

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра математики

Составители
Е. Н. Грибанов
Е. А. Николаева

МАТЕМАТИКА

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Методические материалы

Рекомендованы учебно-методической комиссией направления
подготовки бакалавров 21.03.02 Землеустройство и кадастры
в качестве электронного учебного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2020

Рецензенты Волков В. М. – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»
Казунина Г. А. – доктор технических наук, профессор кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Грибанов Евгений Николаевич
Николаева Евгения Александровна

Математика : индивидуальные задания для обучающихся технических и экономических направлений и специальностей, изучающих дисциплины «Математика», «Высшая математика», «Математика (общий курс)», «Математический анализ» / сост. Е. Н. Грибанов, Е. А. Николаева; Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – Кемерово, 2020. – Текст : электронный.

Приведен материал, необходимый для успешного изучения дисциплин «Математика», «Высшая математика», «Математика (общий курс)», «Математический анализ», «Линейная алгебра».

Назначение издания – помощь студентам в получении знаний и организация самостоятельной работы.

© Кузбасский государственный
технический университет
имени Т. Ф. Горбачева, 2020

© Грибанов Е. Н., Николаева Е. А.,
составление, 2020

Оглавление

<u>Линейная алгебра</u>	5
<u>Аналитическая геометрия и векторная алгебра</u>	12
<u>Пределы</u>	19
<u>Производная и её приложения</u>	25
<u>Функция двух переменных</u>	37
<u>Комплексные числа</u>	44
<u>Неопределенные интегралы</u>	47
<u>Определенный интеграл и его применение</u>	52
<u>Дифференциальные уравнения</u>	70
<u>Ряды</u>	79
<u>Кратные интегралы</u>	85
<u>Теория вероятностей</u>	107

Предлагаемые методические материалы предназначены для организации практических занятий и самостоятельной работы обучающихся по курсам «Математика», «Высшая математика», «Математика (общий курс)», «Математический анализ», «Линейная алгебра» всех форм обучения.

Цель работы – помочь студентам при освоении дисциплин «Математика», «Высшая математика», «Математика (общий курс)», «Математический анализ», «Линейная алгебра» и организация практических занятий и самостоятельной работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

Линейная алгебра

Задача № 1. Вычислить определитель четвертого порядка тремя способами: а) разложив его по элементам второго столбца; б) разложив его по элементам третьей строки; в) приведя его к треугольному виду.

$$1.1 \begin{vmatrix} 7 & 6 & 5 & 1 \\ 9 & 9 & 6 & 1 \\ 18 & 13 & 10 & 2 \\ 28 & 22 & 16 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1.2 \begin{vmatrix} 3 & 7 & 4 & 2 \\ 8 & 9 & 5 & 2 \\ 12 & 15 & 8 & 4 \\ 21 & 24 & 13 & 6 \end{vmatrix}$$

$$1.3 \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 10 & 5 & 2 & 3 \\ 13 & 5 & 2 & 6 \\ 24 & 10 & 4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$1.4 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 & 2 \\ 11 & 7 & 3 & 2 \\ 17 & 7 & 2 & 4 \\ 29 & 14 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$1.5 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 9 & 9 & 9 & 1 \\ 6 & 7 & 8 & 2 \\ 16 & 16 & 17 & 11 \end{vmatrix}$$

$$1.6 \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & 2 \\ 7 & 7 & 7 & 2 \\ 5 & 11 & 8 & 4 \\ 13 & 18 & 15 & 6 \end{vmatrix}$$

$$1.7 \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 10 & 8 & 3 & 1 \\ 15 & 7 & 6 & 2 \\ 32 & 15 & 9 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1.8 \begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 11 & 11 & 5 & 2 \\ 11 & 10 & 6 & 4 \\ 23 & 21 & 11 & 6 \end{vmatrix}$$

$$1.9 \begin{vmatrix} 6 & 5 & 2 & 3 \\ 10 & 12 & 3 & 3 \\ 14 & 11 & 4 & 6 \\ 27 & 23 & 7 & 9 \end{vmatrix}$$

$$1.10 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \\ 11 & 7 & 8 & 10 \\ 18 & 12 & 13 & 15 \end{vmatrix}$$

$$1.11 \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 11 & 9 & 3 & 1 \\ 13 & 7 & 4 & 2 \\ 35 & 16 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1.12 \begin{vmatrix} 6 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 11 & 8 & 2 \\ 10 & 16 & 10 & 4 \\ 24 & 27 & 18 & 6 \end{vmatrix}$$

$$1.13 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 10 & 11 & 7 & 2 \\ 13 & 10 & 12 & 3 \\ 36 & 21 & 19 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.14 \begin{vmatrix} 5 & 6 & 2 & 7 \\ 14 & 15 & 5 & 14 \\ 18 & 19 & 6 & 21 \\ 34 & 34 & 11 & 35 \end{vmatrix}$$

$$1.15 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 8 & 11 & 10 \\ 13 & 10 & 12 & 15 \\ 19 & 18 & 23 & 25 \end{vmatrix}$$

$$1.16 \begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 17 & 14 & 8 & 4 \\ 16 & 14 & 9 & 6 \\ 35 & 28 & 17 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.17 \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 14 & 11 & 5 & 2 \\ 19 & 10 & 6 & 3 \\ 50 & 21 & 11 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.18 \begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 2 \\ 19 & 16 & 9 & 4 \\ 23 & 19 & 9 & 6 \\ 45 & 35 & 18 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.19 \begin{vmatrix} 7 & 6 & 4 & 2 \\ 19 & 15 & 10 & 4 \\ 22 & 19 & 12 & 6 \\ 46 & 34 & 22 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.20 \begin{vmatrix} 7 & 5 & 4 & 3 \\ 20 & 14 & 10 & 6 \\ 24 & 17 & 12 & 9 \\ 46 & 31 & 22 & 15 \end{vmatrix}$$

$$1.21 \begin{vmatrix} 5 & 7 & 3 & 2 \\ 11 & 18 & 9 & 4 \\ 21 & 23 & 9 & 6 \\ 34 & 41 & 18 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.22 \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 2 \\ 9 & 13 & 14 & 4 \\ 19 & 18 & 18 & 6 \\ 30 & 31 & 32 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.25 \begin{vmatrix} 7 & 3 & 4 & 1 \\ 16 & 5 & 6 & 2 \\ 15 & 7 & 12 & 3 \\ 34 & 12 & 18 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.28 \begin{vmatrix} 5 & 7 & 6 & 1 \\ 11 & 18 & 10 & 2 \\ 18 & 19 & 18 & 3 \\ 32 & 37 & 28 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.23 \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 \\ 7 & 12 & 16 & 4 \\ 4 & 11 & 21 & 6 \\ 11 & 23 & 37 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.26 \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 1 \\ 6 & 9 & 9 & 2 \\ 5 & 13 & 18 & 3 \\ 13 & 21 & 27 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.29 \begin{vmatrix} 5 & 5 & 3 & 1 \\ 4 & 12 & 3 & 2 \\ 16 & 19 & 9 & 3 \\ 21 & 31 & 12 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.24 \begin{vmatrix} 1 & 5 & 6 & 2 \\ 5 & 14 & 10 & 4 \\ 10 & 13 & 18 & 6 \\ 18 & 27 & 28 & 10 \end{vmatrix}$$

$$1.27 \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 9 & 12 & 1 & 2 \\ 19 & 7 & 6 & 3 \\ 30 & 19 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.30 \begin{vmatrix} 7 & 5 & 3 & 1 \\ 11 & 8 & 7 & 2 \\ 18 & 13 & 9 & 3 \\ 12 & 21 & 16 & 5 \end{vmatrix}$$

Задача № 2. Найти решение системы линейных уравнений:

а) по правилу Крамера; б) матричным способом.

$$2.1 \begin{cases} 4x + 2y + 2z = 8 \\ 3x + y + 2z = 6 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$2.2 \begin{cases} 5x + 3y + 2z = 12 \\ 3x + 2y + z = 7 \\ 2x + y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$2.3 \begin{cases} 2x + 3y - z = 7 \\ 3x + 5y - 2z = 11 \\ x + 2y + z = 6 \end{cases}$$

$$2.4 \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 3y - z = 6 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$$

$$2.5 \begin{cases} 4x + 5y + z = 8 \\ 2x + 3y + z = 4 \\ 2x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$2.6 \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 4x + 3y - z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

$$2.7 \begin{cases} 5x + 6y + z = 2 \\ 3x + 4y + z = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$2.8 \begin{cases} 7x + 4y + 3z = 15 \\ 5x + 3y + 2z = 11 \\ 2x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$2.9 \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 3 \\ 4x + 7y + 3z = 4 \\ x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$2.10 \begin{cases} 5x + 4y - z = -4 \\ 6x + 5y - z = -5 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$2.11 \begin{cases} 4x + 5y + z = 7 \\ 5x + 7y + 2z = 8 \\ x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$2.12 \begin{cases} 7x + 6y + z = -3 \\ 8x + 7y + z = -4 \\ x + y - 2z = -5 \end{cases}$$

$$2.13 \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 5x + 3y + 2z = 7 \\ 3x + 3y + z = 7 \end{cases}$$

$$2.14 \begin{cases} 7x - 4y + 3z = 5 \\ 6x - 3y + 3z = 6 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$2.15 \begin{cases} 6x - 5y + 3z = 10 \\ 5x - 4y + 3z = 7 \\ 3x - 3y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$2.16 \begin{cases} 4x + 3y + 4z = 3 \\ 5x + 4y + 4z = 6 \\ 2x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$2.17 \begin{cases} 3x + 4y - z = 7 \\ 5x + 7y - z = 11 \\ x + y + 3z = 12 \end{cases}$$

$$2.18 \begin{cases} 6x - 5y + 3z = 0 \\ 7x - 6y + 3z = -1 \\ x - y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
2.19 \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y - 3z = 9 \\ x + 4y - 2z = 9 \\ x + 3y - z = 8 \end{array} \right. \quad 2.20 \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2y + z = 3 \\ 4x + 5y + 3z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \end{array} \right. \quad 2.21 \left\{ \begin{array}{l} 3x + y + 2z = 6 \\ x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 3y + 5z = -1 \end{array} \right. \\
2.22 \left\{ \begin{array}{l} 2x + y + z = 2 \\ 3x - y - 2z = 7 \\ 5x - 2y - 3z = 13 \end{array} \right. \quad 2.23 \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 2z = 17 \\ x + 4y + 5z = 20 \\ x + 2y + 3z = 12 \end{array} \right. \quad 2.24 \left\{ \begin{array}{l} 2x + y + z = 4 \\ x + 3y + 2z = -4 \\ x + 4y + 3z = -6 \end{array} \right. \\
2.25 \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 2z = 1 \\ x + 5y + 6z = -18 \\ x + 3y + 4z = -10 \end{array} \right. \quad 2.26 \left\{ \begin{array}{l} 3x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 7y + 5z = -5 \\ x + 4y + 3z = -3 \end{array} \right. \quad 2.27 \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 4z = 17 \\ 2x + 3y + 5z = 15 \\ 3x + 4y + 7z = 22 \end{array} \right. \\
2.28 \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 4z = 11 \\ x + 4y + 5z = 8 \\ 2x + 5y + 7z = 13 \end{array} \right. \quad 2.29 \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 2z = 1 \\ x + 5y + 4z = -1 \\ x + 6y + 5z = -2 \end{array} \right. \quad 2.30 \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + 2z = 3 \\ 3x + 7y + 4z = 18 \\ x + 2y + z = 6 \end{array} \right.
\end{array}$$

Задача № 3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{array}{l}
3.1 \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 7 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 10 \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 23 \\ 9x_1 + 9x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 34 \end{array} \right. \quad 3.2 \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = -1 \\ 4x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 9 \\ 8x_1 - 6x_2 + x_3 + 8x_4 = 10 \end{array} \right. \\
3.3 \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 12 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 11 \\ 7x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 24 \end{array} \right. \quad 3.4 \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14 \\ 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 11 \\ 7x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 29 \end{array} \right. \\
3.5 \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 3 \\ 7x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -1 \\ 11x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 = 3 \end{array} \right. \quad 3.6 \left\{ \begin{array}{l} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3 \end{array} \right. \\
3.7 \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 - 5x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 = 3 \end{array} \right. \quad 3.8 \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 7 \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 9 \end{array} \right. \\
3.9 \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 4 \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 6x_4 = -3 \\ 3x_1 - 10x_2 + 2x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 - 9x_2 + 7x_3 - 12x_4 = 13 \end{array} \right. \quad 3.10 \left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 5 \\ 7x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 + 9x_4 = 29 \end{array} \right.
\end{array}$$

$$3.11 \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 10 \\ 5x_1 + x_2 + 5x_3 + 8x_4 = 16 \\ 5x_1 + 3x_2 + 10x_3 - x_4 = 18 \end{cases}$$

$$3.13 \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + 24x_4 = 1 \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$3.15 \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 1 \\ 7x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$$

$$3.17 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

$$3.19 \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 10 \\ 2x_1 + 5x_2 + 9x_3 = 11 \\ 3x_1 + 9x_2 + 18x_3 - 11x_4 = 23 \end{cases}$$

$$3.21 \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 - x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

$$3.23 \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 11x_4 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + x_3 - 13x_4 = 0 \end{cases}$$

$$3.25 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 7 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12 \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 24 \end{cases}$$

$$3.12 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

$$3.14 \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -5 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 6x_4 = -10 \end{cases}$$

$$3.16 \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$$

$$3.18 \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 3x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0 \end{cases}$$

$$3.20 \begin{cases} 3x_1 - 6x_2 + 12x_3 + 21x_4 = -9 \\ -2x_1 + 5x_2 - 10x_3 - 12x_4 = 13 \\ 3x_1 - 13x_2 + 27x_3 + 15x_4 = -52 \end{cases}$$

$$3.22 \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 23 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 12 \end{cases}$$

$$3.24 \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

$$3.26 \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 7 \end{cases}$$

$$3.27 \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0 \end{cases}$$

$$3.28 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$3.29 \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -6 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 = 10 \end{cases}$$

$$3.30 \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 + 11x_4 = -1 \end{cases}$$

Задача № 4. Решить матричное уравнение.

$$4.1 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 \\ 18 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$4.2 \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & -3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -9 \\ -21 \\ -16 \end{pmatrix}$$

$$4.3 (-7 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = (14 \ 4 \ 32)$$

$$4.4 (-2 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} + X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 5 & -4 & 3 \end{pmatrix} = (6 \ -19 \ 13)$$

$$4.5 4(2 \ -1 \ 4) - X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (6 \ -1 \ 4)$$

$$4.6 X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} - 3(-2 \ -4 \ -10) = (1 \ 28 \ 35)$$

$$4.7 \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot X - 4 \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 15 \\ -13 \end{pmatrix}$$

$$4.8 \quad \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot (3 \quad -2 \quad -8) = \begin{pmatrix} -2 & 9 & -25 \\ 2 & -5 & -34 \end{pmatrix}$$

$$4.9 \quad \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot (2 \quad -1 \quad 3) - \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -14 & 9 \\ -3 & -5 & -12 \end{pmatrix}$$

$$4.10 \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 9 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} + 6 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 7 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & 1 \\ 35 & 39 \\ 73 & -6 \end{pmatrix}$$

$$4.11 \quad \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ -1 & 8 & 0 \end{pmatrix} - 8 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & -38 & 16 \\ -20 & 6 & -7 \end{pmatrix}$$

$$4.12 \quad \begin{pmatrix} 0 & 9 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} + \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 9 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23 & 15 \\ 44 & 4 \\ 12 & 6 \end{pmatrix} \quad 4.13$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 8 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 23 & 12 \\ 24 & 20 \\ 15 & 5 \end{pmatrix}$$

$$4.14 \quad \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -19 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$4.15 \quad \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 5 & -4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -5 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -40 \\ 25 \end{pmatrix}$$

$$4.16 \quad \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} - (-4 \quad 7) \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (9 \quad 6 \quad 15)$$

$$4.17 \quad \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} + (2 \quad -3) \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = (-17 \quad 0 \quad -10)$$

$$4.18 \quad \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} + 12(-1 \quad 2 \quad -4) = (19 \quad 17 \quad -33)$$

$$4.19 \quad 8 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 41 \\ 11 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$4.20 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} + 10 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -81 \\ -23 \end{pmatrix}$$

$$4.21 \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot (0 \quad -7 \quad 3) + \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 17 & 2 \\ 9 & -33 & 17 \end{pmatrix}$$

$$4.22 \quad \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot (-3 \quad 2 \quad 8) = \begin{pmatrix} 41 & -9 & 3 \\ 13 & -2 & -25 \end{pmatrix}$$

$$4.23 \quad \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} - 5 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 & -21 \\ 21 & -8 \\ 18 & -20 \end{pmatrix}$$

$$4.24 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 7 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} + 11 \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -43 & 14 & 40 \\ 43 & 4 & 20 \end{pmatrix}$$

$$4.25 \quad \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 20 & -11 \\ 2 & -15 \end{pmatrix}$$

$$4.26 \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 9 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ -39 & 29 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$$

$$4.27 \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} - \begin{pmatrix} 3 & 8 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -1 & -11 \\ 21 & 7 & -10 \\ 2 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

$$4.28 \quad \begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} + \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 8 & -1 \\ -1 & 8 & -4 \\ -6 & 3 & 13 \end{pmatrix}$$

$$4.29 \quad \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 9 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 8 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 12 & 2 \\ -8 & 7 & 15 \\ 64 & 29 & 16 \end{pmatrix}$$

$$4.30 \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -4 & 1 & 8 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix} - X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ -7 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -35 & -13 & -13 \\ 10 & -5 & -8 \\ 0 & -6 & -25 \end{pmatrix}$$

Аналитическая геометрия и векторная алгебра

Задача № 5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , если между векторами \vec{p} и \vec{g} равен α .

$$5.1 \quad \vec{a} = \vec{p} + 2\vec{g}, \quad \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 1, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

$$5.2 \quad \vec{a} = 3\vec{p} + \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{g}| = 1, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

$$5.3 \quad \vec{a} = \vec{p} - 3\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = \frac{1}{5}, \quad |\vec{g}| = 1, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

$$5.4 \quad \vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 5\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{g}| = \frac{1}{2}, \quad \alpha = \frac{5\pi}{6}.$$

$$5.5 \quad \vec{a} = \vec{p} - 2\vec{g}, \quad \vec{b} = 2\vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{g}| = 3, \quad \alpha = \frac{3\pi}{4}.$$

$$5.6 \quad \vec{a} = \vec{p} + 3\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{g}| = 3, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$$5.7 \quad \vec{a} = 2\vec{p} - \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 3, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

$$5.8 \quad \vec{a} = 4\vec{p} + \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 7, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

$$5.9 \quad \vec{a} = \vec{p} - 4\vec{g}, \quad \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 1, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

$$5.10 \quad \vec{a} = \vec{p} + 4\vec{g}, \quad \vec{b} = 2\vec{p} - \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 7, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$$5.11 \quad \vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 10, \quad |\vec{g}| = 1, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

$$5.12 \quad \vec{a} = 4\vec{p} - \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 5, \quad |\vec{g}| = 4, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

$$5.13 \quad \vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 6, \quad |\vec{g}| = 7, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$$5.14 \quad \vec{a} = 3\vec{p} - \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 3, \quad |\vec{g}| = 4, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$$5.15 \quad \vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{g}| = 3, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

$$5.16 \quad \vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{g}, \quad \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{g}| = 1, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

$$5.17 \vec{a} = 5\vec{p} + \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 1, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$$5.18 \vec{a} = 7\vec{p} - 2\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{g}; \quad |\vec{p}| = \frac{1}{2}, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

$$5.19 \vec{a} = 6\vec{p} - \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 3, \quad |\vec{g}| = 4, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

$$5.20 \vec{a} = 10\vec{p} + \vec{g}, \quad \vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{g}| = 1, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

$$5.21 \vec{a} = 6\vec{p} - \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 8, \quad |\vec{g}| = \frac{1}{2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$$5.22 \vec{a} = 3\vec{p} + 4\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{g} - \vec{p}; \quad |\vec{p}| = 2,5, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

$$5.23 \vec{a} = 7\vec{p} + \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 3, \quad |\vec{g}| = 1, \quad \alpha = \frac{3\pi}{4}.$$

$$5.24 \vec{a} = \vec{p} + 3\vec{g}, \quad \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 3, \quad |\vec{g}| = 5, \quad \alpha = \frac{2\pi}{3}.$$

$$5.25 \vec{a} = 3\vec{p} + \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 7, \quad |\vec{g}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

$$5.26 \vec{a} = 5\vec{p} - \vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 5, \quad |\vec{g}| = 3, \quad \alpha = \frac{5\pi}{6}.$$

$$5.27 \vec{a} = 3\vec{p} - 4\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{g}| = 3, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

$$5.28 \vec{a} = 6\vec{p} - \vec{g}, \quad \vec{b} = 5\vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = \frac{1}{2}, \quad |\vec{g}| = 4, \quad \alpha = \frac{5\pi}{6}.$$

$$5.29 \vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{g}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{g}; \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{g}| = 1, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$$5.30 \vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{g}, \quad \vec{b} = 5\vec{p} + \vec{g}; \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{g}| = 3, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Задача № 6. Даны четыре точки в трехмерном пространстве A, B, C, D . Показать, что они могут являться вершинами пирамиды. Найти: а) объем пирамиды; б) уравнение плоскости ABC ; в) длину ребра AD ; г) угол между ребром AD и гранью ABC ; д) угол между гранями ABC и ABD ; е) площадь грани ABD .

Пусть A_1, B_1, C_1 есть проекции точек A, B, C на плоскость x_0y . Составить систему неравенств определяющих множество внутренних точек треугольника $A_1B_1C_1$. Найти: а) площадь треугольника $A_1B_1C_1$; б) длину высоты A_1K ; в) угол между высотой A_1K и медианой A_1N треугольника $A_1B_1C_1$.

$$6.1 \quad A(1, 3, 0); \quad B(3, -1, 4); \quad C(-2, 5, 6); \quad D(0, 4, 2).$$

$$6.2 \quad A(3, 1, 4); \quad B(-1, 6, 1); \quad C(-1, 1, 6); \quad D(0, 4, -1).$$

- 6.3 $A(-4, -2, 0)$; $B(-1, -2, 4)$; $C(3, 1, -2)$; $D(3, 2, 1)$.
 6.4 $A(3, 2, -3)$; $B(5, 1, -1)$; $C(2, -1, 0)$; $D(1, -2, 1)$.
 6.5 $A(1, 2, 1)$; $B(3, -1, 7)$; $C(0, -3, 5)$; $D(7, 4, -2)$.
 6.6 $A(3, 3, 9)$; $B(6, 9, 1)$; $C(1, 7, 3)$; $D(8, 5, 8)$.
 6.7 $A(2, 0, 3)$; $B(5, 0, 7)$; $C(-1, -2, 2)$; $D(3, -2, 1)$.
 6.8 $A(3, 3, -1)$; $B(2, 5, 1)$; $C(3, 9, 4)$; $D(-1, 0, 1)$.
 6.9 $A(3, 5, 4)$; $B(5, 8, 3)$; $C(1, 9, 9)$; $D(6, 4, 8)$.
 6.10 $A(2, 8, 0)$; $B(-1, 8, 4)$; $C(3, -1, 2)$; $D(5, 6, -6)$.
 6.11 $A(3, -1, -4)$; $B(-1, 5, -2)$; $C(0, 3, 5)$; $D(1, 1, -3)$.
 6.12 $A(2, 4, 3)$; $B(7, 6, 3)$; $C(4, 9, 3)$; $D(3, 6, 7)$.
 6.13 $A(-1, -3, -4)$; $B(3, -1, 0)$; $C(0, -1, -4)$; $D(1, 3, -1)$.
 6.14 $A(0, 2, -4)$; $B(-3, 2, 0)$; $C(-4, 6, -2)$; $D(1, 2, 2)$.
 6.15 $A(9, 5, 5)$; $B(-3, 7, 1)$; $C(5, 7, 8)$; $D(6, 9, 2)$.
 6.16 $A(-2, 0, 2)$; $B(0, 3, 8)$; $C(1, 2, 0)$; $D(-4, 2, 3)$.
 6.17 $A(3, 5, 0)$; $B(6, 5, 4)$; $C(2, 6, 1)$; $D(9, 5, 0)$.
 6.18 $A(0, 7, 1)$; $B(4, 1, 5)$; $C(4, 6, 3)$; $D(3, 9, 8)$.
 6.19 $A(2, 1, -6)$; $B(4, 2, -4)$; $C(0, 1, -5)$; $D(2, 1, 3)$.
 6.20 $A(5, -4, 3)$; $B(5, -1, -1)$; $C(6, -2, 5)$; $D(5, 2, 2)$.
 6.21 $A(5, 5, 4)$; $B(3, 8, 4)$; $C(3, 5, 10)$; $D(5, 8, 2)$.
 6.22 $A(6, 1, 1)$; $B(4, 6, 6)$; $C(4, 2, 0)$; $D(1, 2, 6)$.
 6.23 $A(7, 5, 3)$; $B(9, 4, 4)$; $C(4, 5, 7)$; $D(7, 9, 6)$.
 6.24 $A(6, 6, 2)$; $B(5, 4, 7)$; $C(2, 4, 7)$; $D(7, 3, 0)$.
 6.25 $A(3, 7, -3)$; $B(4, 9, -1)$; $C(6, 3, 0)$; $D(2, 5, 0)$.
 6.26 $A(0, -2, 2)$; $B(5, -2, 2)$; $C(1, 4, 3)$; $D(2, 2, 6)$.
 6.27 $A(3, 1, 5)$; $B(3, 7, 5)$; $C(2, 1, 4)$; $D(9, 4, 7)$.
 6.28 $A(-3, 2, 0)$; $B(0, 2, -4)$; $C(2, 1, 1)$; $D(-4, 4, -2)$.
 6.29 $A(6, 2, 4)$; $B(2, 0, 8)$; $C(6, 3, 1)$; $D(12, -1, 6)$.
 6.30 $A(0, 1, -5)$; $B(3, 5, -5)$; $C(2, 2, -3)$; $D(2, -1, -4)$.

Задача № 7. Найти точку M' , симметричную точке M относительно прямой (для вариантов № 1-15) или плоскости (для вариантов № 16-30).

$$7.1 \quad M(0, -3, -2) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}$$

$$7.2 \quad M(2, -1, 1) \quad \frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}$$

$$7.3 \quad M(1, 1, 1) \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}$$

$$7.4 \quad M(1, 2, 3) \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$$

$$7.5 \quad M(1, 0, -1) \quad \frac{x-3,5}{2} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}$$

$$7.6 \quad M(2, 1, 0) \quad \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}$$

$$7.7 \quad M(-2, -3, 0) \quad \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{0} = \frac{z-0,5}{1}$$

$$7.8 \quad M(-1, 0, -1) \quad \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}$$

$$7.9 \quad M(0, 2, 1) \quad \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$$

$$7.10 \quad M(3, -3, -1) \quad \frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$$

$$7.11 \quad M(3, 3, 3) \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}$$

$$7.12 \quad M(-1, 2, 0) \quad \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+0,7}{-0,2} = \frac{z-2}{2}$$

$$7.13 \quad M(2, -2, -3) \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y+0,5}{0} = \frac{z+1,5}{0}$$

$$7.14 \quad M(-1, 0, 1) \quad \frac{x+0,5}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-4}{2}$$

$$7.15 \quad M(0, -3, -2) \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$$

$$7.16 \quad M(1, 0, 1) \quad 4x + 6y + 4z - 25 = 0$$

$$7.17 \quad M(-1, 0, -1) \quad 2x + 6y - 2z + 11 = 0$$

$$7.18 \quad M(0, 2, 1) \quad 2x + 4y - 3 = 0$$

$$7.19 \quad M(2, 1, 0) \quad y + z + 2 = 0$$

$$7.20 \quad M(-1, 2, 0) \quad 4x - 5y - z - 7 = 0$$

$$7.21 \quad M(2, -1, 1) \quad x - y + 2z - 2 = 0$$

$$7.22 \quad M(1, 1, 1) \quad x + 4y + 3z + 5 = 0$$

$$7.23 \quad M(1, 2, 3) \quad 2x + 10y + 10z - 1 = 0$$

$$7.24 \quad M(0, -3, -2) \quad 2x + 10y + 10z - 1 = 0$$

$$7.25 \quad M(1, 0, -1) \quad 2y + 4z - 1 = 0$$

$$7.26 \quad M(3, -3, -1) \quad 2x - 4y - 4z - 13 = 0$$

$$7.27 \quad M(-2, -3, 0) \quad x + 5y + 4 = 0$$

$$7.28 \quad M(2, -2, -3) \quad y + z + 2 = 0$$

$$7.29 \quad M(-1, 0, 1) \quad 2x + 4y - 3 = 0$$

$$7.30 \quad M(-2, 0, 3) \quad 2x - 2y + 10z + 1 = 0$$

Задача № 8. Определить тип кривой. Привести уравнение кривой к каноническому виду, найти координаты фокусов. Полученную кривую изобразить на чертеже.

$$8.1 \quad 16x^2 - 96x + 25y^2 - 100y - 156 = 0$$

$$8.2 \quad 9x^2 + 36x - 16y^2 - 128y - 76 = 0$$

$$8.3 \quad 9x^2 - 72x - 16y^2 + 64y - 64 = 0$$

$$8.4 \quad 144x^2 + 1440x + 169y^2 + 2028y - 14652 = 0$$

$$8.5 \quad 16x^2 + 128x - 9y^2 - 36y + 76 = 0$$

$$8.6 \quad 9x^2 + 72x + 25y^2 + 100y + 19 = 0$$

$$8.7 \quad 16x^2 + 192x - 9y^2 + 72y + 1008 = 0$$

$$8.8 \quad 16x^2 - 192x - 9y^2 + 72y - 144 = 0$$

$$8.9 \quad 25x^2 + 200x - 144y^2 - 1728y - 8384 = 0$$

$$8.10 \quad 25x^2 - 350x + 169y^2 - 1014y - 1479 = 0$$

$$8.11 \quad 144x^2 - 1728x - 25y^2 + 150y + 1359 = 0$$

$$8.12 \quad 144x^2 + 864x - 25y^2 - 300y + 3996 = 0$$

$$8.13 \quad 9x^2 + 54x + 25y^2 + 250y - 194 = 0$$

$$8.14 \quad 9x^2 + 36x - 16y^2 - 128y - 796 = 0$$

$$8.15 \quad 16x^2 - 96x + 25y^2 - 250y - 831 = 0$$

$$8.16 \quad 16x^2 + 64x + 25y^2 + 150y - 111 = 0$$

$$8.17 \quad 9x^2 + 36x - 16y^2 - 128y - 364 = 0$$

$$8.18 \quad 144x^2 - 1728x + 169y^2 + 1690y - 14927 = 0$$

$$8.19 \quad 16x^2 - 64x - 9y^2 + 72y - 224 = 0$$

$$8.20 \quad 16x^2 - 128x - 9y^2 + 36y + 364 = 0$$

$$8.21 \quad 9x^2 - 36x + 25y^2 - 200y + 211 = 0$$

$$8.22 \quad 16x^2 + 128x - 9y^2 - 108y - 644 = 0$$

$$8.23 \quad 25x^2 - 350x - 144y^2 + 1152y - 4679 = 0$$

$$8.24 \quad 25x^2 - 350x - 144y^2 + 1152y + 2521 = 0$$

$$8.25 \quad 25x^2 + 200x + 169y^2 + 2028y + 2259 = 0$$

$$8.26 \quad 144x^2 + 864x - 25y^2 - 300y - 3204 = 0$$

$$8.27 \quad 9x^2 - 72x + 25y^2 - 150y - 531 = 0$$

$$8.28 \quad 9x^2 - 108x - 16y^2 + 64y - 316 = 0$$

$$8.29 \quad 9x^2 + 108x - 16y^2 + 128y + 644 = 0$$

$$8.30 \quad 16x^2 + 64x + 25y^2 + 350y - 311 = 0$$

Задача № 9. Построить область решения системы неравенств.

- 9.1 а) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4y \\ y - 2x \leq 2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} y^2 < \frac{9}{7}x \\ 3x^2 - 18x - 4y^2 < -15 \end{cases}$
- 9.2 а) $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ y \leq x \\ xy \geq 5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x^2 + 5y^2 \leq 10y + 15 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$
- 9.3 а) $\begin{cases} x^2 - y \leq 1 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3y^2 - x^2 \geq 3 \\ x + y^2 \leq 1 \end{cases}$
- 9.4 а) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 \leq 4y \\ 3y - 2x \leq 6 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 10x \\ 4x^2 - 20x \leq 24y \end{cases}$
- 9.5 а) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 1 \leq 2x + 2y \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2x \\ y^2 + 1 \leq x \end{cases}$
- 9.6 а) $\begin{cases} x^2 - 4 \leq 2y \\ 2 + x \geq 2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x \leq 0 \\ 16x^2 - 39y^2 \leq 400 \end{cases}$
- 9.7 а) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y \leq 3 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 2y + 4y^2 \leq 8 \\ 4y^2 \geq 9x \end{cases}$
- 9.8 а) $\begin{cases} x^2 + 8x + 4y^2 - 16y \geq -16 \\ x + 2y \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y \leq 4x \\ xy \geq 3 \end{cases}$
- 9.9 а) $\begin{cases} y - x^2 + 4x \geq 4 \\ y - x \leq 4 \end{cases}$ б) $\begin{cases} y^2 + 2y \leq x^2 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$
- 9.10 а) $\begin{cases} x^2 + 4x + 5y^2 \leq 5 \\ x + 2y + 2 \geq 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2y \\ x^2 + 1 \leq y \end{cases}$
- 9.11 а) $\begin{cases} x^2 - 2x - y \leq 0 \\ y - x \leq 1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 9y^2 - 2x^2 \geq 9 \\ 3x^2 + 4y^2 \leq 24x \end{cases}$
- 9.12 а) $\begin{cases} x^2 + y \geq 4 \\ x - y \leq -2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 6y \\ xy \geq 1 \end{cases}$
- 9.13 а) $\begin{cases} 0 \leq y \leq \frac{12 - 3x}{4} \\ y \leq 2x \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + 2x + 4y^2 \leq 3 \\ y^2 - 2y \leq x \end{cases}$
- 9.14 а) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq x \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 1 \leq 2x + 2y \\ x^2 + 2y \geq 4 \end{cases}$

$$9.15 \text{ a) } \begin{cases} y^2 - x^2 \leq 4y \\ 0 \leq x \leq y \end{cases}$$

$$9.16 \text{ a) } \begin{cases} 0 \leq 2y \leq x + 4 \\ y \geq x - 4 \end{cases}$$

$$9.17 \text{ a) } \begin{cases} x^2 + 4y^2 \leq 8x \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$9.18 \text{ a) } \begin{cases} 5x^2 + y^2 - 4y \leq 5 \\ 2x - y \geq -2 \end{cases}$$

$$9.19 \text{ a) } \begin{cases} y \leq x \\ x^2 - 4x + 4y^2 \leq 0 \end{cases}$$

$$9.20 \text{ a) } \begin{cases} x \leq y \leq x + 2 \\ y \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$9.21 \text{ a) } \begin{cases} y \geq x^2 \\ x \leq \frac{9 - 3y}{2} \end{cases}$$

$$9.22 \text{ a) } \begin{cases} x^2 + y^2 - 6x - 6y \leq -9 \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$9.23 \text{ a) } \begin{cases} x + y \geq 2 \\ y^2 + x \leq 4 \end{cases}$$

$$9.24 \text{ a) } \begin{cases} 3x^2 + 4y^2 - 8y \leq 12 \\ x + 2y - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$9.25 \text{ a) } \begin{cases} x^2 + 5y^2 + 10y \leq 4 \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$$

$$9.26 \text{ a) } \begin{cases} 0 \leq y \leq 2x \\ y + x \leq 6 \end{cases}$$

$$9.27 \text{ a) } \begin{cases} 3y - 2x \leq 6 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$$

$$9.28 \text{ a) } \begin{cases} y \geq \frac{x^2 - 5}{2} \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x^2 + y \leq 3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 8x - 2y - x^2 \leq 12 \\ 4x + 4y - x^2 - y^2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 + y \leq 2 \\ x^2 + y^2 \leq 4y \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 6x \\ x^2 + y \leq 3x \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y^2 - x \leq 2 \\ x^2 - y^2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 \leq 36y \\ y \geq x + 2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x^2 + 5y^2 \leq 20y + 25 \\ 9x^2 + 16 \leq 4y \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + 4y^2 \leq 3 + 2x \\ y^2 - x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x \leq 2y \\ xy + 1 \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y^2 - x^2 \leq 1 \\ x^2 - 2y \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + 2x + y^2 \leq 9 \\ -y^2 + 1 \leq x \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3y^2 - x^2 \geq 3 \\ x \leq 1 - y^2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 10x \\ 4x^2 - 20x \leq 24y \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 - 10x \leq 0 \\ 16x^2 - 39y^2 \leq 400 \end{cases}$$

$$9.29 \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ y \geq x \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + 8x + 4y^2 - 16y \geq -16 \\ 0 \leq y \leq \frac{4-x}{2} \end{cases}$$

$$9.30 \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2y \\ x \leq y \leq x+1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y \leq 4x \\ xy \geq 3 \end{cases}$$

Математический анализ

Пределы

Задача № 10. Вычислить пределы.

$$10.1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)^2 + (3+x)^2}{(3-x)^2 - (3+x)^2}$$

$$10.2 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)^4 - (2-x)^4}{(1-x)^4 - (1+x)^4}$$

$$10.3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)^4 - (2-x)^4}{(1-x)^3 - (1+x)^3}$$

$$10.4 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-x)^4 - (1+x)^4}{(1+x)^3 - (1-x)^3}$$

$$10.5 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(6-x)^2 - (6+x)^2}{(6+x)^2 - (1-x)^2}$$

$$10.6 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x+1)^2}{(x-1)^3 - (x+1)^3}$$

$$10.7 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+2x)^3 - 8x^3}{(1+2x)^2 + 4x^2}$$

$$10.8 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-4x)^2}{(x-3)^2 - (x+3)^2}$$

$$10.9 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)^3}{(x+1)^2 - (x+1)^3}$$

$$10.10 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2 - (x+2)^3}{(4-x)^3}$$

$$10.11 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2(x+1)^3 - (x-2)^3}{x^2 + 2x - 3}$$

$$10.12 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 + (x+2)^3}{(x+4)^3 + (x+5)^3}$$

$$10.13 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)^3 + (x+4)^3}{(x+3)^4 - (x+4)^4}$$

$$10.14 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^4 - (x-1)^4}{(x+1)^3 + (x-1)^3}$$

$$10.15 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 2x}{(x+1)^4 - (x-1)^4}$$

$$10.16 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+6)^3 - (x+1)^3}{(2x+3)^2 + (x+4)^2}$$

$$10.17 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^3 - (x+5)^3}{(3x-1)^3 + (2x+3)^3}$$

$$10.18 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+10)^2 + (3x+1)^2}{(x+6)^3 - (x+1)^3}$$

$$10.19 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^3 + (3x+2)^3}{(2x+3)^3 - (x-7)^3}$$

$$10.20 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+7)^3 - (x+2)^3}{(3x+2)^2 + (4x+1)^2}$$

$$10.21. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^3 - (2x+3)^3}{(2x+1)^2 + (2x+3)^2}$$

$$10.22 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - (x-1)^3}{(x+1)^4 - x^4}$$

$$10.23 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^4 - (x-2)^4}{(x+5)^2 + (x-5)^2}$$

$$10.25 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$$

$$10.27 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^3 + (x-2)^3}{x^4 + 2x^2 - 1}$$

$$10.29 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 + (x-1)^3}{x^3 + 1}$$

$$10.24 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^4 - (x-1)^4}{(x+1)^3 + (x-1)^3}$$

$$10.26 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$$

$$10.28 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 + (x-1)^3}{x^3 - 3x}$$

$$10.30 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^2 - (x-2)^2}{(x+3)^2}$$

Задача № 11. Вычислить пределы.

$$11.1 \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$$

$$11.2 \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{x(x-2)} - \sqrt{x^2 - 3} \right)$$

$$11.3 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt[3]{x^3 - 5} \right) x^{3/2}$$

$$11.4 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x^2 + 1)(x^2 - 4)} - \sqrt{x^4 - 9} \right)$$

$$11.5 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^5 - 8} - x\sqrt{x(x^2 + 5)}}{\sqrt{x}}$$

$$11.6 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 2} - x \right)$$

$$11.7 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \sqrt[3]{4 - x^3} \right)$$

$$11.8 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x(x+2)} - \sqrt{x^2 - 2x + 3} \right)$$

$$11.9 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x+2)(x+1)} - \sqrt{(x-1)(x+3)} \right)$$

$$11.10 \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{5 + 8x^2} - 2x \right)$$

$$11.11 \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt{x(x^4 - 1)} - \sqrt{x^5 - 8} \right)$$

$$11.12 \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\sqrt[3]{5 + x^3} - \sqrt[3]{3 + x^3} \right)$$

$$11.13 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2} \right)$$

$$11.14 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x(x-1)(x-3)}}{\sqrt{x}}$$

$$11.15 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x - 2} - \sqrt{x^2 - 3} \right)$$

$$11.16 \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-3} \right)$$

$$11.17 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x(x^5 + 9)} - \sqrt{(x^4 - 1)(x^2 + 5)}}{x}$$

$$11.18 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x(x+5)} - x \right)$$

$$11.19 \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^3 + 8} \left(\sqrt{x^3 + 2} - \sqrt{x^3 - 1} \right)$$

$$11.20 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x(x-1)} \right)$$

$$11.21 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x^3 + 1)(x^2 + 3)} - \sqrt{x(x^4 + 2)}}{2\sqrt{x}}$$

$$11.22 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x\sqrt{x} - \sqrt{x(x+1)(x+2)} \right)$$

$$11.23 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x^4 + 1)(x^2 - 1)} - \sqrt{x^6 - 1}}{x}$$

$$11.24 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} - \sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - 2)} \right)$$

$$11.25 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x^5 + 1)(x^2 - 1)} - x\sqrt{x^5 + x}}{x}$$

$$11.26 \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+2} \left(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-4} \right)$$

$$11.27 \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left(\sqrt[3]{x^2(x^6 + 4)} - \sqrt[3]{(x^8 - 1)} \right) \quad 11.28 \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x} \left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x(x-1)} \right)$$

$$11.29 \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{x^4 + 3} - \sqrt{x^4 - 2} \right) \quad 11.30 \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{(x^2 + x)(x + 2)} \left(\sqrt{x^3 - 3} - \sqrt{x^3 - 2} \right)$$

Задача № 12. Вычислить пределы функций.

$$12.1 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$$

$$12.2 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$$

$$12.3 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$12.4 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$12.5 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

$$12.6 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x^2 + 1}$$

$$12.7 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x + x^5}$$

$$12.8 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$$

$$12.9 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$$

$$12.10 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$$

$$12.11 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$12.12 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$12.13 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$$

$$12.14 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$$

$$12.15 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$$

$$12.16 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

$$12.17 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

$$12.18 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$$

$$12.19 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$$

$$12.20 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$$

$$12.21 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}$$

$$12.22 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$12.23 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$$

$$12.24 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$12.25 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$12.26 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

$$12.27 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x^2 + 1}$$

$$12.28 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 2x)^3 - (1 + 6x)}{x^2 + x^5}$$

$$12.29 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$$

$$12.30 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$$

Задача № 13. Вычислить пределы функций.

$$13.1 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$13.3 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} - 3}{\sqrt[3]{x^2} - 1}$$

$$13.5 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$$

$$13.7 \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

$$13.9 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}$$

$$13.11 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$$

$$13.13 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$$

$$13.15 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}$$

$$13.17 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}}$$

$$13.19 \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2+x} - 2x}$$

$$13.21 \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{16}} - \frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4}+x} - \sqrt{2x}}$$

$$13.23 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}}$$

$$13.25 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+3x^2} - (1+x)}{\sqrt[3]{x}}$$

$$13.27 \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x} - 4)^2}}$$

$$13.29 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^2} - 16}$$

$$13.2 \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$$

$$13.4 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$$

$$13.6 \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$$

$$13.8 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}$$

$$13.10 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$$

$$13.12 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$$

$$13.14 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$

$$13.16 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}$$

$$13.18 \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$$

$$13.20 \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{9}} - \frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{1}{3}+x} - \sqrt{2x}}$$

$$13.22 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$$

$$13.24 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2} + x^3}$$

$$13.26 \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

$$13.28 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{\sqrt[3]{x^3} + 8}$$

$$13.30 \lim_{x \rightarrow -8} \frac{10 - x - 6\sqrt{1-x}}{2 + \sqrt[3]{x}}$$

Задача № 14. Вычислить пределы функций.

$$14.1 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$

$$14.3 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$

$$14.5 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi + x)}$$

$$14.7 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}$$

$$14.9 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)}$$

$$14.11 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 7x)}{\sin(\pi(x + 7))}$$

$$14.13 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1 - 2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x}$$

$$14.15 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$$

$$14.17 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(\pi(x + 1))}{\ln(1 + 2x)}$$

$$14.19 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - 1}{\sin(\pi(x + 2))}$$

$$14.21 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \cdot \sin x}$$

$$14.23 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin\left(\pi\left(\frac{x}{2} + 1\right)\right)}$$

$$14.25 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}$$

$$14.27 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}$$

$$14.2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(10x)}{e^{x^2} - 1}$$

$$14.4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$$

$$14.6 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}\left(2\pi\left(x + \frac{1}{2}\right)\right)}$$

$$14.8 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}$$

$$14.10 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x + 10))}$$

$$14.12 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(x + \frac{5\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2}$$

$$14.14 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x + 1}}{\cos\left(\frac{\pi(x + 1)}{2}\right)}$$

$$14.16 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x}$$

$$14.18 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$$

$$14.20 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5(x + \pi))}{e^{3x} - 1}$$

$$14.22 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2^{-3x} - 1} \cdot \ln 2$$

$$14.24 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}$$

$$14.26 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1}$$

$$14.28 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$14.29 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}\left(\pi\left(1 + \frac{x}{2}\right)\right)}{\ln(x+1)}$$

$$14.30 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}$$

Задача № 15. Вычислить пределы функций.

$$15.1 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$$

$$15.2 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$$

$$15.3 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^{x^4}$$

$$15.4 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$$

$$15.5 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}$$

$$15.6 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2-6x+7}{3x^2+20x-1}\right)^{-x+1}$$

$$15.7 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-3x+6}{x^2+5x+1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$15.8 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-10}{x+1}\right)^{3x+1}$$

$$15.9 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-7}{6x+4}\right)^{3x+2}$$

$$15.10 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+4x-1}{3x^2+2x+7}\right)^{2x+5}$$

$$15.11 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x+1}{x^2+x-1}\right)^{x^2}$$

$$15.12 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+5x+7}{2x^2+5x+3}\right)^x$$

$$15.13 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{x^2}$$

$$15.14 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2+3x-1}{5x^2+3x+3}\right)^{x^3}$$

$$15.15 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1}\right)^{2x+3}$$

$$15.16 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+7x-1}{2x^2+3x-1}\right)^{-x^2}$$

$$15.17 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+5}\right)^{x+4}$$

$$15.18 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3+1}{x^3-1}\right)^{2x-x^3}$$

$$15.19 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+21x-7}{2x^2+18x+9}\right)^{2x+1}$$

$$15.20 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x-3}{10x-1}\right)^{5x}$$

$$15.21 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2-5x}{3x^2-5x+7}\right)^{x+1}$$

$$15.22 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1}\right)^{-x^2}$$

$$15.23 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-6x+5}{x^2-5x+5}\right)^{3x+2}$$

$$15.24 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+2}\right)^x$$

$$15.25 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x^2 + 18x - 15}{7x^2 + 11x + 15} \right)^{x+2}$$

$$15.26 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{x+1}$$

$$15.27 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + x + 1}{x^3 + 2} \right)^{2x^2}$$

$$15.28 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{13x+3}{13x-10} \right)^{x-3}$$

$$15.29 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 2x + 1} \right)^{3x^2 - 7}$$

$$15.30 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-7} \right)^{\frac{x}{6} + 1}$$

Производная и её приложения

Задача № 16. Найти производные заданных функций.

$$16.1 \quad 1) y = x^3 - \frac{1}{x^2}, \quad 2) y = \sqrt{3^x + 2x} - \operatorname{ctg} 3x, \quad 3) y = \frac{4 + \ln x^2}{e^{3x}},$$

$$4) y = 2^x \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{x+7}, \quad 5) y = x^{\sin x}, \quad 6) x \cdot \sin y + y^2 - x = 2.$$

$$16.2 \quad 1) y = \frac{3}{x + \sqrt{x}}, \quad 2) y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}, \quad 3) y = e^{2x+3} \cdot \left(x^2 - x + \frac{1}{2}\right),$$

$$4) y = \frac{1 + \operatorname{tg} 3x}{\cos \frac{x}{2}}, \quad 5) y = x^{e^x}, \quad 6) x \cdot \ln y + x^2 + y = 0.$$

$$16.3 \quad 1) y = x^4 - 2\sqrt{x}, \quad 2) y = \sin^2 x \cdot \operatorname{ctg} 3x, \quad 3) y = 2x - \sqrt[3]{x^6 - 8},$$

$$4) y = \frac{e^{-x} + 4}{\ln x}, \quad 5) y = (\cos x)^x, \quad 6) e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$$

$$16.4 \quad 1) y = \sqrt[4]{4x} - 3x^2, \quad 2) y = x \cdot \operatorname{arctg} x, \quad 3) y = \sqrt{3 - 2\operatorname{tg}^2 x},$$

$$4) y = \frac{1 + \sin 3x}{1 + \cos x}, \quad 5) y = (\sin x)^{\sqrt{x}}, \quad 6) xy^2 - 2y + \frac{y}{\ln x} = 0.$$

$$16.5 \quad 1) y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}, \quad 2) y = (x^2 + \sin x)^3, \quad 3) y = 3^x \arcsin x, \quad 4)$$

$$) y = \frac{\cos^2 3x}{x^3}, \quad 5) y = (\operatorname{tg} x)^{x^2}, \quad 6) x^3 - \operatorname{arctg} y + xy = 1.$$

$$16.6 \quad 1) y = \frac{2}{3 + \sqrt{x}}, \quad 2) y = \sqrt[4]{x - \arcsin x}, \quad 3) y = \ln(x^2 + 4) - x \sin^2 x,$$

$$4) y = \frac{\cos x - x^2}{6^x}, \quad 5) y = x^{\operatorname{tg} x}, \quad 6) yx - \operatorname{arctg} x + e^y = 0.$$

$$16.7 \quad 1) y = (3x + 2)^2, \quad 2) y = x^3 \arccos x - 7x, \quad 3) y = 5^x \operatorname{tg} x,$$

4) $y = \frac{\ln(x+1)}{\sin x}$,	5) $y = (\cos x)^{x^2}$,	6) $(xy)^2 - \sin y + \sqrt{x} = 0$.
16.8 1) $y = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$,	2) $y = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$,	3) $y = \sin^2 x \cdot \cos x^2$,
4) $y = 2^{\frac{x}{\ln x}}$,	5) $y = (\arcsin x)^{\sqrt{x}}$,	6) $(x+y)^2 - \arctg y = 2^x$
16.9 1) $y = (4x+3)^2$,	2) $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$,	3) $y = x \cdot 10^{\sqrt{x}} - 3x^3$,
4) $y = \sqrt{\sin^2 x - \ln x}$,	5) $y = (x^2 + 1)^x$,	6) $\ln(x+y) = e^{x+2y}$.
16.10 1) $y = (1-2x)^{-2}$,	2) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{ctg} x + x$,	3) $y = e^{ax} \cos(bx+c)$,
4) $y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$,	5) $y = (1-x)^{\operatorname{arctg} x}$,	6) $6^{x+y} - \sin y^2 + \sqrt{x} = 0$.
16.11 1) $y = \sqrt{x+2x^2}$,	2) $y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + (1-x)^3$,	3) $y = \frac{2^x}{\operatorname{tg} x}$,
4) $y = (\ln x + 7x) \sin^3 x$,	5) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\sqrt{x}}$,	6) $xy - \ln x + \ln y = 2$
16.12 1) $y = x(\sqrt{x} + 1)$,	2) $y = \frac{a}{2} \ln(x^2 - a^2) + \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right)$,	3) $y = \sqrt{\frac{\cos x}{x^3 - 1}}$,
4) $y = (x+1) \sin^2(x^2)$,	5) $y = (\operatorname{tg} x)^{e^x}$,	6) $5^{xy} - y^2 = \operatorname{arctg} x$.
16.13 1) $y = x(1 - \sqrt{x})$,	2) $y = x^5 \cdot 5^{-x}$,	3) $y = \arcsin\left(\frac{x^2 - 4}{4}\right) + 2$,
4) $y = \frac{x + \cos 2x}{\operatorname{tg} x}$,	5) $y = (x-2)^{\cos x}$,	6) $x^2 - xy + 3^{xy} = 2$.
16.14 1) $y = x^2(\sqrt{x} - 2)$,	2) $y = \sin^2 x \cdot \cos 2x$,	3) $y = \frac{4}{x-2} + \arcsin \sqrt{x}$,
4) $y = \frac{3^{\operatorname{tg} x}}{1-x^2}$,	5) $y = (\operatorname{arctg} x)^{x^3}$,	6) $\operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) - y^2 = x$.
16.15 1) $y = \sqrt{x}(x^2 - 1)$,	2) $y = x^4(5 - 2x^2)^3$,	3) $y = e^{-2x}(3 \sin x - x)$,
4) $y = \frac{\operatorname{ctg}^3 4x}{\cos x}$,	5) $y = (\arcsin x)^{x+3}$,	6) $y^3 - \cos y = 2^x$.
16.16 1) $y = x(1 + 3x^2)^2$,	2) $y = 5 \arccos x + \sin^3 x$,	3) $y = \sqrt[3]{(x^2 + 1) \cdot \operatorname{tg} x}$,
4) $y = \frac{1-2^x}{3+2^x}$,	5) $y = (\ln x)^{\sqrt{x}}$,	6) $\sin(xy) = y \cdot \operatorname{arctg} x$.
16.17 1) $y = \sqrt{x}(1+x)^2$,	2) $y = (9+x^3)^2 \cdot \operatorname{ctg} x$,	3) $y = e^{3x} - \sqrt{\frac{x}{4}} + \cos 2x$,

$$\begin{array}{lll}
4) y = \frac{tg^2 x}{2 + \sin x}, & 5) y = x^{\ln x}, & 6) e^{y+x^2} - \frac{y}{x} = x^2. \\
16.18 \ 1) y = x^3(1+x)^2, & 2) y = \arcsin e^x, & 3) y = tg^4(x^2+1) - x\sqrt{1-2x^2}, \\
4) y = \frac{e^{\sin x}}{\ln x + 2}, & 5) y = (\cos 2x)^x, & 6) xy^2 = x - \arctg y. \\
16.19 \ 1) y = \sqrt{x}(2+3x)^2, & 2) y = (3x^2+2)^6 + \ln 2, & 3) y = \sqrt{x} \cos^2(3x-1), \\
4) y = \frac{\ln(x^2+4x-1)}{x-2}, & 5) y = (\sin 5x)^{\arctg x}, & 6) x^2 - 7^{xy} = xy. \\
16.20 \ 1) y = x(4+5x)^2, & 2) y = tg 5x \cdot \sin^2 x, & 3) y = \sqrt{1 + \arcsin x}, \\
4) y = \frac{\ln(1-x^2)}{3^x - 2}, & 5) y = (\cos(x+2))^x, & 6) \arctg \frac{y}{x} - x^2 = 2y^2. \\
16.21 \ 1) y = (3x+2)x^5, & 2) y = e^{-x}(2\cos x + 3\sin x), & 3) y = \sqrt{\cos x} \cdot \ln x, \\
4) y = \frac{1}{6} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + 4x, & 5) y = (x^2+3)^{\sqrt{x}}, & 6) \arctg y + \sin^3 x = xy^2. \\
16.22 \ 1) y = (x+2)(x+3)^2, & 2) y = x \cdot \arctg\left(\frac{1}{x}\right), & 3) y = \frac{\sin^3 2x}{\cos^2 3x}, \\
4) y = 5^{x^2} \cdot ctg \frac{x}{4}, & 5) y = (\arcsin x)^{\ln x}, & 6) \sqrt{x^2 + y^2} = tg \frac{y}{x}. \\
16.23 \ 1) y = (2x+3)(4x+5)^2, & 2) y = x^3 \cdot e^{-x^2}, & 3) y = \frac{\arccos(1-x)}{\cos x + tg x}, \\
4) y = \sqrt{1-x} \cdot \arccos \sqrt{x}, & 5) y = \sqrt[3]{\arctg x}, & 6) \ln(x+y) = \frac{x}{y}. \\
16.24 \ 1) y = (1-\sqrt{x}) \cdot x^7, & 2) y = \cos^3 \frac{x}{3} \cdot tg 5x, & 3) y = \ln(\arcsin \sqrt{x}), \\
4) y = \frac{\sqrt[3]{x^5 + \sin x}}{\sin 2x}, & 5) y = (x-1)^{\arctg x}, & 6) \sqrt{x} + \sqrt{y} = e^{xy}. \\
16.25 \ 1) y = (2x + \sqrt{x})(x-1), & 2) y = \ln(tgx) + \frac{\sqrt{x} + 4}{x}, & 3) y = 6^{\sin x} \cdot \arctg \frac{x}{3}, \\
4) y = \frac{\cos^3(2x-1)}{\sqrt{x^2+4}}, & 5) y = (\sin 2x)^{x^2}, & 6) x^y = y^x. \\
16.26 \ 1) y = (x-3)^3 x, & 2) y = (\sin x + \cos 2x)^2, & 3) y = 10^{x \cdot \arcsin x}, \\
4) y = \frac{\ln(tgx)}{\ln(ctgx)}, & 5) y = \sqrt[3]{\ln(x^2+1)}, & 6) \sin(xy) + e^y = x.
\end{array}$$

$$16.27 \text{ 1) } y = (x + \sqrt{x})^2, \text{ 2) } y = \frac{\sqrt[9]{4x^5 + 2}}{3x^4}, \text{ 3) } y = \frac{1}{4} \arcsin x - \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right),$$

$$4) y = 7^x \cdot \cos^2 3x, \text{ 5) } y = (\arctg x)^{\cos x}, \text{ 6) } \sin(x+y) = \ln(x+y).$$

$$16.28 \text{ 1) } y = (x + \sin x)^4, \text{ 2) } y = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right) \cdot (1 - \sin x), \text{ 3) } y = \frac{10^x}{\cos 3x},$$

$$4) y = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) + \arctg \sqrt{x}, \text{ 5) } y = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{x}}, \text{ 6) } y \ln y = x \sin x.$$

$$16.29 \text{ 1) } y = (\operatorname{tg} x - x)^3, \text{ 2) } y = \sin^2 x \cdot (1 - \ln x), \text{ 3) } y = \sqrt{1 + \operatorname{tg} 3x} + \frac{1}{\sqrt{2}} \arccos \frac{x}{\sqrt{2}},$$

$$4) y = \frac{1 - e^{2x}}{\cos 3x}, \text{ 5) } y = (\operatorname{ctg} x)^{\sqrt{x}}, \text{ 6) } x^2 \cdot \arcsin y + 6^y = 7^x.$$

$$16.30 \text{ 1) } y = (3x+4)(2x-1)^2, \text{ 2) } y = \frac{\arctg x}{\ln^5 x}, \text{ 3) } y = e^{2x-1} \cdot \sqrt{1-x^2} - \cos(2x-3), \text{ 4) }$$

$$y = 4^{x^2-3} + x \cdot \sin(x^2+1), \text{ 5) } y = (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}, \text{ 6) } \sin(x+y) - xy + \sqrt{y+1} = 0$$

Задача № 17. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ при заданном значении x или t .

$$17.1 \text{ 1) } y = e^{x^2} x, x = 0. \quad 2) \begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}, t = -\frac{\pi}{4}.$$

$$17.2 \text{ 1) } y = \ln \sqrt[3]{1+x^2}, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = \ln t \\ y = t^3 \end{cases}, t = -\frac{\pi}{4}.$$

$$17.3 \text{ 1) } y = x^6 - 4x^3 + 4, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = \arctg t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}, t = 1.$$

$$17.4 \text{ 1) } y = 1 - x^2 - x^4, x = 2. \quad 2) \begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}, t = 0.$$

$$17.5 \text{ 1) } y = (x^2 + 3)^3, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}, t = \frac{\pi}{2}.$$

$$17.6 \text{ 1) } y = x^3 \ln x, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = 5 \cos^3 t \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases}, t = \frac{\pi}{4}.$$

$$17.7 \text{ 1) } y = \frac{1}{1-x}, x = -1. \quad 2) \begin{cases} x = 3(\sin t - t \cos t) \\ y = 3(\cos t + t \sin t) \end{cases}, t = \frac{\pi}{2}.$$

$$17.8 \text{ 1) } y = \arctg x, x = 2. \quad 2) \begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin^2 t \end{cases}, t = \frac{\pi}{8}.$$

$$17.9 \quad 1) y = e^{\sqrt{x}} x, x = 2. \quad 2) \begin{cases} x = \operatorname{arctgt} \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases}, t = 1.$$

$$17.10 \quad 1) y = \ln(\ln x), x = e. \quad 2) \begin{cases} x = e^{-2t} \\ y = e^{3t} \end{cases}, t = 0.$$

$$17.11 \quad 1) y = (1 - x^2) \cdot \cos x, x = 0. \quad 2) \begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{1-t} \end{cases}, t = \frac{1}{2}.$$

$$17.12 \quad 1) y = \frac{1+x}{\sqrt{x}}, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = e^t \cdot \cos t \\ y = e^t \cdot \sin t \end{cases}, t = \frac{\pi}{2}.$$

$$17.13 \quad 1) y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}, x = \frac{1}{2}. \quad 2) \begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t \end{cases}, t = \frac{1}{2}.$$

$$17.14 \quad 1) y = x^3 + 2x + 6, x = 3. \quad 2) \begin{cases} x = ctgt \\ y = \frac{1}{\cos^3 t} \end{cases}, t = \frac{\pi}{4}.$$

$$17.15 \quad 1) y = \sqrt[3]{(1-x)^2}, x = -1. \quad 2) \begin{cases} x = 2t - \sin 2t \\ y = \sin^3 t \end{cases}, t = \frac{\pi}{4}.$$

$$17.16 \quad 1) y = \arcsin x, x = \frac{1}{4}. \quad 2) \begin{cases} x = 2 \cos^3 2t \\ y = \sin^3 2t \end{cases}, t = \frac{\pi}{8}.$$

$$17.17 \quad 1) y = \sin 2x + \cos 3x, x = 0. \quad 2) \begin{cases} x = t^5 \\ y = t^3 + 8t - 1 \end{cases}, t = 1.$$

$$17.18 \quad 1) y = \ln \operatorname{ctg} 4x, x = \frac{\pi}{8}. \quad 2) \begin{cases} x = 2t - \frac{t^3}{3} \\ y = t^4 + 6t - 1 \end{cases}, t = 2.$$

$$17.19 \quad 1) y = x^2 \cdot \sin 2x, x = \frac{\pi}{4}. \quad 2) \begin{cases} x = \frac{1}{\cos t}, t = \frac{\pi}{6} \\ y = tgt \end{cases}$$

$$17.20 \quad 1) y = x \cdot e^{x^2}, x = -1. \quad 2) \begin{cases} x = 6 \cos^2 t \\ y = 6 \sin^2 t \end{cases}, t = \frac{\pi}{4}.$$

$$17.21 \quad 1) y = \sqrt{4^2 + x^2}, x = 3. \quad 2) \begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = t^2 \end{cases}, t = 0.$$

$$17.22 \text{ 1) } y = \frac{1}{4 + \sqrt{x}}, x = 4. \quad 2) \begin{cases} x = \operatorname{arctgt} \\ y = \cos^2 t \end{cases}, t = \frac{\pi}{4}.$$

$$17.23 \text{ 1) } y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}), x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = t^3 + 4t - 1 \\ y = t^6 - 2t \end{cases}, t = 0.$$

$$17.24 \text{ 1) } y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}, x = 0. \quad 2) \begin{cases} x = \ln(t^3 + 1) \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}, t = 1.$$

$$17.25 \text{ 1) } y = x^3 \sin^2 x, x = \frac{\pi}{2}. \quad 2) \begin{cases} x = t \cdot e^t \\ y = \ln(1 + t^2) \end{cases}, t = 0.$$

$$17.26 \text{ 1) } y = 5x^7 - 4x^2 + 7x, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = \sin^3 2t \\ y = \cos 2t \end{cases}, t = \frac{\pi}{8}.$$

$$17.27 \text{ 1) } y = \sqrt{2x^2 + 4x}, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = e^{-2t} \\ y = t^3 + 1 \end{cases}, t = 0.$$

$$17.28 \text{ 1) } y = x \cdot e^{x+1}, x = 1. \quad 2) \begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2} \\ y = \frac{t^2}{2+t^2} \end{cases}, t = 0.$$

$$17.29 \text{ 1) } y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{3}, x = \pi. \quad 2) \begin{cases} x = t^2 + t + 1 \\ y = t^3 + t \end{cases}, t = 1.$$

$$17.30 \text{ 1) } y = 6x^5 - 2x^3 - 3x + 4, x = 0. \quad 6) \begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}, t = -\frac{\pi}{4}.$$

Задача № 18. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[a; b]$.

$$18.1 \quad y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, [1, 4]$$

$$18.2 \quad y = 4 - x - \frac{4}{x^2}, [1, 4]$$

$$18.3 \quad y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1, [0, 6]$$

$$18.4 \quad y = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5}, [-3, 3]$$

$$18.5 \quad y = 2\sqrt{x} - x, [0, 4]$$

$$18.6 \quad y = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}, [-1, 5]$$

$$18.7 \quad y = x - 4\sqrt{x} + 5, [1, 9]$$

$$18.8 \quad y = \frac{10x}{1+x^2}, [0, 3]$$

$$18.9 \quad y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)} - 2, [-3, 3]$$

$$18.10 \quad y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59, [2, 4]$$

18.11 $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}, [-1, 2]$

18.13 $y = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2}, [1, 4]$

18.15 $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}, [1, 5]$

18.17 $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8, [-4, -1]$

18.19 $y = \frac{-2x(2x+3)}{x^2 + 4x + 5}, [-2, 1]$

18.21 $y = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}, [-2, 1]$

18.23 $y = 2\sqrt{x-1} - x + 2, [1, 5]$

18.25 $y = -\frac{x^2}{2} + 2x + \frac{8}{x-2} + 5, [-2, 1]$

18.27 $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(x-4)} + 3, [-4, 2]$

18.29 $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15, \left[-2, -\frac{1}{2}\right]$

18.12 $y = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}, [-1, 6]$

18.14 $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8, [-1, 7]$

18.16 $y = \frac{4x}{4+x^2}, [-4, 2]$

18.18 $y = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}, [-2, 4]$

18.20 $y = -\frac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5}, [-5, 1]$

18.22 $y = x^2 - 2x + \frac{16}{x-1} - 13, [2, 5]$

18.24 $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}, [-3, 4]$

18.26 $y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15, \left[\frac{1}{2}, 2\right]$

18.28 $y = x^2 + 4x + \frac{16}{x+2} - 9, [-1, 2]$

18.30 $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}, [-2, 5]$

Задача № 19. Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0

19.1 $y = \frac{4x - x^2}{4}, x_0 = 2.$

19.3 $y = 2x^2 + 3x - 1, x_0 = -2.$

19.5 $y = x - x^3, x_0 = -1.$

19.7 $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, x_0 = 4.$

19.9 $y = x + \sqrt{x^3}, x_0 = 1.$

19.11 $y = \sqrt[3]{x^2} - 20, x_0 = -8.$

19.13 $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}, x_0 = 4.$

19.15 $y = 8\sqrt[4]{x} - 7, x_0 = 16.$

19.2 $y = \frac{x^{10} + 9}{1 - 5x^2}, x_0 = 1.$

19.4 $y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}), x_0 = 1.$

19.6 $y = \frac{1}{3x+2}, x_0 = 2.$

19.8 $y = \frac{x}{x^2+1}, x_0 = -2.$

19.10 $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{3}, x_0 = 3.$

19.12 $y = \frac{2x}{x^2+1}, x_0 = 1.$

19.14 $y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}), x_0 = 1.$

19.16 $y = \frac{1 + 3x^2}{3 + x^2}, x_0 = 1.$

19.17 $y = 2x^2 - 3x + 1, x_0 = 1.$

19.18 $y = 14\sqrt{x} - 15\sqrt[3]{x}, x_0 = 1.$

19.19 $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2}, x_0 = 3.$

19.20 $y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}, x_0 = 1.$

19.21 $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}, x_0 = 64.$

19.22 $y = \frac{3x - 2x^2}{3}, x_0 = 1.$

19.23 $y = \frac{x^3 + 2}{x^3 - 2}, x_0 = 2.$

19.24 $y = \frac{x^2}{4} - \sqrt{x}, x_0 = 4.$

19.25 $y = \frac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}, x_0 = 1.$

19.26 $y = 2x + \frac{1}{x^2}, x_0 = 1.$

19.27 $y = -\frac{2(x^8 + 2)}{3(x^4 + 1)}, x_0 = 1.$

19.28 $y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}, x_0 = 1.$

19.29 $y = 6\sqrt[3]{x} - \frac{16\sqrt[4]{x}}{3}, x_0 = 1.$

19.30 $y = \frac{x^2 - 2x - 4}{4}, x_0 = 4.$

Задача № 20. Найти решение задачи.

- 20.1 Требуется изготовить ящик с крышкой, объём которого был бы равен 72 см^3 , причём стороны основания относились бы, как 1:2. Каковы должны быть размеры всех сторон, чтобы полная поверхность была наименьшей?
- 20.2 Объём правильной треугольной призмы равен V . Какова должна быть сторона основания, чтобы полная поверхность призмы была наименьшей?
- 20.3 Открытый бак имеет форму цилиндра. При данном объёме V каковы должны быть радиус основания и высота цилиндра, чтобы его поверхность была наименьшей?
- 20.4 Требуется изготовить коническую воронку с образующей, равной 20 см. Каковы должны быть высота воронки, чтобы её объём был наибольшим?
- 20.5 Из круга вырезан сектор с центральным углом α . Из сектора свёрнута коническая поверхность. При каком значении угла α объём полученного конуса будет наибольшим?
- 20.6 Дождевая капля падает со скоростью $v = gt$, где t – время, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Масса капли уменьшается по закону $m(t) = m_0 - kt$, где m_0 – начальная масса, k – постоянный коэффициент. Через сколько секунд после начала падения кинетическая энергия капли будет наибольшей и какова она?
- 20.7 Миноносец стоит на якоре в 9 км от ближайшей точки берега; с миноносца нужно послать гонца в лагерь, расположенный в 15 км, считая по берегу от ближайшей к миноносцу точки берега (лагерь расположен на берегу). Если гонец может делать пешком по 5 км/ч, а на веслах по

- 4 км/ч, то в каком пункте берега он должен пристать, чтобы попасть в лагерь в кратчайшее время?
- 20.8 На странице книги печатный текст должен занимать S квадратных сантиметров. Верхнее и нижнее поля должны быть по a см, правое и левое – по b см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее выгодные размеры страницы?
- 20.9 Найти стороны прямоугольника наибольшего периметра, вписанного в полуокружность радиусом R .
- 20.10 Полоса железа шириной a должна быть согнута в виде открытого цилиндрического желоба (сечение желоба имеет форму дуги кругового сегмента). Найти значение центрального угла, опирающегося на эту дугу, при котором вместимость желоба будет наибольшей.
- 20.11 На оси параболы $y^2 = 2p \cdot x$ дана точка на расстоянии a от вершины. Указать абсциссу x ближайшей к ней точки кривой.
- 20.12 Кусок проволоки длиной l согнуть в виде прямоугольника так, чтобы площадь последнего была наибольшей.
- 20.13 Требуется устроить прямоугольную площадку так, чтобы с трёх сторон она была огорожена проволочной сеткой, а четвертой стороной примыкала к длинной каменной стене. Какова наилучшая (в смысле площади) форма площадки, если имеется l погонных метров сетки?
- 20.14 Из квадратного листа картона со стороной a требуется сделать открытую прямоугольную коробку наибольшей вместимости, вырезав по углам квадраты и загнув выступы получившейся крестообразной фигуры.
- 20.15 Открытый жестяной бак с квадратным основанием должен вмещать V литров. При каких размерах на изготовление бака потребуется наименьшее количество жести?
- 20.16 В шар радиусом R вписать цилиндр наибольшего объёма.
- 20.17 В шар радиусом R вписать цилиндр с наибольшей боковой поверхностью.
- 20.18 В шар радиусом R вписать конус наибольшего объёма.
- 20.19 В сегмент параболы $y^2 = 2p \cdot x$, отсекаемый прямой $x = 2a$, вписать прямоугольник наибольшей площади.
- 20.20 На кривой $y = \frac{1}{1+x^2}$ найти точку, в которой касательная составляет с осью OX наибольший по абсолютной величине угол.
- 20.21 Соппротивление балки прямоугольного поперечного сечения на сжатие пропорционально площади этого сечения. Каковы должны быть размеры сечения балки, вырезанной из круглого бревна диаметром d , чтобы её сопротивление на сжатие было наибольшим?
- 20.22 Требуется изготовить открытый цилиндрический бак данного объёма V , причём стоимость квадратного метра материала, из которого изготавлиется дно бака, равна p_1 р., а стоимость квадратного метра материала,

- идущего на стенки, равна p_2 р. При каком отношении радиуса дна к высоте бака затраты на материал будут наименьшими?
- 20.23 В прямоугольной системе координат через точку $(1;2)$ проведена прямая с отрицательным угловым коэффициентом, которая вместе с осями координат образует треугольник. Каковы должны быть отрезки, отсекаемые на осях координат, чтобы площадь треугольника была наименьшей?
- 20.24 Из полосы жести шириной 11 см требуется сделать открытый сверху желоб, поперечное сечение которого имеет форму равнобочной трапеции. Дно желоба равно 7 см. Какова должна быть ширина желоба наверху, чтобы он вмещал наибольшее количество воды?
- 20.25 Сопротивление балки прямоугольного сечения на изгиб пропорционально произведению ширины этого сечения на квадрат его высоты. Каковы должны быть размеры сечения балки, вырезанного из круглого бревна диаметром d , чтобы её сопротивление на изгиб было наибольшим?
- 20.26 В прямоугольной системе координат через точку $(1;4)$ проведена прямая, пересекающаяся с положительными полуосями координат. Написать уравнение прямой, если сумма отрезков, отсекаемых ею на осях координат, принимает наименьшее значение.
- 20.27 Полотняный шатер объёмом V имеет форму прямого кругового конуса. Каково должно быть отношение высоты конуса к радиусу основания, чтобы на шатер ушло наименьшее количество полотна?
- 20.28 Из полосы жести шириной 30 см требуется сделать открытый сверху желоб, поперечное сечение которого имеет форму равнобочной трапеции. Дно желоба должно иметь ширину 10 см. Каков должен быть угол, образуемый стенками желоба с дном, чтобы он вмещал наибольшее количество воды?
- 20.29 Стрела прогиба балки прямоугольного поперечного сечения обратно пропорциональна произведению ширины этого сечения на куб его высоты. Каковы должны быть размеры сечения балки, вырезанной из круглого бревна диаметром d , с наименьшей стрелой прогиба (наибольшей жесткости)?
- 20.30 Найти отношение радиуса цилиндра к его высоте, при котором цилиндр имеет при данном объёме V наименьшую полную поверхность.

Задача № 21. Найти асимптоты и схематично построить графики функций.

$$21.1 \quad y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}.$$

$$21.2 \quad y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}.$$

$$21.3 \quad y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}.$$

$$21.4 \quad y = \frac{4x^2 + 9}{4x + 8}.$$

$$21.5 \quad y = \frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2 - 3x^2}.$$

$$21.7 \quad y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}.$$

$$21.9 \quad y = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}.$$

$$21.11 \quad y = \frac{2 - x^2}{\sqrt{9x^2 - 4}}.$$

$$21.13 \quad y = \frac{3x^2 - 7}{2x + 1}.$$

$$21.15 \quad y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}.$$

$$21.17 \quad y = \frac{2x^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 2}}.$$

$$21.19 \quad y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}.$$

$$21.21 \quad y = \frac{x^3 - 2x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}.$$

$$21.23 \quad y = \frac{x^3 + x^2 - 3x - 1}{2x^2 - 2}.$$

$$21.25 \quad y = \frac{3x^2 - 10}{\sqrt{4x^2 - 1}}.$$

$$21.27 \quad y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 9x - 3}{2x^2 - 3}.$$

$$21.29 \quad y = \frac{-x^2 - 4x + 13}{4x + 3}.$$

$$21.6 \quad y = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{3x^2 - 2}}.$$

$$21.8 \quad y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}.$$

$$21.10 \quad y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}.$$

$$21.12 \quad y = \frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1}.$$

$$21.14 \quad y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}}.$$

$$21.16 \quad y = \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{2 - 3x^2}.$$

$$21.18 \quad y = \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x + 1}{1 - 3x^2}.$$

$$21.20 \quad y = \frac{2x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$21.22 \quad y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x + 1}.$$

$$21.24 \quad y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 4}.$$

$$21.26 \quad y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}.$$

$$21.28 \quad y = \frac{3x^2 - 10}{3 - 2x}.$$

$$21.30 \quad y = \frac{-8 - x^2}{\sqrt{x^2 - 4}}.$$

Задача № 22. Провести полное исследование функций с помощью производной и построить их график.

$$22.1 \quad y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

$$22.3 \quad y = \frac{2}{x^2 + 2x}.$$

$$22.5 \quad y = \frac{12x}{9 + x^2}.$$

$$22.2 \quad y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

$$22.4 \quad y = \frac{4x^2}{3 + x^2}.$$

$$22.6 \quad y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

22.7 $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$.

22.9 $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$.

22.11 $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$.

22.13 $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$.

22.15 $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$.

22.17 $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$.

22.19 $y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$.

22.21 $y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$.

22.23 $y = \frac{x^2 + 2x - 7}{x^2 + 2x - 3}$.

22.25 $y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2$.

22.27 $y = \frac{4(x+1)^2}{x^2 + 2x + 4}$.

22.29 $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$.

22.8 $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$.

22.10 $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$.

22.12 $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$.

22.14 $y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}$.

22.16 $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$.

22.18 $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$.

22.20 $y = \frac{1 - 2x^3}{x^2}$.

22.22 $y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$.

22.24 $y = \frac{1}{x^4 - 1}$.

22.26 $y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$.

22.28 $y = \frac{3x - 2}{x^3}$.

22.30 $y = \frac{x^3 - 27x + 54}{x^3}$.

Задача № 23. Провести полное исследование функций с помощью производной и построить их график.

23.1 $y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2 - 4x + 1)}$.

23.3 $y = \sqrt[3]{(x+2)(x^2 + 4x + 1)}$.

23.5 $y = \sqrt[3]{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}$.

23.7 $y = \sqrt[3]{(x^2 - 4x + 3)^2}$.

23.9 $y = \sqrt[3]{x^2(x-2)^2}$.

23.11 $y = \sqrt[3]{x^2(x+4)^2}$.

23.2 $y = -\sqrt[3]{(x+3)(x^3 + 6x + 6)}$.

23.4 $y = \sqrt[3]{(x+1)(x^2 + 2x - 2)}$.

23.6 $y = \sqrt[3]{(x-3)(x^2 - 6x + 6)}$.

23.8 $y = \sqrt[3]{x^2(x+2)^2}$.

23.10 $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x - 3)^2}$.

23.12 $y = \sqrt[3]{x^2(x-4)^2}$.

23.13 $y = \sqrt[3]{(x+3)x^2}$.

23.15 $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}$.

23.17 $y = \sqrt[3]{(x-4)(x+2)^2}$.

23.19 $y = \sqrt[3]{(x+1)(x-2)^2}$.

23.21 $y = \sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$.

23.23 $y = \sqrt[3]{(x-6)x^2}$.

23.25 $y = \sqrt[3]{x(x-3)^2}$.

23.27 $y = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$.

23.29 $y = \sqrt[3]{x(x+6)^2}$.

23.14 $y = \sqrt[3]{(x-1)(x+2)^2}$.

23.16 $y = \sqrt[3]{(x+6)x^2}$.

23.18 $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$.

23.20 $y = \sqrt[3]{(x-3)x^2}$.

23.22 $y = \sqrt[3]{(x+2)(x-4)^2}$.

23.24 $y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$.

23.26 $y = \sqrt[3]{x(x+3)^2}$.

23.28 $y = \sqrt[3]{x(x-6)^2}$.

23.30 $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$.

Функция двух переменных

Задача № 24. Найти область определения функции двух переменных. Сделать схематический чертёж. Найти производные первого порядка.

24.1 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$.

24.2 $z = \ln(x^2-y)$.

24.3 $z = \ln y + \arcsin x$.

24.4 $z = \sqrt{y \cdot \sin x}$.

24.5 $z = \ln(x \cdot y)$.

24.6 $z = \ln y - \ln \cos x$.

24.7 $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$.

24.8 $z = \ln(x-y)$.

24.9 $z = 2\sqrt{x} + \arcsin y$.

24.10 $z = \sqrt{x \cdot \sin y}$.

24.11 $z = \sqrt{x \cdot \ln y}$.

24.12 $z = \ln(x \cdot (y-1))$.

24.13 $z = \sqrt{16-x^2-y^2}$.

24.14 $z = \ln(x+y)$.

24.15 $z = \arccos y - \sqrt{x}$.

24.16 $z = \sqrt{x \cdot y}$.

24.17 $z = \frac{1}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$.

24.18 $z = \ln(y \cdot (x-3))$.

24.19 $z = \sqrt{x^2+y^2} - 2$.

24.20 $z = \ln(2x+y)$.

24.21 $z = \arccos(x+y)$.

24.22 $z = \sqrt{x \cdot \cos y}$.

24.23 $z = \sqrt{y \cdot \ln x}$.

24.24 $z = \arccos(x-y)$.

24.25 $z = \sqrt{\ln x + y}$.

24.26 $z = \ln(2y-x^2)$.

24.27 $z = \arccos y + \arcsin x$.

24.28 $z = \sqrt{y \cdot \cos x}$.

24.29 $z = \sqrt{x^2-y}$.

24.30 $z = \ln x - \ln \sin y$.

Задача № 25. Дана функция $z = f(x; y)$. Показать, что она удовлетворяет данному уравнению.

$$25.1 \quad z = e^{xy}, \quad x^2 z''_{xx} - y^2 z''_{yy} = 0.$$

$$25.2 \quad z = e^{-\cos(2x+y)}, \quad 4z''_{xx} = z''_{yy}.$$

$$25.3 \quad z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1), \quad z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$25.4 \quad z = \sin^2(y - 3x), \quad 9z''_{yy} = z''_{xx}.$$

$$25.5 \quad z = \frac{y}{x}, \quad x^2 z''_{xx} + 2xyz''_{xy} + y^2 z''_{yy} = 0.$$

$$25.6 \quad z = y \cdot \sqrt{\frac{y}{x}}, \quad x^2 z''_{xx} - y^2 z''_{yy} = 0.$$

$$25.7 \quad z = \sqrt{\frac{x}{y}}, \quad x^2 z''_{xx} - (y^2 z'_y)' = 0.$$

$$25.8 \quad z = \ln(x^2 - y^2), \quad z''_{xx} - z''_{yy} = 0.$$

$$25.9 \quad z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right), \quad z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$25.10 \quad z = e^{\frac{y}{x}}, \quad (x^2 z'_x)' - y^2 z''_{yy} = 0.$$

$$25.11 \quad z = x^y, \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.12 \quad z = e^x(\cos y + x \cdot \sin y), \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.13 \quad z = e^{2x} y^2, \quad \frac{1}{2y^2} z''_{xx} = z''_{yy}.$$

$$25.14 \quad z = e^x \sin y, \quad z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$25.15 \quad z = e^{(x+2)y}, \quad \left(\frac{x+2}{y}\right) z''_{xx} - z''_{yy} = 0.$$

$$25.16 \quad z = x^3 + xy^2 - 5xy^3 + y^5, \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.17 \quad z = 4y^2 \sqrt{x}, \quad 8\left(\frac{x}{y}\right)^2 z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$25.18 \quad z = e^{xy^2}, \quad \frac{y^3}{2(y^2 x + 1)} z''_{yx} = z''_{xx}.$$

$$25.19 \quad z = \ln(x + y^2), \quad 2yz''_{xx} = z''_{yx}.$$

$$25.20 \quad z = \frac{\sqrt{x}}{y^2}, \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.21 \quad z = e^{\sin(x+2y)}, \quad 4z''_{xx} = z''_{yy}.$$

$$25.22 \quad z = \cos^2(y + 3x), \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.23 \quad z = 2x^3 \sqrt{5y+1}, \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.24 \quad z = e^{3y} \cos x, \quad 9z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$25.25 \quad z = x^3 y^2 - 3xy^3 - xy + 1, \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.26 \quad z = 3xy - x^3 - y^3, \quad \frac{y}{x} z''_{xx} = z''_{yy}.$$

$$25.27 \quad z = x^3 y + \ln y - x, \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

$$25.28 \quad z = e^y \cos 5x, \quad 25z''_{yy} + z''_{xx} = 0.$$

$$25.29 \quad z = 5^{xy}, \quad \frac{x^2}{y^2} z''_{xx} = z''_{yy}.$$

$$25.30 \quad z = \ln(xy + x), \quad z''_{xy} = z''_{yx}.$$

Задача № 26. Дана функция $z = f(x; y)$ и две точки $A(x_0; y_0)$ и $B(x_1; y_1)$. Требуется: 1) вычислить значение z_1 функции в точке B ; 2) вычислить приближённое значение \bar{z}_1 функции в точке B , исходя из значения z_0 функции в точке A , заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; 3) оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом; 4) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x; y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$.

$$26.1 \quad z = x^2 + 3xy + y^2, \quad A(3;1), B(3,05;1,02).$$

$$26.2 \quad z = xy + y^2 - 2x, \quad A(2;1), B(2,03;0,96).$$

$$26.3 \quad z = x^2 + y^2 - x - y, \quad A(-2;2), B(-2,02;2,05).$$

$$26.4 \quad z = 2x^2 + 2xy - y^2, \quad A(1;3), B(0,95;2,94).$$

$$26.5 \quad z = x^2 + 3xy - y^2, \quad A(1;3), B(0,96;2,95).$$

$$26.6 \quad z = xy + 2x - y, \quad A(2;2), B(1,93;2,05).$$

$$26.7 \quad z = 3y^2 - 9xy + y, \quad A(1;3), B(1,07;2,94).$$

$$26.8 \quad z = xy + x - y, \quad A(1,5;2,3), B(1,43;2,35)$$

$$26.9 \quad z = y^2 - xy - x^2, \quad A(-4;5), B(-3,92;5,06)$$

$$26.10 \quad z = x^2 + y^2 - x - y, \quad A(1;-3), B(1,08;-2,94)$$

$$26.11 \quad z = x^2 + 2x + y^2, \quad A(1;2), B(1,03;1,97).$$

$$26.12 \quad z = 2x^2 - 9xy - y, \quad A(1;1), B(0,98;1,03).$$

$$26.13 \quad z = 3y^2 + xy - x - y, \quad A(2;1), B(1,98;0,98).$$

$$26.14 \quad z = xy + y^2 - x, \quad A(3;2), B(3,03;1,92).$$

- 26.15 $z = 2x + 3y - y^2$, $A(1;2)$, $B(1,06;2,01)$.
 26.16 $z = y - xy + x^2$, $A(1;3)$, $B(0,96;3,05)$.
 26.17 $z = 2y^2 - 3x^2 - x + 2y$, $A(-2;1)$, $B(-1,93;0,92)$.
 26.18 $z = 3y^2 - 2xy + x^2$, $A(3;-1)$, $B(3,04;-0,93)$.
 26.19 $z = 7x + 8y - xy$, $A(5;3)$, $B(4,98;3,03)$.
 26.20 $z = x^2 - y^2 + 5xy$, $A(-3;-2)$, $B(-3,02;-1,98)$.
 26.21 $z = y^2 - 3xy + x^2$, $A(-1;1)$, $B(-0,96;1,04)$.
 26.22 $z = x + y - 4y^2$, $A(2;5)$, $B(2,01;4,93)$.
 26.23 $z = 2x^2 + y^2 - x - 2y$, $A(-2;3)$, $B(-1,97;2,94)$.
 26.24 $z = 7x^2 + y^2 - 3x$, $A(1;2)$, $B(1,01;2,03)$.
 26.25 $z = x + y - 8xy$, $A(3;2)$, $B(3,04;1,98)$.
 26.26 $z = 4xy + y^2 - 2x^2$, $A(5;2)$, $B(5,07;2,04)$.
 26.27 $z = 8x^2 + 7y^2 - 5y$, $A(1;2)$, $B(0,95;2,05)$.
 26.28 $z = 3x + 4y - y^2$, $A(-1;-1)$, $B(-0,93;-1,04)$.
 26.29 $z = x^2 - y^2 + xy$, $A(3;-1)$, $B(3,01;-1,08)$.
 26.30 $z = 3y - 5xy - y^2$, $A(2;-1)$, $B(1,92;-1,03)$.

Задача № 27. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x; y)$ в замкнутой области.

- 27.1 $z = x^2 + y^2 - xy - 4x$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $2x + 3y - 12 = 0$.
 27.2 $z = x^2 + y^2 - 4xy + 4x$ в квадрате $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$.
 27.3 $z = x^3 + y^3 - 3xy$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$.
 27.4 $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 3$.
 27.5 $z = xy - 2x - y$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 4$.
 27.6 $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$ в области, ограниченной параболой $y = \frac{x^2}{3}$ и прямой $y = 3$.
 27.7 $z = 2x + y - xy$, в квадрате $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$.
 27.8 $z = x^2 + 4xy - y^2 - 6x - 2y$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $y = 4 - x$.
 27.9 $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $x + y = -3$.

27.10 $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми линиями $y = 1$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 2$.

27.11 $z = 2x^2 + y^2 - 3xy + y$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 5$, $y = 0$, $y = 2x$.

27.12 $z = 5x^2 - y^2 - 2x$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $y = x$, $y = -x$, $x = 3$.

27.13 $z = x^2 + y^2 - 4x - y$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $y = 2x$, $y = 0$, $y = 10 - 2x$.

27.14 $z = x^2 + 2y^2 + 4xy + 1$ в прямоугольнике $-1 \leq x \leq 1$, $-2 \leq y \leq 1$.

27.15 $z = x^2 + xy - 3x - y$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$.

27.16 $z = x^2 + y^2 - xy - 5y + 3$ в трапеции, ограниченной прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $y = 5$, $y = 8 - x$.

27.17 $z = 3x^2 - 3y^2 - x + y + xy$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $y = 5 - \frac{5x}{2}$.

27.18 $z = 2y^2 + 3x^2 - 2xy - 5x$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $y = 0$, $y = 4 - x$, $y = 4 + x$.

27.19 $z = y^3 + x^3 - xy$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 4$.

27.20 $z = 8x^3 + y^3 - 12xy + 5$ в трапеции, ограниченной прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $y = 4$, $y = 6 - x$.

27.21 $z = x - 3y + 10xy$ в четырёхугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 0$, $x = 3$, $y = -2$, $y = 3 - x$.

27.22 $z = xy + 2x - 5y$ в прямоугольнике $1 \leq x \leq 6$, $-3 \leq y \leq 0$.

27.23 $z = x + 3y - 5xy$ в четырёхугольнике, ограниченном прямыми линиями $x = 0$, $y = 0$, $x = 5$, $x + 5y = 10$.

27.24 $z = x^2 - 5xy + x - 2y$ в квадрате $-1 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$.

27.25 $z = x^2 - 2xy + 3x$ в области, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и прямой $y = 0$.

27.26 $z = 2x^2 + 2xy - y^2 - 8x + 2y + 3$ в треугольнике, ограниченном прямыми линиями $y = 0$, $x = 2$, $y = x + 2$.

27.27 $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 4$, $-3 \leq y \leq 2$.

27.28 $z = xy + x + y$ в квадрате $-2 \leq x \leq 1$, $-2 \leq y \leq 1$.

27.29 $z = 2x^2 + xy$ в области, ограниченной параболой $y = x^2 - 1$ и прямой $y = 3$.

27.30 $z = 3x^2 + 5x - y^2 + 1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми линиями
 $x = 0, \quad x = 3, \quad y = -2, \quad y = 2.$

Задача № 28. Дана функция $z = z(x; y)$, точка A и вектор \vec{a} . Найти: 1) $\overline{\text{grad}z}$ в точке A ; 2) производную в точке A в направлении вектора \vec{a} .

28.1 $z = x^2 - x \cdot y + y^2, \quad A(1;1), \quad \vec{a} = 6\vec{i} + 8\vec{j}.$

28.2 $z = 2x^2 + xy, \quad A(-1;2), \quad \vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}.$

28.3 $z = \text{arctg} \frac{y}{x}, \quad A(-1;1), \quad \vec{a} = \vec{i} - \vec{j}.$

28.4 $z = x^3 y + xy^2, \quad A(1;3), \quad \vec{a} = -5\vec{i} + 12\vec{j}.$

28.5 $z = \ln(2x + 3y), \quad A(2;2), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}.$

28.6 $z = 5x^2 y + 3xy^2, \quad A(1;1), \quad \vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{j}.$

28.7 $z = \frac{3x}{y^2}, \quad A(3;4), \quad \vec{a} = -3\vec{i} + -4\vec{j}.$

28.8 $z = \text{arctg}(xy), \quad A(2;3), \quad \vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j}.$

28.9 $z = \ln(3x^2 + 2xy^2), \quad A(1;2), \quad \vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}.$

28.10 $z = \frac{x+y}{x^2+y^2}, \quad A(1;-2), \quad \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}.$

28.11 $z = 5x^2 - 2xy + y^2, \quad A(1;1), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}.$

28.12 $z = 3x^2 + 5x - y^2, \quad A(2;-1), \quad \vec{a} = \vec{i} + \vec{j}.$

28.13 $z = \frac{1}{2}x^2 + 3xy + \frac{1}{3}y^3, \quad A(2;-2), \quad \vec{a} = \sqrt{5}\vec{i} + 2\vec{j}.$

28.14 $z = \text{arctg}(xy^2), \quad A(-1;1), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j}.$

28.15 $z = 3x^2 y + y^3 - 2x, \quad A(1;-2), \quad \vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}.$

28.16 $z = \ln(x^2 + 3xy), \quad A(2;-1), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}.$

28.17 $z = \ln(xy^2 - 1), \quad A(-1;1), \quad \vec{a} = 8\vec{i} + 6\vec{j}.$

28.18 $z = \ln(1 + xy + x^2), \quad A\left(2; \frac{1}{2}\right), \quad \vec{a} = 7\vec{i} - \vec{j}.$

28.19 $z = \ln \frac{x}{y}, \quad A\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right), \quad \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$

28.20 $z = \frac{2x+1}{y-5}, \quad A(2;7), \quad \vec{a} = 12\vec{i} + 5\vec{j}.$

28.21 $z = x^2 - 2xy + 3y - 5, \quad A(1;2), \quad \vec{a} = -2\vec{i} - 3\vec{j}.$

28.22 $z = \sqrt{4 + x^2 + y^2}, \quad A(2;1), \quad \vec{a} = 3\vec{i} + 3\vec{j}.$

$$28.23 \quad z = \ln(x^2 + 4y^2), \quad A(6;4), \quad \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}.$$

$$28.24 \quad z = \frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}, \quad A(2;1), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}.$$

$$28.25 \quad z = \frac{2-x}{2+y^2}, \quad A(-1;1), \quad \vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j}.$$

$$28.26 \quad z = \frac{y+3}{x^2+7}, \quad A(1;5), \quad \vec{a} = 5\vec{i} + 5\vec{j}.$$

$$28.27 \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad A(-3;4), \quad \vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j}.$$

$$28.28 \quad z = \frac{\sqrt{x}}{1+y}, \quad A(4;1), \quad \vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j}.$$

$$28.29 \quad z = (x^3 + 1) \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^2, \quad A(1;5), \quad \vec{a} = 5\vec{i} - 5\vec{j}.$$

$$28.30 \quad z = \frac{1}{(1+x)\sqrt{y}}, \quad A(-3;1), \quad \vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}.$$

Задача № 29. Найти экстремум функции двух переменных.

$$29.1 \quad z = 86x + 62y - 64 - (3x + 2y)^2 - (4x + 3y)^2.$$

$$29.2 \quad z = (3x + y - 5)^2 + (4x - y - 2)^2.$$

$$29.3 \quad z = 8 - (3x + y - 7)^2 - (2x + y - 5)^2.$$

$$29.4 \quad z = (3x + y + 2)^2 + (x + 5y - 4)^2.$$

$$29.5 \quad z = 6 - (3x + 2y - 1)^2 - (2x + 3y + 1)^2.$$

$$29.6 \quad z = (3x + y - 1)^2 + (5x + 3y + 1)^2.$$

$$29.7 \quad z = (x + y + 2)^2 - 3(x + 2)^2 - 2y^2.$$

$$29.8 \quad z = (x + y + 3)^2 - 4(x + 3)^2 - 3y^2.$$

$$29.9 \quad z = (x + y + 4)^2 - 3(x + 4)^2 - 4y^2.$$

$$29.10 \quad z = (x + y - 1)^2 + 3(x - 1)^2 + y^2.$$

$$29.11 \quad z = (x + y + 3)^2 - 2(x + 3)^2 - 3y^2.$$

$$29.12 \quad z = (x + y - 2)^2 + (x - 2)^2 + y^2.$$

$$29.13 \quad z = (x + y + 2)^2 - 2(x + 2)^2 - 2y^2.$$

$$29.14 \quad z = (x + y + 3)^2 + 2(x + 3)^2 + 3y^2.$$

$$29.15 \quad z = (x + y + 6)^2 - 5(x + 6)^2 - 6y^2.$$

$$29.16 \quad z = (x + y + 4)^2 - 2(x + 4)^2 - 4y^2.$$

- 29.17 $z = (x + y - 2)^2 + 3(x - 2)^2 + 2y^2$.
 29.18 $z = (x + y - 3)^2 + 2(x - 3)^2 + 3y^2$.
 29.19 $z = 5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 18$.
 29.20 $z = 5x^2 + 18xy + 18y^2 - 28x - 54y + 41$.
 29.21 $z = 5x^2 + 10xy + 10y^2 - 30x - 40y + 50$.
 29.22 $z = 10x^2 + 26xy + 17y^2 - 72x - 94y + 130$.
 29.23 $z = (x + 3y - 5)^2 + (3x - y - 5)^2$.
 29.24 $z = (3x + y - 7)^2 + (x - 3y + 1)^2$.
 29.25 $z = (3x + 2y)^2 + (4x + y + 5)^2$.
 29.26 $z = (5x + 2y + 4)^2 + (3x + y + 3)^2$.
 29.27 $z = 10 - (3x + y + 3)^2 - (7x + 2y + 8)^2$.
 29.28 $z = (3x - y + 10)^2 + (2x - 3y + 6)^2$.
 29.29 $z = (3x + 4y + 6)^2 + (x - y + 5)^2$.
 29.30 $z = (2x - y + 7)^2 + (3x + y - 3)^2$.

Комплексные числа

Задача № 30. Заданы два комплексных числа z_1 и z_2 . Построить на плоскости области задаваемые уравнениями $|z - z_1| = |z_2|$ и $|z - z_1| = |z - z_2|$. Вычис-

лить: 1) $3z_1 - 2z_2$; 2) $z_1 \cdot z_2$; 3) $\frac{z_1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1}$; 4) $z_1^3 - z_2^2$.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 30.1 $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 3 + 4i$. | 30.2 $z_1 = 5 - 3i, z_2 = -3 + 4i$. |
| 30.3 $z_1 = 1 + 2i, z_2 = -3 - 4i$. | 30.4 $z_1 = 2 + i, z_2 = 3 - 4i$. |
| 30.5 $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 1 + 3i$. | 30.6 $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -1 + 3i$. |
| 30.7 $z_1 = 3 - 2i, z_2 = 1 - 3i$. | 30.8 $z_1 = 5 + 4i, z_2 = -1 - 3i$. |
| 30.9 $z_1 = 5 - 4i, z_2 = -1 + 3i$. | 30.10 $z_1 = 4 - 5i, z_2 = 4 + 3i$. |
| 30.11 $z_1 = 3 + 2i, z_2 = -4 + 3i$. | 30.12 $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 4 - 3i$. |
| 30.13 $z_1 = 6 - i, z_2 = -4 - 3i$. | 30.14 $z_1 = 5 - i, z_2 = 6 + 8i$. |
| 30.15 $z_1 = 5 - 2i, z_2 = -6 + 8i$. | 30.16 $z_1 = 5 - 3i, z_2 = 6 - 8i$. |
| 30.17 $z_1 = 5 - 4i, z_2 = -6 - 8i$. | 30.18 $z_1 = 5 + 4i, z_2 = 8 + 6i$. |
| 30.19 $z_1 = 5 + 3i, z_2 = 8 - 6i$. | 30.20 $z_1 = 5 + 2i, z_2 = -1 + 2i$. |
| 30.21 $z_1 = 4 + 3i, z_2 = -8 - 6i$. | 30.22 $z_1 = 3 + 4i, z_2 = 6 + 8i$. |
| 30.23 $z_1 = -3 + 4i, z_2 = -6 + 8i$. | 30.24 $z_1 = 3 - 4i, z_2 = 6 - 8i$. |
| 30.25 $z_1 = -3 - 4i, z_2 = -6 - 8i$. | 30.26 $z_1 = 4 - 3i, z_2 = 1 + 2i$. |
| 30.27 $z_1 = -4 + 3i, z_2 = 1 - 2i$. | 30.28 $z_1 = -4 - 3i, z_2 = 2 + i$. |

30.29 $z_1 = 6 + 8i, \quad z_2 = 2 - i.$

30.30 $z_1 = 8 + 6i, \quad z_2 = -2 + i.$

Задача № 31. Решить уравнение:

31.1 $z^2 - (9 - i)z + 26 - 2i = 0.$

31.2 $z^2 - (8 - 2i)z + 23 - 2i = 0.$

31.3 $z^2 - (7 - i)z + 18 - i = 0.$

31.4 $z^2 - (7 + 4i)z + 9 + 13i = 0.$

31.5 $z^2 - (8 + 4i)z + 9 + 12i = 0.$

31.6 $z^2 - (5 + 5i)z + 13i = 0.$

31.7 $z^2 + (8 + 5i)z + 9 + 19i = 0.$

31.8 $z^2 + (8 + 5i)z + 9 + 19i = 0.$

31.9 $z^2 + (5 + 5i)z + 13i = 0.$

31.10 $z^2 + (1 + i)z + 13i = 0.$

31.11 $z^2 + (1 + i)z + 14 + 23i = 0.$

31.12 $z^2 - (8 - 8i)z - 34i = 0.$

31.13 $z^2 + (5 - 7i)z - 6 - 17i = 0.$

31.14 $z^2 + (4 - 6i)z - 5 - 10i = 0.$

31.15 $z^2 + (2 - i)z - 1 + 5i = 0.$

31.16 $z^2 - (7 - 3i)z + 22 - 7i = 0.$

31.17 $z^2 - (4 + 4i)z + 26i = 0.$

31.18 $z^2 - (9 - 7i)z + 8 - 27i = 0.$

31.19 $z^2 - (8 + 8i)z + 34i = 0.$

31.20 $z^2 - (7 + 6i)z + 1 + 31i = 0.$

31.21 $z^2 - (7 + 6i)z - 2 + 26i = 0.$

31.22 $z^2 - (7 + 6i)z - 3 + 21i = 0.$

31.23 $z^2 - (7 + 6i)z - 2 + 16i = 0.$

31.24 $z^2 - (4 - 2i)z + 38 + 8i = 0.$

31.25 $z^2 - (4 - 2i)z + 18 + 4i = 0.$

31.26 $z^2 - (3 - 2i)z + 20 + 22i = 0.$

31.27 $z^2 - (7 + 4i)z + 24 + 10i = 0.$

31.28 $z^2 - (2 + 8i)z - 39 - 2i = 0.$

31.29 $z^2 - (8 + 3i)z + 11 - 3i = 0.$

31.30 $z^2 - (10 - 8i)z + 18 - 80i = 0.$

Задача № 32. Найти решение системы уравнений.

32.1
$$\begin{cases} (1 + 2i)z_1 + (2 + 3i)z_2 = 13 + 23i \\ (2 + i)z_1 - (2 - 3i)z_2 = -1 + 7i \end{cases}.$$

32.2
$$\begin{cases} (2 + 3i)z_1 + (1 + i)z_2 = 21 + 15i \\ (1 + 3i)z_1 - (3 - i)(3 + 2i) = 6 + 8i \end{cases}.$$

32.3
$$\begin{cases} (7 + i)z_1 - (6 + i)z_2 = 15 - 32i \\ (5 + i)z_1 + (4 + i)z_2 = 33 \end{cases}.$$

32.4
$$\begin{cases} (3 + i)z_1 - (2 + i)z_2 = 4 + 8i \\ (1 + i)z_1 + (2 - 3i)z_2 = 10 \end{cases}.$$

32.5
$$\begin{cases} (2 + 3i)z_1 - (5 + 2i)z_2 = -5 + 15i \\ (3 + 4i)z_1 - (8 + 6i)z_2 = -4 + 13i \end{cases}.$$

32.6
$$\begin{cases} (3 + 2i)z_1 + (4 + 3i)z_2 = 4 + 30i \\ (1 + i)z_1 - (1 - i)z_2 = -4 + 4i \end{cases}.$$

32.7
$$\begin{cases} (3 + 2i)z_1 - (3 + 4i)z_2 = -2 + 17i \\ (4 + 2i)z_1 - (5 + 3i)z_2 = 8 + 16i \end{cases}.$$

$$\begin{aligned}
32.8 \quad & \begin{cases} (3+2i)z_1 + (3-2i)z_2 = 14-i \\ (3+4i)z_1 - (5-4i)z_2 = -10+15i \end{cases} \\
32.9 \quad & \begin{cases} (3+5i)z_1 + (4-5i)z_2 = 18+2i \\ (5-3i)z_1 - (2-3i)z_2 = 4+6i \end{cases} \\
32.10 \quad & \begin{cases} (3+i)z_1 + (4+i)z_2 = -2-i \\ (4+3i)z_1 + (5+2i)z_2 = -8-4i \end{cases} \\
32.11 \quad & \begin{cases} (6+5i)z_1 + (4-3i)z_2 = 42-22i \\ (1+2i)z_1 + (2+i)z_2 = 22 \end{cases} \\
32.12 \quad & \begin{cases} (4+5i)z_1 - (3+2i)z_2 = -6-4i \\ (3+4i)z_1 + (2-i)z_2 = -20+12i \end{cases} \\
32.13 \quad & \begin{cases} (-3+2i)z_1 - (-2+i)z_2 = -3+3i \\ (5+3i)z_1 - (6+i)z_2 = 11-14i \end{cases} \\
32.14 \quad & \begin{cases} (-4+3i)z_1 + (-1+i)z_2 = -14i \\ (-5+4i)z_1 - (1-i)z_2 = -3-30i \end{cases} \\
32.15 \quad & \begin{cases} (-3+4i)z_1 + (3+4i)z_2 = 8-17i \\ (-4+3i)z_1 - (5+i)z_2 = -13i \end{cases} \\
32.16 \quad & \begin{cases} (2-i)z_1 + (2+i)z_2 = 7-7i \\ (3-2i)z_1 - (2+3i)z_2 = 2-36i \end{cases} \\
32.17 \quad & \begin{cases} (-1-4i)z_1 - (2-3i)z_2 = 14+16i \\ (1+4i)z_1 + (4+3i)z_2 = 2+12i \end{cases} \\
32.18 \quad & \begin{cases} (1-i)z_1 + (2+3i)z_2 = 13-6i \\ (1+2i)z_1 - (4-3i)z_2 = 10+24i \end{cases} \\
32.19 \quad & \begin{cases} (4+i)z_1 - (3+2i)z_2 = -2+4i \\ (5+i)z_1 + (2-i)z_2 = 23+29i \end{cases} \\
32.20 \quad & \begin{cases} (3+i)z_1 - (2+i)z_2 = 20-2i \\ (4+3i)z_1 - (3+2i)z_2 = 28+5i \end{cases} \\
32.21 \quad & \begin{cases} (1+i)z_1 + (1-i)z_2 = 9+11i \\ (2-i)z_1 + (-1+2i)z_2 = 5-4i \end{cases} \\
32.22 \quad & \begin{cases} (2-3i)z_1 + (-8+i)z_2 = 10-35i \\ (-2+i)z_1 + (4-i)z_2 = -8+11i \end{cases} \\
32.23 \quad & \begin{cases} (5-3i)z_1 - (8+3i)z_2 = 40-17i \\ (1+i)z_1 + (2+3i)z_2 = -2+17i \end{cases}
\end{aligned}$$

$$32.24 \begin{cases} (1-i)z_1 + (-1+2i)z_2 = -15-13i \\ (2+3i)z_1 - (4+6i)z_2 = 53-31i \end{cases}$$

$$32.25 \begin{cases} (1+3i)z_1 + (1+2i)z_2 = 13+9i \\ (2-3i)z_1 + (2-i)z_2 = -4-14i \end{cases}$$

$$32.26 \begin{cases} (1+4i)z_1 - (2+i)z_2 = 34+3i \\ (4+i)z_1 - (5+3i)z_2 = 39-37i \end{cases}$$

$$32.27 \begin{cases} (1+3i)z_1 + (3+i)z_2 = 15+29i \\ (1+2i)z_2 + (2-i)z_2 = 21+12i \end{cases}$$

$$32.28 \begin{cases} (2+i)z_1 + (1-i)z_2 = 6+23i \\ (1+2i)z_1 - (2+3i)z_2 = 13+23i \end{cases}$$

$$32.29 \begin{cases} (1+i)z_1 + (3+4i)z_2 = 10+12i \\ (1-i)z_1 + (2-3i)z_2 = 10-8i \end{cases}$$

$$32.30 \begin{cases} (3+2i)z_1 - (3-2i)z_2 = 40+50i \\ (1+3i)z_1 - (1+4i)z_2 = -31+33i \end{cases}$$

Задача № 33. Найти решение уравнения.

$$33.1 \quad z^6 = (1+i)^2$$

$$33.2 \quad z^6 = (1+i)^3$$

$$33.3 \quad z^6 = (1+i)^4$$

$$33.4 \quad z^5 = (1+i)^2$$

$$33.5 \quad z^5 = (1+i)^3$$

$$33.6 \quad z^5 = (1+i)^4$$

$$33.7 \quad z^6 = (1+i\sqrt{3})^2$$

$$33.8 \quad z^6 = (1-i\sqrt{3})^2$$

$$33.9 \quad z^6 = (1+i\sqrt{3})^3$$

$$33.10 \quad z^6 = (1+i\sqrt{3})^4$$

$$33.11 \quad z^6 = (1+i\sqrt{3})^5$$

$$33.12 \quad z^6 = (1-i\sqrt{3})^3$$

$$33.13 \quad z^6 = (1-i\sqrt{3})^4$$

$$33.14 \quad z^6 = (1-i\sqrt{3})^4$$

$$33.15 \quad z^5 = (1-i)^2$$

$$33.16 \quad z^5 = (1-i)^3$$

$$33.17 \quad z^5 = (1-i)^4$$

$$33.18 \quad z^5 = (-1+i)^2$$

$$33.19 \quad z^5 = (-1+i)^3$$

$$33.20 \quad z^5 = (-1+i)^4$$

$$33.21 \quad z^5 = (-1-i)^2$$

$$33.22 \quad z^6 = (\sqrt{3}+i)^2$$

$$33.23 \quad z^6 = (\sqrt{3}+i)^3$$

$$33.24 \quad z^6 = (\sqrt{3}+i)^4$$

$$33.25 \quad z^6 = (\sqrt{3}-i)^2$$

$$33.26 \quad z^6 = (\sqrt{3}-i)^3$$

$$33.27 \quad z^6 = (\sqrt{3}-i)^4$$

$$33.28 \quad z^6 = (-\sqrt{3}+i)^2$$

$$33.29 \quad z^6 = (-\sqrt{3}+i)^3$$

$$33.30 \quad z^6 = (-\sqrt{3}+i)^4$$

Неопределенные интегралы

Задача № 34. Найти неопределенные интегралы:

$$34.1 \quad \int \sin(5x+1)dx$$

$$34.2 \quad \int \frac{dx}{6x-1}$$

$$34.3 \quad \int (3x+1)^4 dx$$

$$34.4 \quad \int \cos(8x-1)dx$$

$$34.5 \quad \int \frac{dx}{7x-6}$$

$$34.6 \quad \int (4x-1)^5 dx$$

34.7 $\int \frac{dx}{\cos^2(6x-1)}$	34.8 $\int \frac{dx}{1-2x}$	34.9 $\int (11x-10)^6 dx$
34.10 $\int \frac{dx}{\sin^2(5x-4)}$	34.11 $\int \frac{xdx}{2x+1}$	34.12 $\int \frac{2x-1}{3x+2} dx$
34.13 $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$	34.14 $\int \frac{x^2 dx}{x^2-2}$	34.15 $\int (6x-5)^7 dx$
34.16 $\int \frac{x+1}{x-1} dx$	34.17 $\int \frac{xdx}{x+3}$	34.18 $\int (4x+1)^{10} dx$
34.19 $\int \frac{dx}{\sqrt{x+5}}$	34.18 $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$	34.21 $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x-1}}$
34.22 $\int \frac{2xdx}{1-x}$	34.23 $\int \frac{dx}{\sin^2(5-x)}$	34.24 $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$
34.25 $\int \frac{dx}{16-9x^2}$	34.26 $\int \frac{dx}{16+9x^2}$	34.27 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+5}}$
34.28 $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{4x+3}}$	34.29 $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(2x+1)^3}}$	34.30 $\int \frac{xdx}{x-2}$

Задача № 35. Найти неопределенные интегралы

35.1 $\int (4-3x)e^{-3x} dx$	35.2 $\int \arctg \sqrt{4x-1} dx$	35.3 $\int (3x+4)e^{3x} dx$
35.4 $\int (4x-2)\cos 2x dx$	35.5 $\int (4-16x)\sin 4x dx$	35.6 $\int (5x-2)e^{2x} dx$
35.7 $\int (1-6x)e^{2x} dx$	35.8 $\int \ln(x^2+4) dx$	35.9 $\int \ln(4x^2+1) dx$
35.10 $\int (2-4x)\sin 2x dx$	35.11 $\int \arctg \sqrt{6x-1} dx$	35.12 $\int (4x-3)e^{-2x} dx$
35.13 $\int (2-9x)e^{-3x} dx$	35.14 $\int \arctg \sqrt{2x-1} dx$	35.15 $\int \arctg \sqrt{3x-1} dx$
35.16 $\int \arctg \sqrt{5x-1} dx$	35.17 $\int (5x+6)\cos 2x dx$	35.18 $\int (3x-2)\cos 5x dx$
35.19 $\int (x\sqrt{2}-3)\cos 2x dx$	35.20 $\int (4x+7)\cos 3x dx$	35.21 $\int (2x-5)\cos 4x dx$
35.22 $\int (8-3x)\cos 5x dx$	35.23 $\int (x+5)\sin 3x dx$	35.24 $\int (2-3x)\sin 2x dx$
35.25 $\int (4x+3)\sin 5x dx$	35.26 $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$	35.27 $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$
35.28 $\int (7x-10)\sin 4x dx$	35.29 $\int x \sin^2 x dx$	35.30 $\int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x}$

Задача № 36. Найти неопределенные интегралы

36.1 $\int (x-1)(2x+1)^4 dx$	36.2 $\int (2x+1)(x-1)^4 dx$
36.3 $\int (3x+1)(x-1)^5 dx$	36.4 $\int (3x+2)(x+2)^5 dx$

36.5 $\int (4x+1)(2x+1)^5 dx$

36.7 $\int (1-x)(2-x)^4 dx$

36.9 $\int (6+5x)(3x+4)^5 dx$

36.11 $\int (4x+5)(3x+2)^5 dx$

36.13 $\int \frac{(x-1)dx}{(x+1)^5}$

36.15 $\int \frac{3x+1}{(x+3)^4} dx$

36.17 $\int \frac{3-2x}{(3+2x)^4} dx$

36.19 $\int (x+1)^6(2x+3)dx$

36.21 $\int (4x+1)^5(4x-1)dx$

36.23 $\int (4x+3)^4(1-2x)dx$

36.25 $\int \frac{3x+1}{(3x-2)^4} dx$

36.27 $\int \frac{1-x}{(1+2x)^4} dx$

36.29 $\int (7x+1)(2x+3)^5 dx$

36.6 $\int (3x-2)(3x+1)^4 dx$

36.8 $\int (3-2x)(2+x)^4 dx$

36.10 $\int (5x+6)(2x-1)^4 dx$

36.12 $\int (5x+4)(3x+5)^4 dx$

36.14 $\int \frac{(2x+1)dx}{(x+2)^5}$

36.16 $\int \frac{1-2x}{(2x+1)^4} dx$

36.18 $\int \frac{(4x+3)dx}{(4x-3)^5}$

36.20 $\int (3x+4)^6(4x+5)dx$

36.22 $\int (4x+3)^5(4x+1)dx$

36.24 $\int (4x+5)^4(2-x)dx$

36.26 $\int \frac{3x-2}{(3x+1)^4} dx$

36.28 $\int \frac{1+2x}{(1+3x)^4} dx$

36.30 $\int (7x+5)(3x+2)dx$

Задача № 37. Найти неопределенные интегралы

37.1 $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$

37.3 $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

37.5 $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}$

37.7 $\int \operatorname{tg} x \ln \cos x dx$

37.9 $\int \frac{x^3}{(x^2+1)^2} dx$

37.11 $\int \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^5} dx$

37.2 $\int \frac{1+\ln x}{x} dx$

37.4 $\int \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx$

37.6 $\int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

37.8 $\int \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx$

37.10 $\int \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2} dx$

37.12 $\int \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^2} dx$

37.13 $\int \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx$

37.15 $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 - 1}}$

37.17 $\int \frac{(x^2 + 1)dx}{(x^3 + 3x + 1)^5}$

37.19 $\int \frac{x^3}{x^2 + 4} dx$

37.21 $\int \frac{2\cos x + 3\sin x}{(2\sin x - 3\cos x)^3} dx$

37.23 $\int \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx$

37.25 $\int \frac{x + \frac{1}{x}}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

37.27 $\int \frac{\arctg x + x}{1 + x^2} dx$

37.29 $\int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx$

37.14 $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4 - x^2 - 1}}$

37.16 $\int \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$

37.18 $\int \frac{4\arctg x - x}{1 + x^2} dx$

37.20 $\int \frac{x + \cos x}{x^2 + 2\sin x} dx$

37.22 $\int \frac{8x - \arctg 2x}{1 + 4x^2} dx$

37.24 $\int \frac{x}{x^4 + 1} dx$

37.26 $\int \frac{x - \frac{1}{x}}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

37.28 $\int \frac{x - (\arctg x)^4}{1 + x^2} dx$

37.30 $\int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

Задача № 38. Найти неопределенные интегралы

38.1 $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x} dx$

38.2 $\int \frac{3x^3 + 1}{x^2 - 1} dx$

38.3 $\int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx$

38.4 $\int \frac{2x^3 + 5}{x^2 - x - 2} dx$

38.5 $\int \frac{2x^3 - 1}{x^2 + x - 6} dx$

38.6 $\int \frac{3x^3 + 25}{x^2 + 3x + 2} dx$

38.7 $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx$

38.8 $\int \frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{(x+2)(x-2)(x-1)} dx$

38.9 $\int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)} dx$

38.10 $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-3)(x-2)} dx$

38.11 $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-3)x} dx$

38.12 $\int \frac{4x^3 + x^2 + 2}{x(x-1)(x-2)} dx$

38.13 $\int \frac{3x^2 - 2}{x^3 - x} dx$

38.14 $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-2)x} dx$

38.15 $\int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^2 - x} dx$

38.17 $\int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx$

38.19 $\int \frac{-x^5 + 9x^3 + 4}{x^2 + 3x} dx$

38.21 $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx$

38.23 $\int \frac{2x^4 - 5x^2 - 8x - 8}{x(x-2)(x+2)} dx$

38.25 $\int \frac{3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2}{x(x-1)(x+2)} dx$

38.27 $\int \frac{x^5 - x^4 - 6x^3 + 13x + 6}{x(x-3)(x+2)} dx$

38.29 $\int \frac{2x^3 - x^2 - 7x - 12}{x(x-3)(x+1)} dx$

38.16 $\int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx$

38.18 $\int \frac{3x^5 - 12x^3 - 7}{x^2 + 2x} dx$

38.20 $\int \frac{-x^5 + 25x^3 + 1}{x^2 + 5x} dx$

38.22 $\int \frac{-12x^4 + 54x^3 - 60x^2 + 18x}{(x-3)(x-1)x} dx$

38.24 $\int \frac{4x^4 + 2x^2 - x - 3}{x(x-1)(x+1)} dx$

38.26 $\int \frac{2x^4 + 2x^3 - 41x^2 + 20}{x(x-4)(x+5)} dx$

38.28 $\int \frac{3x^3 - x^2 - 12x - 2}{x(x+1)(x-2)} dx$

38.30 $\int \frac{2x^3 - 40x - 8}{x(x+4)(x-2)} dx$

Задача № 39. Найти неопределенные интегралы

39.1 $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx$

39.2 $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 8}{x(x+2)^3} dx$

39.3 $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 6}{(x+2)(x-2)^3} dx$

39.4 $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 14x + 10}{(x+1)(x+2)^3} dx$

39.5 $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 10}{(x+2)(x-2)^3} dx$

39.6 $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 11x + 7}{(x+1)(x+2)^3} dx$

39.7 $\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 1}{(x-1)(x+1)^3} dx$

39.8 $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 10}{(x-1)(x+2)^3} dx$

39.9 $\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 2}{x(x+1)^3} dx$

39.10 $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 8}{x(x-2)^3} dx$

39.11 $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 7}{(x+1)(x-2)^3} dx$

39.12 $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 6}{(x+1)(x-2)^3} dx$

39.13 $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 10x - 10}{(x+1)(x-2)^3} dx$

39.14 $\int \frac{x^3 + x + 2}{(x+2)x^3} dx$

39.15 $\int \frac{3x^3 + 9x^2 + 10x + 2}{(x-1)(x+1)^3} dx$

39.16 $\int \frac{2x^3 + x + 1}{(x+1)x^3} dx$

$$39.17 \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 1}{(x-1)(x+1)^3} dx$$

$$39.19 \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x}{(x-2)(x+1)^3} dx$$

$$39.21 \int \frac{x^3 + 6x^2 + 4x + 24}{(x-2)(x+2)^3} dx$$

$$39.23 \int \frac{x^3 + 6x^2 + 18x - 4}{(x-2)(x+2)^3} dx$$

$$39.25 \int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 4}{(x+2)(x-2)^3} dx$$

$$39.27 \int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x - 4}{(x-2)(x-1)^3} dx$$

$$39.29 \int \frac{x^3 + 6x^2 - 10x + 52}{(x-2)(x+2)^3} dx$$

$$39.18 \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 5x}{(x+2)(x+1)^3} dx$$

$$39.20 \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 5x + 4}{(x-2)(x+1)^3} dx$$

$$39.22 \int \frac{x^3 + 6x^2 + 14x + 4}{(x-2)(x+2)^3} dx$$

$$39.24 \int \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 12}{(x-2)(x+2)^3} dx$$

$$39.26 \int \frac{x^3 + 6x^2 + 15x + 2}{(x-2)(x+2)^3} dx$$

$$39.28 \int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x}{(x+2)(x-1)^3} dx$$

$$39.30 \int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 6}{(x+2)(x-2)^3} dx$$

Определенный интеграл и его применение

Задача № 40. Вычислить определенные интегралы

$$40.1 \int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx$$

$$40.3 \int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx$$

$$40.5 \int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx$$

$$40.7 \int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx$$

$$40.9 \int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx$$

$$40.11 \int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx$$

$$40.13 \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx$$

$$40.2 \int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx$$

$$40.4 \int_{-2}^0 (x+2)^2 \cos 3x dx$$

$$40.6 \int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx$$

$$40.8 \int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx$$

$$40.10 \int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx$$

$$40.12 \int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx$$

$$40.14 \int_0^3 (x^2 - 2x) \sin 2x dx$$

$$40.15 \int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx$$

$$40.17 \int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx$$

$$40.19 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 5x^2) \sin x dx$$

$$40.21 \int_1^2 x \ln^2 x dx$$

$$40.23 \int_1^8 \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$40.25 \int_2^3 (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx$$

$$40.27 \int_0^2 (x+1)^2 \ln^2(x+1) dx$$

$$40.29 \int_0^1 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$40.16 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx$$

$$40.18 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx$$

$$40.20 \int_0^3 (3x - x^2) \sin 2x dx$$

$$40.20 \int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x}}$$

$$40.24 \int_0^1 (x+1) \ln^2(x+1) dx$$

$$40.26 \int_{-1}^0 (x+2)^3 \ln^2(x+2) dx$$

$$40.28 \int_1^e \sqrt{x} \ln^2 x dx$$

$$40.30 \int_0^1 x^2 e^{3x} dx$$

Задача № 41. Вычислить определенные интегралы.

$$41.1 \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$$

$$41.3 \int_0^1 \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1+x^2} dx$$

$$41.5 \int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx$$

$$41.7 \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx.$$

$$41.9 \int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1}$$

$$41.2 \int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^2}$$

$$41.4 \int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2 + 4}$$

$$41.6 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx$$

$$41.8 \int_1^4 \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx$$

$$41.10 \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x + \frac{1}{x}}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

$$41.11 \int \frac{\sqrt{8} x - \frac{1}{x}}{\sqrt{3} \sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

$$41.13 \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x - (\arctg x)^4}{1 + x^2} dx$$

$$41.15 \int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$41.17 \int \frac{\sqrt{8} dx}{\sqrt{3} x \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$41.19 \int \frac{2 dx}{\sqrt{2} x \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$41.21 \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$$

$$41.23 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x \ln \cos x dx$$

$$41.25 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$41.27 \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx$$

$$41.29 \int \frac{1}{x^4 + 1} \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx$$

$$41.12 \int_0^{\sqrt{3}} \frac{\arctg x + x}{1 + x^2} dx$$

$$41.14 \int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + 1} dx$$

$$41.16 \int_1^3 \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx$$

$$41.18 \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$$

$$41.20 \int_1^e \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx$$

$$41.22 \int_0^1 \frac{x^3 dx}{(x^2 + 1)^2}$$

$$41.24 \int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx$$

$$41.26 \int_{\pi}^{2\pi} \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx$$

$$41.28 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^2} dx$$

$$41.30 \int \frac{\sqrt{3} x dx}{\sqrt{2} \sqrt{x^4 - x^2 - 1}}$$

Задача № 42. Вычислить определенные интегралы.

$$42.1 \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\arctg 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)}$$

$$42.2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{2 + \cos x}$$

$$42.3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\arctg 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 + \cos x)}$$

$$42.4 \int_{2\arctg\left(\frac{1}{2}\right)}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(1 - \cos x)^3}$$

$$42.5 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx$$

$$42.7 \int_{2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3}\right)}^{2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right)} \frac{dx}{\sin x(1 - \sin x)}$$

$$42.9 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}$$

$$42.11 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x - \cos x}$$

$$42.13 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{1 + \cos x + \sin x}$$

$$42.15 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{5 + 3 \sin x}$$

$$42.17 \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \frac{\cos x dx}{1 + \cos x - \sin x}$$

$$42.19 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(1 + \cos x + \sin x)^2}$$

$$42.21 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(1 + \sin x)^2}$$

$$42.23 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin x dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}$$

$$42.25 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x dx}{(1 + \cos x + \sin x)^2}$$

$$42.27 \int_{\frac{\pi}{2}}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin x(1 + \sin x)}$$

$$42.6 \int_{2 \operatorname{arctg} 2}^{2 \operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{\cos x(1 - \cos x)}$$

$$42.8 \int_{2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right)}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1 + \sin x - \cos x)^2}$$

$$42.10 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} dx$$

$$42.12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \cos x) dx}{1 + \cos x + \sin x}$$

$$42.14 \int_0^{2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right)} \frac{1 + \sin x}{(1 - \sin x)^2} dx$$

$$42.16 \int_0^{2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3}\right)} \frac{\cos x dx}{(1 + \cos x)(1 - \sin x)}$$

$$42.18 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos x dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}$$

$$42.20 \int_0^{2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right)} \frac{(1 - \sin x) dx}{\cos x(1 + \cos x)}$$

$$42.22 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(1 + \sin x + \cos x)^2}$$

$$42.24 \int_{-\frac{2\pi}{3}}^0 \frac{\cos^2 x dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}$$

$$42.26 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\cos^2 x dx}{(1 + \cos x + \sin x)^2}$$

$$42.28 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1 + \sin x + \cos x)^2}$$

$$42.29 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2 + \sin x}$$

$$42.30 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{\cos x(1 + \cos x)}$$

Задача № 43. Вычислить определенные интегралы.

$$43.1 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\operatorname{arctg}^3} \frac{dx}{(3\operatorname{tg}x + 5)\sin 2x}$$

$$43.2 \int_{\arccos\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\operatorname{ctg}x + 1}{(2\sin x + \cos x)^2} dx$$

$$43.3 \int_0^{\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)} \frac{3 + 2\operatorname{tg}x}{2\sin^2 x + 3\cos^2 x - 1} dx$$

$$43.4 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\operatorname{arctg}^3} \frac{4\operatorname{tg}x - 5}{1 - \sin 2x + 4\cos^2 x} dx$$

$$43.5 \int_0^{\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3}\right)} \frac{(8 + \operatorname{tg}x)}{18\sin^2 x + 2\cos^2 x} dx$$

$$43.6 \int_0^{\arccos\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{dx}{(3\operatorname{tg}x + 5)\sin 2x}$$

$$43.7 \int_{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{37}}\right)}^{\frac{\pi}{4}} \frac{6\operatorname{tg}x dx}{3\sin 2x + 5\cos^2 x}$$

$$43.8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\operatorname{tg}^2 x - 11\operatorname{tg}x - 22}{4 - \operatorname{tg}x} dx$$

$$43.9 \int_{-\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3}\right)}^0 \frac{3\operatorname{tg}x + 1}{2\sin 2x - 5\cos 2x + 1} dx$$

$$43.10 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\operatorname{arctg}^3} \frac{1 + \operatorname{ctg}x}{(\sin x + 2\cos x)^2} dx$$

$$43.11 \int_{\pi/4}^{\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} \frac{\operatorname{tg}x}{\sin^2 x - 5\cos^2 x + 4} dx$$

$$43.12 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6\sin^2 x}{3\cos 2x - 4} dx$$

$$43.13 \int_0^{\operatorname{arctg}^3} \frac{4 + \operatorname{tg}x}{2\sin^2 x + 18\cos^2 x} dx$$

$$43.14 \int_0^{\operatorname{arctg}^2} \frac{12 + \operatorname{tg}x}{3\sin^2 x + 12\cos^2 x} dx$$

$$43.15 \int_0^{\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{3}\right)} \frac{6 + \operatorname{tg}x}{9\sin^2 x + 4\cos^2 x} dx$$

$$43.16 \int_0^{\arcsin\sqrt{\frac{3}{7}}} \frac{\operatorname{tg}^2 x dx}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x - 7}$$

$$43.17 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{7 + 3\operatorname{tg}x}{(\sin x + 2\cos x)^2} dx$$

$$43.18 \int_{-\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)}^0 \frac{3\operatorname{tg}^2 x - 50}{2\operatorname{tg}x + 7} dx$$

$$43.19 \int_{\arcsin\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)}^{\arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)} \frac{2\operatorname{tg}x + 5}{(5 - \operatorname{tg}x)\sin 2x} dx$$

$$43.20 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5\operatorname{tg}x + 2}{2\sin 2x + 5} dx$$

$$43.21 \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arcsin\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)} \frac{4\operatorname{tg}x - 5}{4\cos^2 x - \sin 2x + 1} dx$$

$$43.23 \quad \int_{-\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)}^0 \frac{11 - 3\operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}x + 3} dx$$

$$43.25 \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)} \frac{36dx}{(6 - \operatorname{tg}x)\sin 2x}$$

$$43.27 \quad \int_{-\arcsin\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 - \operatorname{tg}x}{(\sin x + 3\cos x)^2} dx$$

$$43.29 \quad \int_{\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)}^{\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)} \frac{12dx}{(6 + 5\operatorname{tg}x)\sin 2x}$$

$$43.22 \quad \int_0^{\arcsin\sqrt{\frac{7}{8}}} \frac{6\sin^2 x dx}{4 + 3\cos 2x}$$

$$43.24 \quad \int_0^{\arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)} \frac{2\operatorname{tg}x - 5}{(4\cos x - \sin x)^2} dx$$

$$43.26 \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4 - 7\operatorname{tg}x}{2 + 3\operatorname{tg}x} dx$$

$$43.28 \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arcsin\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{8\operatorname{tg}x dx}{3\cos^2 x + 8\sin^2 x - 7}$$

$$43.30 \quad \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{4 + 3\cos 2x} dx$$

Задача № 44. Вычислить определенные интегралы.

$$44.1 \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^6 \sin^6 x dx$$

$$44.2 \quad \int_0^{\pi} 2^4 \sin^4 x \cos^2 x dx$$

$$44.3 \quad \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^2 x dx.$$

$$44.4 \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{x}{4} \cos^4 \frac{x}{4} dx$$

$$44.5 \quad \int_0^{\pi} 2^3 \cos^6 \frac{x}{2} dx$$

$$44.6 \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 2^6 \sin^6 x dx$$

$$44.7 \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^6 \sin^4 x \cos^2 x dx$$

$$44.8 \quad \int_0^{\pi} 2^3 \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$44.9 \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$44.10 \quad \int_0^{2\pi} \cos^6 \frac{x}{4} dx$$

$$44.11 \quad \int_0^{\pi} 2^3 \sin^6 \frac{x}{2} dx$$

$$44.12 \quad \int_{-\pi}^0 2^6 \sin^4 x \cos^2 x dx$$

$$44.13 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^4 \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$44.15 \int_0^{2\pi} \cos^6 x dx$$

$$44.17 \int_0^{\pi} 2^3 \sin^4 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} dx$$

$$44.19 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^8 \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$44.21 \int_0^{2\pi} \sin^6 x dx$$

$$44.23 \int_0^{\pi} 2^3 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^4 \frac{x}{2} dx$$

$$44.25 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^6 \cos^6 x dx$$

$$44.27 \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^2 x dx$$

$$44.29 \int_0^{\pi} 2^3 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^4 \frac{x}{2} dx$$

$$44.14 \int_0^{\pi} 2^3 \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$44.16 \int_0^{2\pi} \sin^6 \frac{x}{4} dx$$

$$44.18 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 2^6 \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$44.20 \int_0^{\pi} 2^3 \cos^6 x dx$$

$$44.22 \int_0^{2\pi} \sin^4 \frac{x}{4} \cos^2 \frac{x}{4} dx$$

$$44.24 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 2^8 \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$44.26 \int_0^{\pi} 2^6 \sin^6 x dx$$

$$44.28 \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{x}{4} \cos^4 \frac{x}{4} dx$$

$$44.30 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 2^6 \cos^6 x dx$$

Задача № 45. Вычислить определенные интегралы.

$$45.1 \int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$$

$$45.2 \int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$$

$$45.3 \int_0^5 \frac{dx}{(25 + x^2) \sqrt{25 + x^2}}$$

$$45.4 \int_0^3 \frac{dx}{(9 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$45.5 \int_0^{\sqrt{5}} \frac{dx}{\sqrt{(5 - x^2)^3}}$$

$$45.6 \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx$$

$$45.7 \int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}$$

$$45.8 \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4 - x^2)^3}}$$

$$45.9 \int_0^1 \frac{x^4 dx}{(2-x^2)^3}$$

$$45.11 \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$45.13 \int_0^4 x^2 \sqrt{16-x^2} dx$$

$$45.15 \int_0^5 x^2 \sqrt{25-x^2} dx$$

$$45.17 \int_0^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(64-x^2)^3}}$$

$$45.19 \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^4 dx}{(16-x^2)\sqrt{16-x^2}}$$

$$45.21 \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$$

$$45.23 \int_0^2 \frac{x^4 dx}{\sqrt{(8-x^2)^3}}$$

$$45.25 \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$45.27 \int_0^2 \frac{dx}{(4+x^2)\sqrt{4+x^2}}$$

$$45.29 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

$$45.10 \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$45.12 \int_0^4 \frac{dx}{(16+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$45.14 \int_0^{\frac{5}{2}} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}$$

$$45.16 \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$$

$$45.18 \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx$$

$$45.20 \int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx$$

$$45.22 \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{(16-x^2)^3}}$$

$$45.24 \int_3^6 \frac{x^2-9}{x^4} dx$$

$$45.26 \int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^4} dx$$

$$45.28 \int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^4 dx}{(4-x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$45.30 \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

Задача № 46. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$46.1 \quad y = (x-2)^3, y = 4x-8$$

$$46.2 \quad y = x\sqrt{9-x^2}, y = 0, (0 \leq x \leq 3)$$

$$46.3 \quad y = 4-x^2, y = x^2-2x$$

$$46.4 \quad y = \sin x \cos^2 x, y = 0, \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$46.5 \quad y = \sqrt{4 - x^2}, y = 0, x = 0, x = 1$$

$$46.6 \quad y = x^2 \sqrt{4 - x^2}, y = 0, (0 \leq x \leq 2)$$

$$46.7 \quad y = \cos x \sin^2 x, y = 0, \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$46.8 \quad y = \sqrt{e^x - 1}, y = 0, x = \ln 2$$

$$46.9 \quad y = \frac{1}{x\sqrt{1 + \ln x}}, y = 0, x = 1, x = e^3$$

$$46.10 \quad y = \arccos x, y = 0, x = 0$$

$$46.11 \quad y = (x + 1)^2, y^2 = x + 1$$

$$46.12 \quad y = 2x - x^2 + 3, y = x^2 - 4x + 3$$

$$46.13 \quad y = x\sqrt{36 - x^2}, y = 0 (0 \leq x \leq 6)$$

$$46.14 \quad y = \arccos y, x = 0, y = 0$$

$$46.15 \quad y = x \arctg x, y = 0, x = \sqrt{3}$$

$$46.16 \quad y = x^2 \sqrt{8 - x^2}, y = 0 (0 \leq x \leq 2\sqrt{2})$$

$$46.17 \quad y = \sqrt{e^y - 1}, x = 0, y = \ln 2$$

$$46.18 \quad y = x\sqrt{4 - x^2}, y = 0 (0 \leq x \leq 2)$$

$$46.19 \quad y = \frac{x}{1 + \sqrt{x}}, y = 0, x = 1$$

$$46.20 \quad y = \frac{1}{1 + \cos x}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}$$

$$46.21 \quad x = (y - 2)^3, x = 4y - 8$$

$$46.22 \quad y = \cos^5 x \sin 2x, y = 0, \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$46.23 \quad y = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}, y = 0, x = 1$$

$$46.24 \quad x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y$$

$$46.25 \quad x = \frac{1}{y\sqrt{1 + \ln y}}, x = 0, y = 1, y = e^3$$

$$46.26 \quad y = \frac{e^x}{x^2}, y = 0, x = 2, x = 1$$

$$46.27 \quad y = x^2 \sqrt{16 - x^2}, y = 0 (0 \leq x \leq 4)$$

$$46.28 \quad x = \sqrt{4 - y^2}, x = 0, y = 1$$

$$46.29 \quad y = (x - 1)^2, y^2 = x - 1$$

$$46.30 \quad x = 4 - (y - 1)^2, x = y^2 - 4y + 3$$

Задача № 47. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями.

$$47.1 \quad \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 2(x \geq 2)$$

$$47.3 \quad \begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 4(0 < x < 8\pi, y \geq 4)$$

$$47.5 \quad \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t, \end{cases}$$

$$y = 3(y \geq 3)$$

$$47.7 \quad \begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 6\sqrt{3}(x \geq 6\sqrt{3})$$

$$47.9 \quad \begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 3(0 < x < 6\pi, y \geq 3)$$

$$47.11 \quad \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t, \\ y = 3\sqrt{2} \sin t, \end{cases}$$

$$y = 3(y \geq 3)$$

$$47.13 \quad \begin{cases} x = 32 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 4(x \geq 4)$$

$$47.15 \quad \begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 6(0 < x < 12\pi, y \geq 6)$$

$$47.17 \quad \begin{cases} x = 6 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \end{cases}$$

$$y = 2\sqrt{3}(y \geq 2\sqrt{3})$$

$$47.2 \quad \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin t, \end{cases}$$

$$y = 2(y \geq 2)$$

$$47.4 \quad \begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 2(x \geq 2)$$

$$47.6 \quad \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 3(0 < x < 4\pi, y \geq 3)$$

$$47.8 \quad \begin{cases} x = 6 \cos t, \\ y = 2 \sin t, \end{cases}$$

$$y = \sqrt{3}(y \geq \sqrt{3})$$

$$47.10 \quad \begin{cases} x = 8\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 4(x \geq 4)$$

$$47.12 \quad \begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(t - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 9(0 < x < 12\pi, y \geq 9)$$

$$47.14 \quad \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 8 \sin t, \end{cases}$$

$$y = 4(y \geq 4)$$

$$47.16 \quad \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 3\sqrt{3}(x \geq 3\sqrt{3})$$

$$47.18 \quad \begin{cases} x = 10(t - \sin t), \\ y = 10(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 15(0 < x < 20\pi, y \geq 15)$$

$$47.19 \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 1 (x \geq 1)$$

$$47.21 \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \end{cases}$$

$$y = 1 (0 < x < 2\pi, y \geq 1)$$

$$47.23 \begin{cases} x = 9 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \end{cases}$$

$$y = 2 (y \geq 2)$$

$$47.25 \begin{cases} x = 24 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 9\sqrt{3} (x \geq 9\sqrt{3})$$

$$47.27 \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 2 (0 < x < 4\pi, y \geq 2)$$

$$47.29 \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 2 (x \geq 2)$$

$$47.20 \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 4\sqrt{2} \sin t, \end{cases}$$

$$y = 4 (y \geq 4)$$

$$47.22 \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 1 (x \geq 1)$$

$$47.24 \begin{cases} x = 8(t - \sin t), \\ y = 8(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 12 (0 < x < 16\pi, y \geq 12)$$

$$47.26 \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 8 \sin t, \end{cases}$$

$$x = 4\sqrt{3} (y \geq 4\sqrt{3})$$

$$47.28 \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 2 (x \geq 2)$$

$$47.30 \begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$y = 6 (0 < x < 8\pi, y \geq 6)$$

Задача № 48. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.

$$48.1 \quad r = 4 \cos \varphi, r = 2 (r \geq 2)$$

$$48.2 \quad r = \cos 2\varphi$$

$$48.3 \quad \begin{aligned} r &= \sqrt{3} \cos \varphi, \\ r &= \sin \varphi (0 \leq \varphi \leq \pi/2) \end{aligned}$$

$$48.4 \quad r = 4 \sin 3\varphi, r = 2 (r \geq 2)$$

$$48.5 \quad \begin{aligned} r &= 2 \cos \varphi, \\ r &= 2\sqrt{3} \sin \varphi (0 \leq \varphi \leq \pi/2) \end{aligned}$$

$$48.6 \quad r = \sin 3\varphi$$

$$48.7 \quad r = 6 \sin 3\varphi, r = 3 (r \geq 3)$$

$$48.8 \quad r = \cos 3\varphi$$

$$48.9 \quad r = \cos \varphi, r = \sqrt{2} \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$48.10 \quad r = \sin \varphi, r = \sqrt{2} \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$(-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2)$$

$$(0 \leq \varphi \leq 3\pi/4)$$

$$48.11 \quad r = 6 \cos 3\varphi, r = 3 (r \geq 3)$$

$$48.12 \quad r = \frac{1}{2} \sin \varphi$$

$$48.13 \quad \begin{aligned} r &= \cos \varphi, \\ r &= \sin \varphi (0 \leq \varphi \leq \pi/2) \end{aligned}$$

$$48.15 \quad r = \cos \varphi, r = 2 \cos \varphi$$

$$48.17 \quad r = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi$$

$$48.19 \quad r = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi$$

$$48.21 \quad r = \frac{3}{2} \cos \varphi, r = \frac{5}{2} \cos \varphi$$

$$48.23 \quad r = \sin 6\varphi$$

$$48.25 \quad r = \cos \varphi + \sin \varphi$$

$$48.27 \quad r = 2 \cos 6\varphi$$

$$48.29 \quad r = 3 \sin \varphi, r = 5 \sin \varphi$$

$$r = \sqrt{2} \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right),$$

$$48.14 \quad r = \sqrt{2} \sin \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$(\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4)$$

$$48.16 \quad r = \sin \varphi, r = 2 \sin \varphi$$

$$48.18 \quad r = \frac{1}{2} + \cos \varphi$$

$$48.20 \quad r = \frac{5}{2} \sin \varphi, r = \frac{3}{2} \sin \varphi$$

$$48.22 \quad r = 4 \cos 4\varphi$$

$$48.24 \quad r = 2 \cos \varphi, r = 3 \cos \varphi$$

$$48.26 \quad r = 2 \sin 4\varphi$$

$$48.28 \quad r = \cos \varphi - \sin \varphi$$

$$48.30 \quad r = 2 \sin \varphi, r = 4 \sin \varphi$$

Задача № 49. Вычислить определенные интегралы.

$$49.1 \quad \int_0^1 \frac{4\sqrt{x-1} - \sqrt{3x-1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx$$

$$49.2 \quad \int_1^{64} \frac{1 - \sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x}}{x + 2\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^4}} dx$$

$$49.3 \quad \int_{\frac{7}{14}}^{\frac{8}{15}} \frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2 \cdot \sqrt{x+1}} dx$$

$$49.4 \quad \int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx$$

$$49.5 \quad \int_0^5 e^{\sqrt{\frac{9-x}{9+x}}} \frac{dx}{(5+x)\sqrt{25-x^2}}$$

$$49.6 \quad \int_8^{12} \sqrt{\frac{6-x}{x-14}} dx$$

$$49.7 \quad \int_0^1 e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}$$

$$49.8 \quad \int_{\frac{5}{2}}^{\frac{10}{3}} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})(x-2)^2} dx$$

$$49.9 \quad \int_1^8 \frac{5\sqrt{x+24}}{(x+24)^2 \sqrt{x}} dx$$

$$49.10 \quad \int_1^2 \frac{x + \sqrt{3x-2} - 10}{\sqrt{3x-2} + 7} dx$$

$$49.11 \quad \int_6^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}} dx$$

$$49.12 \quad \int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{2x+2}) dx}{(\sqrt{2x+2} + 4\sqrt{2-x})(2x+2)^2}$$

$$49.13 \quad \int_{-\frac{1}{2}}^0 \frac{x dx}{2 + \sqrt{2x+1}}$$

$$49.14 \quad \int_0^4 e^{\sqrt{\frac{4-x}{4+x}}} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{16-x^2}}$$

$$49.15 \int_{\frac{1}{8}}^1 \frac{15\sqrt{x+3}}{(x+3)^2\sqrt{x}} dx$$

$$49.17 \int_2^3 \sqrt{\frac{3-2x}{2x-7}} dx$$

$$49.19 \int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{3x+2})dx}{(\sqrt{3x+2} + 4\sqrt{2-x})(3x+2)^2}$$

$$49.20 \int_3^5 \sqrt{\frac{2-x}{x-6}} dx$$

$$49.23 \int_9^{15} \sqrt{\frac{6-x}{x-18}} dx$$

$$49.25 \int_1^{64} \frac{(2 + \sqrt[3]{x})dx}{(\sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})\sqrt{x}}$$

$$49.27 \int_0^6 \frac{e^{\sqrt{\frac{6-x}{6+x}}} dx}{(6+x)\sqrt{36-x^2}}$$

$$49.29 \int_0^1 \frac{(4\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1})dx}{(\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x})(x+1)^2}$$

$$49.16 \int_{-\frac{1}{3}}^1 \frac{\sqrt[3]{3x+5} + 2}{5 + \sqrt[3]{3x+5}} dx$$

$$49.18 \int_0^7 \frac{\sqrt{x+25} dx}{(x+25)^2 \sqrt{x+1}}$$

$$49.20 \int_0^2 e^{\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}} \frac{dx}{(2+x)\sqrt{4-x^2}}$$

$$49.22 \int_{\frac{1}{1}}^{\frac{1}{3}} \frac{5\sqrt{x+1}}{(x+1)^2 \sqrt{x}} dx$$

$$49.24 \int_0^1 \frac{(4\sqrt{1-x} - \sqrt{2x+1})dx}{(\sqrt{2x+1} + 4\sqrt{1-x})(2x+1)^2}$$

$$49.26 \int_{\frac{1}{15}}^{\frac{4}{3}} \frac{4\sqrt{x}}{16x^2 \sqrt{x-1}} dx$$

$$49.28 \int_1^{64} \frac{6 - \sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x^3} - 7x - 6\sqrt[4]{x^3}} dx$$

$$49.30 \int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{x+2})dx}{(\sqrt{x+2} + 4\sqrt{2-x})(x+2)^2}$$

Задача № 50. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

$$50.1 \quad y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$$

$$50.2 \quad y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, 1 \leq x \leq 2$$

$$50.3 \quad y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{7}{9}$$

$$50.4 \quad y = \ln \frac{5}{2x}, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$$

$$50.5 \quad y = -\ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$$

$$50.6 \quad y = e^x + 6, \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$$

$$50.7 \quad y = 2 + \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \frac{1}{4} \leq x \leq 1$$

$$50.8 \quad y = \ln(x^2 - 1), 2 \leq x \leq 3$$

$$50.9 \quad y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{8}{9}$$

$$50.10 \quad y = \ln(1-x^2), 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$$

$$50.11 \quad y = 2 + \frac{e^x + e^{-x}}{2}, 0 \leq x \leq 1$$

$$50.12 \quad y = 1 - \ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$$

$$50.13 \quad y = e^x + 13, \ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24}$$

$$50.14 \quad y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$$

$$50.15 \quad y = 2 - e^x, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$$

$$50.16 \quad y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{15}{16}$$

$$50.17 \quad y = 1 - \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$50.18 \quad y = 1 - \ln(x^2 - 1), 3 \leq x \leq 4$$

$$50.19 \quad y = \sqrt{x-x^2} - \arccos \sqrt{x} + 5, \frac{1}{9} \leq x \leq 1$$

$$50.20 \quad y = -\arccos x + \sqrt{1-x^2} + 1, 0 \leq x \leq \frac{9}{16}$$

$$50.21 \quad y = \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$50.22 \quad y = \ln 7 - \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$$

$$50.23 \quad y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$50.24 \quad y = \ln \cos x + 2, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$$

$$50.25 \quad y = e^x + 26, \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{24}$$

$$50.26 \quad y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + 3, 0 \leq x \leq 2$$

$$50.27 \quad y = \arccos \sqrt{x} - \sqrt{x-x^2} + 4, 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$$50.28 \quad y = \frac{e^{2x} + e^{-2x} + 3}{3}, 0 \leq x \leq 2$$

$$50.29 \quad y = e^x + e, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$$

$$50.30 \quad y = \frac{1 - e^x - e^{-x}}{2}, 0 \leq x \leq 3$$

Задача № 51. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями.

$$51.1 \quad \begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \pi$$

$$51.3 \quad \begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t), \\ y = 4(\sin t - t \cos t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq 2$$

$$51.5 \quad \begin{cases} x = 10 \cos^3 t, \\ y = 10 \sin^3 t, \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \pi/2$$

$$51.7 \quad \begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(t - \cos t), \end{cases}$$

$$\pi \leq t \leq 2\pi$$

$$51.9 \quad \begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$51.11 \quad \begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 6 \sin^3 t, \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$51.13 \quad \begin{cases} x = 2,5(t - \sin t), \\ y = 2,5(1 - \cos t), \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$$

$$51.2 \quad \begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq 2\pi$$

$$51.4 \quad \begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \pi$$

$$51.6 \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \pi$$

$$51.8 \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t, \\ y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t, \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$51.10 \quad \begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$51.12 \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$$

$$51.14 \quad \begin{cases} x = 3,5(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3,5(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$51.15 \quad \begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t), \\ y = 6(\sin t - t \cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi$$

$$51.17 \quad \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{6}$$

$$51.19 \quad \begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \\ \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$51.21 \quad \begin{cases} x = 8(\cos t + t \sin t), \\ y = 8(\sin t - t \cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$$

$$51.23 \quad \begin{cases} x = 4 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases} \\ \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$$

$$51.25 \quad \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$51.27 \quad \begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t), \\ y = 2(\sin t - t \cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$51.29 \quad \begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$$

$$51.16 \quad \begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$51.18 \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$51.20 \quad \begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$51.22 \quad \begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$51.24 \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$51.26 \quad \begin{cases} x = 4(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 4(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi$$

$$51.28 \quad \begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 3\pi$$

$$51.30 \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \\ \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$$

Задача № 52. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах

$$52.1 \quad r = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$52.3 \quad r = \sqrt{2}e^{\varphi}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$52.5 \quad r = 6e^{\frac{12\varphi}{5}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$52.7 \quad r = 3e^{\frac{4\varphi}{3}}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$52.9 \quad r = 5e^{\frac{5\varphi}{12}}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$52.11 \quad r = 1 - \sin \varphi, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$$

$$52.13 \quad r = 3(1 + \sin \varphi), -\frac{\pi}{5} \leq \varphi \leq 0$$

$$52.15 \quad r = 5(1 - \cos \varphi), -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$$

$$52.17 \quad r = 7(1 - \sin \varphi), -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$52.19 \quad r = 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}$$

$$52.21 \quad r = 3\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{5}{12}$$

$$52.23 \quad r = 6\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}$$

$$52.25 \quad r = 8\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{12}{5}$$

$$52.27 \quad r = 8\cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$$

$$52.29 \quad r = 2\sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$52.2 \quad r = 2e^{\frac{4\varphi}{3}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$52.4 \quad r = 5e^{\frac{5\varphi}{12}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$52.6 \quad r = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$52.8 \quad r = \sqrt{2}e^{\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$52.10 \quad r = 12e^{\frac{12\varphi}{5}}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$52.12 \quad r = 2(1 - \cos \varphi), -\pi \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{2}$$

$$52.14 \quad r = 4(1 - \sin \varphi), 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$52.16 \quad r = 6(1 + \sin \varphi), -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0$$

$$52.18 \quad r = 8(1 - \cos \varphi), -\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$$

$$52.20 \quad r = 5\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{4}{3}$$

$$52.22 \quad r = 4\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{12}{5}$$

$$52.24 \quad r = 8\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{4}{3}$$

$$52.26 \quad r = 2\cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$52.28 \quad r = 6\cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$52.30 \quad r = 8\sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$$

Задача № 53. Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями.

$$53.1 \quad \frac{x^2}{9} + y^2 = 1, z = y, z = 0 (y \geq 0)$$

$$53.2 \quad z = x^2 + 4y^2, z = 2$$

$$53.3 \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - z^2 = 1, z = 0, z = 3$$

$$53.4 \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{36} = -1, z = 12$$

53.5 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = -1, z = 1, z = 0$

53.7 $z = x^2 + 9y^2, z = 3$

53.9 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{64} = -1, z = 16$

53.11 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1, z = y\sqrt{3}, z = 0(y \geq 0)$

53.13 $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{25} - z^2 = 1, z = 0, z = 2$

53.15 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{36} = 1, z = 3, z = 0$

53.17 $z = x^2 + 5y^2, z = 5$

53.19 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{100} = -1, z = 20$

53.21 $\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{25} = 1, z = \frac{y}{\sqrt{3}}, z = 0(y \geq 0)$

53.23 $x^2 + \frac{y^2}{4} - z^2 = 1, z = 0, z = 3$

53.25 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{100} = 1, z = 5, z = 0$

53.27 $z = 2x^2 + 18y^2, z = 6$

53.29 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{64} = -1, z = 16$

53.6 $x^2 + y^2 = 9, z = y, z = 0(y \geq 0)$

53.8 $\frac{x^2}{4} + y^2 - z^2 = 1, z = 0, z = 3$

53.10 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1, z = 2, z = 0$

53.12 $z = 2x^2 + 8y^2, z = 4$

53.14 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{36} = -1, z = 12$

53.16 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{16} = 1, z = y\sqrt{3}, z = 0(y \geq 0)$

53.18 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - z^2 = 1, z = 0, z = 4$

53.20 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{64} = 1, z = 4, z = 0$

53.22 $z = 4x^2 + 9y^2, z = 6$

53.24 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{100} = -1, z = 20$

53.26 $\frac{x^2}{27} + y^2 = 1, z = \frac{y}{\sqrt{3}}, z = 0(y \geq 0)$

53.28 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1, z = 0, z = 2$

53.30 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{144} = 1, z = 6, z = 0$

Задача № 50. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций. В вариантах 1–16 ось вращения Ox , в вариантах 17–31 ось вращения Oy .

54.1 $y = -x^2 + 5x - 6, y = 0$

54.2 $2x - x^2 - y = 0,$
 $2x^2 - 4x + y = 0$

54.3 $y = 3\sin x, y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$

54.4 $y = 5\cos x, y = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

54.5 $y = \sin^2 x, 0 \leq x \leq \pi$

54.6 $x = \sqrt[3]{y-2}, x = 1, y = 1$

54.7 $y = xe^x, 0 \leq x \leq 1$

54.9 $y = 2x - x^2, y = -x + 2$

54.11 $y = x^2, y^2 - x = 0$

54.13 $y = -1 - x^2, x = 0$

54.15 $y = x^3, y = \sqrt{x}$

54.17 $y = \arccos \frac{x}{3}, y = \arccos x, y = 0$

54.19 $y = x^2, x = 2, y = 0$

54.21 $y = \sqrt{x-1}, y = 0, y = 1, x = 0,5$

54.23 $y = (x-1)^2, y = 1$

54.25 $y = x^3, y = x^2$

54.27 $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = 0$

54.29 $y = x^3, y = x$

54.8 $y = -2x - x^2, y = -x + 2, x = 0$

54.10 $y = e^{1-x}, y = 0, x = 0, x = 1$

54.12 $x^2 + (y-2)^2 = 1$

54.14 $y = x^2, y = 1, x = 2$

54.16 $y = \sin \frac{\pi x}{2}, y = x^2$

54.18 $y = \arcsin \frac{x}{5}, y = \arcsin x, y = \frac{\pi}{2}$

54.20 $y = x^2 + 1, y = x, x = 0, x = 1$

54.22 $y = \ln x, x = 2, y = 0$

54.24 $y^2 = x - 2, y = 0, y = x^3, y = 1$

54.26 $y = \arccos \frac{x}{5}, y = \arccos \frac{x}{3}, y = 0$

54.28 $y = x^2 - 2x + 1, x = 2, y = 0$

54.30 $y = (x-1)^2, x = 0, x = 2, y = 0$

Дифференциальные уравнения

Задача № 55. Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде $\psi(x, y) = C$).

55.1 $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$

55.3 $\sqrt{4+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$

55.5 $6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$

55.7 $(e^{2x} + 5) dy + ye^{2x} dx = 0$

55.9 $6x dx - 6y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$

55.11 $y(4 + e^x) dy - e^x dx = 0$

55.13 $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$

55.15 $(e^x + 8) dy - ye^x dx = 0$

55.17 $6x dx - y dy = yx^2 dy - 3xy^2 dx$

55.19 $(1 + e^x) y' = ye^x$

55.21 $6x dx - 2y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$

55.23 $(3 + e^x) yy' = e^x$

55.2 $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$

55.4 $\sqrt{3+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$

55.6 $x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2+x^2} dy = 0$

55.8 $y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$

55.10 $x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0$

55.12 $y(4 + e^x) dy - e^x dx = 0$

55.14 $x\sqrt{4+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0$

55.16 $\sqrt{5+y^2} + yy'\sqrt{1-x^2} = 0$

55.18 $y \ln y + xy' = 0$

55.20 $\sqrt{1-x^2} y' + xy^2 + x = 0$

55.22 $y(1 + \ln y) + xy' = 0$

55.24 $\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} yy' = 0$

55.25 $xdx - ydy = yx^2dy - xy^2dx$

55.27 $(1 + e^x)yy' = e^x$

55.29 $2xdx - ydy = yx^2dy - xy^2dx$

55.26 $\sqrt{5 + y^2}dx + 4(x^2y + y)dy = 0$

55.28 $3(x^2y + y)dy + \sqrt{2 + y^2}dx = 0$

55.30 $2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2}y' = 0$

Задача № 56. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

56.1 $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$

56.2 $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$

56.3 $y' = \frac{x + y}{x - y}$

56.4 $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$

56.5 $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$

56.6 $xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}$

56.7 $y' = \frac{x + 2y}{2x - y}$

56.8 $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$

56.9 $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4$

56.10 $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$

56.11 $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$

56.12 $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$

56.13 $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6$

56.14 $xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}$

56.15 $y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}$

56.16 $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$

56.17 $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8$

56.18 $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}$

56.19 $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$

56.20 $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y$

56.21 $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$

56.22 $xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}$

56.23 $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}$

56.24 $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$

56.25 $4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5$

56.26 $xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}$

56.27 $y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}$

56.28 $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$

$$56.29 \quad 3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10$$

$$56.30 \quad xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y$$

Задача № 57. Найти решение задачи Коши.

$$57.1 \quad y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$$

$$57.2 \quad y' - y \operatorname{ctgx} = 2x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$57.3 \quad y' - y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0) = 0$$

$$57.4 \quad y' - y \operatorname{tgx} = \cos^2 x, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$57.5 \quad y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1) = \frac{3}{2}$$

$$57.6 \quad y' - \frac{y}{x+1} y = e^x(x+1), y(0) = 1$$

$$57.7 \quad y' - \frac{y}{x} = x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$57.8 \quad y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = \frac{1}{\pi}$$

$$57.9 \quad y' + \frac{y}{2x} = x^2, y(1) = 1$$

$$57.10 \quad y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}, y(0) = \frac{2}{3}$$

$$57.11 \quad y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5, y(2) = 4$$

$$57.12 \quad y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x, y(1) = e$$

$$57.13 \quad y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, y(1) = 1$$

$$57.14 \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, y(1) = 4$$

$$57.15 \quad y' + \frac{2}{x} y = x^2, y(1) = -\frac{5}{6}$$

$$57.16 \quad y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1) = 1$$

$$57.17 \quad y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, y(1) = 3$$

$$57.18 \quad y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1, y(1) = 1$$

$$57.19 \quad y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$$

$$57.20 \quad y' + 2xy = -2x^3, y(1) = e^{-1}$$

$$57.21 \quad y' - \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, y(0) = \frac{2}{3}$$

$$57.22 \quad y' + xy = -x^3, y(0) = 3$$

$$57.23 \quad y' - \frac{2}{x+1} y = e^x(x+1)^2, y(0) = 1$$

$$57.24 \quad y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x, y(0) = 1$$

$$57.25 \quad y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, y(0) = \frac{1}{2}$$

$$57.26 \quad y' - y \cos x = -\sin 2x, y(0) = 3$$

$$57.27 \quad y' - 4xy = -4x^3, y(0) = -\frac{1}{2}$$

$$57.28 \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, y(1) = 1$$

$$57.29 \quad y' - 3x^2 y = \frac{x^2(1+x^3)}{3}, y(0) = 0$$

$$57.30 \quad y' - y \cos x = \sin 2x, y(0) = -1$$

Задача № 58. Найти решение задачи Коши

$$58.1 \quad y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, y(0) = 1$$

$$58.2 \quad xy' + y = 2y^2 \ln x, y(1) = \frac{1}{2}$$

$$58.3 \quad 2(xy' + y) = xy^2, y(1) = 2$$

$$58.4 \quad y' + 4x^3y = 4(x^3 + 1)e^{-4x}y^2, y(0) = 1$$

$$58.5 \quad xy' - y = -y^2(\ln x + 2) \ln x, y(1) = 1$$

$$58.6 \quad 2(y' + xy) = (1+x)e^{-x}y^2, y(0) = 2$$

$$58.7 \quad 3(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 3$$

$$58.8 \quad 2y' + y \cos x = y^{-1} \cos x (1 + \sin x), y(0) = 1$$

$$58.9 \quad y' + 4x^3y = 4y^2e^{4x}(1-x^3), y(0) = -1$$

$$58.10 \quad 3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}, y(0) = -1$$

$$58.11 \quad 2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3, y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$58.12 \quad 3xy' + 5y = (4x - 5)y^4, y(1) = 1$$

$$58.13 \quad 2y' + 3y \cos x = e^{2x}(2 + 3 \cos x)y^{-1}, y(0) = 1$$

$$58.14 \quad 3(xy' + y) = xy^2, y(1) = 3$$

$$58.15 \quad y' - y = 2xy^2, y(0) = \frac{1}{2}$$

$$58.16 \quad y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, y(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$58.17 \quad y' + 2xy = 2x^3y^3, y(0) = \sqrt{2}$$

$$58.18 \quad xy' + y = y^2 \ln x, y(1) = 1$$

$$58.19 \quad 2y' + 3y \cos x = (8 + 12 \cos x)e^{2x}y^{-1}, y(0) = 2$$

$$58.20 \quad 4y' + x^3y = (x^3 + 8)e^{-2x}y^2, y(0) = 1$$

$$58.21 \quad 8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3, y(1) = \sqrt{2}$$

$$58.22 \quad 2(y' + y) = xy^2, y(0) = 2$$

$$58.23 \quad y' + xy = (x-1)e^x y^2, y(0) = 1$$

$$58.24 \quad 2y' - 3y \cos x = -e^{-2x}(2 + 3 \cos x)y^{-1}, y(0) = 1$$

$$58.25 \quad y' - y = xy^2, y(0) = 1$$

$$58.26 \quad 2(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 2$$

$$58.27 \quad y' + y = xy^2, y(0) = 1$$

$$58.28 \quad 2(y' + xy) = (x-1)e^x y^2, y(0) = 2$$

$$58.29 \quad y' - y \operatorname{tg} x = -\left(\frac{2}{3}\right)y^4 \sin x, y(0) = 1$$

$$58.30 \quad xy' + y = xy^2, y(1) = 1$$

Задача № 59. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$59.1 \quad y''x \ln x = y'$$

$$59.2 \quad xy'' + y' = 1$$

$$59.3 \quad 2xy'' = y'$$

$$59.4 \quad xy''' + y'' = x + 1.$$

$$59.5 \quad \operatorname{tg} x \cdot y'' - y' + \frac{1}{\sin x} = 0.$$

$$59.6 \quad x^2y'' + xy' = 1$$

$$59.7 \quad y'' \cdot \operatorname{ctg} 2x + 2y' = 0$$

$$59.8 \quad x^3y'' + x^2y' = 1$$

$$59.9 \quad y'' \cdot \operatorname{tg} x = 2y'$$

$$59.10 \quad y'' \cdot \operatorname{ctg} 2x = 2y'$$

$$59.11 \quad x^4y'' + x^3y' = 1$$

$$59.12 \quad xy'' + 2y' = 0$$

$$59.13 \quad (1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$$

$$59.14 \quad x^5y'' + x^4y' = 1$$

$$59.15 \quad xy'' - y' + \frac{1}{x} = 0$$

$$59.16 \quad xy'' + y' + x = 0$$

$$59.17 \quad \operatorname{tg} x \cdot y'' = y'$$

$$59.18 \quad xy'' + y' = \sqrt{x}$$

$$59.19 \quad y'' \cdot \operatorname{tg} x = y' + 1$$

$$59.20 \quad y'' \cdot \operatorname{tg} 5x = 5y'$$

$$59.21 \quad y'' \cdot \operatorname{tg} 7x = 7y'$$

$$59.22 \quad x^3y'' + x^2y' = \sqrt{x}$$

$$59.23 \quad (1 + x^2)y'' + 2xy' = 12x^3$$

$$59.24 \quad (x + 1)y'' + y' = (x + 1)$$

$$59.25 \quad (1 + \sin x)y'' = \cos x \cdot y'$$

$$59.26 \quad xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$59.27 \quad -xy'' + 2y' = \frac{2}{x^2}$$

$$59.28 \quad \operatorname{ctg} x \cdot y'' + y' = \cos x$$

$$59.29 \quad x \cdot y'' + y' = x$$

$$59.30 \quad y'' + \frac{2x}{x^2 + 1}y' = 2x$$

Задача № 60. Найти решение задачи Коши.

$$60.1 \quad 4y^3y'' = y^4 - 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$60.2 \quad y'' = 128y^3, y(0) = 1, y'(0) = 8$$

$$60.3 \quad y^3y'' + 64 = 0, y(0) = 4, y'(0) = 2$$

$$60.4 \quad y'' + 2 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$$

$$60.5 \quad y'' = 32 \sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 4$$

$$60.6 \quad y'' = 98y^3, y(1) = 1, y'(1) = 7$$

$$60.7 \quad y^3y'' + 49 = 0, y(3) = -7, y'(3) = -1$$

$$60.8 \quad 4y^3 y'' = 16y^4 - 1, y(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$60.9 \quad y'' + 8 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$$

$$60.10 \quad y'' = 72y^3, y(2) = 1, y'(2) = 6$$

$$60.11 \quad y^3 y'' + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2$$

$$60.12 \quad y'' = 18 \sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 3$$

$$60.13 \quad 4y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$60.14 \quad y'' = 50y^3, y(3) = 1, y'(3) = 5$$

$$60.15 \quad y^3 y'' + 25 = 0, y(2) = -5, y'(2) = -1$$

$$60.16 \quad y'' + 18 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3$$

$$60.17 \quad y'' = 8 \sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 2$$

$$60.18 \quad y'' = 32y^3, y(4) = 1, y'(4) = 4$$

$$60.19 \quad y^3 y'' + 16 = 0, y(1) = 2, y'(1) = 2$$

$$60.20 \quad y'' + 32 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 4$$

$$60.21 \quad y'' = 50 \sin^3 y \cos y = y^4 - 1, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 5$$

$$60.22 \quad y'' = 18y^3, y(1) = 1, y'(1) = 3$$

$$60.23 \quad y^3 y'' + 9 = 0, y(1) = 1, y'(1) = 3$$

$$60.24 \quad y^3 y'' = 4(y^4 - 1), y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}$$

$$60.25 \quad y'' + 50 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 5$$

$$60.26 \quad y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2$$

$$60.27 \quad y^3 y'' + 4 = 0, y(0) = -1, y'(0) = -2$$

$$60.28 \quad y'' = 2 \sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1$$

$$60.29 \quad y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}$$

$$60.30 \quad y'' = 2y^3, y(-1) = 1, y'(-1) = 1$$

Задача № 61. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$61.1 \quad y'' + 3y' + 2y = 1 - x^2$$

$$61.2 \quad y'' - y' = 6x^2 + 3x$$

$$61.3 \quad y'' - y = x^2 + x$$

$$61.4 \quad y''' - 3y'' + 3y' - y = 2x$$

$$61.5 \quad y'' - y' = 5(x+2)^2$$

$$61.6 \quad y'' - 2y' + y = 2x(1-x)$$

$$61.7 \quad y'' + 2y' + y = x^2 + x - 1$$

$$61.8 \quad y'' - y' = 2x + 3$$

61.9 $y'' - 5y' + 6y = 6x^2 + 2x - 5$

61.11 $y'' + y' = 5x^2 - 1$

61.13 $y'' - 7y' = 12x$

61.15 $y'' - y' = 3x^2 - 2x + 1$

61.17 $y''' - 3y'' + 3y' - y = x - 3$

61.19 $y'' - 4y' = 32 - 12x^2$

61.21 $y'' + y' = 49 - 24x^2$

61.23 $y'' - 13y' + 12y = x - 1$

61.25 $y'' + 3y' + 2y = x^2 + 2x + 3$

61.27 $y'' - 5y' + 6y = (x - 1)^2$

61.29 $y'' - 13y' + 12y = 18x^2 - 39$

61.10 $y'' + 2y' + y = 4x^2$

61.12 $y'' + 4y' + 4y = x - x^2$

61.14 $y'' + 3y' + 2y = 3x^2 + 2x$

61.16 $y'' - y' = 4x^2 - 3x + 2$

61.18 $y'' + 2y' + y = 12x^2 - 6x$

61.20 $y'' + 2y' + y = 2 - 3x^2$

61.22 $y'' - 2y' = 3x^2 + x - 4$

61.24 $y'' + y' = x$

61.26 $y'' - 3y' + 2y = x^2 + 2x + 3$

61.28 $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 6$

61.30 $y'' + y' = 12x + 6$

Задача № 62. Найти общее решение дифференциального уравнения.

62.1 $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$

62.2 $y''' - 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^x$

62.3 $y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}$

62.4 $y''' - 2y'' + y' = (2x + 5)e^{2x}$

62.5 $y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}$

62.6 $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x - 5)e^x$

62.7 $y''' - 4y'' + 4y' = (x - 1)e^x$

62.8 $y''' + 2y'' + y' = (18x + 21)e^{2x}$

62.9 $y''' + y'' - y' - y = (8x + 4)e^x$

62.10 $y''' - 3y'' - 2y = -4xe^x$

62.11 $y''' - 3y'' + 2y = (4x + 9)e^{2x}$

62.12 $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^x$

62.13 $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$

62.14 $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$

62.15 $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^x$

62.16 $y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x)e^x$

62.17 $y''' - y'' - 4y' + 4y = (7 - 6x)e^x$

62.18 $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$

62.19 $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20 - 16x)e^{-x}$

62.20 $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^x$

62.21 $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = e^{-x}(32x - 32)$

62.22 $y''' - 6y'' + 9y' = 4xe^x$

62.23 $y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12)e^x$

62.24 $y''' - y'' - 5y' - 3y = -(8x + 4)e^x$

62.25 $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$

62.26 $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$

62.27 $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$

62.28 $y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^x$

62.29 $y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^x$

62.30 $y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$

Задача № 63. Найти общее решение дифференциального уравнения.

63.1 $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$

63.2 $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$

63.3 $y'' + 2y' = -2e^x(\sin x + \cos x)$

63.4 $y'' + y = 2 \cos 7x + 3 \sin 7x$

63.5 $y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$

63.6 $y'' - 4y' + 8y = e^x(5 \sin x - 3 \cos x)$

63.7 $y'' + 2y' = e^x(\sin x + \cos x)$

63.8 $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 3x$

63.9 $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$

63.10 $y'' + y = 2 \cos 3x - 3 \sin 3x$

63.11 $y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x$

63.12 $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 6x$

63.13 $y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$

63.14 $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x$

63.15 $y'' + y = 2 \cos 5x + 3 \sin 5x$

63.16 $y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x$

63.17 $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x$

63.18 $y'' - 4y' + 8y = e^x(3 \sin x + 5 \cos x)$

63.19 $y'' + 2y' = 6e^x(\sin x + \cos x)$

63.20 $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x$

63.21 $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 5x$

63.22 $y'' + y = 2 \cos 7x - 3 \sin 7x$

63.23 $y'' + 2y' + 5y = -\cos x$

63.24 $y'' - 4y' + 8y = e^x(2 \sin x - \cos x)$

63.25 $y'' + 2y' = 3e^x(\sin x + \cos x)$

63.26 $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 4x$

63.27 $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 8x$

63.28 $y'' + 2y' + 5y = 10 \cos x$

63.29 $y'' + y = 2 \cos 4x + 3 \sin 4x$

63.30 $y'' - 4y' + 8y = e^x(-\sin x + 2 \cos x)$

Задача № 64. Найти решение задачи Коши.

64.1 $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, y(0) = 3, y'(0) = 0$

64.2 $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}, y(0) = \ln 4, y'(0) = 3(1 - \ln 2)$

$$64.3 \quad y'' + 4y = 8\operatorname{ctg} 2x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4$$

$$64.4 \quad y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1 + e^{-2x}}, \quad y(0) = 1 + 2\ln 2, \quad y'(0) = 6\ln 2$$

$$64.5 \quad y'' + -9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{-3x}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$64.6 \quad y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\sin \pi x}, \quad y\left(\frac{1}{2}\right) = 3, \quad y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi^2}{2}$$

$$64.7 \quad y'' + \frac{1}{\pi^2} y = \frac{1}{\pi^2 \cos\left(\frac{x}{\pi}\right)}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0$$

$$64.8 \quad y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}, \quad y(0) = 4\ln 4, \quad y'(0) = 4(3\ln 4 - 1)$$

$$64.9 \quad y'' + y = 4\operatorname{ctg} x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$$

$$64.10 \quad y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2 + e^{-2x}}, \quad y(0) = 1 + 3\ln 3, \quad y'(0) = 10\ln 3$$

$$64.11 \quad y'' + 6y' + 8y = \frac{4e^{-2x}}{2 + e^{2x}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$64.12 \quad y'' + 9y = \frac{9}{\sin 3x}, \quad y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4, \quad y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\pi}{2}$$

$$64.13 \quad y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

$$64.14 \quad y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}, \quad y(0) = \ln 27, \quad y'(0) = \ln 9 - 1$$

$$64.15 \quad y'' + 4y = 4\operatorname{ctg} 2x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$$

$$64.16 \quad y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}, \quad y(0) = 1 + 8\ln 2, \quad y'(0) = 14\ln 2$$

$$64.17 \quad y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$64.18 \quad y'' + 16y = \frac{16}{\sin 4x}, \quad y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3, \quad y'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2\pi$$

$$64.19 \quad y'' + 16y = \frac{16}{\cos 4x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$$

$$64.20 \quad y'' - 2y' = \frac{4e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}, \quad y(0) = \ln 4, \quad y'(0) = \ln 4 - 2$$

$$64.21 \quad y'' + \frac{y}{4} = \frac{1}{4} \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right), y(\pi) = 2, y'(\pi) = \frac{1}{2}$$

$$64.22 \quad y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2 + e^{-x}}, y(0) = 1 + 3 \ln 3, y'(0) = 5 \ln 3$$

$$64.23 \quad y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{2 + e^x}, y(0) = 0, y'(0) = 0$$

$$64.24 \quad y'' + 4y = \frac{4}{\sin 2x}, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \pi$$

$$64.25 \quad y'' + 4y = \frac{4}{\cos 2x}, y(0) = 2, y'(0) = 0$$

$$64.26 \quad y'' + y' = \frac{e^x}{2 + e^x}, y(0) = \ln 27, y'(0) = 1 - \ln 9$$

$$64.27 \quad y'' + y = 2 \operatorname{ctg} x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

$$64.28 \quad y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^{-x}}, y(0) = 1 + 2 \ln 2, y'(0) = 3 \ln 2$$

$$64.29 \quad y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{1 + e^{-x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$$

$$64.30 \quad y'' + y = \frac{1}{\sin x}, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Ряды

Задача № 65. Найти сумму ряда.

$$65.1 \quad \sum_{n=9}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}$$

$$65.2 \quad \sum_{n=9}^{\infty} \frac{18}{n^2 - 13n + 40}$$

$$65.3 \quad \sum_{n=8}^{\infty} \frac{4}{n^2 - 12n + 35}$$

$$65.4 \quad \sum_{n=8}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 11n + 28}$$

$$65.5 \quad \sum_{n=7}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 10n + 24}$$

$$65.6 \quad \sum_{n=7}^{\infty} \frac{54}{n^2 - 9n + 18}$$

$$65.7 \quad \sum_{n=6}^{\infty} \frac{8}{n^2 - 8n + 15}$$

$$65.8 \quad \sum_{n=6}^{\infty} \frac{72}{n^2 - 7n + 10}$$

$$65.9 \quad \sum_{n=5}^{\infty} \frac{10}{n^2 - 6n + 8}$$

$$65.10 \quad \sum_{n=5}^{\infty} \frac{90}{n^2 - 5n + 4}$$

$$65.11 \quad \sum_{n=4}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 4n + 3}$$

$$65.12 \quad \sum_{n=4}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}$$

65.13
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{16}{n^2 + 4n + 3}$$

65.15
$$\sum_{n=10}^{\infty} \frac{30}{n^2 - 14n + 48}$$

65.17
$$\sum_{n=9}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 12n + 35}$$

65.19
$$\sum_{n=8}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 10n + 24}$$

65.21
$$\sum_{n=7}^{\infty} \frac{60}{n^2 - 8n + 15}$$

65.23
$$\sum_{n=6}^{\infty} \frac{48}{n^2 - 6n + 8}$$

65.25
$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 4n + 3}$$

65.27
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{36}{n^2 + n - 2}$$

65.29
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{72}{n^2 + 6n + 8}$$

65.14
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{36}{n^2 + 7n + 10}$$

65.16
$$\sum_{n=9}^{\infty} \frac{54}{n^2 - 11n + 28}$$

65.18
$$\sum_{n=8}^{\infty} \frac{72}{n^2 - 9n + 18}$$

65.20
$$\sum_{n=7}^{\infty} \frac{18}{n^2 - 7n + 10}$$

65.22
$$\sum_{n=6}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 5n + 4}$$

65.24
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{54}{n^2 + n - 2}$$

65.26
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{n^2 + 4n + 3}$$

65.28
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}$$

65.30
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{54}{n^2 + 5n + 4}$$

Задача № 66. Исследовать на сходимость ряд.

66.1
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(1 - \cos \frac{1}{n+1} \right)$$

66.2
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+4} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

66.3
$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 5}{n^2 + 4}$$

66.4
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+4}} \sin \frac{1}{n+1}$$

66.5
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[3]{n-1}}$$

66.6
$$\sum_{n=2}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 3}{n^2 - n}$$

66.7
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{\sqrt{n-1}}{n^3}} - 1 \right)$$

66.8
$$\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{n} \arcsin \frac{n+1}{n^3 - 2}$$

66.9
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(e^{\frac{1}{\pi^2}} - 1 \right)$$

66.10
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n+1}} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$$

66.11
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}}$$

66.12
$$\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{n-1}{n^3 - n}$$

$$66.13 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+5}} \sin \frac{1}{n-1}$$

$$66.15 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+3}} \left(e^{\frac{1}{\sqrt{\pi}}} - 1 \right)$$

$$66.17 \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n^3}$$

$$66.19 \sum_{n=3}^{\infty} n^3 \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{n}$$

$$66.21 \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n} \right)$$

$$66.23 \sum_{n=2}^{\infty} \left(e^{\frac{\sqrt{n}}{n^3-1}} - 1 \right)$$

$$66.25 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{2\pi}{2n+1}$$

$$66.27 \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}$$

$$66.29 \sum_{n=2}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{(n-1)\sqrt[5]{n^2+1}}$$

$$66.14 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+2}} \operatorname{arctg} \frac{n+3}{n^2+5}$$

$$66.16 \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+1}{n^2-n+2}$$

$$66.18 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+2}{n^3+1}$$

$$66.20 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{(\sqrt[3]{n}-1)(n \cdot \sqrt[4]{n^3}-1)}$$

$$66.22 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^5+2}}$$

$$66.24 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

$$66.26 \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{n}{(n^2+3)^{5/2}}$$

$$66.28 \sum_{n=1}^{\infty} n \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right)^2$$

$$66.30 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2 \sqrt[3]{n+5}}$$

Задача № 67. Исследовать на сходимость ряд.

$$67.1 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)!}$$

$$67.3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$$

$$67.5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{2^n(3n+5)}$$

$$67.7 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \operatorname{arctg} \frac{5}{n}$$

$$67.9 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \operatorname{tg} \frac{1}{5^n}$$

$$67.11 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n^2}{(n+2)!}$$

$$67.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$$

$$67.4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n n!}{(2n)!}$$

$$67.6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n!} \sin \frac{2}{3^n}$$

$$67.8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$$

$$67.10 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n(n^2-1)}{n!}$$

$$67.12 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$$

$$67.13 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$$

$$67.15 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{3^n (n+1)!}$$

$$67.17 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n + 1)(2n)!}$$

$$67.19 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$$

$$67.21 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$$

$$67.23 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n (n+2)!}$$

$$67.25 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (2n+5)}$$

$$67.27 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n n^2}$$

$$67.29 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt[3]{n}}{3^n + 2}$$

$$67.14 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{(3n)!}$$

$$67.16 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$$

$$67.18 \sum_{n=1}^{\infty} n! \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$67.20 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}$$

$$67.22 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}$$

$$67.24 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$$

$$67.26 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^n + 3}$$

$$67.28 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^{n-1} \sqrt{n^2 + 5}}{(n-1)!}$$

$$67.30 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$$

Задача № 68. Исследовать ряд на сходимость.

$$68.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$$

$$68.3 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}$$

$$68.5 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2} \right)^{n^2}$$

$$68.7 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1} \right)^{n^2}$$

$$68.9 \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin^n \frac{\pi}{4n}$$

$$68.11 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^n \cdot \frac{n}{5^n}$$

$$68.2 \sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$$

$$68.4 \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$$

$$68.6 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n \cdot n^3$$

$$68.8 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}$$

$$68.10 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}$$

$$68.12 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1} \right)^{n^2}$$

68.13
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{3n+2}{4n-1} \right)^n$$

68.15
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n+1}$$

68.17
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$$

68.19
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^3}{(\ln n)^n}$$

68.21
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{arctg}^n \frac{\pi}{3n}$$

68.23
$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} e^{-n}$$

68.25
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{n^2}$$

68.27
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n}$$

68.29
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{n+2}}{5^n}$$

68.14
$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-3} \right)^{n^2}$$

68.16
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}$$

68.18
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin^n \frac{\pi}{2n}$$

68.20
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^3}$$

68.22
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^5}{(2n+1)^n}$$

68.24
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n-1}{4n+2} \right)^{2n}$$

68.26
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+2}}{(2n^2+1)^{\frac{n}{2}}}$$

68.28
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$$

68.30
$$\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[3]{n} \left(\frac{n-2}{2n+1} \right)^{3n}$$

Задача № 69. Исследовать на сходимость ряд.

69.1
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(3n+1)}$$

69.3
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(2n+1)}$$

69.5
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4) \ln^2(5n+2)}$$

69.7
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\sqrt{2}+1) \ln^2(n\sqrt{3}+1)}$$

69.9
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \ln(2n)}$$

69.11
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \ln n}$$

69.2
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(2n+1)}$$

69.4
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(3n-5) \ln^2(4n-7)}$$

69.6
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln^2(n\sqrt{5}+2)}$$

69.8
$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-2) \ln(n-3)}$$

69.10
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln(2n)}$$

69.12
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \ln(n+1)}$$

$$69.13 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)\ln(3n+1)}$$

$$69.15 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln^2(2n)}$$

$$69.17 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\ln(n-1)}$$

$$69.19 \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-2)\sqrt{\ln(n-3)}}$$

$$69.21 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\ln^2(n+1)}$$

$$69.23 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(n^3+1)\ln n}$$

$$69.25 \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(n-3)\ln^2\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$69.27 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{(2n^2+3)\ln n}$$

$$69.29 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2n+1}{(3n^2+2)\ln(n-1)}$$

$$69.14 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2 n}$$

$$69.16 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\ln^2(n+1)}$$

$$69.18 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n\sqrt{\ln(3n-1)}}$$

$$69.20 \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\sqrt{\ln(n-2)}}$$

$$69.22 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln^2(n+7)}$$

$$69.24 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{(n^2-3)\ln^2 n}$$

$$69.26 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2+5)\ln n}$$

$$69.28 \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n+1}{(5n^2-9)\ln(n-2)}$$

$$69.30 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2-1)\ln n}$$

Задача № 70. Исследовать на сходимость ряд.

$$70.1 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$70.3 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$$

$$70.5 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$$

$$70.7 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln(n+1)}$$

$$70.9 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n+1}} \sin \frac{\pi}{2\sqrt{n}}$$

$$70.11 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n!}$$

$$70.2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$$

$$70.4 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln n(\ln \ln n)}$$

$$70.6 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)\ln n}$$

$$70.8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4\sqrt{2n+3}}$$

$$70.10 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n-1}{n}\right)^n$$

$$70.12 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln(2n)}$$

$$70.13 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$$

$$70.15 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^{2n}(n+1)}$$

$$70.17 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n (n+1)}$$

$$70.19 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+3)!}{2^n}$$

$$70.21 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{5n-1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}}$$

$$70.23 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(n\sqrt{n})}{n\sqrt{n}}$$

$$70.25 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$70.27 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin 3^n}{3^n}$$

$$70.29 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{n}$$

$$70.14 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}$$

$$70.16 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{3n} \cos\left(\frac{\pi}{3n}\right)}$$

$$70.18 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}$$

$$70.20 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$$

$$70.22 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n+1}(2n+1)}$$

$$70.24 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}$$

$$70.26 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^n \frac{\pi}{2n}$$

$$70.28 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$$

$$70.30 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

Задача № 71. Вычислить сумму ряда с точностью α .

$$71.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n^2}, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)^3}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.5 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^3(n+1)}, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}, \quad \alpha = 0,0001$$

$$71.7 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n}, \quad \alpha = 0,1$$

$$71.8 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3^n}, \quad \alpha = 0,1$$

$$71.9 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.10 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.11 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.12 \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{5}\right)^n, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.13 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{7^n}, \quad \alpha = 0,0001$$

$$71.15 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.17 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)! \cdot 2n}, \quad \alpha = 0,00001$$

$$71.19 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n!}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.21 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)! n!}, \quad \alpha = 0,00001$$

$$71.23 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (2n+1)}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.25 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{(n+1)^n}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.27 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3 + 1}, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.29 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^3 + 1)^2}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.14 \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n, \quad \alpha = 0,1$$

$$71.16 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n!}, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.18 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{(2n)! n!}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.20 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n n!}, \quad \alpha = 0,0001$$

$$71.22 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n (n+1)}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.24 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.26 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^n}, \quad \alpha = 0,001$$

$$71.28 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n^2 (n+3)}, \quad \alpha = 0,01$$

$$71.30 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2 + n^3}, \quad \alpha = 0,01$$

Задача № 72. Найти область сходимости ряда.

$$72.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} (x+3)^{2n}$$

$$72.3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$$

$$72.5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n} (x-2)^{2n}$$

$$72.7 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3) \ln(n+3)} (x+6)^n$$

$$72.9 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{(2n-1) \cdot 4^n}$$

$$72.11 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}$$

$$72.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)5^n} (x-3)^n$$

$$72.4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{(n+3)^2 2^{n-1}} (x+7)^n$$

$$72.6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-5)^{2n+1}}{3n+8}$$

$$72.8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n+2) \cdot 3^n}$$

$$72.10 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n^2 - 5n) \cdot 4^n}$$

$$72.12 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(5n-8)^3} (x-2)^{3n}$$

72.13
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{3^n}$$

72.15
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n+1) \cdot 3^n} (x+6)^n$$

72.17
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n+3) \cdot 2^n}$$

72.19
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{(n+1)^2 \cdot 2^n} (x-3)^n$$

72.21
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(4n+1) \cdot 3^n} (x+4)^n$$

72.23
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n-1) \cdot 2^n} (x+3)^n$$

72.25
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+3)!} (x+4)^{2n+1}$$

72.27
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(4n-1)^3} (x-4)^{3n}$$

72.29
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1) \cdot 3^n}$$

72.14
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^n$$

72.16
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(3n+1)^3} (x-4)^{2n}$$

72.18
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} (x+5)^{2n+1}$$

72.20
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4)\ln(n+4)}$$

72.22
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!} (x+1)^{2n-1}$$

72.24
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(3n+1)^3} (x-1)^{3n}$$

72.26
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(4n-1) \cdot 2^n} (x+2)^n$$

72.28
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2)\ln(n+2)} (x+1)^n$$

72.30
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n^4+1)^2} (x-3)^n$$

Задача № 73. Разложите функцию в ряд Тейлора по степеням x .

73.1
$$\frac{9}{20-x-x^2}$$

73.2
$$\frac{x^2}{\sqrt{4-5x}}$$

73.3
$$\ln(1-x-6x^2)$$

73.4
$$2x \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - x$$

73.5
$$\frac{\sin 2x}{x} - 2$$

73.6
$$\frac{7}{12+x-x^2}$$

73.7
$$\frac{x}{\sqrt[3]{27-2x}}$$

73.8
$$\ln(1+x-6x^2)$$

73.9
$$(x-1)\sin 5x$$

73.10
$$\frac{\cos 3x - 1}{x^2}$$

73.11
$$\frac{6}{8+2x-x^2}$$

73.12
$$\frac{1}{\sqrt[4]{16-3x}}$$

73.13
$$\ln(1-x-12x^2)$$

73.14
$$(3+e^{-x})^2$$

73.15
$$\frac{\arcsin x}{x} - 1$$

73.16
$$\frac{9}{20-x-x^2}$$

73.17 $x^2 \sqrt{4-3x}$

73.19 $2x \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - x$

73.21 $\frac{5}{6+x-x^2}$

73.23 $\ln(1+x-12x^2)$

73.25 $\frac{\arctg x}{x}$

73.27 $\sqrt[4]{16-5x}$

73.29 $(2-e^x)^2$

73.18 $\ln(1+2x-8x^2)$

73.20 $(x-1)\sin x$

73.22 $x \cdot \sqrt[3]{27-2x}$

73.24 $\frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x$

73.26 $\frac{5}{6-x-x^2}$

73.28 $\ln(1-x-20x^2)$

73.30 $\frac{3}{2-x-x^2}$

Задача № 74. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

74.1 $\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx$

74.2 $\int_0^{0,1} \sin(100x^2) dx$

74.3 $\int_0^1 \cos x^2 dx$

74.4 $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$

74.5 $\int_0^{0,1} \frac{1-e^{-2x}}{x} dx$

74.6 $\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}$

74.7 $\int_0^1 \frac{\ln\left(1+\frac{x}{5}\right)}{x} dx$

74.8 $\int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx$

74.9 $\int_0^{0,2} \sin(25x^2) dx$

74.10 $\int_0^{0,5} \cos(4x^2) dx$

74.11 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}$

74.12 $\int_0^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x} dx$

74.13 $\int_0^{0,4} \frac{\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)}{x} dx$

74.14 $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}}$

74.15 $\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$

74.16 $\int_0^{0,4} \sin\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx$

74.17 $\int_0^{0,2} \cos(25x^2) dx$

74.18 $\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{81+x^4}}$

$$74.19 \int_0^{0,4} \frac{1 - e^{-\frac{x}{2}}}{x} dx$$

$$74.21 \int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125 + x^3}}$$

$$74.23 \int_0^{0,5} \sin(4x^2) dx$$

$$74.25 \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{256 + x^4}}$$

$$74.27 \int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{625 + x^4}}$$

$$74.29 \int_0^1 \sin x^2 dx$$

$$74.20 \int_0^{0,1} \frac{\ln(1 + 2x)}{x} dx$$

$$74.22 \int_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx$$

$$74.24 \int_0^{0,4} \cos\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx$$

$$74.26 \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1 + x^2}}$$

$$74.28 \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8 + x^3}}$$

$$74.30 \int_0^{0,1} \cos(100x^2) dx$$

Кратные интегралы

Задача № 75. Изменить порядок интегрирования.

$$75.1 \int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$$

$$75.3 \int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{\sqrt{2-y}}^{\sqrt{2-y^2}} f dx$$

$$75.5 \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_x^0 f dx$$

$$75.7 \int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f dx$$

$$75.9 \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f dy$$

$$75.11 \int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f dy$$

$$75.2 \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx$$

$$75.4 \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f dx$$

$$75.6 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} dy \int_0^{\arcsin y} f dx + \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f dx$$

$$75.8 \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^e dy \int_{-1}^{-\ln y} f dx$$

$$75.10 \int_{-\sqrt{3}}^{-2} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy$$

$$75.12 \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx$$

$$75.13 \int_0^{\frac{\pi}{4}} dy \int_0^{\sin y} f dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} dy \int_0^{\cos y} f dx$$

$$75.14 \int_{-2}^{-1} dx \int_{-(2+x)}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_{\sqrt[3]{x}}^0 f dy$$

$$75.15 \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy$$

$$75.16 \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2-y}}^0 f dx$$

$$75.17 \int_0^1 dy \int_{-y}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx$$

$$75.18 \int_0^1 dy \int_0^{y^3} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx$$

$$75.19 \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy$$

$$75.20 \int_{-2}^{-1} dy \int_{-(2+y)}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^0 f dx$$

$$75.21 \int_0^1 dy \int_{-0}^y f dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f dx$$

$$75.22 \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy$$

$$75.23 \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx \int_0^{\sin x} f dy + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\cos x} f dy$$

$$75.24 \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_y^0 f dx$$

$$75.25 \int_0^1 dx \int_0^{x^3} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f dy$$

$$75.26 \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy$$

$$75.27 \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f dy + \int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^0 f dy$$

$$75.28 \int_0^1 dx \int_0^x f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy$$

$$75.29 \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f dx$$

$$75.30 \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f dy$$

Задача № 76. Вычислить:

$$76.1 \iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$$

$$76.2 \iint_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2$$

$$76.3 \iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$$

$$76.4 \iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$$

$$76.5 \iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x} (x \geq 0)$$

- 76.6 $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2 (x \geq 0)$
- 76.7 $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = x^3, y = -\sqrt{x}$
- 76.8 $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt{x}, y = -x^3$
- 76.9 $\iint_D (4xy + 16x^2y^2) dx dy; \quad D: x=1, y = x^2, y = -\sqrt{x}$
- 76.10 $\iint_D (12xy + 9x^2y^2) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt{x}, y = -x^2$
- 76.11 $\iint_D (8xy + 9x^2y^2) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3$
- 76.12 $\iint_D (24xy + 18x^2y^2) dx dy; \quad D: x=1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}$
- 76.13 $\iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy; \quad D: x=1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x} (x \geq 0)$
- 76.14 $\iint_D (8xy + 18x^2y^2) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2 (x \geq 0)$
- 76.15 $\iint_D \left(\frac{4}{5}xy + \frac{9}{11}x^2y^2 \right) dx dy; \quad D: x=1, y = x^3, y = -\sqrt{x}$
- 76.16 $\iint_D \left(\frac{4}{5}xy + 9x^2y^2 \right) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt{x}, y = -x^3$
- 76.17 $\iint_D (24xy + 48x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = x^2, y = -\sqrt{x}$
- 76.18 $\iint_D (6xy + 24x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt{x}, y = -x^2$
- 76.19 $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3$
- 76.20 $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}$
- 76.21 $\iint_D (54x^2y^2 + 150x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = x^3, y = -\sqrt{x}$
- 76.22 $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3 (x \geq 0)$
- 76.23 $\iint_D (xy - 4x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = x^3, y = -\sqrt{x}$
- 76.24 $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y = \sqrt{x}, y = -x^3$
- 76.25 $\iint_D \left(6x^2y^2 + \frac{25}{3}x^3y^3 \right) dx dy; \quad D: x=1, y = x^2, y = -\sqrt{x}$

$$76.26 \quad \iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$$

$$76.27 \quad \iint_D \left(3x^2y^2 + \frac{50}{3}x^4y^4 \right) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$$

$$76.28 \quad \iint_D (9x^2y^2 + 25x^4y^4) dx dy; \quad D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$$

$$76.29 \quad \iint_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy; \quad D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x} (x \geq 0)$$

$$76.30 \quad \iint_D (xy - 9x^5y^5) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2 (x \geq 0)$$

Задача № 77. Вычислить:

$$77.1 \quad \iint_D ye^{xy/2} dx dy; \quad D: y = \ln 2, y = \ln 3, x = 2, x = 4$$

$$77.2 \quad \iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dy; \quad D: x = 0, y = \sqrt{\pi}, y = \frac{x}{2}$$

$$77.3 \quad \iint_D y \cos(xy) dx dy; \quad D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = 1, x = 2$$

$$77.4 \quad \iint_D y^2 e^{-xy/4} dx dy; \quad D: x = 0, y = 2, y = x$$

$$77.5 \quad \iint_D y \sin(xy) dx dy; \quad D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = 1, x = 2$$

$$77.6 \quad \iint_D y^2 \cos \frac{xy}{2} dx dy; \quad D: x = 0, y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y = \frac{x}{2}$$

$$77.7 \quad \iint_D 4ye^{2xy} dx dy; \quad D: y = \ln 3, y = \ln 4, x = \frac{1}{2}, x = 1$$

$$77.8 \quad \iint_D 4y^2 \sin(xy) dx dy; \quad D: x = 0, y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y = x$$

$$77.9 \quad \iint_D y \cos 2x dx dy; \quad D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = \frac{1}{2}, x = 1$$

$$77.10 \quad \iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{8}} dx dy; \quad D: x = 0, y = 2, y = \frac{x}{2}$$

$$77.11 \quad \iint_D 12y \sin(2xy) dx dy; \quad D: y = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{2}, x = 2, x = 3$$

$$77.12 \quad \iint_D y^2 \cos(xy) dx dy; \quad D: x = 0, y = \sqrt{\pi}, y = x$$

- 77.13 $\iint_D ye^{\frac{xy}{4}} dx dy$; $D: y = \ln 2, y = \ln 3, x = 4, x = 8$
- 77.14 $\iint_D 4y^2 \sin(2xy) dx dy$; $D: x = 0, y = \sqrt{2\pi}, y = 2x$
- 77.15 $\iint_D 2y \cos(2xy) dx dy$; $D: y = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{2}, x = 1, x = 2$
- 77.16 $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}} dx dy$; $D: x = 0, y = \sqrt{2}, y = x$
- 77.17 $\iint_D y \sin(xy) dx dy$; $D: y = \pi, y = 2\pi, x = \frac{1}{2}, x = 1$
- 77.18 $\iint_D y^2 \cos(2xy) dx dy$; $D: x = 0, y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y = \frac{x}{2}$
- 77.19 $\iint_D 8e^{4xy} dx dy$; $D: y = \ln 3, y = \ln 4, x = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2}$
- 77.20 $\iint_D 3y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$; $D: x = 0, y = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}, y = \frac{2}{3}x$
- 77.21 $\iint_D y \cos(xy) dx dy$; $D: y = \pi, y = 3\pi, x = \frac{1}{2}, x = 1$
- 77.22 $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{2}} dx dy$; $D: x = 0, y = 1, y = \frac{x}{2}$
- 77.23 $\iint_D y \sin(2xy) dx dy$; $D: y = \frac{\pi}{2}, y = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{1}{2}, x = 3$
- 77.24 $\iint_D y^2 \cos(xy) dx dy$; $D: x = 0, y = \sqrt{\pi}, y = 2x$
- 77.25 $\iint_D 6ye^{\frac{xy}{3}} dx dy$; $D: y = \ln 2, y = \ln 3, x = 3, x = 6$
- 77.26 $\iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$; $D: x = 0, y = \sqrt{\pi}, y = x$
- 77.27 $\iint_D y \cos 2x dx dy$; $D: y = \frac{\pi}{2}, y = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{1}{2}, x = 2$
- 77.28 $\iint_D y^2 e^{-\frac{xy}{8}} dx dy$; $D: x = 0, y = 4, y = 2x$
- 77.29 $\iint_D 3y \sin(xy) dx dy$; $D: y = \frac{\pi}{2}, y = 3\pi, x = 1, x = 3$

$$77.30 \quad \iint_D y^2 \cos \frac{xy}{2} dx dy; \quad D: x=0, y=\sqrt{2\pi}, y=2x$$

Задача № 78. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$78.1 \quad y = \frac{3}{x}, \quad y = 4e^x, \quad y = 3, \quad y = 4$$

$$78.2 \quad x = \sqrt{36 - y^2}, \quad x = 6 - \sqrt{36 - y^2}$$

$$78.3 \quad x^2 + y^2 = 72, \quad 6y = -x^2 (y \leq 0)$$

$$78.4 \quad x = 8 - y^2, \quad x = -2y$$

$$78.5 \quad y = \frac{3}{x}, \quad y = 8e^x, \quad y = 3, \quad y = 8$$

$$78.6 \quad y = \frac{\sqrt{x}}{2}, \quad y = \frac{1}{2x}, \quad x = 16$$

$$78.7 \quad x = 5 - y^2, \quad x = -4y$$

$$78.8 \quad x^2 + y^2 = 12, \quad -\sqrt{6}y = x^2 (y \leq 0)$$

$$78.9 \quad y = \sqrt{12 - x^2}, \quad y = 2\sqrt{3} - \sqrt{12 - x^2}, \quad x = 0 (x \geq 0)$$

$$78.10 \quad y = \frac{3}{2}\sqrt{x}, \quad y = \frac{3}{2x}, \quad x = 9$$

$$78.11 \quad y = \sqrt{24 - x^2}, \quad 2\sqrt{3}y = x^2, \quad x = 0 (x \geq 0)$$

$$78.12 \quad y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad x = 0 (x \geq 0)$$

$$78.13 \quad y = 20 - x^2, \quad y = -8x$$

$$78.14 \quad y = \sqrt{18 - x^2}, \quad y = 3\sqrt{2} - \sqrt{18 - x^2}$$

$$78.15 \quad y = 32 - x^2, \quad y = -4x$$

$$78.16 \quad y = \frac{2}{x}, \quad y = 5e^x, \quad y = 2, \quad y = 5$$

$$78.17 \quad x^2 + y^2 = 36, \quad 3\sqrt{2}y = x^2 (y \geq 0)$$

$$78.18 \quad y = 3\sqrt{x}, \quad y = \frac{3}{x}, \quad x = 4$$

$$78.19 \quad y = 6 - \sqrt{36 - x^2}, \quad y = \sqrt{36 - x^2}, \quad x = 0 (x \geq 0)$$

$$78.20 \quad y = \frac{25}{4} - x^2, \quad y = x - \frac{5}{2}$$

$$78.21 \quad y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x = 16$$

$$78.22 \quad y = \frac{2}{x}, \quad y = 7e^x, \quad y = 2, \quad y = 7$$

$$78.23 \quad y = 27 - y^2, \quad x = -6y$$

$$78.24 \quad x = \sqrt{72 - y^2}, \quad 6x = y^2, \quad y = 0 (y \geq 0)$$

$$78.25 \quad y = \sqrt{6 - x^2}, \quad y = \sqrt{6} - \sqrt{6 - x^2}$$

$$78.26 \quad y = \frac{3}{2}\sqrt{x}, \quad y = \frac{3}{2x}, \quad x = 4$$

$$78.27 \quad y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad x = 0 (x \leq 0)$$

$$78.28 \quad y = \frac{1}{x}, \quad y = 6e^x, \quad y = 1, \quad y = 6$$

$$78.29 \quad y = 3\sqrt{x}, \quad y = \frac{3}{x}, \quad x = 9$$

$$78.30 \quad y = 11 - x^2, \quad y = -10x$$

Задача № 79. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$79.1 \quad y^2 - 2y + x^2 = 0, \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.2 \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad x^2 - 8x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$79.3 \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.4 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = x$$

$$79.5 \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y^2 - 10y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.6 \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad x^2 - 8x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = x$$

$$79.7 \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad x = 0$$

$$79.8 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 10x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.9 \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y^2 - 10y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad x = 0$$

$$79.10 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.11 \quad y^2 - 2y + x^2 = 0, \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y = \sqrt{3}x, \quad x = 0$$

$$79.12 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 6x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.13 \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y = \sqrt{3}x, \quad x = 0$$

$$79.14 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 8x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.15 \quad y^2 - 2y + x^2 = 0, \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad x = 0$$

$$79.16 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$79.17 \quad y^2 - 2y + x^2 = 0, \quad y^2 - 10y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.18 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 6x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$79.19 \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 10y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.20 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 6x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = x$$

$$79.21 \quad y^2 - 2y + x^2 = 0, \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad x = 0$$

$$79.22 \quad x^2 - 2x + y^2 = 0, \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.23 \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad x = 0$$

$$79.24 \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad x^2 - 8x + y^2 = 0, \quad y = 0, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.25 \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad x = 0$$

$$79.26 \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad x^2 - 8x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.27 \quad y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = \sqrt{3}x, \quad x = 0$$

$$79.28 \quad x^2 - 4x + y^2 = 0, \quad x^2 - 6x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

$$79.29 \quad y^2 - 2y + x^2 = 0, \quad y^2 - 10y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad x = 0$$

$$79.30 \quad x^2 - 6x + y^2 = 0, \quad x^2 - 10x + y^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x$$

Задача № 80. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, μ — поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$80.1 \quad D: x=1, y=0, y^2=4x(y \geq 0); \quad \mu = 7x^2 + y$$

$$80.2 \quad D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, x=0, y=0(x \geq 0, y \geq 0); \quad \mu = \frac{x+y}{x^2 + y^2}$$

$$80.3 \quad D: x=1, y=0, y^2=4x(y \geq 0); \quad \mu = \frac{7x^2}{2} + 5y$$

$$80.4 \quad D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x=0, y=0(x \geq 0, y \geq 0); \quad \mu = \frac{2x+5y}{x^2 + y^2}$$

$$80.5 \quad D: x=2, y=0, y^2=2x(y \geq 0); \quad \mu = \frac{7x^2}{8} + 2y$$

$$80.6 \quad D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, x=0, y=0(x \geq 0, y \geq 0); \quad \mu = \frac{x+y}{x^2 + y^2}$$

- 80.7 $D: x = 2, y = 0, y^2 = \frac{x}{2} (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{2} + 6y$
- 80.8 $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = \frac{2x - 3y}{x^2 + y^2}$
- 80.9 $D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x (y \geq 0); \mu = x + 3y^2$
- 80.10 $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = \frac{x - y}{x^2 + y^2}$
- 80.11 $D: x = 1, y = 0, y^2 = x (y \geq 0); \mu = 3x + 6y^2$
- 80.12 $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = 0 (x \leq 0, y \geq 0); \mu = \frac{2y - x}{x^2 + y^2}$
- 80.13 $D: x = 2, y = 0, y^2 = \frac{x}{2} (y \geq 0); \mu = 2x + 3y^2$
- 80.14 $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \geq 0); \mu = \frac{2x + 5y}{x^2 + y^2}$
- 80.15 $D: x = \frac{1}{2}, y = 0, y^2 = 8x (y \geq 0); \mu = 7x + 3y^2$
- 80.16 $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0 (x \leq 0, y \geq 0); \mu = \frac{2y - 5x}{x^2 + y^2}$
- 80.17 $D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x (y \geq 0); \mu = 7x^2 + 2y$
- 80.18 $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \geq 0); \mu = \frac{x + 3y}{x^2 + y^2}$
- 80.19 $D: x = 2, y^2 = 4x, y = 0 (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{4} + \frac{y}{2}$
- 80.20 $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \geq 0); \mu = \frac{x + 2y}{x^2 + y^2}$
- 80.21 $D: x = 2, y = 0, y^2 = 2x (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{4} + y$
- 80.22 $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = \frac{2x - y}{x^2 + y^2}$
- 80.23 $D: x = 2, y = 0, y^2 = \frac{x}{2} (y \geq 0); \mu = \frac{7x^2}{2} + 8y$
- 80.24 $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 25, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = \frac{x - 4y}{x^2 + y^2}$
- 80.25 $D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x (y \geq 0); \mu = 6x + 3y^2$
- 80.26 $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \leq 0); \mu = \frac{3x - y}{x^2 + y^2}$

$$80.27 \quad D: x=2, y=0, y^2 = \frac{x}{2} (y \geq 0); \quad \mu = 4x + 6y^2$$

$$80.28 \quad D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, x=0, y=0 (x \leq 0, y \geq 0); \quad \mu = \frac{y-4x}{x^2 + y^2}$$

$$80.29 \quad D: x = \frac{1}{2}, y=0, y^2 = 2x (y \geq 0); \quad \mu = 4x + 9y^2$$

$$80.30 \quad D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, x=0, y=0 (x \leq 0, y \geq 0); \quad \mu = \frac{y-2x}{x^2 + y^2}$$

Задача № 81. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, μ — поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$81.1 \quad D: x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1; \quad \mu = y^2$$

$$81.2 \quad D: 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 2, y \geq 0; y \leq \frac{2}{3}x; \quad \mu = \frac{y}{x}$$

$$81.3 \quad D: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} \leq 1, y \geq 0; \quad \mu = x^2 y$$

$$81.4 \quad D: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} \leq 1, y \geq 0; \quad \mu = \frac{7x^2 y}{18}$$

$$81.5 \quad D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 4, y \geq 0, y \leq \frac{x}{2}; \quad \mu = \frac{8y}{x^3}$$

$$81.6 \quad D: \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1, x \geq 0; \quad \mu = 7xy^6$$

$$81.7 \quad D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1; \quad \mu = 4y^4$$

$$81.8 \quad D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 4, x \geq 0, y \geq \frac{3x}{2}; \quad \mu = \frac{x}{y}$$

$$81.9 \quad D: 1 \leq \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} \leq 4, y \geq 0, y \geq \frac{x}{2}; \quad \mu = \frac{x}{y}$$

$$81.10 \quad D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \quad \mu = x^3 y$$

$$81.11 \quad D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \quad \mu = 6x^3 y^3$$

$$81.12 \quad D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 25, x \geq 0, y \geq \frac{x}{2}; \quad \mu = \frac{x}{y^3}$$

$$81.13 \quad D: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1; \quad \mu = x^2 y^2$$

- 81.14 $D: \frac{x^2}{16} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 5xy^7$
- 81.15 $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 30x^3y^7$
- 81.16 $D: 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 3, y \geq 0, y \leq \frac{2}{3}x; \mu = \frac{y}{x}$
- 81.17 $D: x^2 + \frac{y^2}{25} \leq 1, y \geq 0; \mu = 7x^4y$
- 81.18 $D: x^2 + \frac{y^2}{9} \leq 1, y \geq 0; \mu = 35x^4y^3$
- 81.19 $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1; \mu = x^2$
- 81.20 $D: 1 \leq x^2 + \frac{y^2}{16} \leq 9, y \geq 0, y \leq 4x; \mu = \frac{y}{x^3}$
- 81.21 $D: \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1, x \geq 0; \mu = 11xy^8$
- 81.22 $D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \leq 5, x \geq 0, y \geq 2x; \mu = \frac{x}{y}$
- 81.23 $D: 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 5, x \geq 0, y \geq \frac{2x}{3}; \mu = \frac{x}{y}$
- 81.24 $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = x^5y$
- 81.25 $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} \leq 1; \mu = x^4$
- 81.26 $D: x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 15x^5y^3$
- 81.27 $D: 1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 36, x \geq 0, y \geq \frac{2}{3}x; \mu = \frac{9x}{y^3}$
- 81.28 $D: \frac{x^2}{100} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 6xy^9$
- 81.29 $D: \frac{x^2}{16} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0; \mu = 105x^3y^9$
- 81.30 $D: 1 \leq \frac{x^2}{16} + y^2 \leq 3, x \geq 0, y \geq \frac{4}{3}x; \mu = \frac{27y}{x^5}$

Задача № 82. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$82.1 \quad y = 16\sqrt{2x}, y = \sqrt{2x}, z = 0, x + z = 2$$

$$82.2 \quad y = 5\sqrt{x}, y = \frac{5x}{3}, z = 0, z = 5 + \frac{5\sqrt{x}}{3}$$

$$82.3 \quad x^2 + y^2 = 2, y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0, z = 15x$$

$$82.4 \quad x + y = 2, y = \sqrt{x}, z = 12y, z = 0$$

$$82.5 \quad x = 20\sqrt{2y}, x = 5\sqrt{2y}, z = 0, z + y = \frac{1}{2}$$

$$82.6 \quad x = \frac{5\sqrt{y}}{2}, x = \frac{5y}{6}, z = 0, z = \frac{5}{6}(3 + \sqrt{y})$$

$$82.7 \quad x^2 + y^2 = 2, x = \sqrt{y}, x = 0, z = 0, z = 30y$$

$$82.8 \quad x + y = 2, x = \sqrt{y}, z = \frac{12x}{5}, z = 0$$

$$82.9 \quad y = 17\sqrt{2x}, y = 2\sqrt{2x}, z = 0, x + z = \frac{1}{2}$$

$$82.10 \quad y = \frac{5\sqrt{x}}{3}, y = \frac{5x}{9}, z = 0, z = \frac{5(3 + \sqrt{x})}{9}$$

$$82.11 \quad x^2 + y^2 = 8, y = \sqrt{2x}, y = 0, z = 0, z = \frac{15x}{11}$$

$$82.12 \quad x + y = 4, y = \sqrt{2x}, z = 3y, z = 0$$

$$82.13 \quad x = \frac{5\sqrt{y}}{6}, x = \frac{5y}{18}, z = 0, z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{y})$$

$$82.14 \quad x = 19\sqrt{2y}, x = 4\sqrt{2y}, z = 0, z + y = 2$$

$$82.15 \quad x^2 + y^2 = 8, x = \sqrt{2y}, x = 0, z = \frac{30y}{11}, z = 0$$

$$82.16 \quad x + y = 4, x = \sqrt{2y}, z = \frac{3x}{5}, z = 0$$

$$82.17 \quad y = 6\sqrt{3x}, y = \sqrt{3x}, z = 0, x + z = 3$$

$$82.18 \quad y = \frac{5}{6}\sqrt{x}, y = \frac{5}{18}x, z = 0, z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{x})$$

$$82.19 \quad x^2 + y^2 = 18, y = \sqrt{3x}, y = 0, z = 0, z = \frac{5x}{11}$$

$$82.20 \quad x + y = 6, y = \sqrt{3x}, z = 4y, z = 0$$

$$82.21 \quad x = 7\sqrt{3y}, x = 2\sqrt{3y}, z = 0, z + y = 3$$

$$82.22 \quad y = \frac{5\sqrt{y}}{3}, x = \frac{5y}{9}, z = 0, z = \frac{5(3 + \sqrt{y})}{9}$$

$$82.23 \quad x^2 + y^2 = 18, x = \sqrt{3y}, x = 0, z = 0, z = \frac{10y}{11}$$

$$82.24 \quad x + y = 6, x = \sqrt{3y}, z = \frac{4x}{5}, z = 0$$

$$82.25 \quad y = \sqrt{15x}, y = \sqrt{15x}, z = 0, z = \sqrt{15}(1 + \sqrt{x})$$

$$82.26 \quad x^2 + y^2 = 50, y = \sqrt{5x}, y = 0, z = 0, z = \frac{3x}{11}$$

$$82.27 \quad x + y = 8, y = \sqrt{4x}, z = 3y, z = 0$$

$$82.28 \quad x = 16\sqrt{2y}, x = \sqrt{2y}, z = 0, z + y = 2$$

$$82.29 \quad x = 15\sqrt{y}, x = 15y, z = 0, z = 15(1 + \sqrt{y})$$

$$82.30 \quad x^2 + y^2 = 50, x = \sqrt{5y}, x = 0, z = 0, z = \frac{6y}{11}$$

Задача № 83. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$83.1 \quad x^2 + y^2 = 2y, z = \frac{5}{4} - x^2, z = 0$$

$$83.2 \quad x^2 + y^2 = y, x^2 + y^2 = 4y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$$

$$83.3 \quad x^2 + y^2 = 8\sqrt{2}x, z = x^2 + y^2 - 64, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.4 \quad x^2 + y^2 + 4x = 0, z = 8 - y^2, z = 0$$

$$83.5 \quad x^2 + y^2 = 6x, x^2 + y^2 = 9x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \leq 0)$$

$$83.6 \quad x^2 + y^2 = 6\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 36, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.7 \quad x^2 + y^2 = 2y, z = \frac{9}{4} - x^2, z = 0$$

$$83.8 \quad x^2 + y^2 = 2y, x^2 + y^2 = 5y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$$

$$83.9 \quad x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}y = 0, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.10 \quad x^2 + y^2 = 4x, z = 10 - y^2, z = 0$$

$$83.11 \quad x^2 + y^2 = 7x, x^2 + y^2 = 10x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \leq 0)$$

$$83.12 \quad x^2 + y^2 = 8\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 64, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.13 \quad x^2 + y^2 = 2y, z = \frac{13}{4} - x^2, z = 0$$

$$83.14 \quad x^2 + y^2 = 3y, x^2 + y^2 = 6y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$$

$$83.15 \quad x^2 + y^2 = 6\sqrt{2}x, z = x^2 + y^2 - 36, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.16 \quad x^2 + y^2 = 2\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.17 \quad x^2 + y^2 = 4x, z = 12 - y^2, z = 0$$

$$83.18 \quad x^2 + y^2 = 8x, x^2 + y^2 = 11x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \leq 0)$$

$$83.19 \quad x^2 + y^2 = 4\sqrt{2}x, z = \sqrt{x^2 + y^2} - 16, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.20 \quad x^2 + y^2 = 4y, z = 4 - x^2, z = 0$$

$$83.21 \quad x^2 + y^2 = 4y, x^2 + y^2 = 7y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$$

$$83.22 \quad x^2 + y^2 = 4\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 = 16, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.23 \quad x^2 + y^2 + 2x = 0, z = \frac{17}{4} - y^2, z = 0$$

$$83.24 \quad x^2 + y^2 = 9x, x^2 + y^2 = 12x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \geq 0)$$

$$83.25 \quad x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}x = 0, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.26 \quad x^2 + y^2 = 4y, z = 6 - x^2, z = 0$$

$$83.27 \quad x^2 + y^2 = 10x, x^2 + y^2 = 13x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \geq 0)$$

$$83.28 \quad x^2 + y^2 = 2\sqrt{2}x, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0 (z \geq 0)$$

$$83.29 \quad x^2 + y^2 = 2x, z = \frac{21}{4} - y^2, z = 0$$

$$83.30 \quad x^2 + y^2 = 5y, x^2 + y^2 = 8y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$$

Задача № 84. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$84.1 \quad y = 5x^2 + 2, y = 7, z = 3y^2 - 7x^2 - 2, z = 3y^2 - 7x^2 - 5$$

$$84.2 \quad y = 5x^2 - 2, y = -4x^2 + 7, z = 4 + 9x^2 + 5y^2, z = -1 + 9x^2 + 5y^2$$

$$84.3 \quad x = -5y^2 + 2, x = -3, z = 3x^2 + y^2 + 1, z = 3x^2 + y^2 - 5$$

$$84.4 \quad x = 2y^2 - 3, x = -7y^2 + 6, z = 1 + \sqrt{x^2 + 16y^2}, z = -3 + \sqrt{x^2 + 16y^2}$$

$$84.5 \quad y = -6x^2 + 8, y = 2, z = x - x^2 - y^2 - 1, z = x - x^2 - y^2 - 5$$

$$84.6 \quad y = 5x^2 - 1, y = -3x^2 + 1, z = -2 + \sqrt{3x^2 + y^2}, z = -5 + \sqrt{3x^2 + y^2}$$

$$84.7 \quad x = 5y^2 - 9, x = -4, z = x^2 + 4x - y^2 - 4, z = x^2 + 4x - y^2 + 2$$

$$84.8 \quad y = 6x^2 - 1, y = 5, z = 2x^2 + x - y^2, z = 2x^2 + x - y^2 + 4$$

$$84.9 \quad x = 5y^2 - 1, x = -3y^2 + 1, z = 2 - \sqrt{x^2 + 6y^2}, z = -1 + \sqrt{x^2 + 6y^2}$$

$$84.10 \quad x = -3y^2 + 7, x = 4, z = 2 + \sqrt{6x^2 + y^2}, z = 3 + \sqrt{6x^2 + y^2}$$

$$84.11 \quad y = -5x^2 + 3, y = -2, z = 2x^2 - 3y - 6y^2 - 1, z = 2x^2 - 3y - 6y^2 + 2$$

$$84.12 \quad y = x^2 - 5, y = -x^2 + 3, z = 4 + \sqrt{5x^2 + 8y^2}, z = 1 + \sqrt{5x^2 + 8y^2}$$

$$84.13 \quad x = 3y^2 - 5, x = -2, z = 2 - \sqrt{x^2 + 16y^2}, z = 8 - \sqrt{x^2 + 16y^2}$$

$$84.14 \quad x = y^2 - 2, x = -4y^2 + 3, z = \sqrt{16 - x^2 - y^2} + 2, z = \sqrt{16 - x^2 - y^2} - 1$$

$$84.15 \quad y = 2x^2 - 1, y = 1, z = x^2 - 5y^2 - 3, z = x^2 - 5y^2 - 6$$

$$84.16 \quad y = x^2 - 2, y = -4x^2 + 3, z = 2 + \sqrt{x^2 + y^2}, z = -1 + \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$84.17 \quad x = -4y^2 + 1, x = -3, z = x^2 - 7y^2 - 1, z = x^2 - 7y^2 + 2$$

$$84.18 \quad x = 7y^2 - 6, x = -2y^2 + 3, z = 3 + 5x^2 - 8y^2, z = -2 + 5x^2 - 8y^2$$

$$84.19 \quad y = 1 - 2x^2, y = -1, z = x^2 + 2y + y^2 - 2, z = x^2 + 2y + y^2 + 1$$

$$84.20 \quad y = x^2 - 7, y = -8x^2 + 2, z = 3 - 12y^2 + 5x^2, z = -2 - 12y^2 + 5x^2$$

$$84.21 \quad x = 2y^2 + 3, x = 5, z = 1 + \sqrt{9x^2 + 4y^2}, z = 4 + \sqrt{9x^2 + 4y^2}$$

$$84.22 \quad y = 3x^2 + 4, y = 7, z = 5 - \sqrt{2x^2 + 3y^2}, z = 1 - \sqrt{2x^2 + 3y^2}$$

$$84.23 \quad x = 5y^2 - 2, x = -4y^2 + 7, z = 4 - \sqrt{2x^2 + 3y^2}, z = -1 - \sqrt{2x^2 + 3y^2}$$

$$84.24 \quad x = -2y^2 + 5, x = 3, z = 5 - \sqrt{x^2 + 25y^2}, z = 2 - \sqrt{x^2 + 25y^2}$$

$$84.25 \quad y = -3x^2 + 5, y = 2, x = 3 + \sqrt{5x^2 + y^2}, z = -1 + \sqrt{5x^2 + y^2}$$

$$84.26 \quad y = 3x^2 - 5, y = -6x^2 + 4, z = 2 + 10x^2 - y^2, z = -2 + 10x^2 - y^2$$

$$84.27 \quad x = 4y^2 + 2, x = 6, z = x^2 + 4y^2 + y + 1, z = x^2 + 4y^2 + y + 4$$

$$84.28 \quad x = 3y^2 - 2, x = -4y^2 + 5, z = 4 - 7x^2 - 9y^2, z = 1 - 7x^2 - 9y^2$$

$$84.29 \quad y = 2x^2 - 5, y = -3, z = 2 + \sqrt{x^2 + 4y^2}, z = -1 + \sqrt{x^2 + 4y^2}$$

$$84.30 \quad y = 2x^2 - 3, y = -7x^2 + 6, z = 1 - 5x^2 - 6y^2, z = -3 - 5x^2 - 6y^2$$

Задача № 85. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$85.1 \quad z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, \frac{9z}{2} = x^2 + y^2$$

$$85.2 \quad z = \frac{15\sqrt{x^2 + y^2}}{2}, z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2$$

$$85.3 \quad z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{255}}$$

$$85.4 \quad z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}, z = 1, x^2 + y^2 = 60 \text{ (внутри цилиндра)}$$

$$85.5 \quad z = \sqrt{\frac{16}{9} - x^2 - y^2}, 2z = x^2 + y^2$$

$$85.6 \quad z = 3\sqrt{x^2 + y^2}, z = 10 - x^2 - y^2$$

$$85.7 \quad z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}$$

$$85.8 \quad z = \sqrt{100 - x^2 - y^2}, z = 6, x^2 + y^2 = 51 \text{ (внутри цилиндра)}$$

$$85.9 \quad z = \frac{21\sqrt{x^2 + y^2}}{2}, z = \frac{23}{2} - x^2 - y^2$$

$$85.10 \quad z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}, 6z = x^2 + y^2$$

$$85.11 \quad z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{80}}$$

$$85.12 \quad z = \sqrt{81 - x^2 - y^2}, z = 5, x^2 + y^2 = 45 \text{ (внутри цилиндра)}$$

$$85.13 \quad z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \frac{3z}{2} = x^2 + y^2$$

$$85.14 \quad z = 6\sqrt{x^2 + y^2}, z = 16 - x^2 - y^2$$

$$85.15 \quad z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{63}}$$

$$85.16 \quad z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}, z = 4, x^2 + y^2 = 39 \text{ (внутри цилиндра)}$$

$$85.17 \quad z = \sqrt{144 - x^2 - y^2}, 18z = x^2 + y^2$$

$$85.18 \quad z = 3\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}, z = \frac{5}{2} - x^2 - y^2$$

$$85.19 \quad z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}}$$

$$85.20 \quad z = \sqrt{49 - x^2 - y^2}, z = 3, x^2 + y^2 = 33 \text{ (внутри цилиндра)}$$

$$85.21 \quad z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}, 9z = x^2 + y^2$$

$$85.22 \quad z = 9\sqrt{x^2 + y^2}, z = 22 - x^2 - y^2$$

$$85.23 \quad z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{15}}$$

$$85.24 \quad z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}, z = 2, x^2 + y^2 = 27 \text{ (внутри цилиндра)}$$

$$85.25 \quad z = \sqrt{\frac{4}{9} - x^2 - y^2}, z = x^2 + y^2$$

$$85.26 \quad z = 12\sqrt{x^2 + y^2}, z = 28 - x^2 - y^2$$

$$85.27 \quad z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{8}}$$

$$85.28 \quad z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}, z = 1, x^2 + y^2 = 21 \text{ (внутри цилиндра)}$$

$$85.29 \quad z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}, 12z = x^2 + y^2$$

$$85.30 \quad z = \frac{9\sqrt{x^2 + y^2}}{2}, z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2$$

Задача № 86. Найти объем тела, заданного неравенствами.

$$86.1 \quad 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 49, -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, -x \leq y \leq 0$$

$$86.2 \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 649, \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{15}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, -\sqrt{3}x \leq y \leq 0$$

$$86.3 \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64, z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq 0$$

$$86.4 \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 36, z \geq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{63}}, 0 \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$86.5 \quad 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 36, z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}, -\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x$$

$$86.6 \quad 25 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 100, z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x$$

$$86.7 \quad 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 49, 0 \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{24}}, -y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y = -3x$$

$$86.8 \quad 25 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 121, -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{24}} \leq z \leq 0, y \geq -x\sqrt{3}, y \geq -\sqrt{3}x$$

$$86.9 \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64, -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, x \leq y \leq 0$$

$$86.10 \quad 16 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 100, -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, \sqrt{3}x \leq y \leq 0$$

$$86.11 \quad 16 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 100, z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, -\sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$86.12 \quad 16 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64, z \geq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{63}}, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\sqrt{3}x$$

$$86.13 \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 49, z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}, y \geq 0, y \leq \sqrt{3}x$$

$$86.14 \quad 36 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 121, z \geq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}, y \geq \sqrt{3}x, y \geq 0$$

$$86.15 \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64, 0 \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{24}}, y \geq \sqrt{3}x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}$$

- 86.16 $36 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 144$, $-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{24}} \leq z \leq 0$, $y \geq \sqrt{3}x$, $y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 86.17 $9 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 81$, $-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}}$, $0 \leq y \leq -x$
- 86.18 $36 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 144$, $-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z \leq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{15}}$, $0 \leq y \leq -\sqrt{3}x$
- 86.19 $36 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 144$, $z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}$, $\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 86.20 $36 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 100$, $z \geq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{63}}$, $\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x$
- 86.21 $9 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64$, $z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}$, $y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}$, $y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}$
- 86.22 $49 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 144$, $z \leq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}$, $y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}$, $y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}$
- 86.23 $9 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 81$, $0 \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{24}}$, $y \leq 0$, $y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 86.24 $49 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 169$, $-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{24}} \leq z \leq 0$, $y \geq 0$, $y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 86.25 $16 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 100$, $-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}}$, $0 \leq y \leq x$
- 86.26 $64 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 196$, $-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z \leq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{15}}$, $0 \leq y \leq \sqrt{3}x$
- 86.27 $64 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 196$, $z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}$, $\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq 0$
- 86.28 $64 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 144$, $z \geq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{63}}$, $0 \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}$
- 86.29 $16 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 81$, $z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}$, $y \leq 0$, $y \leq -\sqrt{3}x$
- 86.30 $64 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 169$, $z \leq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}$, $y \geq 0$, $y \geq -\sqrt{3}x$

Теория вероятностей

Задача № 87. Используя классическое определение вероятностей найти решение задач.

- 87.1 Из партии изготовленных шестерён, среди которых 20 годных и 5 бракованных, для контроля наудачу взято 8 штук. Определить вероятность того, что среди них будет 3 бракованных.
- 87.2 В партии из 50 деталей 5 нестандартных. Определить вероятность того, что среди выбранных наудачу трех деталей все детали нестандартные.
- 87.3 На карточках написаны буквы А, Е, К, Р. Карточки тщательно перемешиваются и раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «РЕКА»?
- 87.4 Из карточек с буквами А, Б, В, Д наудачу последовательно выбирают три и раскладывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ДВА»?
- 87.5 Определить вероятность того, что серия наудачу выбранной облигации не содержит одинаковые цифры, если номер серии может быть любым пятизначным числом, начиная с 00001.
- 87.6 В ящике 12 писем, из них 7 иногородних и 5 городских. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 3 писем все письма будут городскими?
- 87.7 В партии из 20 телефонов 3 неисправных. Какова вероятность того, что из двух случайно взятых аппаратов оба будут хорошими?
- 87.8 Ребёнок играет с разрезной азбукой (33 буквы). Определить вероятность того, что при случайном вынимании 7 букв и расположении их в ряд он получит слово «самолёт».
- 87.9 Из 10 билетов выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу 5 билетов оба выигрышных.
- 87.10 Слово «интеграл» составлено из букв разрезной азбуки. Наудачу случайно берут 4 карточки и раскладывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «игра»?
- 87.11 Абонент забыл последнюю цифру телефона и поэтому набирает её наудачу. Какова вероятность того, что он сразу позвонит нужному лицу? Какова эта вероятность, если он вспомнит, что последняя цифра нечётная?
- 87.12 Имеется 5 букв разрезной азбуки К, Л, О, О, С. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд получится «КОЛОС»?
- 87.13 Монета бросается дважды. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпадет герб?
- 87.14 Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Какова вероятность того, что номер набран правильно?
- 87.15 Три человека задумали по одной цифре каждый. Какова вероятность того, что они задумали разные цифры?

- 87.16 Три человека задумали по одной цифре каждый. Какова вероятность того, что они задумали одинаковые цифры?
- 87.17 Подсчитать вероятность того, что в выбранном наудачу телефонном номере, содержащем 4 цифры, все цифры различны. Предполагается, что номером может быть любое четырёхзначное число, начиная с 0001.
- 87.18 Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется случайно названное двузначное число.
- 87.19 Каждая из букв Т, М, Р, О, Ш написана на одной из 5 карточек. Карточки перемешиваются и раскладываются наугад в ряд. Какова вероятность того, что образуется слово «ШТОРМ»?
- 87.20 На столе лежат 36 экзаменационных билетов с номерами от 1 до 36. Преподаватель берёт любые 3 билета. Какова вероятность того, что они из первой четвёрки?
- 87.21 Первенство по баскетболу оспаривают 18 команд, которые путём жеребьёвки распределяются на две группы по 9 команд в каждой. Какова вероятность того, что 9 лучших команд попадут в одну группу?
- 87.22 Какова вероятность того, что три друга попадут в комиссию, состоящую из трёх человек, если комиссию можно избрать из 10 человек?
- 87.23 Из 10 собранных узлов карданной передачи 2 получили высокую оценку. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу двух узлов оба высокого качества.
- 87.24 В партии содержится 70 деталей, из которых 10 нестандартных. Какова вероятность того, что среди извлечённых наугад 7 деталей две нестандартные?
- 87.25 Четырёхтомное сочинение расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что тома стоят в должном порядке справа налево или слева направо?
- 87.26 В пачке 20 перфокарт с номерами от 101 до 120, расположенными в случайном порядке. Перфоратор наудачу извлекает две перфокарты. Определить вероятность того, что извлечены перфокарты с номерами 101 и 120.
- 87.27 Ящик содержит 100 деталей, из которых 10 нестандартных. Определить вероятность того, что среди трёх наудачу взятых из ящика деталей нет нестандартных.
- 87.28 Профессор вызвал через старосту на консультацию трёх студентов из шести отстающих. Староста забыл фамилии вызванных студентов и послал наудачу трёх отстающих студентов. Определить вероятность того, что староста послал именно тех студентов, которых вызвал профессор.
- 87.29 Числа 1, 2, 3, 4, 5 написаны на 5 карточках. Наудачу последовательно вынимают 3 карточки и раскладывают слева направо в порядке появления. Какова вероятность того, что получится число 324?
- 87.30 Куб, все грани которого окрашены, распилен на 1331 кубиков одинакового размера. Полученные кубики тщательно перемешаны. Какова ве-

роятность того, что наудачу извлечённый кубик будет иметь две окрашенных грани?

Задача № 88. Найти решения задач используя теоремы сложения и умножения вероятностей или формулы полной вероятности и Байеса.

- 88.1 Два токаря обрабатывают одинаковые детали. Вероятность брака деталей первого токаря – 0,03; второго – 0,04. Обработанные детали складываются в одно место. Причём первый токарь изготавливает деталей в 2 раза больше, чем второй. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь не будет бракованной?
- 88.2 Рабочий у конвейера при сборке механизма устанавливает в него две одинаковые детали. Берёт он их случайным образом из имеющихся у него 10 штук. Среди деталей находятся две уменьшенного размера против номинала. Механизм не будет работать, если обе установленных детали окажутся уменьшенного размера. Найти вероятность того, что механизм будет работать.
- 88.3 Процесс изготовления детали состоит из нескольких операций. После первой и второй операции производится контроль качества, и при обнаружении брака деталь отбрасывается. Вероятность того, что деталь окажется бракованной после первой операции равна 0,02, а после второй – 0,1. Определить вероятность того, что деталь окажется отбракованной до третьей операции.
- 88.4 Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4, из второй – 6, из третьей – 5 студентов. Вероятности того, что студент первой, второй и третьей групп попадёт в сборную института, равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент в итоге соревнования попал в сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежал студент?
- 88.5 Через остановку возле вокзала проходят трамваи маршрутов 5, 6, 7, 8. Пассажир ждёт трамвай 6 или 7. Известно, что среди 45 трамваев, идущих через эту остановку шесть трамваев маршрута номер 6 и девять маршрута номер 7. Найти вероятность того, что первый, подошедший к остановке трамвай, будет нужного пассажиру маршрута. (Предполагается равновероятным появление любого трамвая).
- 88.6 На складе готовой продукции находится пряжа, изготовленная двумя цехами фабрики, причём 20 % пряжи составляет продукция цеха № 2, а остальная – цеха № 1. Продукция цеха № 1 содержит 90%, а цеха № 2 – 70 % пряжи первого сорта. Взятый наудачу со склада моток пряжи оказался первого сорта. Определить вероятность того, что моток является продукцией цеха № 1.
- 88.7 Производится бомбометание по 3 складам боеприпасов, причём сбрасывается одна бомба. Вероятность попадания в первый склад – 0,01; во второй – 0,008; в третий – 0,025. При попадании в один из складов

- взрываются все три. Найти вероятность того, что склады будут взорваны.
- 88.8 Рабочий обслуживает три станка, работающие независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,9, для второго – 0,8 и для третьего – 0,85. Какова вероятность того, что в течение часа ни один станок не потребует внимания рабочего?
- 88.9 Из 60 вопросов, входящих в билеты, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что вытянутый студентом билет, содержащий 2 вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?
- 88.10 В ящике лежит 10 заклёпок, отличных друг от друга только материалом: 5 – железных, 3 – латунных, 2 – медных. Наугад берут две заклёпки. Какова вероятность того, что они будут из одного материала?
- 88.11 На распределительной базе находятся электрические лампочки, произведённые двумя заводами. Среди них 70 % изготовлены первым заводом и 30 % – вторым. Известно, что из каждых 100 лампочек, произведённых первым заводом, 90 штук удовлетворяют стандарту, а из 100 штук, произведённых вторым заводом, удовлетворяют стандарту 80 штук. Определить вероятность того, что взятая наудачу с базы лампочка будет удовлетворять требованиям стандарта.
- 88.12 В электрическую цепь последовательно включены приборы A_1 и A_2 , не взаимодействующие друг с другом. Вероятность выхода из строя прибора A_1 равна 0,1, а прибора A_2 – 0,2. Цепь выключается, если выйдет из строя хотя бы один прибор. Найти вероятность выхода из строя цепи.
- 88.13 Из 25 кинескопов, имеющихся в телевизионном ателье, 5 штук произведены заводом № 1, 12 штук – заводом № 2 и 8 штук – заводом № 3. Вероятность того, что кинескоп, изготовленный заводом № 1 в течение гарантийного срока не выйдет из строя, равна 0,95. Для кинескопа завода № 2 такая вероятность равна 0,9, а для кинескопа завода № 3 – 0,8. Найти вероятность того, что наудачу взятый кинескоп выдержит гарантийный срок.
- 88.14 Для разрушения моста достаточно одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет взорван, если на него будут сброшены 4 бомбы с вероятностями попадания, соответственно равными 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.
- 88.15 Прибор может быть собран из высококачественных деталей или изделий обычного качества. 40 % приборов собирается из высококачественных деталей. Если прибор собран из высококачественных деталей, то его надёжность за время T равна 0,95, а если из деталей обычного качества, то – 0,7. Прибор испытывался в течение времени T и работал безотказно. Найти вероятность того, что он собран из высококачественных деталей.

- 88.16 Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превышает заданную точность.
- 88.17 Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем, четвёртом справочниках, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что формула содержится не более чем в трёх справочниках.
- 88.18 Студент разыскивает нужную ему формулу в трёх справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом справочнике – 0,6, во втором – 0,7, в третьем – 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится: а) только в двух справочниках; б) во всех трёх справочниках.
- 88.19 Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,3, для второго – 0,5, для третьего – 0,6. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок не потребует внимания рабочего.
- 88.20 В электрическую цепь последовательно включены приборы A_1 и A_2 , не взаимодействующие друг с другом. Вероятность выхода из строя прибора A_1 равна 0,1, а прибора A_2 – 0,2. Цепь выключается, если выйдет из строя хотя бы один прибор. Найти вероятность того, что цепь будет работать.
- 88.21 Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6 и 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвёл выстрел, но в мишень не попал. К какой из групп вероятнее всего принадлежал стрелок?
- 88.22 Вероятность поражения цели при одном выстреле первым стрелком 0,8; вторым – 0,7. Найти вероятность поражения цели, если оба стрелка стреляют одновременно.
- 88.23 Стрелок производит один выстрел в мишень, состоящую из центрального круга и двух концентрических колец. Вероятности попадания в круг и кольца соответственно равны 0,2; 0,15; 0,1. Определить вероятность непопадания в мишень.
- 88.24 В тире имеется 5 ружей, вероятности попадания из которых соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берёт одно из ружей наудачу.
- 88.25 Радиолампа принадлежит к одной из трёх партий с вероятностями 0,25; 0,5; 0,25. Вероятности того, что лампа проработает заданное число часов, равны для этих партий соответственно 0,1; 0,2; 0,4. Определить вероятность того, что наудачу взятая радиолампа проработает заданное число часов.

- 88.26 Вероятность того, что стрелок выбьет 10 очков, равна 0,4; 9 очков – 0,2; 8 очков – 0,2; 7 очков – 0,1; 6 или менее – 0,1. Найти вероятность того, что стрелок выбьет не менее 8 очков.
- 88.27 Для трёх аппаратов вероятность остановки в течение 1 часа составляет: для первого – 0,2; для второго – 0,15; для третьего – 0,12. Какова вероятность того, что все три аппарата будут бесперебойно работать в течение 1 часа.
- 88.28 В лотерее 100 билетов. Из них 25 выигрышных. Определить вероятность того, что каждый из двух приобретённых билетов окажется выигрышным.
- 88.29 Химический завод получает сырьё из трёх рудников. Причём сырьё доставляется из каждого рудника в среднем одинаково часто. Для завода желательно получить очередную партию сырья либо из первого, либо из второго рудника. Найти вероятность этого события.
- 88.30 Из полного набора костей домино (28 штук) наугад берут две кости. Определить вероятность того, что вторую кость можно приставить к первой.

Задача № 89. Повторные испытания.

- 89.1 Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не менее двух раз.
- 89.2 30 % изделий предприятия – продукция высшего сорта. На испытание взято 6 изделий. Какова вероятность того, что из них более одного изделия высшего сорта?
- 89.3 Вероятность того, что изделие не выдержит испытание, равна 0,001. Найти вероятность того, что из 1000 изделий более чем одно не выдержит испытание.
- 89.4 Всхожесть семян растения составляет 90 %. Найти вероятность того, что из четырёх посеянных семян взойдут не менее трёх.
- 89.5 Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз.
- 89.6 Счётчик Гейгера регистрирует частицы, вылетающие из некоторого радиоактивного источника, с вероятностью 0,0001. За время наблюдения из источника должно было вылететь 30000 частиц. Найти вероятность того, что счётчик зарегистрировал хотя бы одну частицу.
- 89.7 Два равносильных противника играют в шахматы. Какова вероятность того, что один из них выиграет не менее двух партий из четырёх?
- 89.8 Вероятность того, что изделие не выдержит испытание, равна 0,001. Найти вероятность того, что из 5000 изделий хотя бы одно не выдержит испытание.
- 89.9 Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорождённых окажется 50 мальчиков.

- 89.10 Вероятность позвонить любому абоненту на коммутатор в течение часа равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 300 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят четыре абонента?
- 89.11 Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути 0,002. Найти вероятность того, что в пути будет повреждено более одного изделия.
- 89.12 Вероятность появления события в каждом из 2100 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие появится не менее 1470 раз.
- 89.13 Учебник издан тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно три бракованных книги.
- 89.14 Найти вероятность того, что событие A (переключение передач) наступит 70 раз на 243 – километровой трассе, если вероятность переключения передачи на каждом километре этой трассы равна 0,25.
- 89.15 Прибор состоит из 10 узлов. Надёжность (вероятность безотказной работы в течение некоторого времени T) для каждого узла равна p . Узлы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что за время T откажет только один узел.
- 89.16 При массовом производстве шестерён вероятность брака при штамповке равна 0,1. Какова вероятность того, что из 400 наугад взятых шестерён 50 будут бракованными?
- 89.17 Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени T равна 0,002. Найти вероятность того, что за время T откажут ровно три элемента.
- 89.18 Вероятность появления события за время испытания 0,8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 75 раз при 100 испытаниях.
- 89.19 Станок – автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0,01. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажется ровно четыре бракованных.
- 89.20 Имеется 100 станков одинаковой мощности, работающих независимо друг от друга в одинаковом режиме при включённом приводе в течение 0,8 всего рабочего времени. Какова вероятность того, что от 70 до 85 станков проработают всё рабочее время?
- 89.21 Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Найти вероятность того, что магазин получит более двух разбитых бутылок.
- 89.22 При разгрузке бананов обнаруживается 2 % брака. Определить вероятность того, что из 9 проверенных ящиков в пяти не будет брака.
- 89.23 Оптовая база снабжает 10 магазинов, от каждого из которых может поступить заявка в любой день с вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что поступят заявки в один день от 3 магазинов.

- 89.24 Вероятность того, что расход электроэнергии на протяжении одних суток не превысит установленной нормы 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход энергии в течение четырёх суток не превысит нормы.
- 89.25 Работают 10 станков. Вероятность включения станка равна 0,9. Найти вероятность того, что в данный момент включено 6 станков.
- 89.26 Известно, что вероятность выпуска свёрл повышенной хрупкости равна 0,02. Свёрла укладываются в коробки по 100 штук. Чему равна вероятность того, что в коробке число бракованных свёрл окажется не более трёх?
- 89.27 Прядильщица обслуживает 1000 веретён. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение минуты равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдёт в 5 веретенах.
- 89.28 Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. Найти вероятность попадания в цель двумя и более пулями, если число выстрелов равно 5000.
- 89.29 Вероятность того, что деталь не пройдёт проверку, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей непроверенными окажутся от 70 до 100 деталей.
- 89.30 В партии изделий 5 % бракованных. Какова вероятность того, что среди взятых на испытание 5 изделий будет 2 бракованных?

Задача № 90. Найти решения задач на тему закон распределения дискретной случайной величины и ее числовые характеристики.

- 90.1 Два стрелка делают по одному выстрелу в одну и ту же цель. Вероятность попадания в мишень для первого равна 0,6; для второго – 0,5. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий в мишень. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.2 Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна, равна 0,3. Составить закон распределения случайной величины X – числа библиотек, которые посетит студент в поиске книги, если в городе три библиотеки. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.3 В шестиламповом радиоприёмнике перегорела одна лампа. Для её поиска используют годную лампу, заменяя ей наудачу выбранную лампу и сразу проверяя работу радиоприёмника. В случае неудачи проверяемую исправленную лампу оставляют в радиоприёмнике и маркируют во избежание повторной проверки. Составить закон распределения случайной величины X – числа заменённых ламп. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.4 Вероятность производства бракованной детали 5 %. Для контроля из проверяемой партии одно за другим берутся изделия до тех пор, пока не будет обнаружен брак, но не более трёх. Составить закон распределения

случайной величины X – числа деталей, взятых для проверки. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.5 Игральная кость брошена три раза. Составить закон распределения случайной величины X – числа появлений шестёрки. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.6 На пути движения автобуса четыре светофора. Каждый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает автобусу дальнейшее движение. Составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автобусом до первой остановки. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.7 Имеется 4 лампы, каждая из которых с вероятностью $\frac{1}{3}$ имеет дефект.

При ввинчивании в патрон дефектная лампа сразу перегорает, и тогда ввинчивается следующая. Составить закон распределения случайной величины X – числа ввинченных ламп. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.8 У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадёт или пока не кончатся патроны. Составить закон распределения случайной величины X – числа выстрелов, если вероятность попадания 0,25. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.9 Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9; второй – 0,8; третий – 0,7. Составить закон распределения случайной величины X – числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.10 Монету подбрасывают три раза. Составить закон распределения случайной величины X – числа появлений герба. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.11 У дежурного в гостинице в кармане 5 разных ключей от разных комнат. Вынув наугад ключ, он пробует открыть двери комнаты. Составить закон распределения случайной величины X – числа опробованных ключей для открывания двери, если опробованный ключ не кладётся обратно в карман. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.12 Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий в мишень при трёх выстрелах, если вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна $\frac{2}{3}$. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

- 90.13 Срок службы шестерён коробок передач зависит от следующих факторов: усталости материала в основании зуба, контактных напряжений и жёсткости конструкции. Вероятность отказа каждого фактора в одном испытании равна 0,1. Составить закон распределения случайной величины X – числа отказавших факторов в одном испытании. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.14 Проводится три испытания. Вероятность появления события в каждом испытании равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа появлений события при этих испытаниях. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.15 На участке 3 станка, коэффициент использования, которых по времени составляет 0,8. Составить закон распределения случайной величины X – числа работающих станков при нормальном ходе производства. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.16 Устройство состоит из трёх независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения случайной величины X – числа отказавших элементов в одном опыте. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.17 В партии 10 % нестандартных деталей. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения случайной величины X – числа нестандартных деталей среди трёх отобранных. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.18 В партии из 10 деталей 2 нестандартные. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.19 На пути движения электропоезда, везущего вагонетки с углём, три стрелки. В случае возникновения аварийной ситуации стрелки переводятся, и электропоезд останавливается. Вероятность возникновения аварийной ситуации равна 0,2. Составить закон распределения случайной величины X – числа остановок электропоезда. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.20 Конвейер, состоящий из трёх звеньев, имеет в местах соединения звеньев аварийный выключатель. В случае аварийной ситуации он срабатывает с вероятностью 0,9 и конвейер останавливается. Составить закон распределения случайной величины X – числа сработанных аварийных выключателей. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.21 Охотник, имеющий три патрона, стреляет в цель до первого попадания или пока не израсходует все три патрона. Составить закон распределе-

ния случайной величины X – числа израсходованных патронов при условии, что вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

- 90.22 Производится испытание трёх приборов на надёжность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надёжным. Составить закон распределения случайной величины X – числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытание для каждого из них равна 0,9. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.23 Стрелок ведёт стрельбу по мишени до первого попадания, имея боезапас 3 патрона. Вероятность попадания при каждом выстреле 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа патронов, оставшихся неиспользованными. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.24 В партии из 6 деталей 3 нестандартные. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.25 Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа появлений события A в трёх опытах. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.26 Двое рабочих обрабатывают по одной детали независимо друг от друга. Вероятность изготовления годной детали для первого рабочего 0,9; для второго – 0,8. Составить закон распределения случайной величины X – числа годных деталей, изготовленных рабочими. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.27 При массовом производстве полупроводниковых диодов вероятность брака при формовке равна 0,1. Отобрано 3 диода случайным образом. Составить закон распределения случайной величины X – числа не бракованных диодов среди отобранных. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.28 Рабочий обслуживает три станка. Каждый станок в течение смены останавливается по какой-либо причине с вероятностью 0,2. Составить закон распределения случайной величины X – числа остановок станков. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
- 90.29 Вероятность появления бракованной детали, изготавливаемой станком – автоматом, равна 0,01. Наудачу отобрано две детали. Составить закон распределения случайной величины X – числа не бракованных деталей среди отобранных. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

90.30 Автомобиль встретит 3 светофора, каждый из которых пропустит его с вероятностью 0,5. Составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки. Найти его математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

Задача № 91. Случайная величина X задана функцией распределения (интегральной функцией) $F(x)$.

Найти:

а) дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности);

б) математическое ожидание и дисперсию;

в) вероятность попадания случайной величины в заданный интервал (a, b) , то есть $P(a < X < b)$.

$$91.1 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 1, \quad a = 0,5; \quad b = 2 \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$91.2 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2, \quad a = 1; \quad b = 5 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$91.3 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq 4, \quad a = 1; \quad b = 5 \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$91.4 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin 2x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \quad a = \frac{\pi}{12}; \quad b = \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$91.5 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{1}{3}(x+1), & -1 < x \leq 2, \quad a = 0; \quad b = 3 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$91.6 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2, \quad a = 1; b = 4 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$91.7 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \quad a = \frac{\pi}{4}; b = \pi \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$91.8 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x \leq 2, \quad a = 0; b = 3 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$91.9 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{100}, & 0 < x \leq 10, \quad a = 5; b = 11 \\ 1, & x > 10. \end{cases}$$

$$91.10 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - e^{-3x}, & x > 0, \quad a = -0,5; b = 0,5 \end{cases}$$

$$91.11 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{81}, & 0 < x \leq 9, \quad a = 3; b = 10 \\ 1, & x > 9. \end{cases}$$

$$91.12 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{64}, & 0 < x \leq 8, \quad a = 4; b = 9 \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

$$91.13 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{49}, & 0 < x \leq 7, \quad a = 1; b = 8 \\ 1, & x > 7. \end{cases}$$

$$91.14 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{36}, & 0 < x \leq 6, \quad a = 1; b = 7 \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

$$91.15 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25}, & 0 < x \leq 5, \quad a = 1; b = 6. \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

$$91.16 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{16}, & 0 < x \leq 4, \quad a = 2; b = 5 \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$91.17 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3, \quad a = 1; b = 4 \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$91.18 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,5x, & 0 < x \leq 2, \quad a = 1; b = 5 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$91.19 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{3x+3}{4}, & -1 < x \leq \frac{1}{3}, \quad a = 0; b = 1 \\ 1, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$91.20 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{x-2}{4}, & 2 < x \leq 6, \quad a = 4; b = 7 \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

$$91.21 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 64x^2, & 0 < x \leq \frac{1}{8}, \quad a = \frac{1}{16}; b = \frac{1}{4} \\ 1, & x > \frac{1}{8}. \end{cases}$$

$$91.22 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \quad a = \frac{\pi}{3}; b = \frac{3\pi}{4} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$91.23 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 16x^2, & 0 < x \leq \frac{1}{4}, \quad a = \frac{1}{8}; b = 1 \\ 1, & x > \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$91.24 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 4x^2, & 0 < x \leq \frac{1}{2}, \quad a = \frac{1}{4}; b = 1 \\ 1, & x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$91.25 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 25x^2, & 0 < x \leq \frac{1}{5}, \quad a = \frac{1}{25}; b = 1 \\ 1, & x > \frac{1}{5}. \end{cases}$$

$$91.26 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 9x^2, & 0 < x \leq \frac{1}{3}, \quad a = \frac{1}{6}; b = 1 \\ 1, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$91.27 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 36x^2, & 0 < x \leq \frac{1}{6}, \quad a = \frac{1}{12}; b = 1 \\ 1, & x > \frac{1}{6}. \end{cases}$$

$$91.28 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,2x^2, & 0 < x \leq 5, \quad a = 1; \quad b = 6 \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

$$91.29 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 100x^2, & 0 < x \leq 0,1, \quad a = 0,05; \quad b = 1 \\ 1, & x > 0,1. \end{cases}$$

$$91.30 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 49x^2, & 0 < x \leq \frac{1}{7}, \quad a = 0,25; \quad b = 1 \\ 1, & x > \frac{1}{7}. \end{cases}$$