check-List) и «Что будет, если…?» (What – It) или их комбинация относятся к группе качественных методов оценки опасности, основанных на изучении соответствия условий эксплуатации объекта или проекта действующим требованиям промышленной безопасности.

Результат проверочного листа – перечень вопросов и ответов о соответствии объекта требованиям безопасности и указания по ее обеспечению. Метод проверочного листа отличается от «Что будет, если…?» более обширным представлением исходной информации и результатов о последствиях нарушений безопасности.

Эти методы наиболее просты (особенно при обеспечении их вспомогательными формами, унифицированными бланками, позволяющими на практике проводить анализ и представление результатов), недороги (результаты могут быть получены одним человеком в течение одного дня) и наиболее эффективны при исследовании безопасности хорошо изученных объектов с известной технологией или объектов с незначительным риском крупной аварии.

2. Анализ вида и последствий отказов (АВПО, Failure Mode and Effects Analysis – FMEA) применяется для качественной оценки безопасности технических систем. Существенной чертой этого метода является рассмотрение каждого аппарата (установки, блока, изделия) или составной части системы (элемента) для выявления того, как он стал неисправным (вид и причина отказа) и как этот отказ воздействует на техническую систему (последствия отказа).

Анализ вида и последствий отказа можно расширить до количественного анализа вида, последствий и критичности отказа (АВПКО, Failure Mode, Effects and Critical Analysis – FMECA). В этом случае каждый вид отказа ранжируется с учетом двух составляющих критичности – вероятности (или частоты) и тяжести последствий отказа. Понятие критичности близко к понятию риска и может быть использовано при более детальном количественном анализе риска аварии. Результаты анализа представляются в виде таблиц с перечнем оборудования, вида и причин возможных отказов, частоты, последствий, критичности, средств обнаружения неисправности (сигнализаторы, приборы контроля и т.п.) и рекомендаций по уменьшению опасности.

В табл. 8.9 приведены рекомендуемые показатели (индексы) уровня и критерии критичности по вероятности и тяжести последствий отказа (события). При анализе необходимо выделять четыре группы, которым может быть нанесен ущерб от аварии: персонал, население, окружающая среда, материальные объекты (оборудование и сооружения промышленного предприятия и близлежащих населенных пунктов).

Таблица 8.9

Матрица «вероятность–тяжесть последствий»

Ожидаемая частота возникновения (1/год)		Тяжесть последствий			
		Катастрофический отказ	Критический отказ	Некритический отказ	Отказ с пренебрежимо малыми последствиями
Частый отказ	>1	*A*	*A*	*A*	*C*
Вероятный отказ	$1–10^{-2}$	*A*	*A*	*B*	*C*
Возможный отказ	$10^{-2}–10^{-4}$	*A*	*B*	*B*	*C*
Редкий отказ	$10^{-4}–10^{-4}$	*A*	*B*	*C*	*D*
Практически невероятный отказ	$<10^{-4}$	*B*	*C*	*C*	*D*

В табл. 8.9 приведены следующие критерии отказов по тяжести последствий:

- катастрофический – приводит к смерти людей, наносит существенный ущерб объекту и невосполнимый ущерб окружающей среде;
- критический (некритический) – угрожает (не угрожает) жизни людей, потерей объекта, окружающей среде;
- с пренебрежимо малыми последствиями – не относящимися по своим последствиям ни к одной из первых трех категорий.

Категории отказов (степень риска отказа):

A – обязателен детальный анализ риска, требуются особые меры безопасности для снижения риска;

B – желателен детальный анализ риска, требуются меры безопасности;

C – рекомендуется проведение анализа риска и принятие мер безопасности;

D – анализ и принятие мер безопасности не требуются.

Критерии, приведенные в табл. 8.9, могут применяться для ранжирования опасности и определения степени риска всего промышленного объекта. В этом случае ранг *A* соответствует наиболее высокой (неприемлемой) степени риска объекта, требующей незамедлительных мер по обеспечению безопасности. Соответственно показатели *B*, *C* отвечают промежуточным степеням риска, а ранг *D* – наиболее безопасным условиям. Проблема заключается в учете вкладов рисков неполадок (отказов) составных частей промышленного объекта в общий риск аварии.

Методы АВПО, АВПКО применяются для анализа проектов сложных технических систем или при модификации опасных производств. Выполняются группой специалистов, состоящей из трех-семи человек, в течение нескольких дней, недель.

3. В методе анализа опасности и работоспособности (АОР, Hazard and Operability Study – HAZOP) исследуется влияние отклонений технологических параметров (температуры, давления и др.) от регламентных режимов с точки зрения возникновения опасности. АОР по сложности и качеству результатов соответствует уровню АВПО, АВПКО. В процессе анализа для каждой производственной линии и блока определяются возможные отклонения, причины и указания по их недопущению. При характеристике отклонения используются

ключевые слова «нет», «больше», «меньше», «так же, как», «другой», «иначе, чем», «обратный» и т.п. Применение ключевых слов помогает исполнителям выявить все возможные отклонения. Конкретное сочетание этих слов с технологическими параметрами определяется спецификой производства.

Примерное содержание ключевых слов следующее:

• НЕТ – отсутствие прямой подачи вещества, когда она должна быть;

• БОЛЬШЕ (МЕНЬШЕ) – увеличение (уменьшение) значений режимных переменных по сравнению с заданными (температуры, давление, потока);

• ТАК ЖЕ, КАК – появление дополнительных компонентов (воздух, вода, примеси);

• ДРУГОЙ – состояние, отличающееся от обычной работы установки (пуск, остановка, повышение производительности и т. д.);

• ИНАЧЕ, ЧЕМ – полное замещение процесса, непредвиденное событие, разрушение, разгерметизация оборудования;

• ОБРАТНЫЙ – логическая противоположность замыслу, появление обратного потока вещества.

Результаты анализа представляются на специальных технологических листах (таблицах). Степень опасности отклонений может быть определена количественно с помощью оценки вероятности и тяжести последствий рассматриваемой ситуации по критериям критичности аналогично методу АВПКО (табл. 8.9).

Отметим, что метод АОР, так же как АВПКО, кроме идентификации опасностей и их ранжирования позволяет выявить неясности и неточности в инструкциях по безопасности и способствует их дальнейшему совершенствованию. Недостатки методов связаны с трудностями их применения для анализа комбинаций событий, приводящих к аварии.

4. Логико-графические методы анализа «деревьев отказов и событий». Практика показывает, что возникновение и развитие крупных аварий, как правило, характеризуется комбинацией случайных локальных событий, происходящих с различной частотой на разных стадиях аварии (отказы оборудования, человеческие ошибки, внешние воздействия, разрушение, выброс, пролив вещества, рассеяние веществ, воспламенение, взрыв, интоксикация и т. д.). Для выявления

причинно-следственных связей между этими событиями используют логико-графические методы анализа «деревьев отказов и событий».

При анализе деревьев отказов (АДО, Fault Tree Analysis – FTA) выявляются комбинации отказов (неполадок) оборудования, ошибок персонала и внешних (техногенных, природных) воздействий, приводящих к основному событию (аварийной ситуации). Метод используется для анализа возможных причин возникновения аварийной ситуации и расчета ее частоты (на основе знания частот исходных событий).

Анализ дерева событий (АДС, Event Tree Analysis – ETA) – алгоритм построения последовательности событий, исходящих из основного события (аварийной ситуации), – используется для анализа развития аварийной ситуации. Частоту каждого сценария развития аварийной ситуации рассчитывают умножением частоты основного события на вероятность конечного события (например, аварии с разгерметизацией аппарата с пожаровзрывоопасным веществом в зависимости от условий могут развиваться как с воспламенением, так и без воспламенения вещества).

Методы деревьев отказов и событий трудоемки и применяются, как правило, для анализа проектов или модернизации сложных технических систем и производств.

5. Методы количественного анализа риска характеризуются расчетом показателей риска. Проведение количественного анализа требует высокой квалификации исполнителей, большого объема информации по аварийности, надежности оборудования, учета особенностей окружающей местности, метеоусловий, времени пребывания людей на территории и вблизи объекта, плотности населения и других факторов. Количественный анализ риска наиболее эффективен:

- на стадии проектирования и размещения опасных установок и объектов;
- при оценке безопасности объектов, имеющих однотипное оборудование (например, магистральные трубопроводы);
- при необходимости получения комплексной оценки воздействия аварий на людей, материальные объекты и окружающую природную среду;
- при разработке приоритетных мер по подготовке к чрезвычайным ситуациям в регионе, насыщенном опасными промышленными объектами.

Анализ последствий включает оценку воздействий на людей, имущество или окружающую среду. Для прогнозирования последствий необходимо оценить физические эффекты нежелательных событий (пожары, взрывы, выбросы токсичных веществ). В связи с этим надо использовать модели аварийных процессов и критерии поражения изучаемых объектов воздействия, понимать их ограничения [71].

На этапе оценки риска следует проанализировать неопределенность и точность результатов. Имеется много неопределенностей, связанных с оценкой риска. Как правило, основные источники неопределенностей – недостаток информации по надежности оборудования (высокая погрешность значений) и человеческим ошибкам, а также принимаемые предположения, допущения используемых моделей аварийного процесса. Чтобы правильно интерпретировать результаты оценки риска, необходимо понимать неопределенности и их причины. Анализ неопределенности – это перевод неопределенности исходных параметров и предположений, использованных при оценке риска, в неопределенность результатов. Источники неопределенности должны быть идентифицированы и представлены в результатах. При необходимости на заключительном этапе оценки определяется степень риска всего объекта с помощью анализа и обобщения показателей риска выявленных событий.

8.4.4. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО УМЕНЬШЕНИЮ РИСКА

Разработка рекомендаций по уменьшению риска (управлению риском) – заключительный этап анализа риска. Рекомендации могут признать существующий риск приемлемым или указать меры по его уменьшению (или в общем случае меры по управлению им). Меры по уменьшению риска могут иметь технический или организационный характер. В выборе типа меры решающее значение имеет общая оценка действительности мер, влияющих на риск.

На стадии эксплуатации опасного объекта организационные меры могут компенсировать ограниченные возможности для принятия крупных технических мер по уменьшению опасности.

При разработке мер по уменьшению риска необходимо учитывать, что из-за возможной ограниченности ресурсов в первую очередь должны разрабатываться простейшие и связанные с наименьшими затратами рекомендации, а также меры на перспективу. Во всех случаях, где это возможно, меры по уменьшению вероятности аварии должны иметь приоритет над мерами по уменьшению последствий аварий. Это означает, что выбор технических и организационных мер для уменьшения опасности имеет следующие приоритеты:

а) меры по уменьшению вероятности возникновения аварийной ситуаций, включающие:

• меры по снижению вероятности возникновения неполадки (отказа);

• меры по уменьшению вероятности перерастания неполадки в аварийную ситуацию;

б) меры по снижению тяжести последствий аварии, которые, в свою очередь, имеют следующие приоритеты:

• меры, предусматриваемые при проектировании опасного объекта (например, выбор несущих конструкций);

• меры, относящиеся к системам противоаварийной защиты и контроля;

• меры, касающиеся организации, оснащенности и боеготовности противоаварийных служб.

Иными словами, в общем случае (при равной возможности реализации рекомендаций) первоочередными мерами по обеспечению безопасности являются меры по предупреждению аварии.

8.4.5. МЕТОДЫ ПРОВЕДЕНИЯ АНАЛИЗА РИСКА

При выборе методов проведения анализа риска необходимо учитывать разработки системы, цели анализа, критерии приемлемого риска, тип анализируемой системы и характер опасности, наличие ресурсов для проведения анализа необходимой информации, опыт и квалификацию исполнителей и другие факторы [71].

Метод анализа риска должен удовлетворять следующим требованиям:

• должен быть научно обоснован и соответствовать рассматриваемой системе;

• должен давать результаты в виде, позволяющем лучше понимать характер риска и намечать пути его снижения;

• должен быть повторяемым и проверяемым.

На стадии идентификации опасностей рекомендуется использовать один или несколько из перечисленных ниже методов анализа риска:

- «Что будет, если…?»;
- проверочный лист;
- комбинацию методов «Что будет, если…?»/проверочный лист;
- анализ опасности и работоспособности;
- анализ вида и последствий отказов;
- анализ дерева отказов;
- анализ дерева событий;
- соответствующие эквивалентные методы.

Указания по выбору методов анализа риска для различных видов деятельности и этапов функционирования объекта представлены в табл. 8.10.

Таблица 8.10

Рекомендации по выбору методов анализа риска

Метод	Вид деятельности				
	Размещение	Ввод в эксплуатацию	Проектирование	Эксплуатация	Реконструкция
Анализ «Что будет, если…?	0	++	+	++	+
Метод проверочного листа	0	+	+	++	+
Анализ опасности и работоспособности	0	+	++	+	++
Анализ видов и последствий отказов	0	+	++	+	++
Анализ деревьев отказов и событий	0	+	++	+	++
Количественный анализ риска	++	0	++	+	++

В таблице приняты следующие обозначения:

0 – наименее подходящий метод анализа;

+ – рекомендуемый метод;

++ – наиболее подходящий метод.

Методы могут применяться изолированно или в дополнение друг к другу, причем качественные методы могут включать количественные критерии риска (в основном по экспертным оценкам с использованием, например, матрицы «вероятность – тяжесть последствий» ранжирования опасности). Полный количественный анализ риска может включать все указанные методы.

8.4.6. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ АНАЛИЗА РИСКА

Результаты анализа риска необходимо обосновать и оформить таким образом, чтобы выполненные расчеты и выводы могли быть проверены и повторены специалистами, которые не участвовали при первоначальном анализе [71].

Процесс анализа риска должен документироваться отчетом. Объем отчета зависит от целей анализа, однако документация должна включать следующие разделы:

- титульный лист;
- список исполнителей с указанием должностей, научных званий, организации;
- аннотацию;
- содержание (оглавление);
- задачи и цели;
- описание анализируемой технологической системы;
- методологию анализа, исходные предположения и ограничения, определяющие пределы анализа риска;
- описание используемых методов анализа, моделей аварийных процессов и обоснование их применения;
- исходные данные и их источники, в том числе данные по аварийности и надежности оборудования;
- результаты идентификации опасности;
- результаты оценки риска;
- анализ неопределенностей результатов;
- рекомендации по уменьшению степени риска или управлению риском;
- заключение;
- список используемой литературы.

На основе сказанного можно сделать вывод о том, что, благодаря методам проведения анализа риска уменьшается опасность промышленных аварий для жизни человека, заболеваний или травм, ущерб имуществу и окружающей среде.

Анализ риска – процесс достаточно трудоемкий и требует детального анализа целого ряда факторов. В связи с этим следует принять меры по изучению производства и ужесточить отбор кадров в подразделения, занимающиеся анализом риска на начальной стадии проектирования производства в целом, и заводов в частности.

Необходимо также на каждом предприятии издать «Инструкции по действиям в случае чрезвычайного положения», а также предоставить объективную информацию всем работникам предприятия о состоянии промышленного объекта, на котором они работают.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение понятию «риск».
2. Дайте математическое определение риска.
3. Как классифицируют риски в зависимости от причины возникновения?
4. Какие выделяют категории риска с точки зрения применения понятия риска при анализе и управлении техногенной безопасностью?
5. Что такое индивидуальный риск?Что определяет коллективный риск?
6. Раскройте понятие «потенциальный территориальный риск».
7. Что характеризует социальный риск?
8. Раскройте понятие «экологический риск».
9. В чем заключаются проблемы техногенной безопасности?
10. Перечислите группы потенциально опасных объектов и технологий.
11. Каковы причины природных и техногенных катастроф?
12. Что включает в себя понятие сейсмического риска?
13. Что понимают под опасностью техногенного характера?
14. Что относится к технологическим опасностям?
15. Что относится к инициирующим событиям?
16. Перечислите промежуточные события, способствующие эскалации аварий.
17. Перечислите промежуточные события, способствующие снижению риска.

18. Перечислите возможные исходы и последствия аварий.
19. Какова структура полного ущерба?
20. Что понимают под прямым ущербом?
21. Какие выделяют виды прямого ущерба?
22. Что понимают под косвенным ущербом?
23. Какие составляющие включает косвенный экономический ущерб?
24. Перечислите факторы, формирующие косвенный социальный ущерб.
25. Перечислите факторы, формирующие косвенный экологический ущерб.
26. Раскройте понятие «анализ риска».
27. Решение каких задач включает в себя анализ риска?
28. Перечислите последовательность основных процедур процесса анализа риска.
29. Что необходимо обеспечить на этапе планирования работ?
30. Что является целью анализа риска на этапе размещения или проектирования опасного объекта?
31. Что является целью анализа риска на этапе эксплуатации и реконструкции опасного объекта?
32. Что является целью анализа риска на этапе вывода из эксплуатации (или ввода в эксплуатацию) опасного объекта?
33. В чем заключается основная задача этапа идентификации опасностей?
34. Что подразумевает результат идентификации опасностей?
35. Что включает в себя оценка риска?
36. Дайте краткую характеристику методов риска.
37. Перечислите меры по уменьшению риска.
38. Каким требованиям должен удовлетворять метод риск-анализа?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Надежность и эффективность в технике. В 10 т. Т. 1. Методология, организация, терминология: справочник. – Москва: Машиностроение, 1986. – 224 с.

2. *Сотсков Б. С.* Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники / Б. С. Сотсков. – Москва: Высшая школа, 1970. – 272 с.

3. *Наумов В. А.* Основы надежности и долговечности в машиностроении / В. А. Наумов; Омский политехн. ин-т. – Омск, 1972. – 332 с.

4. *Болотин В. В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В. В. Болотин. – Москва: Машиностроение, 1984. – 312 с.

5. *Хенли Э.* Надежность технических систем и оценка риска / Э. Хенли, Х. Кумамото. – Москва: Машиностроение, 1984. – 528 с.

6. *Надежность* технических систем / Е. В. Сугак [и др.]; НИИ СУВПТ. – Красноярск, 2000. – 608 с.

7. *Буравлев А. И.* Управление техническим состоянием динамических систем / А. И. Буравлев, Б. И. Доценко, И. Е. Казаков. – Москва: Машиностроение, 1995. – 240 с.

8. *Гуськов А. В.* Надежность технических систем и техногенный риск: учебник / А. В. Гуськов, К. Е. Милевский; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 427 с.

9. *Гуськов А. В.* Надежность технических систем и техногенный риск. Ч. 1 / А. В. Гуськов; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. –148 с.

10. *Гуськов А. В.* Надежность технических систем и техногенный риск. Ч. 3 / А. В. Гуськов, К. Е. Милевский; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – 220 с.

11. *Гуськов А. В.* Надежность технических систем и техногенный риск. Ч. 2 / А. В. Гуськов, К. Е. Милевский; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 196 с.

12. *Ковалев А. П.* Экономическое обеспечение надежности машин / А. П. Ковалев, В. И. Кантор, А. Б. Можаев. – Москва: Машиностроение, 1991. – 240 с.

13. Машиностроение. Т. IV-3. Надежность машин: энциклопедия. – Москва: Машиностроение, 1998. – 592 с.

14. ГОСТ 15467–79. Управление качеством продукции. Основные понятия. Термины и определения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://cert.obninsk.ru/gost/1083/1083.html (дата обращения: 02.06.2016).

15. ГОСТ 27.002–89. Надежность в технике. Термины и определения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://cert.obninsk.ru/dump/alldoc (дата обращения: 02.06.2016).

16. *Кубарев А. И.* Надежность в машиностроении / А. И. Кубарев. – Москва: Изд-во стандартов, 1989. – 224 с.

17. ГОСТ 27.003–90. Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://cert.obninsk.ru/gost/279/279.html (дата обращения: 02.06.2016).

18. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 2-е изд., стер. – Москва: Высшая школа, 2000. – 480 с.

19. Р 50.1.033–2001. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Ч. 1. Критерии по применению. – Москва: Изд-во стандартов, 2002. – 87 с.

20. *Лемешко Б. Ю.* Непараметрические критерии согласия: руководство по применению: монография / Б. Ю. Лемешко. – Москва: ИНФРА-М, 2002. – 163 с.

21. *Лемешко Б. Ю.* Критерии проверки отклонения распределения от нормального закона: руководство по применению: монография / Б. Ю. Лемешко. – Москва: ИНФРА-М, 2015. – 160 с.

22. *Лемешко Б. Ю.* Критерии проверки отклонения распределения от равномерного закона: руководство по применению: монография / Б. Ю. Лемешко, П. Ю. Блинов. –Москва: ИНФРА-М, 2015. – 183 с.

23. Математическая статистика / В. М. Иванова [и др.]. – Москва: Высшая школа, 1975. – 398 с.

24. Вопросы математической теории надежности / Е. Ю. Барзилович [и др.]. – Москва: Радио и связь, 1983. – 376 с.

25. *Гихман И. И.* Теория вероятностей и математическая статистика / И. И. Гихман, А. В. Скороход, М. И. Ядренко. – Киев: Вища школа, 1988. – 439 с.

26. *Ивашев-Мусатов О. С.* Теория вероятностей и математическая статистика / О. С. Ивашев-Мусатов. – Москва: Наука, 1979. – 256 с.

27. *Козлов М. А.* Введение в математическую статистику / М. А. Козлов, А. В. Прохоров. – Москва: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1987. – 263 с.

28. *Коваленко И. Н.* Теория вероятностей и математическая статистика / И. Н. Коваленко, А. А. Филиппова. – Москва: Высшая школа, 1982. – 256 с.

29. *Гнеденко Б. В.* Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – Москва: Наука, 1965. – 524 с.

30. *Баруча-Рид А. Я.* Работы по математической теории массового обслуживания / А. Я. Баруча-Рид. – Москва: Наука, 1969. – 511 с.

31. *Оре О.* Теория графов / О. Оре. – Москва: Наука, 1980. – 336 с.

32. *Уилсон Р.* Введение в теорию графов / Р. Уилсон. – Москва: Мир, 1977. – 208 с.

33. *Бронштейн И. Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва: Наука, 1981. – 720 с.

34. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 1972. – 368 с.

35. Исследование микроструктуры и распределения микротвердости металла оболочки изделия после редуцирования (холодной деформации) на оправке / А. В. Гуськов, Т. В. Журавина, К. Е. Милевский, Д. В. Павлюкова // Обработка металлов (Технология, оборудование, инструменты). – 2012. – № 4. – С. 63–67.

36. *Хазов Б. Ф.* Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования / Б. Ф. Хазов, Б. А. Дидусев. – Москва: Машиностроение, 1986. – 224 с.

37. *Труханов В. М.* Методы обеспечения надежности машиностроения / В. М. Труханов. – Москва: Машиностроение, 1995. – 304 с.

38. *Райншке К.* Оценка надежности систем с использованием графов / К. Райншке, К. Райншке. – Москва: Радио и связь, 1988. – 208 с.

39. *Болотин В. В.* Случайные колебания упругих систем / В. В. Болотин. – Москва: Наука, 1979. – 336 с.

40. *Augusti G.* Probabilistis methods in structural engineering / G. Augusti, A. Baratta, F. Casciati. – London: Chapman and Hall, 1984. – 556 p.

41. *Madsen H. O.* Methods of structural safety / H. O. Madsen, S. Krenk, N. C. Zing. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice–Hall, 1986. – 403 p.

42. *Александров А. В.* Сопротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, В. П. Державин. – Москва: Высшая школа, 2000. – 560 с.

43. *Болотин В. В.* Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В. В. Болотин. – Москва: Стройиздат, 1982. – 351 с.

44. *Королюк В. С.* Полумарковские процессы и их приложения / В. С. Королюк, А. Ф. Турбин. – Киев: Наукова думка, 1976. – 184 с.

45. *Емелин Н. М.* Обработка систем технического обслуживания летательных аппаратов / Н. М. Емелин. – Москва: Машиностроение, 1995. – 128 с.

46. *Розанов Ю. А.* Введение в теорию случайных процессов / Ю. А. Розанов. – Москва: Наука, 1982. – 127 с.

47. *Гнеденко Б. В.* Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. – Москва: Наука, 1987. – 336 с.

48. Вопросы математической теории надежности / Е. Ю. Барзилович [и др.]. – Москва: Радио и связь, 1983. – 376 с.

49. *Половко А. М.* Основы теории надежности / А. М. Половко. – Москва: Наука, 1964. – 446 с.

50. Сборник задач по теории надежности / под ред. А. М. Половко, И. М. Маликова. – Москва: Советское радио, 1972. – 407 с.

51. *Кондрашкова Г. А.* Надежность измерительных устройств в целлюлозно-бумажной промышленности / Г. А. Кондрашкова, Е. П. Фесенко. – Москва: Лесная промышленность, 1978. – 160 с.

52. Надежность систем управления химическими производствами / Б. Ф. Палюх [и др.]. – Москва: Химия, 1987. – 178 с.

53. Надежность технических систем: справочник / под ред. И. А. Ушакова. – Москва: Радио и связь, 1985. – 608 с.

54. *Рябинин И. А.* Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем / И. А. Рябинин, Г. Н. Черкесов. – Москва: Радио и связь, 1981. – 264 с.

55. Надежность и эффективность в технике. В 10 т. Т. 5. Проектный анализ надежности: справочник. – Москва: Машиностроение, 1988 – 316 с.

56. Обеспечение и методы оптимизации надежности химических и нефтеперерабатывающих производств / В. В. Кафаров [и др.]. – Москва: Химия, 1987. – 272 с.

57. *Кафаров В. В.* Принципы математического моделирования химико-технологических систем / В. В. Кафаров, В. Л. Перов, В. П. Мешалкин. – Москва: Химия, 1974. – 344 с.

58. *Жилинский И. Б.* Основы надежности и долговечности / И. Б. Жилинский. – Москва: Моск. ин-т хим. машиностроения, 1976. – 154 с.

59. *Барлоу Р. Е.* Математическая теория надежности / Р. Е. Барлоу, Ф. Прошан. – Москва: Советское радио, 1969. – 541 с.

60. *Райкин А. Л.* Вероятностные модели функционирования резервных устройств / А. Л. Райкин. – Москва: Наука, 1968. – 303 с.

61. *Решетов Д. И.* Надежность машин / Д. И. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев. – Москва: Высшая школа, 1988.

62. Подшипники качения: справочник-каталог / под ред. В. А. Нарышкина, Р. В. Коросташевского. – Москва: Машиностроение, 1982.

63. *Канарчук В. Е.* Основы надежности машин / В. Е. Канарчук. – Киев: Наукова думка, 1982. – 245 с.

64. *Кугель Р. В.* Испытание на надежность машин и их элементов / Р. В. Кугель. – Москва: Машиностроение, 1982.

65. ГОСТ 16504–81. Система государственных испытаний продукции. Испытание и контроль качества продукции. Основные термины и определения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.statgen.buildmarket (дата обращения: 02.06.2016).

66. *Финебейн Ф. И.* Методы оценки надежности по результатам испытаний / Ф. И. Финебейн. – Москва: Знание, 1973.

67. *Судаков Р. С.* Испытание систем: выбор объемов и продолжительности / Р. С. Судаков. – Москва: Машиностроение, 1988.

68. *Вальд А.* Последовательный анализ / А. Вальд. – Москва: Физматгиз, 1960.

69. *Ллойд Д.* Надежность / Д. Ллойд, М. Линов. – Москва: Советское радио, 1964.

70. *Проников А. С.* Программный метод испытания металлорежущих станков / А. С. Проников. – Москва: Машиностроение, 1985.

71. *Суслов А. Г.* Технологическое обеспечение параметров состояния поверхностного слоя деталей / А. Г. Суслов. – Москва: Машиностроение, 1987.

72. Проблемы надежности и риска в машиностроении / под ред. К. В. Фролова, А. П. Гусенокова. – Москва: Наука, 1986.

73. Техническая диагностика. Т. 9. Надежность и эффективность в технике: справочник / под ред.: В. В. Клюева, П. П. Пархоменко. – Москва: Машиностроение, 1987.

74. Экспериментальная обработка и испытания. Т. 6. Надежность и эффективность в технике: справочник / под ред. Р. С. Судакова, О. И. Тескина. – Москва: Машиностроение, 1989.

75. *Козлов А. Г.* Надежность и взаимодействие машин / А. Г. Козлов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1995.

76. *Проников А. С.* Надежность машин / А. С. Проников. – Москва: Машиностроение, 1978.

77. *Алымов В.Т.* Анализ техногенного риска / В.Т. Алымов, В.П. Кранчатов, И.П. Тарасова. – Москва: Круглый год, 1999.

78. *Измалков В. И.* Безопасность и риск при техногенных воздействиях / В. И. Измалков, А. В. Измалков. – Москва; Санкт-Петербург: [б. и.], 1994.

79. Методические указания по проведению анализа риска опасных промышленных объектов: РД 08-120-96 [Электронный ресурс]: (утв. постановлением Госгортехнадзора РФ от 10 июля 2001 г. № 30). – Режим

доступа: http://www.jurbase.ru/texts/sector080/tes80215.htm (дата обращения: 02.06.2016).

80. *Белов П. Г.* Теоретические основы системной инженерии безопасности / П. Г. Белов. – Москва: Безопасность, 1996.

81. *Маслов Л. И.* Структура техногенного риска / Л. И. Маслов, П. Монкарц // Анализ и оценка природных рисков в строительстве: материалы международной конференции. – Москва: ПНИИИС,1997. – С. 132–134.

82. *Надежность* в технике. Научно-технические, экономические и правовые аспекты надежности: метод. пособие / под ред. В. В. Болотина. – М., 1993.

83. *Бондарь В. А.* Риск, надежность и безопасность. Система понятий и обозначений / В. А. Бондарь, Ю. П. Понов // Безопасность труда в промышленности. – 1997. – № 10. – С. 39–42.

84. *Легасов В. А*. Экономика безопасности ядерной энергетики / В. А. Легасов, В. Ф. Демин, Я. В. Шевелев. – Москва: Изд-во ИАЭ, 1984. – (Препринт / Ин-т атом. энергии им. И.В. Курчатова; ИАЭ-4080/3).

85. Концепция экспертной системы для поддержки лиц, принимающих решения / А. И. Проценко, М. Д. Сегаль, В. А. Пантелеев, А. Ф. Лейн // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. – Москва: Изд-во ВИНИТИ, 1997. – Вып. 2.

86. Задачи механики катастроф и безопасности технических систем / Н. А. Махутов, Ю. И. Шокин, А. М. Лепихин, В. В. Москвичев. – Красноярск: Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1991. – (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; № 10).

87. Результаты комплексной оценки природных и техногенных рисков для населения Новгородской области / А. В. Елохин, О. В. Бодриков, С. В. Ульянов, В. И. Глебов // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. – Москва: Изд-во ВИНИТИ, 1996. – Вып. 9.

88. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Функционирование и развитие сложных народнохозяйственных, технических, энергетических, транспортных систем, систем связи и коммуникаций. – Москва: Знание, 1998.

89. *Кузьмин И. И.* Безопасность и риск: эколого-экономические аспекты / И. И. Кузьмин, Н. А. Махутов, С. В. Хетагуров; С.-Петерб. гос. ун-т экономики и финансов. – Санкт-Петербург, 1997.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Анатолий Васильевич Гуськов
Константин Евгеньевич Милевский

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

Учебное пособие

Редактор *И.Л. Кескевич*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Художественный редактор *А.В. Ладыжская*
Компьютерная верстка *Н.В. Гаврилова*

Подписано в печать 14.10.2016
Формат 70 × 100 1/16. Бумага офсетная
Уч.-изд. л. 34,18. Печ. л. 26,5
Тираж 3000 экз. (1-й з-д – 1–200 экз.)
Изд. № 112. Заказ № 1443

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Издательство Новосибирского государственного
технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20
Тел. (383) 346-31-87
E-mail: office@publish.nstu.ru

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20