

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра физики

## **ТЕПЛОФИЗИКА**

### **Лабораторный практикум**

по дисциплине «Теплофизика» для студентов  
направления 280700.62 «Техносферная безопасность»

Составители В. В. Дырдин  
В. Г. Смирнов  
А. А. Мальшин

Утверждены на заседании кафедры  
Протокол № 7 от 26.02.2013

Рекомендованы к печати  
учебно-методической комиссией  
направления 280700.62  
Протокол № 9 от 28.03.2013

Электронная копия находится  
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2013

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	2
Лабораторная работа № 1 «Изучение явлений переноса»...	3
Лабораторная работа № 2 «Определение коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити».....	11
Лабораторная работа № 3 «Определение удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении».....	21
Лабораторная работа № 4 «Исследование нестационарного распределения температуры в сплошной среде».....	28
Список рекомендуемой литературы.....	40
Приложение.....	41

## ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемый комплекс представляет собой необходимый перечень лабораторных работ, предусмотренных государственным образовательным стандартом и рабочей программой курса теплофизики для направления подготовки бакалавров 280700.62 «Техносферная безопасность». Описания лабораторных работ изложены так, чтобы студент мог самостоятельно разобраться в теоретических основах предлагаемых работ даже тогда, когда выполнение их опережает лекционный курс.

Согласно образовательного стандарта как минимум 50 % от объема часов, отводимых для изучения дисциплины, приходится на самостоятельную работу, целью которой является изучение теоретических основ курса, подготовка к практическим и лабораторным работам, а также формирование у студентов знаний и умений, необходимых при решении задач и проведении измерений.

При подготовке к лабораторным работам необходимо внимательно прочесть описание работы, изучить теоретические основы данной работы, используя указанную литературу, составить конспект, содержащий титульный лист определенного образца, рабочие формулы, схему экспериментальной установки и таблицы для записи результатов.

Студент будет допущен к выполнению лабораторной работы после обсуждения с преподавателем цели работы, теоретических основ работы, порядка и последовательности проведения измерений, методики расчета искомых величин и погрешностей их измерений.

По окончании эксперимента нужно обработать полученные результаты, построить соответствующие графики (где это требуется), проанализировать результаты проведенного эксперимента и сделать соответствующий вывод, касающийся сути проверенной закономерности и указания на то, каким образом это сделано.

Для сдачи отчета студент должен подписать у преподавателя полученные результаты и оформить отчет по правилам оформления технической документации.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

**Изучение явлений переноса**

**1.1. Цель работы:** определение параметров явлений переноса.

**1.2. Подготовка к работе:** изучить по учебникам [1] §§ 2.1–2.4, 3.1–3.7; [2] §§ 59–64, 78–80; [4] 10.6–10.9; [5] §§ 86–96. Для выполнения лабораторной работы студент должен знать: а) основные положения молекулярно-кинетической теории газов; б) объяснение явлений переноса (внутреннего трения, диффузии, теплопроводности) с точки зрения молекулярно-кинетической теории; в) вывод формулы Пуазейля; г) знать зависимости коэффициентов переноса от температуры; д) уметь пользоваться измерительными приборами и рассчитывать погрешности измерений.

**1.3. Выполнение работы****1.3.1. Описание лабораторной установки**

Лабораторная установка для изучения явлений переноса состоит из двух модулей (рис. 1.1). В модуле I расположены два сосуда 6 и 9 (рис. 1.2), соединенные трубкой 8. В модуле II расположен компрессор, соединенный с сосудом 6 через клапан 1 (К1) с помощью шланга 10. После включения компрессора и нажатия клапана К1 вода по трубке 8 вытесняется в сосуд 9. Мерная трубка 7 позволяет следить за уровнем жидкости в сосуде 6. При нажатии клапана 2 (К2) выравниваются давления в сосуде 6, левом колене манометра 5 (рис. 1.2) и на конце «а» капиллярной трубки 3. Вследствие этого на концах капиллярной трубки 3 создается разность давлений, которая измеряется манометром 5. Благодаря возникшей разности давлений воздух протекает через капиллярную трубку в атмосферу. Объем этого воздуха можно считать равным объему воды, перетекающей из сосуда 9 в сосуд 6.

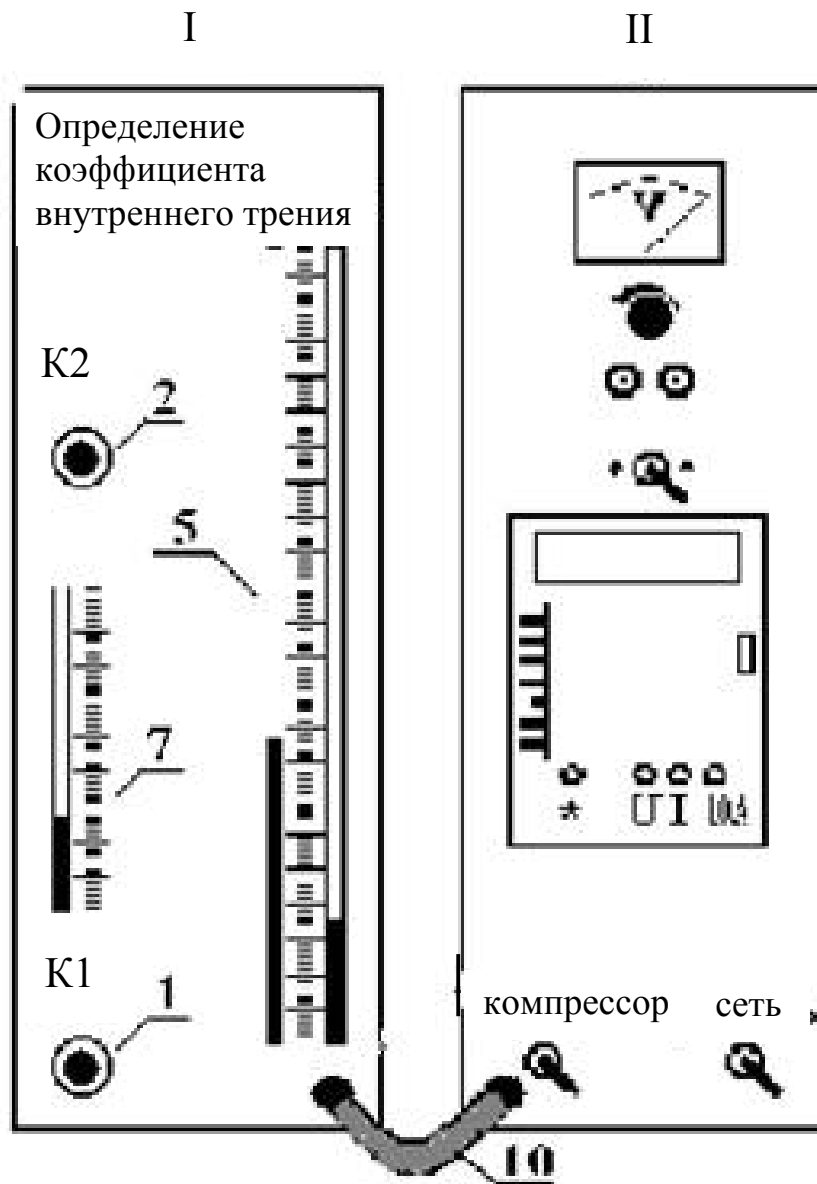


Рис. 1.1. Внешний вид экспериментальной установки:  
 1 – клапан К1; 2 – клапан К2; 5 – жидкостный манометр для измерения давления в сосуде 6; 7 – мерная трубка за уровнем жидкости в сосуде 6

### 1.3.2. Методика измерений и расчета

Если в газе существуют градиенты плотности, температуры или скорости движения отдельных слоев газа, то происходит выравнивание этих параметров за счет возникающих потоков вещества, энергии или импульса упорядоченного движения частиц, то есть наблюдаются явления переноса: диффузия, теплопроводность, внутреннее трение.

1. *Диффузия* – явление самопроизвольного взаимного проникновения и перемешивания частиц двух соприкасающихся веществ (например, газов). Перенос вещества при диффузии подчиняется закону Фика:

$$dM = D \left| \frac{d\rho}{dx} \right| dS_{\perp} dt, \quad (1.1)$$

где  $dM$  – масса переносимого вещества через площадку  $dS_{\perp}$ , расположенную перпендикулярно направлению переноса молекул, за время  $dt$ ;  $\frac{d\rho}{dx}$  – градиент плотности;  $D$  – коэффициент диффузии, равный

$$D = \frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \ell \rangle. \quad (1.2)$$

Здесь  $\langle u \rangle$  – средняя скорость теплового движения молекул,  $\langle \ell \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекул.

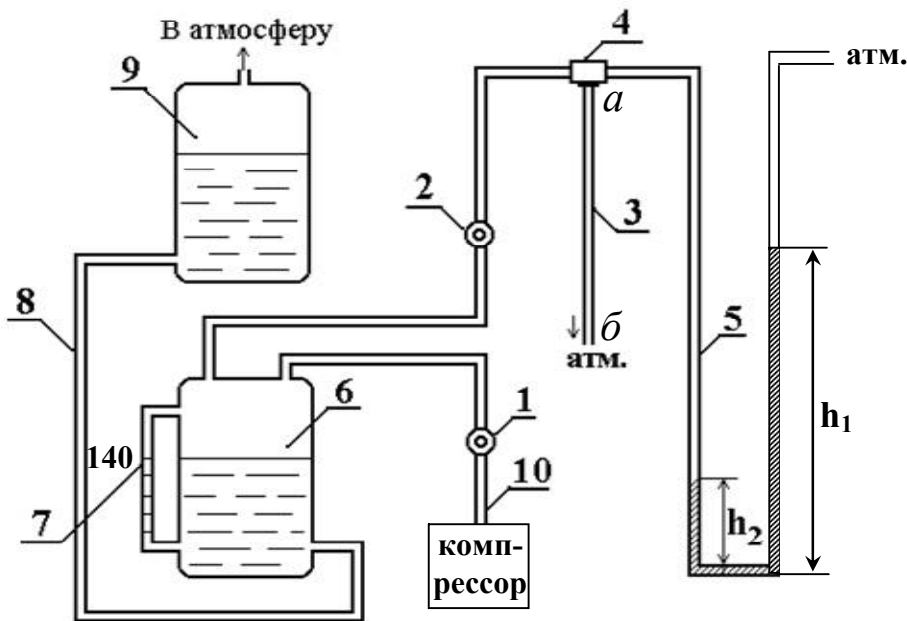


Рис. 1.2. Схема экспериментальной установки:

- 1 – клапан К1; 2 – клапан К2; 3 – капиллярная трубка;
- 4 – тройник для соединения сосуда 6 с капиллярной трубкой и манометром; 5 – манометр; 6 – емкость с жидкостью;
- 7 – мерная трубка; 8 – трубка, соединяющая емкость 6 с сосудом 9; 10 – шланг, соединяющий емкость 6 с компрессором

Средняя длина свободного пробега молекул – среднее расстояние, которое молекула свободно проходит между двумя последовательными столкновениями:

$$\langle \ell \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_{m\text{эф}}^2 n_0}, \quad (1.3)$$

где  $d_{m\text{эф}}$  – эффективный диаметр молекул,  $n_0$  – их концентрация.

Средняя арифметическая скорость теплового движения молекул определяется по формуле:

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (1.4)$$

где  $R$  – газовая постоянная;  $T$  – термодинамическая температура;  $M$  – молярная масса газа.

2. *Теплопроводность* – это перенос теплоты от более нагретых частей тела к менее нагретым, приводящий к выравниванию температуры:

$$\delta Q = \lambda \left| \frac{dT}{dx} \right| dS_{\perp} dt, \quad (1.5)$$

где  $\delta Q$  – количество теплоты, переносимого через площадку  $dS_{\perp}$ , расположенную перпендикулярно направлению переноса теплоты, за время  $dt$ ;  $\frac{dT}{dx}$  – градиент температур;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, равный

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho c_{V\text{уд}} \langle u \rangle \langle \ell \rangle. \quad (1.6)$$

Здесь  $\rho$  – плотность газа;  $c_{V\text{уд}}$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Для идеального газа  $c_{V\text{уд}}$  рассчитывается по формуле:

$$c_{V\text{уд}} = \frac{i}{2} \frac{R}{M},$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы.

3. *Внутреннее трение (вязкость)* – возникает при относительном перемещении параллельно движущихся слоев газа

вследствие того, что слои обмениваются молекулами из-за их хаотического теплового движения. В результате такого обмена импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, то есть на него действует "тормозящая" сила (сила трения). Импульс слоя, движущегося медленнее, увеличивается, то есть на него действует "ускоряющая" сила. Величина силы внутреннего трения определяется законом Ньютона:

$$dF = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| dS, \quad (1.7)$$

где  $dF$  – касательная сила трения, действующая на поверхность слоя площадью  $dS$ ;  $\frac{dv}{dx}$  – градиент скорости слоев газа на расстоянии  $dx$  в направлении внешней нормали  $\vec{n}$  к их поверхности;  $\eta$  – динамическая вязкость (коэффициент внутреннего трения), который рассчитывается по формуле:

$$\eta = \frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \ell \rangle \rho. \quad (1.8)$$

Коэффициент внутреннего трения воздуха можно определить методом Пуазейля:

$$\eta = \frac{(p_1 - p_2) R^4 \pi t}{8bV}, \quad (1.9)$$

где  $R$  – радиус капиллярной трубки;  $b$  – длина капилляра.

Разность давлений  $(p_1 - p_2)$  находится по разности уровней воды в манометре 5 (см. рис. 1.2):

$$p_1 - p_2 = \rho_{жg}(h_1 - h_2) = \rho_{жg}\Delta h,$$

где  $\rho_{ж}$  – плотность жидкости в манометре.

Объем  $V$  воздуха, протекающего за время  $t$  через капиллярную трубку равен объему воды, перетекающей из сосуда 9 в сосуд 6, его находим по формуле  $V = \frac{1}{4} \pi d_c^2 \Delta H$ , где  $d_c$  – диаметр сосуда 6;  $\Delta H$  – изменение уровня воды в сосуде 6, которое определяем по мерной трубке 7.

С учетом вышесказанного выражение (1.9) представим в виде



$$\eta = \frac{\rho_{\text{ж}} g d^4}{32 d_c^2 b} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta H} t \quad (1.10)$$

или в виде

$$\eta = A \frac{\Delta h}{\Delta H} t, \quad (1.11)$$

где  $A = \frac{\rho_{\text{ж}} g d^4}{32 d_c^2 b} = 1,23 \cdot 10^{-8}$  Па;  $d$  – диаметр капиллярной трубки.

Среднюю по сечению скорость  $\langle v \rangle$  движения воздуха через площадку  $S$  за время  $t$  находим по формуле:

$$\langle v \rangle = \frac{V}{St} = \frac{4V}{\pi d^2 t} = \frac{d_c^2 \Delta H}{d^2 t}. \quad (1.12)$$

Число Рейнольдса, по величине которого можно судить о характере движения воздуха по цилиндрической трубке, определяется по формуле:

$$\text{Re} = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta}, \quad (1.13)$$

где  $\rho$  – плотность воздуха.

Если  $\text{Re} < 1100$  – характер течения воздуха ламинарный, если  $1100 < \text{Re} < 2000$  – характер течения неустойчивый, при  $\text{Re} > 2000$  – течение газа турбулентное.

### 1.3.3. Экспериментальное определение вязкости воздуха

1. Включите (рис. 1.1) тумблеры "Сеть", "Компрессор" и нажмите на клапан К1. По стеклянной мерной трубке 7 следите за перемещением уровня воды. При достижении нижним краем мениска отметки 140 выключите тумблер "Компрессор", отпустите клапан К1, выключите тумблер "Сеть". По манометру 5 запишите первоначальное положение уровней  $h_0$  жидкости.

2. Нажмите клапан К2 и после прохождения нижним краем мениска жидкости в мерной трубке 7 примерно 5 делений, включите секундомер и измерьте время  $t$  прохождения мениском 10 делений мерной трубки 7. Одновременно заметьте положение верхнего уровня жидкости  $h_{\text{в}}$  по манометру 5. Найдите

$\Delta h = 2(h_B - h_0)$ , при этом  $\Delta H = 10$  мм. Результаты измерений занесите в таблицу.

3. По формуле (1.11) рассчитайте коэффициент вязкости  $\eta$ .

Таблица 1.1

Результаты измерений и расчета величин, характеризующих явления переноса воздуха

$$h_0 =$$

№ п/ п	$t_i$	$h_B$	$\Delta H$	$\Delta h_i$	$\eta_i$	$\langle \eta \rangle$	$\varepsilon$	$\langle u \rangle$	$\rho$	$\langle \ell \rangle$	$D$	$\lambda$	Re
	с	мм	мм	мм	Па·с	Па·с	%	$\frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	м	$\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\frac{\text{Н}}{\text{с} \cdot \text{К}}$	
1													
2													
3													
4													
5													

4. Пункты 1–3 повторите 5 раз. При необходимости подкачайте компрессором воду в сосуд 9 (в соответствии с п. 1) так, чтобы все замеры по мерной трубке находились в пределах 160–120 делений и  $\Delta H = 10$  мм.

5. Найдите отклонение экспериментального значения коэффициента внутреннего трения воздуха от его табличного значения по формуле

$$\varepsilon = \frac{|\eta_T - \eta_{\text{э}}|}{\eta_T} \cdot 100 \%,$$

где  $\eta_T = 1,85 \cdot 10^{-5}$  Па·с.

6. Результаты измерений и расчета занесите в табл. 1.1.

1.3.4. *Определение средней длины свободного пробега молекул воздуха  $\langle \ell \rangle$  и коэффициента диффузии  $D$*

1. По формуле (1.4) рассчитайте среднюю арифметическую скорость теплового движения молекул (для воздуха  $M = 0,029$  кг/моль).

2. Из уравнения Менделеева – Клапейрона вычислите плотность воздуха  $\rho$ .

3. Из формулы (1.8) найдите среднюю длину свободного пробега молекул  $\langle \ell \rangle$ .

4. По формуле (1.2) рассчитайте коэффициент диффузии. Результаты вычислений занесите в таблицу.

### 1.3.5. Определение коэффициента теплопроводности $\lambda$

1. Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов  $P = n_0 k T$  найдите концентрацию молекул воздуха.

2. Из формулы (1.3) найдите эффективный диаметр молекул  $d_{m \text{ эф}}$ .

3. Сравните эффективный диаметр молекул  $d_{m \text{ эф}}$ , среднюю длину свободного пробега  $\langle \ell \rangle$  и диаметр капиллярной трубки  $d$  (проверьте, выполняется ли требуемое неравенство):

$$d_{m \text{ эф}} \ll \langle \ell \rangle \ll d.$$

Если данное неравенство соблюдено, то найдите коэффициент теплопроводности  $\lambda = \frac{1}{3} \rho \langle u \rangle \langle \ell \rangle c_{V \text{ уд}} = \eta c_{V \text{ уд}}$ , где

$c_{V \text{ уд}} = \frac{5}{2} \frac{R}{M}$ . Проверьте размерность коэффициента теплопроводности.

### 1.3.6. Определение характера течения воздуха через капиллярную трубку

1. По формуле (1.12) найдите среднюю по сечению скорость движения  $\langle v \rangle$  воздуха через капиллярную трубку. Сравните ее со средней скоростью теплового движения молекул  $\langle u \rangle$ .

2. По формуле (1.13) рассчитайте число Рейнольдса и сделайте вывод о характере течения воздуха через капиллярную трубку.

**1.4. Вывод** по работе должен содержать суть проверенных закономерностей и краткое указание на то, каким образом это проверено.

### **1.5. Вопросы для самоконтроля**

1.5.1. Какой физический смысл имеют коэффициенты теплопроводности, внутреннего трения, диффузии?

1.5.2. В каких единицах измеряются коэффициенты теплопроводности, внутреннего трения и диффузии?

1.5.3. Что такое кинематическая вязкость и в каких единицах она измеряется?

1.5.4. Как рассчитать коэффициент внутреннего трения, зная коэффициент теплопроводности и удельную теплоемкость при постоянном объеме?

1.5.5. Как рассчитать молярную массу смеси газов?

1.5.6. Что характеризует число Рейнольдса?

1.5.7. Как зависят коэффициенты переноса от температуры?

1.5.8. Какие существуют методы экспериментального определения коэффициента внутреннего трения?

1.5.9. Как рассчитать среднюю длину свободного пробега молекул?

1.5.10. Как рассчитать давление с позиций молекулярно-кинетической теории газов?

1.5.11. Каким образом получают формулу для расчета коэффициента внутреннего трения по методу Пуазейля?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### **Определение коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити**

**2.1. Цель работы:** экспериментальное определение коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити.

**2.2. Подготовка к работе:** Прочитать в учебниках [2] §§ 59–64, 78–80; [4] 10.1–10.12; [5] §§ 52–57. Для выполнения работы необходимо знать: а) основные положения и уравнения

молекулярно-кинетической теории газов; б) явление переноса – перенос энергии (теплопроводность); в) выражение коэффициента переноса теплопроводности через молекулярно-кинетические и термодинамические характеристики газов; г) эмпирический закон теплопроводности – закон Фурье; д) иметь представление о передаче тепла излучением и конвекцией; е) устройство установки и порядок проведения измерений; ж) последовательность расчетов.

### ***2.3. Схема экспериментальной установки***

На рис. 2.1 изображена экспериментальная установка, состоящая из двух стандартных модулей. На каждом из модулей есть разъемы для соединения между собой при помощи внешних проводов.

Модуль I подключается к сети 220 В и включает в себя источник постоянного напряжения с разъемами 2 и регулятором 1, а также цифровой мультиметр 3.

Модуль II содержит открытый цилиндрический сосуд 6 с внутренней полостью и проходящей через ось сосуда нагреваемой вольфрамовой нитью 5. Стенки сосуда двойные и он заполнен водой 7. Объем воды достаточно большой, чтобы можно было считать температуру внешней стенки неизменной и всегда равной комнатной температуре. Модуль II также содержит образцовое сопротивление  $R_{\text{ш}}$  8 и переключатель 9, позволяющий при помощи внешнего мультиметра измерять напряжение либо на нити (переключатель 9 в положении  $R_{\text{н}}$ ), либо на образцовом сопротивлении (переключатель 9 в положении  $R_{\text{ш}}$ ).

В процессе эксперимента вольфрамовая нить нагревается постоянным электрическим током, потребляемая при этом мощность зависит от приложенного напряжения. Тепловой поток с поверхности нити увеличивается с увеличением ее температуры, в результате температура нити устанавливается такой, что поток тепла с поверхности нити становится равным мощности, потребляемой вольфрамовой нитью. Время установления равновесия около минуты.

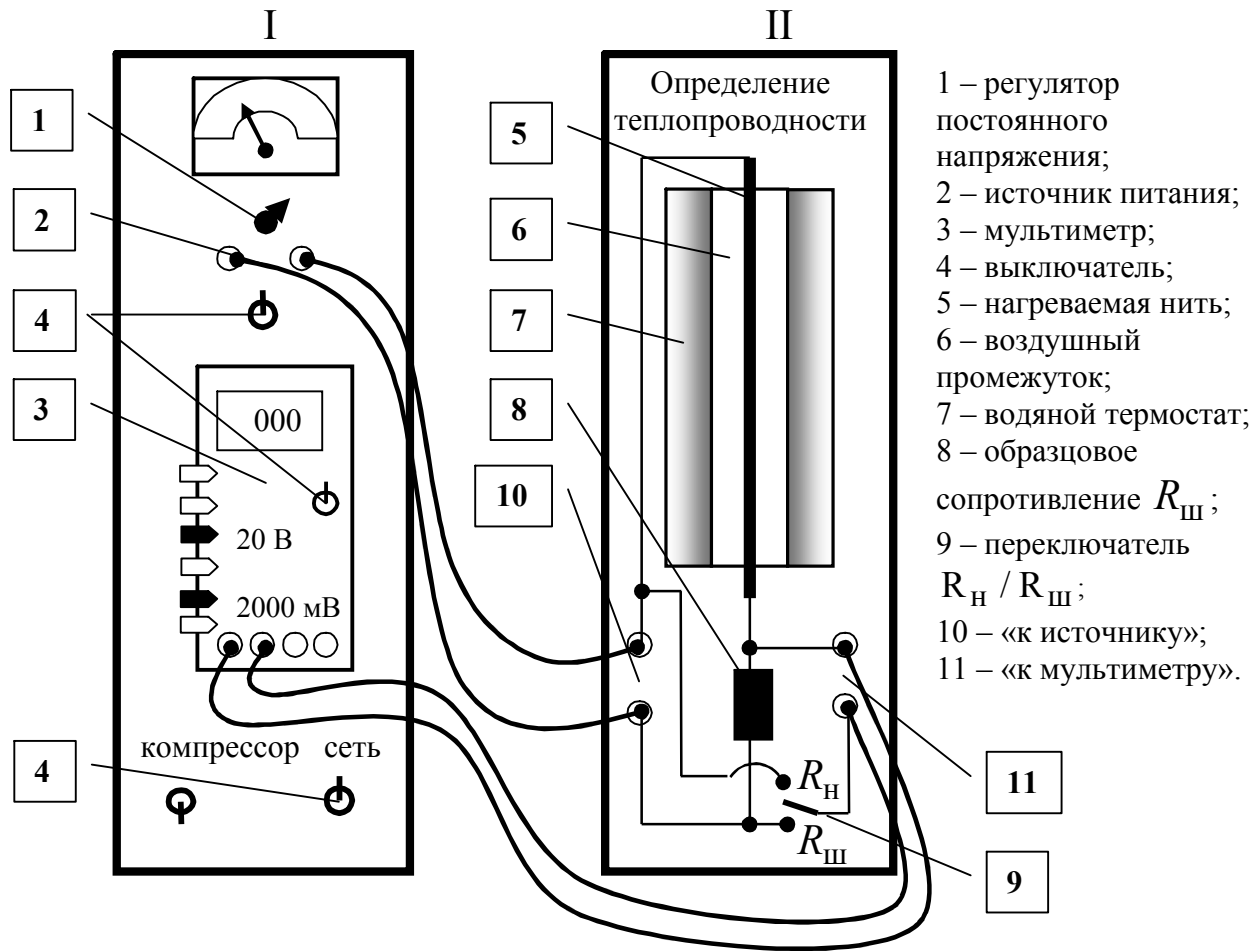


Рис.2.1. Схема экспериментальной установки

При фиксированном положении регулятора напряжения 1 при помощи цифрового мультиметра измеряется напряжение на нити и на образцовом сопротивлении  $R_{III}$ . По падению напряжения на образцовом сопротивлении  $R_{III}$  рассчитывается сила тока в цепи нити. По известным значениям тока и напряжения на нити можно рассчитать электрическую мощность, а также сопротивление нити при данных условиях. Исходя из измеренного сопротивления и температурной зависимости сопротивления нити, можно рассчитать установившуюся температуру нити.

#### 2.4. Методика измерений и расчета

Если в некоторой среде (твердой, жидкой, или газообразной) создать вдоль оси  $z$  градиент температуры, то возникает поток тепла, величина которого определяется формулой

$$\Phi = -\lambda \frac{dT}{dz} S. \quad (2.1)$$

Здесь  $\Phi$  – количество тепла, проходящее за единицу времени через поверхность  $S$ , расположенную перпендикулярно оси  $z$ ;  $dT/dz$  – градиент температуры;  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств и состояния среды и называемый коэффициентом теплопроводности. Единицей  $\Phi$  служит Дж/с, т. е. Вт (Ватт),  $\lambda$  измеряется в ваттах на метр-кельвин (Вт/(м · К)). Знак минус в формуле (2.1) отражает тот факт, что тепло течет в направлении убывания температуры. Уравнение (2.1) есть эмпирическое уравнение теплопроводности, его называют также законом Фурье.

В настоящей работе рассматривается процесс распространения тепла в воздухе между нагреваемой электрическим током нитью и внешней стенкой, имеющей комнатную температуру. Температура воздуха меняется в зависимости от расстояния до нити, (если расстояние между стенкой и нитью много больше средней длины свободного пробега молекул).

На основании положений молекулярно-кинетической теории идеальных газов коэффициент теплопроводности зависит от плотности газа  $\rho$ , его удельной теплоемкости  $c_V$ , средней длины свободного пробега молекул  $\langle \ell \rangle$ , средней скорости теплового движения молекул  $\langle u \rangle$ , и рассчитывается по формуле:

$$\lambda = \frac{1}{3} \langle u \rangle \langle \ell \rangle \rho c_V. \quad (2.2)$$

Каждый из множителей выражается через параметры состояния

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad \langle \ell \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}; \quad \rho = \frac{PM}{RT}; \quad c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M},$$

здесь  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – термодинамическая температура воздуха;  $M$  – молярная масса воздуха;  $k$  – постоянная Больцмана;  $d$  – эффективный диаметр молекул;  $P$  – давление;  $i$  – число степеней свободы молекул.

Можно считать, что давление  $P$  во всех точках одинаковое, и равно атмосферному (открытый сосуд). Воздух является смесью газов с различными коэффициентами диффузии. Но величина диффузии невелика, а молярные массы кислорода и азота отличаются незначительно, поэтому будем считать, что молярная масса  $M$  постоянна по всему объему. Подставив в формулу (2.2) все выражения, получим зависимость коэффициента теплопроводности от температуры:

$$\lambda(T) = \frac{ik}{3\pi d^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi M}} = \frac{ik}{3\pi d^2} \sqrt{\frac{RT_0}{\pi M}} \sqrt{\frac{T}{T_0}} = \lambda_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}, \quad (2.3)$$

где  $\lambda_0 = \frac{ik}{3\pi d^2} \sqrt{\frac{RT_0}{\pi M}}$  – коэффициент теплопроводности при определенной температуре  $T_0 = 273$  К, а  $\sqrt{T/T_0}$  – безразмерная функция температуры;  $\lambda_0$  – коэффициент теплопроводности воздуха при нормальных условиях.

На рис. 2.2 изображена часть лабораторной установки. Температура воздуха в любой точке сосуда зависит только от расстояния до оси симметрии – нити. Следовательно, изменение температуры происходит только вдоль радиуса.

Рассмотрим цилиндрическую поверхность произвольного радиуса  $r_1 < r < r_2$ , коаксиальную нагретой нити и внешней стенке сосуда. В установившемся режиме через такую поверхность проходит поток тепла, определяемый законом Фурье (2.1) для рассматриваемой цилиндрической поверхности площадью  $S = L2\pi r$  ( $L$  – длина нити)

$$\Phi = -\lambda_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \frac{dT}{dr} 2\pi r L.$$

Разделяя переменные, получим

$$\frac{\Phi dr}{2\pi L r} = -\lambda_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} dT.$$



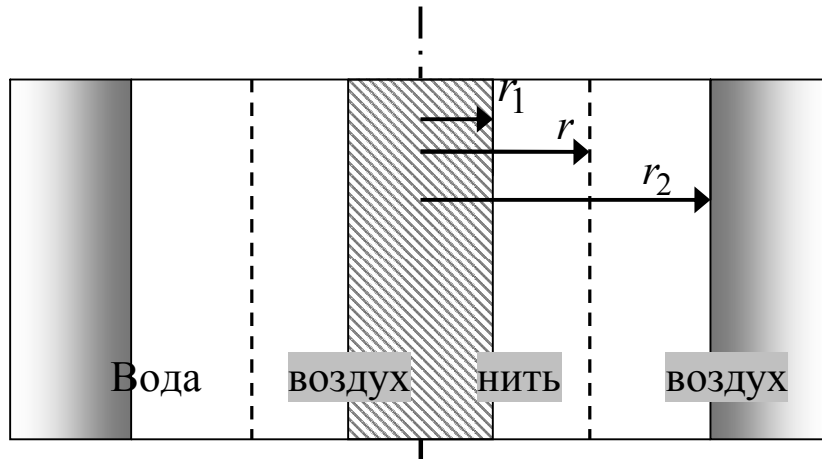


Рис. 2.2. Расчетная схема

Где граничные условия:  
 при  $r = r_1$ ,  $T = T_H$ ; при  $r = r_2$ ,  $T = T_C$ , где  $r_1$  – радиус нити;  
 $r_2$  – радиус внутренней цилиндрической поверхности сосуда;  
 $T_H$  – температура нити;  $T_C$  – температура цилиндрического сосуда  
 с водой (в условиях опыта считается постоянной, равной температуре в лаборатории). После интегрирования получаем

$$\frac{\Phi}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{T_0}} \frac{2}{3} \left[ (T_H)^{3/2} - (T_C)^{3/2} \right].$$

Отсюда получаем расчетную формулу для определения коэффициента теплопроводности воздуха при нормальных условиях ( $T_0 = 273$  К,  $P = 10^5$  Па)

$$\lambda_0 = \frac{3\Phi\sqrt{T_0}}{4\pi L} \frac{\ln(r_2/r_1)}{\left( (T_H)^{3/2} - (T_C)^{3/2} \right)} = C \frac{\Phi}{\left( (T_H)^{3/2} - (T_C)^{3/2} \right)}. \quad (2.4)$$

Константа  $C$  введена для удобства дальнейших расчетов. Для данной установки длина нити  $L = 0,42$  м, радиус нити  $r_1 = 0,05$  мм, радиус внутренней поверхности баллона с водой  $r_2 = 3$  мм, поэтому

$$C = \frac{3 \ln(r_2/r_1) \sqrt{T_0}}{4\pi L} = 38,45 \text{ (К}^{1/2}/\text{м)}. \quad (2.5)$$

Соотношение (2.4) с учетом (2.5) является основной расчетной формулой. При различных условиях эксперимента изменяется температура нити, а также поток тепла, проходящий через воздушный промежуток за счет теплопроводности воздуха.

Если вместо верхнего предела взять произвольный радиус  $r$  и температуру  $T$ , соответствующую этому радиусу, то можно получить распределение температуры воздуха в зависимости от радиуса

$$T(r) = \left( T_{\text{H}}^{3/2} - \frac{3\Phi\sqrt{T_0}}{\lambda_0 4\pi L} \ln \frac{r}{r_1} \right)^{2/3}.$$

Можно выразить  $\Phi$  через  $T_{\text{H}}$ , используя граничные условия:

$$T(r) = \left( \frac{T_{\text{H}}^{3/2} \ln(r_2/r) + T_{\text{c}}^{3/2} \ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} \right)^{2/3}. \quad (2.6)$$

Для расчета  $T(r)$  в зависимости от радиуса  $r$  необходимо знать температуру нити  $T_{\text{H}}$  в каждом конкретном случае. Для этого используем известную зависимость сопротивления нити от температуры. Измерим напряжение на известном сопротивлении  $R_{\text{ш}} = 0,1 \cdot (\text{Ом})$  и рассчитаем силу тока, протекающего по нити

$$I_{\text{H}} = I_{R_{\text{ш}}} = \frac{U_{\text{ш}}}{R_{\text{ш}}}. \quad (2.7)$$

Напряжение на нити измеряем непосредственно мультиметром. По закону Ома рассчитаем сопротивление нити

$$R_{\text{H}} = \frac{U_{\text{H}}}{I_{\text{H}}}. \quad (2.8)$$

По величине сопротивления  $R_{\text{H}}$  можно рассчитать температуру нити

$$T_{\text{H}} = T_0 + \frac{R_{\text{H}} - R_{0\text{H}}}{\alpha R_{0\text{H}}}, \quad (2.9)$$

где  $R_{0н} = 5,2 \text{ Ом}$  – сопротивление нити при температуре  $T_0 = 273 \text{ К}$ ;  $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ (К}^{-1}\text{)}$  – температурный коэффициент сопротивления вольфрама.

Мощность, потребляемая из сети на нагревание нити определяется выражением

$$P_{н} = U_{н} I_{н}. \quad (2.10)$$

В установившемся режиме, все тепло, выделяющееся при протекании электрического тока через нить, передается в окружающее пространство через поверхность нити тремя способами: а) посредством теплопроводности воздуха; б) посредством теплового излучения; в) посредством конвекции. Рассмотрим два последних механизма передачи тепла.

По закону Стефана – Больцмана, приняв коэффициент поглощения вольфрама  $b = 0,85$ , рассчитаем величину теплопередачи излучением, учитывая что площадь нагретой поверхности  $S = L2\pi r$  и ее температура  $T_{н}$ , постоянная Стефана – Больцмана  $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ [Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4\text{)]}$ :

$$\Phi_{\text{изл}} = 0,85 L 2\pi r_1 \sigma \left( (T_{н})^4 - (T_{с})^4 \right). \quad (2.11)$$

На основании (2.11) построен график, рис. П1 (см. Приложение), по которому можно определять мощность теплового излучения при различных температурах нити.

Мощность конвекционного потока зависит от внешнего радиуса сосуда и в нашем случае пренебрежимо мала. В приложении приведена соответствующая оценка.

В соответствии с законом сохранения энергии, поток тепла путем теплопроводности равен мощности электрического тока за вычетом теплового излучения с поверхности нити и мощности конвекционного переноса тепла. Пренебрегая конвекцией, получим

$$\Phi = U_{н} I_{н} - \Phi_{\text{изл}}. \quad (2.13)$$

## 2.5. Порядок выполнения работы

2.5.1. В соответствии с рис. 2.1, убедившись, что приборы не включены в сеть, подключите источник питания 2 и мультиметр 3 к модулю «Определение теплопроводности ...». Выведите на минимальное напряжение регулятор напряжения 1. После проверки схемы преподавателем включите приборы в сеть. Включите мультиметр и источник питания.

2.5.2. Установите на мультиметре предел измерений 20В, а на переключателе 9 положение  $R_H$  – измерение напряжения на нити. Регулятором напряжения 1 задайте напряжение на нити  $U_H \approx 2$  В, выждите 20–30 секунд, запишите значение  $U_H$  в табл. 2.1.

2.5.3. Не меняя положения регулятора, переключите переключатель 9 в положение  $R_{III}$ , а мультиметр на предел 2000 мВ. Запишите значение  $U_0$  (в милливольтках) в табл. 2.1.

2.5.4. Повторите п.п. 2.5.2 и 2.5.3 для напряжений на нити  $U_H$  – 3 В; 4 В; 5 В; 6 В.

2.5.5. В лаборатории находится настенный термометр, измерьте температуру в комнате, переведите ее в термодинамическую температуру и запишите в свой конспект.

2.5.6. По формулам (2.7), (2.8), (2.9), (2.10) рассчитайте  $I_H$ ;  $R_H$ ;  $T_H$ ;  $P_H$  для каждого напряжения  $U_H$ .

2.5.7. По графику рис. П1 определите  $\Phi_{изл}$ , для каждой температуры нити. Рассчитайте тепловой поток  $\Phi$ , переносимый путем теплопроводности.

2.5.8. По формуле (2.4) с учетом (2.5) рассчитайте коэффициент теплопроводности воздуха  $\lambda_0$  для каждого эксперимента.

2.5.9. Рассчитайте среднее значение  $\lambda_0$ .

2.5.10. По формуле (2.6) для двух значений температуры нити, взятых из табл. 2.1, рассчитайте соответствующие значения температуры воздуха на различных расстояниях от центра нити. Результаты расчета запишите в табл. 2.2.

2.5.11. Выбрав соответствующий масштаб, на основе данных табл. 2.2 постройте график зависимости  $T(r)$  для двух температур нити.

Таблица 2.1

*Результаты измерений и расчета коэффициента теплопроводности воздуха*

№ п/п	$U_n$	$U_0$	$I_n$	$R_n$	$T_n$	$P_n$	$\Phi_{\text{изл}}$	$\Phi$	$\lambda_0$	$\langle \lambda_0 \rangle$
	В	мВ	А	Ом	К	Вт	Вт	Вт	$10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	
1	2,0									
...										

Таблица 2.2

*Температура воздуха на разных расстояниях от центра нити*

$T_n$  при  $r_1 = 0,05$  мм;       $T_c$  при  $r_2 = 3,0$  мм

$T_n, \text{К}$	$r, \text{мм}$	0,1	0,25	0,5	1,0	2,0	2,5	$T_c, \text{К}$
	$T(r), \text{К}$							
	$T(r), \text{К}$							

2.5.12. Вывод по данной работе должен содержать информацию о сути данного метода определения коэффициента теплопроводности воздуха и о соответствии полученного результата справочной величине  $\lambda_0 = 24,1$  (мВт/(м · К)).

## **2.6. Вопросы для самоконтроля**

2.6.1. Какими способами может передаваться теплота?

2.6.2. Какой закон устанавливает количество тепла, излучаемого в единицу времени с единицы площади по всем частотам?  
2.6.3. От каких параметров зависит коэффициент теплопроводности?

2.6.4. Как зависит коэффициент теплопроводности от температуры?

2.6.5. Какие величины нужно знать, чтобы рассчитать коэффициент теплопроводности воздуха при нормальных условиях?

2.6.6. Как можно рассчитать распределение абсолютной температуры воздуха в зависимости от расстояния до нагретой нити?

2.6.7. Как рассчитывается температура нагретой нити? Излучаемая мощность?

2.6.8. Нужно ли учитывать при расчете излучаемой мощности энергию конвективного потока?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

### Определение удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении

**3.1. Цель работы:** определить удельную теплоемкость воздуха при постоянном давлении и освоить методы измерения разности температур и расхода воздуха.

**3.2. Подготовка к работе:** изучить теоретические положения, касающиеся данного явления по учебникам [2] §§ 65–72; [3] §§ 2.1–2.3, 7.1–7.7; [4] 9.1–9.6; [5] §§ 13–20. Для выполнения лабораторной работы студент должен знать: а) понятия внутренней энергии, теплоты и работы; б) первое начало термодинамики; в) понятия удельной и молярной теплоемкостей; г) расчет теплоемкости идеального газа при различных термодинамических процессах; д) соотношение Майера; е) разобраться в электрической схеме установки; ж) порядок измерений и расчетов.

### 3.3. Выполнение работы

#### 3.3.1. Описание лабораторной установки

Установка для определения удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении изображена на рис. 3.1, а на рис. 3.2 изображена ее схема.

Воздух прокачивается компрессором через трубку 1 (рис. 3.2), размещенную в теплоизолирующей емкости 2.

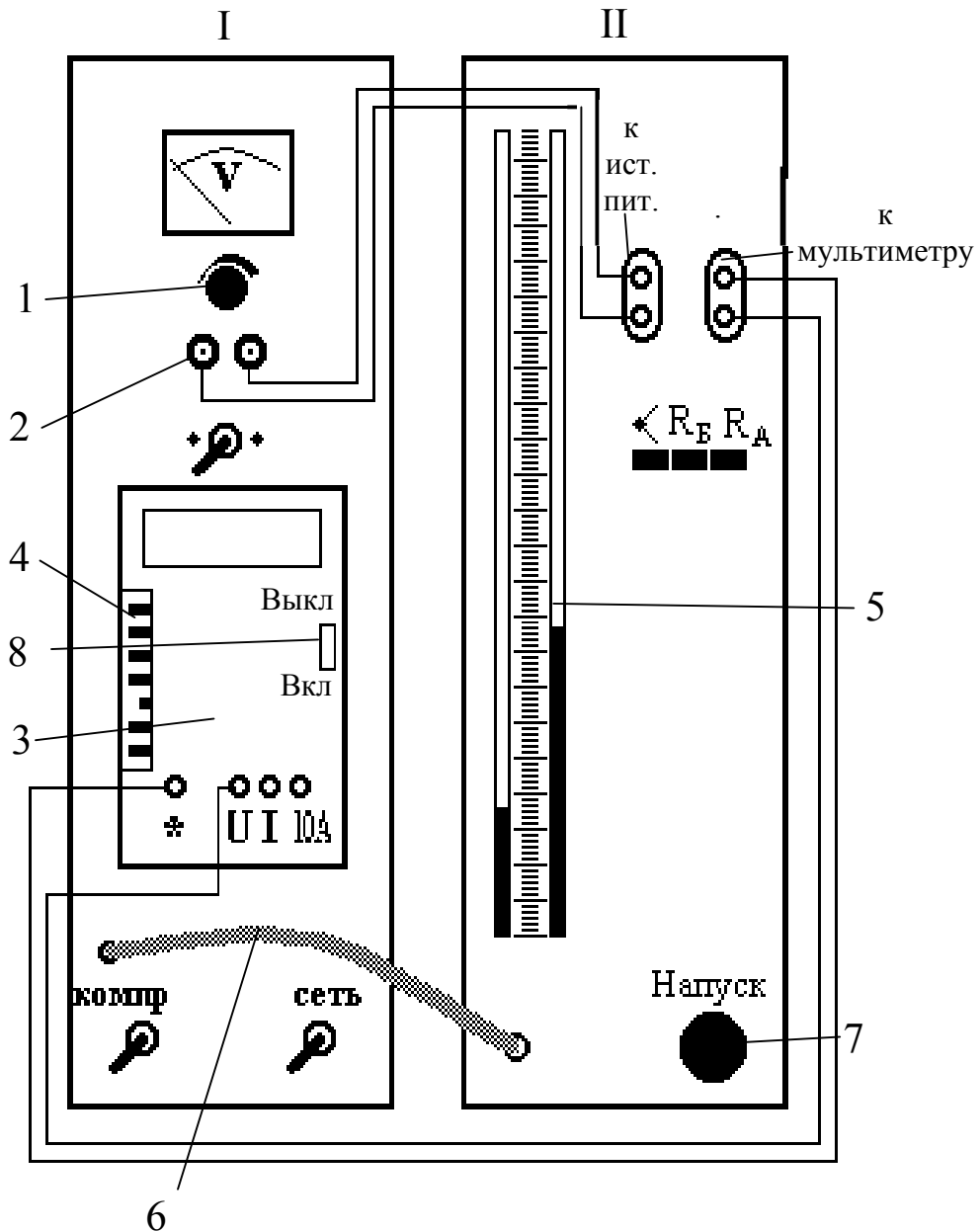


Рис. 3.1. Блок-схема установки:

- I – измерительный модуль; II – модуль стенда;  
 1 – регулятор напряжения; 2 – клеммы источника питания;  
 3 – мультиметр; 4 – переключатель пределов мультиметра;  
 5 – манометр; 6 – гибкий шланг; 7 – клапан напуска;  
 8 – движок выключателя мультиметра

Измерение расхода воздуха производится по перепаду давлений на капилляре, который вместе с трубкой образует единую проточную магистраль. Протекая через трубку, воздух нагревает-

ся электрической спиралью 3. Разность температур на входе и выходе трубки измеряется дифференциальной термопарой 4. ЭДС термопары измеряется вольтметром, подключенным к ней через разъем 5. Электрический нагреватель 3 питается постоянным током от блока питания БП, подключенным к нагревателю. Ток в нагревателе  $I_H$  определяется по измеренному вольтметром, напряжению  $U_R$  на образцовом сопротивлении  $R_{обр} = 0,1$  Ом по закону Ома для участка цепи:

$$I_H = \frac{U_R}{R_{обр}}. \quad (3.1)$$



Рис. 3.2. Принципиальная электрическая схема установки:

1 – трубка; 2 – теплоизолирующая колба (сосуд Дьюара); 3 – электрическая спираль; 4 – термопара сравнения; 5 – измерительная термопара; 6 – блок питания; 7 – вольтметр;

$R_A$  – кнопка измерения напряжения на образцовом сопротивлении;  $R_B$  – кнопка измерения напряжения блока питания;

← – кнопка измерения ЭДС термопары;

$R_{обр}$  – образцовое сопротивление



### 3.3.2. Методика измерений и расчета

Определение теплоемкости тел обычно производят в калориметрах. Необходимо, чтобы количество теплоты, затрачиваемой на нагревание исследуемого тела, было существенно больше теплоты, расходуемой на нагревание калориметра и на потери, связанные с утечкой теплоты из установки. При определении теплоемкости воздуха эти требования выполнить очень трудно, так как масса воздуха, заключенного в калориметре, и, следовательно, количество теплоты, идущей на его нагревание, очень малы.

Чтобы увеличить количество воздуха при неизменных размерах установки, в данной работе воздух продувается сквозь капилляр, внутри которого установлен нагреватель. Определяются количество теплоты  $Q$ , отдаваемое нагревателем, масса  $m$  протекающего через капилляр воздуха и изменение его температуры на  $\Delta T$ .

Удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении определяется по формуле:

$$c_{mp} = \frac{Q}{m \Delta T}. \quad (3.2)$$

Количество теплоты, отдаваемое нагревателем протекающему по трубке воздуху за время  $t$ , рассчитывается по закону Джоуля – Ленца:

$$Q = I_H U_H t, \quad (3.3)$$

где  $I_H$ ,  $U_H$  – сила тока и напряжение на спирали нагревателя.

Массовый расход  $z$  воздуха через трубку определяется как масса воздуха, протекающего через поперечное сечение трубки в единицу времени

$$z = \frac{m}{t}, \quad (3.4)$$

который можно определить, используя формулу Пуазейля:

$$z = \frac{\pi r_0^4 \rho_{\text{возд}} \Delta p}{8 L \eta}, \quad (3.5)$$

где  $r_0$  – радиус капилляра;  $\rho_{\text{возд}}$  – плотность воздуха;  $L$  – длина капиллярной трубки;  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения воздуха (см. табл. 3.1).

При протекании воздуха через капилляр на концах трубки создается разность давлений  $\Delta p = \rho_{\text{ж}} g h$ , где  $h$  – разность уровней жидкости в манометре.

Разность температур  $\Delta T$  на концах трубки определяется по измеренной термо-ЭДС  $\varepsilon$  по формуле

$$\Delta T = \frac{\varepsilon}{\alpha}, \quad (3.6)$$

где  $\alpha$  – постоянный коэффициент для данной термопары.

Подставляя (3.1), (3.3)–(3.6) в уравнение (3.2), получим формулу для расчета удельной теплоемкости при постоянном давлении

$$C_{\text{тр}} = B \frac{U_{\text{н}} U_{\text{R}}}{h \varepsilon}. \quad (3.7)$$

где  $B = \frac{8 L \alpha \eta}{\pi g R_{\text{обр}} \rho_{\text{ж}} \rho_{\text{возд}} r_0^4}$  – постоянная для данной установки.

Таблица 3.1

*Постоянные величины для расчета удельной теплоемкости при постоянном давлении*

$L$	м	$16 \cdot 10^{-2}$	$\rho_{\text{возд}}$	кг/м <sup>3</sup>	1,29
$\alpha$	В/К	$5,43 \cdot 10^{-5}$	$\rho_{\text{ж}}$	кг/м <sup>3</sup>	$10^3$
$\eta$	Па · с	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$r_0$	м	$2,15 \cdot 10^{-3}$
$R_{\text{обр}}$	Ом	0,1	g	м/с <sup>2</sup>	9,81

### 3.3.3. Подготовка установки к работе

На рис. 3.1 представлена блок-схема установки. Подготовка установки к работе осуществляется следующим образом.

1. Соедините проводами клеммы источника питания 2 на измерительном модуле I и клеммы «к ист. пит.» на модуле II стенда.

2. Соедините проводами клеммы «к мультиметру» модуля II стенда и клеммы «\*» и «U» мультиметра 3 измерительного стенда (модуль I).

3. Вращая ручку 1 против часовой стрелки, выведите регулятор напряжения источника питания на измерительном стенде в крайнее положение. На переключателе 4 пределов мультиметра (левый вертикальный ряд кнопок на мультиметре 3) установите предел напряжения 20 В, для этого нажмите кнопку «20 V». Все остальные кнопки переключателя пределов должны быть отжаты.

4. На измерительном стенде включите тумблеры «Сеть», «Источник питания», «Компрессор», а также движок 8 выключателя мультиметра (он находится справа на панели мультиметра).

6. С помощью клапана 7 «Напуск» установите определенную разность давлений на концах капиллярной трубки, которая измеряется с помощью манометра 5.

### 3.3.4. Определение удельной теплоемкости воздуха

1. Нажмите клапан 7 «Напуск» на модуле стенда и добейтесь, чтобы разность уровней жидкости  $h$  в  $U$ -образном манометре 5 составила 50–100 мм.

2. Нажмите кнопку  $R_A$  на модуле II стенда и с индикатора мультиметра 3 произведите отсчёт напряжения  $U_H$  на нагревателе, при этом величина этого напряжения устанавливается поворотом ручки 1 регулятора напряжения источника питания по часовой стрелке.

3. Нажмите кнопку  $R_B$  на модуле стенда II и с индикатора мультиметра 3 произведите отсчёт напряжения  $U_R$  на образцовом сопротивлении, для этого переключите предел измерения мультиметра 3 на 200 мВ (нажмите кнопку «200 mV» на переключателе 4 пределов мультиметра).

4. Нажмите кнопку  $\star$  на модуле стенда II и снимите отсчет напряжения на термопаре по индикатору мультиметра в момент, когда показания мультиметра перестанут изменяться (примерно через 5 мин при постоянной разности уровней  $h$ ), после чего перейдите на предел измерения «20 V».

5. Пункты 2–4 повторите для следующих четырёх значений напряжения  $U_H$  на нагревателе (6 В, 8 В, 10 В, 12 В). Результаты измерений занесите в табл. 3.2. Рассчитайте  $c_{тр}$  по формуле (3.7). Данные расчетов занесите в табл. 3.2.

Таблица 3.2

*Измеряемые параметры и рассчитанная  
удельная теплоемкость при постоянном давлении*

№	$U_H$	$h$	$\varepsilon$	$U_R$	$C_{mp}$
п/п	В	м	В	В	$\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
1	2				
2	4				
3	6				
4	8				
5	10				

6. Рассчитайте удельную теплоемкость для воздуха по формуле  $c_{mp} = \left(\frac{i}{2} + 2\right) \frac{R}{M}$ , возьмите  $i = 5$ ,  $M = 0,029$  кг/моль. Сравните полученное значение со средней удельной теплоемкостью при постоянном давлении, определенное по данным лабораторной работы.

7. Сравните полученное значение удельной теплоемкости при постоянном давлении для воздуха с расчетным значением  $c_{mp}$  и отметьте особенности данного метода измерения удельной теплоемкости при постоянном давлении.

**3.4. Сделайте** вывод по работе.

### **3.5. Вопросы для самоконтроля**

3.5.1. Что такое внутренняя энергия, теплота и работа? В чем принципиальное различие между данными понятиями?

3.5.2. Как записывается первое начало термодинамики для различных термодинамических процессов?

3.5.3. Что такое теплоемкость? Зависит ли она от вида термодинамического процесса?

3.5.4. Как физически объяснить, что теплоемкость при постоянном давлении больше, чем теплоемкость при постоянном объеме? На сколько?

3.5.5. Зачем в установке используются две термопары?

3.5.6. Зачем в установке используется образцовое сопротивление?

3.5.7. Что такое массовый расход воздуха и каким образом с его помощью рассчитывают коэффициент внутреннего трения?

3.5.8. При каких измерениях на установке расчет удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении дает наибольшие отклонения от табличного значения при нормальных условиях?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

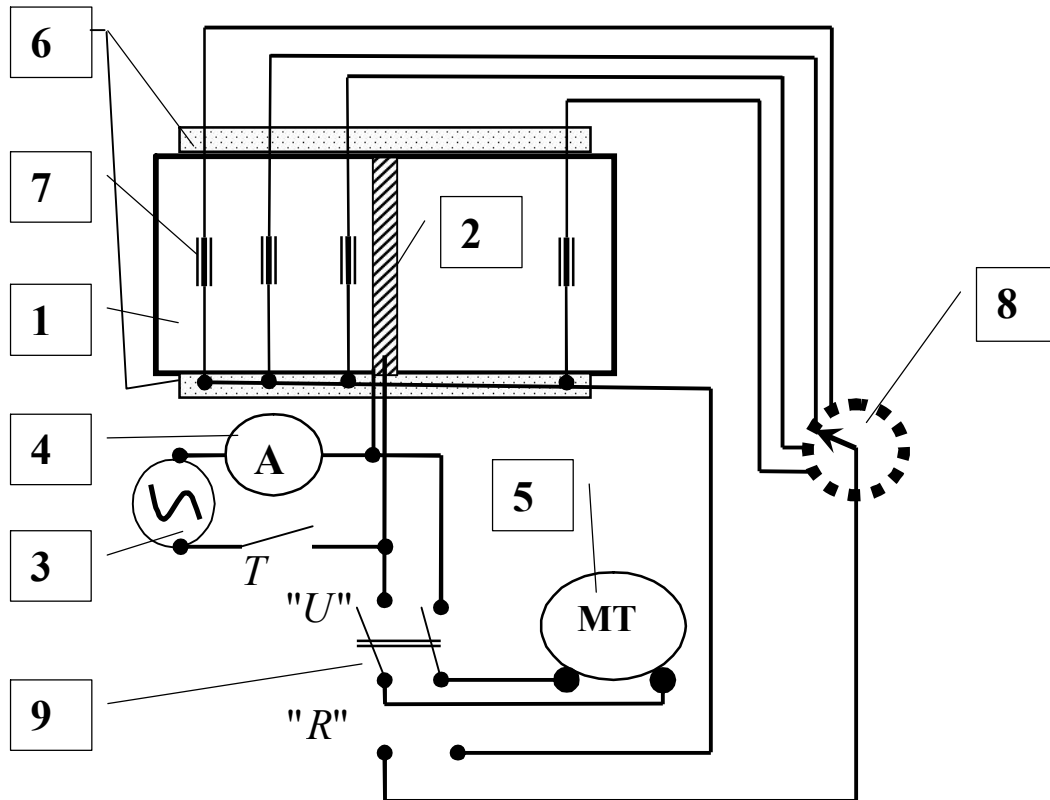
### Исследование нестационарного распределения температуры в сплошной среде

**4.1. Цель работы:** экспериментальное изучение скорости распространения теплоты в сплошной среде и определение коэффициентов теплопроводности, теплоемкости, температуропроводности.

**4.2. Подготовка к работе:** прочитать в учебном пособии [3] §§ 7.1–7.7; [5] – §§ 52–54. Для выполнения работы необходимо знать: а) уравнения теплопроводности для стационарного и нестационарного состояний; б) вид уравнения теплопроводности в цилиндрических координатах; в) решение стационарного уравнения теплопроводности; г) физический смысл коэффициентов теплопроводности, теплоемкости, температуропроводности; д) критерий подобия Фурье; е) методику измерений и расчета.

#### 4.3. Экспериментальная установка

Экспериментальная установка изображена на рис. 4.1. На основании закреплен исследуемый образец 1 цилиндрической формы высотой  $L = 9,5$  см с внешним радиусом  $r_{\text{вн}} = 12,5$  см. Вдоль его оси просверлено отверстие, в которое вставлен нагревательный элемент 2, подключенный к источнику питания 3. Мощность нагрева рассчитывается по показаниям амперметра 4 и мультиметра 5 в режиме вольтметра. Торцы 6 исследуемого образца теплоизолированы.



*Рис. 4.1. Схема экспериментальной установки: T – тумблер для включения нагрева; 1 – образец; 2 – нагревательный элемент; 3 – источник питания; 4 – амперметр для измерения силы тока нагрева; 5 – мультиметр; 6 – торцы исследуемого образца; 7 – терморезисторы; 8 – переключатель для подключения терморезисторов к мультиметру; 9 – двухполюсный переключатель*

На разных расстояниях параллельно оси, вдоль которой производится нагрев, установлены полупроводниковые терморезисторы 7 в количестве 11 штук. Номер терморезистора соответствует расстоянию в сантиметрах от него до оси нагрева. Для уменьшения влияния терморезисторов друг на друга они установлены в различных угловых секторах вокруг оси нагрева. Переключателем 8 каждый терморезистор может быть подключен к мультиметру 5, переключаемому в режим омметра. Двухполюсный переключатель 9 служит для измерения мультиметром напряжения на нагревательном элементе "U" или сопротивления терморезисторов "R".

До включения нагрева измеряется сопротивление каждого терморезистора при комнатной температуре. Затем при постоянной мощности нагрева через равные интервалы времени в тече-

ние 60 минут проводятся измерения сопротивлений каждого терморезистора и рассчитывается их температура, равная температуре прилежащей области исследуемого образца.

#### 4.4. Методика измерений и расчета

##### 4.4.1. Стационарный случай

В стационарном случае распределение температуры по всему рассматриваемому объему не меняется со временем, полный поток тепла через любую замкнутую цилиндрическую поверхность равен мощности  $P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$  всех источников тепла внутри данной поверхности. В нашем случае источником теплоты является электрический нагревательный элемент, мощность которого рассчитывается по формуле

$$P = UI. \quad (4.1)$$

В соответствие с законом Фурье удельный тепловой поток  $\vec{j} = \frac{\Delta Q}{S \Delta t} \vec{n} = \frac{P}{S} \vec{n}$  через поверхность площадью  $S$  в направлении нормали к этой поверхности  $\vec{n}$  связан с градиентом температуры  $T$  и удельной теплопроводностью среды соотношением

$$\vec{j} = -\lambda \text{grad}T.$$

При отсутствии потока через торцевые стенки площадь поверхности, через которую проходит тепло, находится по соотношению  $S = L2\pi r$ , где  $r$  – радиус цилиндрической поверхности;  $L$  – высота цилиндра. Следовательно,

$$j = \frac{P}{L2\pi r} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}, \text{ т. к. } |\text{grad}T| = \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (4.2)$$

Поскольку удельная теплопроводность однородной среды  $\lambda = \text{const}$ , уравнение (4.2) решается методом разделения переменных:

$$\frac{P}{L2\pi\lambda} \int_{r_{\text{вн}}}^r \frac{dr}{r} = - \int_{T_0}^T dT.$$

Если в качестве граничных условий принять, что температура на внешней поверхности радиусом  $r_{\text{вн}}$  равна комнатной температуре  $T_0$ , то решением уравнения (4.2) будет:

$$T^*(r) = T_0 + \frac{P}{\lambda L 2\pi} \ln \frac{r_{\text{вн}}}{r} \quad \text{при } r < r_{\text{вн}}. \quad (4.3)$$

Если для стационарного случая известны температуры  $T_1, T_2$  в точках с радиусами  $r_1, r_2$ , то можно рассчитать удельную теплопроводность материала исследуемого образца ( $T_1 > T_2$  при  $r_1 < r_2$ ):

$$\lambda = \frac{P}{L 2\pi} \left( \ln \frac{r_2}{r_1} / (T_1 - T_2) \right). \quad (4.4)$$

Мощность рассчитывается по формуле (4.1),  $L = 9,5$  см.

Формулы (4.3) и (4.4) справедливы для установившегося распределения температуры, к которому система приходит через достаточно продолжительное время после включения нагревательного элемента в случае, когда поток поступающего тепла равен потоку через внешнюю боковую поверхность.

#### 4.4.2. Теплоемкость

Изменение температуры некоторого объема тела зависит от тепла  $\Delta Q = Pt$ , поступившего в данный объем за время  $t$ , и от удельной теплоемкости  $c$  тела  $\delta Q = c_{\text{уд}} m \Delta T = c_{\text{уд}} \rho \Delta V \Delta T$ . Здесь  $\rho$  – плотность вещества, а  $\Delta V$  – объем тела.

В установке измерения температуры проводятся с шагом в один сантиметр. Для приближенного расчета теплоемкости, исходя из симметрии, разобьем наш образец на коаксиальные цилиндрические слои радиусом  $(r_i - \Delta r) \div (r_i + \Delta r)$ , где  $\Delta r = 0,5$  см, а  $r_i$  – радиус, на котором установлен очередной терморезистор. Объем каждого слоя  $\Delta V_i = 4\pi L r_i \Delta r$ , объем первого слоя  $\Delta V_1 = \pi L (r_1 + \Delta r)^2$ . Примем, что температура всего слоя равна температуре соответствующего терморезистора. В течение первых 30–40 минут теплоотдачей во внешнюю среду можно пренебречь, т. к. все подводимое тепло идет на нагрев образца. В этом случае удельная теплоемкость будет равна



$$c_{\text{уд}} = \frac{Pt}{\rho \sum \Delta V_i \Delta T_i}, \quad (4.5)$$

где  $\Delta T = T - T_0$  – отклонение средней температуры слоя от комнатной температуры;  $\rho$  – плотность нашего образца, равная  $670 \text{ кг/м}^3$ .

#### 4.4.3. *Нестационарное уравнение теплопроводности*

В нестационарном случае температура есть функция пространственных координат и времени. В случае цилиндрической симметрии изменения температуры происходят с течением времени и вдоль радиуса, т. е. –  $T(r, t)$ . Уравнение теплопроводности в цилиндрической системе отсчета для нашего случая запишется следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right). \quad (4.6)$$

Здесь введен коэффициент температуропроводности  $\alpha$ , который выражается через удельную теплопроводность, удельную теплоемкость и плотность вещества:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_{\text{уд}}} \left[ \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]. \quad (4.7)$$

Преобразуем уравнение (4.6). Для этого из двух переменных – радиуса и времени вместе с коэффициентом температуропроводности составим безразмерную комбинацию:  $\xi = \ln\left(\frac{\alpha t}{r^2}\right)$ . Затем предположим, что температура выражается через новую функцию одной переменной:  $T(r, t) = \Phi(\xi) = \Phi\left(\ln\left(\frac{\alpha t}{r^2}\right)\right)$ . В этом случае частные производные, входящие в нестационарное уравнение теплопроводности выражаются так:

$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} = \Phi' \cdot \left( \frac{1}{t} \right);$$

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = \Phi' \left( \frac{-2}{r} \right);$$

$$\frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) = \frac{4\alpha}{r^2} \Phi''.$$

Здесь одним и двумя штрихами обозначены первая и вторая производная функции  $\Phi$  по переменной  $\xi$ . Подставим полученные частные производные в уравнение теплопроводности (4.6):

$$\Phi' \cdot \frac{1}{t} = \frac{4\alpha}{r^2} \Phi'', \quad (4.8)$$

С учетом того, что функция  $\xi = \ln\left(\frac{\alpha t}{r^2}\right)$ , получаем:

$$\Phi' = 4 \exp(\xi) \cdot \Phi''. \quad (4.9)$$

В (4.9) разделим переменные  $\frac{\Phi''}{\Phi'} = (\ln(\Phi'))' = \frac{\exp(-\xi)}{4}$ , а после интегрирования получим  $\ln(\Phi') = -(1/4)\exp(-\xi) + \text{const}(\xi)$ , и окончательно будем иметь

$$\Phi' = A \exp\left(-\frac{\exp(-\xi)}{4}\right),$$

где  $A$  – константа, определяемая из граничных условий.

Проанализируем полученное выражение, для этого вернемся к начальным переменным:

$$\Phi' = A \exp\left(-\frac{\exp(-\xi)}{4}\right) = A \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha t}\right); \quad (10, \text{а})$$

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = \Phi' \cdot \frac{1}{t} = \frac{A}{t} \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha t}\right); \quad (10, \text{б})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} T(r,t) = \frac{-2A}{r} \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha t}\right). \quad (10, \text{в})$$

Из уравнения (10, в) определим константу  $A$ . При  $t \rightarrow \infty$  экспонента близка к единице и данное решение должно переходить

дить в стационарное уравнение, т. е.  $\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{P}{\lambda L 2\pi}$ , значит

$$A = \frac{P}{\lambda 4\pi L}.$$

Из соотношения (10, б) можно найти изменение температуры во времени вблизи оси нагрева, однако время необходимо отсчитывать не с момента включения нагрева, а со смещением  $\tau$ . При  $r \ll 2\sqrt{\alpha t}$  экспонента близка к единице, в этом случае  $T = A \ln t + \text{const}$ . В качестве константы можно взять температуру в ненулевой момент времени  $t_x > r^2 / 4\alpha$ , соответственно:

$$T(r_1, t) = T_x + \frac{P}{\lambda 4\pi L} \ln\left(\frac{t + \tau}{t_x + \tau}\right), \text{ где } \tau = \frac{r^2}{4\alpha}. \quad (4.11)$$

Выражение для  $\tau$  определяет время, за которое происходит существенное приближение градиента температуры к стационарному распределению.

Для того чтобы сопоставить процессы, протекающие в разные моменты времени и на разных расстояниях, вводится критерий подобия Фурье:

$$f = \frac{\alpha t}{r^2}. \quad (4.12)$$

В нашем случае, если  $f \gg 1/4$ , то градиент температуры в данной области в данный момент времени близок к стационарному.

#### 4.4.4. Определение температуры

Для измерения температуры используются полупроводниковые терморезисторы. В полупроводнике энергия перехода электрона из верхнего связанного состояния в свободное состояние сравнима с энергией теплового движения. Концентрация свободных зарядов определяется из распределения Больцмана

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{B}{T}\right),$$

где  $n_0$  – концентрация электронов на верхнем связанном уровне;  $E_i$  – энергия перехода;  $k$  – постоянная Больцмана;  $B$  – постоянная

полупроводника. Удельное сопротивление и сопротивление терморезистора обратно пропорциональны концентрации свободных зарядов.

Отношение сопротивления  $R$  полупроводникового терморезистора при температуре  $T$  к его сопротивлению  $R_0$  при температуре  $T_0$  будет равно

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\exp\left(\frac{B}{T}\right)}{\exp\left(\frac{B}{T_0}\right)} = \exp\left(B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right).$$

Из этого выражения можно выразить температуру

$$T = \frac{T_0}{\left(1 + \frac{T_0}{B} \ln\left(\frac{R}{R_0}\right)\right)}. \quad (4.13)$$

В качестве  $T_0$  и  $R_0$  можно взять, например, комнатную температуру, переведенную в абсолютную термодинамическую температуру, и сопротивление терморезистора, измеренное при данной температуре. Маркировка резистора соответствует его сопротивлению при  $20^\circ\text{C}$ , однако допускаемое отклонение от номинала составляет  $\pm 10\%$ . Можно положить  $B = 2560\text{K}$  для всех терморезисторов и использовать выражение (4.13) для расчета температуры, предварительно измерив сопротивление  $R_0$  каждого терморезистора при комнатной температуре  $T_0$ .

#### **4.5. Порядок выполнения работы**

##### *Проведение измерений*

4.5.1. На полностью остывшей установке измерьте сопротивление каждого терморезистора при комнатной температуре и занесите данные в табл. 4.1. Для этого поставьте переключатель 9 в положение « $R$ », затем включите мультиметр на диапазон измерения сопротивлений «2000». При помощи переключателя 8 поочередно, начиная с первого, измерьте сопротивление каждого

терморезистора. Комнатную температуру определите по термометру, установленному в лаборатории, и запишите в табл. 4.2.

4.5.2. Тумблером на боковой панели стенда включите нагрев (на передней панели загорится индикаторная лампа). Одновременно с включением нагрева запустите секундомер.

Таблица 4.1

*Результаты измерений сопротивлений терморезисторов на протяжении нагрева*

№ резистора	Без нагрева	10 мин	20 мин	30 мин	40 мин	50 мин	60 мин
	$R_0$ , Ом	$R$ , Ом	$R$ , Ом	$R$ , Ом	$R$ , Ом	$R$ , Ом	$R$ , Ом
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
Подводимая мощность		$U = \dots\dots\dots В$		$I = \dots\dots\dots А$		$P = UI = \dots\dots Вт$	

4.5.3. Запишите показания амперметра. Для измерения напряжения нагрева установите переключатель 9 в положение « $U$ », предварительно переведя мультиметр в режим измерения переменного напряжения с индексом 200 В. Напряжение занесите в табл. 4.1.

4.5.4. В течение 60 минут на протяжении нагрева с интервалом 10 минут проводите измерения текущих сопротивлений всех терморезисторов. Для этого переведите переключатель 9 в нейтральное положение, переключите мультиметр на измерение сопротивлений до 2000 Ом, затем переключите тумблер в положение « $R$ » Измеренные значения занесите в табл. 4.1.

4.5.5. После проведения измерений выключите нагрев и выключите мультиметр.

Таблица 4.2

*Результаты расчета температур терморезисторов на протяжении нагрева*

№ резистора	Комнатная	10 мин	20 мин	30 мин	40 мин	50 мин	60 мин	Стационарная
	$T_0, \text{ К}$	$T, \text{ К}$	$T, \text{ К}$	$T, \text{ К}$	$T, \text{ К}$	$T, \text{ К}$	$T, \text{ К}$	$T^*, \text{ К}$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								

*Проведение расчетов*

4.5.6. Используя формулу (4.13), рассчитайте температуру каждого терморезистора по измеренным значениям сопротивлений, данные занесите в табл. 4.2. Расчеты можно проводить в интервалах между измерениями.

4.5.7. На листе формата А4 по данным табл. 4.2 постройте графики зависимости температуры от времени для различных датчиков.

4.5.8. По формуле (4.4), исходя из разницы температур между первым и вторым, первым и третьим, либо вторым и третьим терморезисторами рассчитайте удельную теплопроводность исследуемого образца.

4.5.9. Из табл. 4.2 выберите одно распределение температур в диапазоне 20–40 минут с начала нагрева. Занесите выбранные данные в табл. 4.3

Таблица 4.3

## Расчет средней удельной теплоемкости образца

№	r, м	t =		P = UI =		Вт	
		T <sub>0</sub> , К	T, К	ΔT <sub>i</sub> , К	ΔV <sub>i</sub> , 10 <sup>-6</sup> м <sup>3</sup>	c <sub>уд</sub> , Дж/(кг·К)	
						c <sub>удi</sub>	⟨c <sub>уд</sub> ⟩
1	0,01				67,15		
2	0,02				119,38		
3	0,03				179,07		
4	0,04				238,76		
5	0,05				298,45		
6	0,06				358,14		
7	0,07				417,83		
8	0,08				477,52		
9	0,09				537,21		
10	0,10				596,90		
11	0,11				656,59		

4.5.10. По формуле (4.5) рассчитайте удельную теплоемкость исследуемого тела при различных  $\Delta T_i$  и  $\Delta V_i$  и среднее значение.

4.5.11. По формуле (4.7) рассчитайте температуропроводность исследуемого образца.

4.5.12. По формуле (4.3) рассчитайте теоретическое установившееся распределение температур, заполните последний столбец табл. 4.2. Нанесите это распределение на построенный график распределения температур в разные моменты времени.

4.5.13. Заполните табл. 4.4.

4.5.14. Рассчитайте характерное время перехода в стационарное состояние участков тела, находящихся на разных расстоя-

ниях от оси нагрева по формуле  $\tau = \frac{r^2}{4\alpha}$ .

4.5.15. Сделайте вывод по данной работе.

Таблица 4.4

*Геометрические размеры и тепловые свойства исследуемого образца*

Внешний радиус	$r_{\text{вн}}, \text{ м}$	0,125	Средняя Теплоемкость	$c, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	
Высота	$L, \text{ м}$	0,095	Удельная теплопроводность	$\lambda, \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{К}}$	
Плотность	$\rho, \text{ кг/м}^3$	670	Температуропроводность	$\alpha, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	

Таблица 4.5

*Характерное время перехода в стационарное состояние теплового потока и значение критерия Фурье на разных расстояниях*

№	$r, \text{ м}$	$\tau$	$f$
		МИН	
1	0,01		
2	0,02		
3	0,03		
4	0,04		
5	0,05		
6	0,06		
7	0,07		
8	0,08		
9	0,09		
10	0,10		
11	0,11		

#### **4.6. Вопросы для самоконтроля**

4.6.1. При каких условиях возникают явления переноса?

4.6.2. Запишите уравнения для расчета коэффициентов диффузии, внутреннего трения и теплопроводности. Что переносится в каждом из указанных явлений?



4.6.3. Каков физический смысл коэффициентов диффузии, внутреннего трения и теплопроводности?

4.6.4. Какова причина возникновения внутреннего трения? В чем отличие механизма возникновения силы внутреннего трения в газах и жидкостях?

4.6.5. Как определить коэффициент внутреннего трения методом Пуазейля?

4.6.6. От каких параметров зависит коэффициент внутреннего трения? Каков характер зависимости коэффициента внутреннего трения жидкости от температуры?

4.6.7. Какое течение жидкости называют ламинарным? Турбулентным?

4.6.8. Назовите критерий определения характера течения жидкости.

4.6.9. Как зависит коэффициент теплопроводности от температуры?

4.6.10. Сформулируйте первое начало термодинамики и запишите его для равновесных термодинамических процессов.

4.6.11. Что такое теплоемкость? Удельная и молярная? Какая связь между ними?

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теплофизика [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 280700.62 «Техносферная безопасность» профиль 280702.62 «Безопасность технолог. процессов и пр-в» / В. В. Дырдин [и др.] ; ФГБОУ ВПО Кузбас. гос. техн. ун-т. им. Т. Ф. Горбачева – Кемерово, 2012. – 90 с.

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90886&type=utchposob:common>

2. Савельев, И. В. Курс физики : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по техн. и технолог. направлениям и специальностям : в 3-х т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны. – Изд. 3-е, стереотип. – СПб. : Лань, 2007. – 352 с.

3. Термодинамика [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Горн. де-

ло» / В. В. Дырдин [и др.] ; Кузбас. гос. техн. ун-т. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово, 2009. – 176 с.

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90911&type=utchposob:common>

4. Детлаф, А. А. Курс физики : учеб. пособие для студентов вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 4-е изд., испр. – М. : Изд. Центр «Академия», 2003. – 720 с.

5. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов. – В 5 т. – Т. II. «Термодинамика и молекулярная физика». – 5-ое изд., испр. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 544с.

## Приложение

1. По закону Стефана – Больцмана можно рассчитать поток излучения с поверхности нити, формула (2.11).

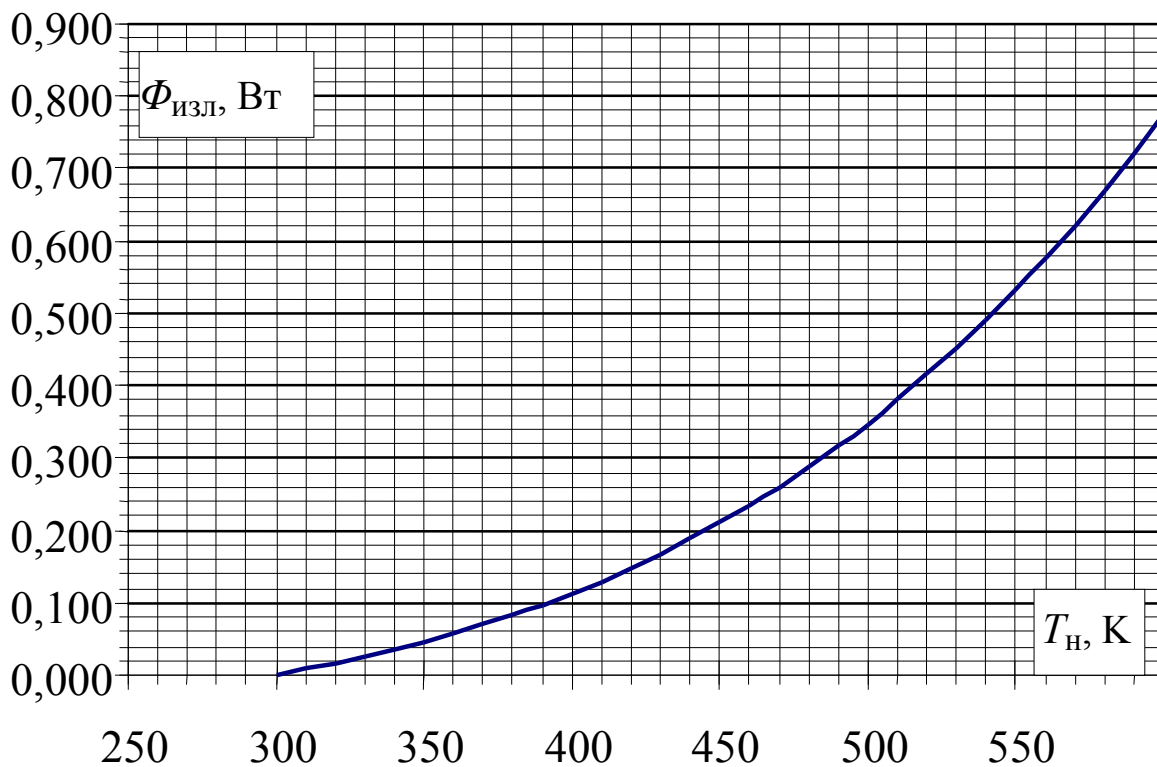


Рис. П.1. График зависимости мощности теплового излучения от температуры нити (При  $T_c = 298$  К)

2. Для оценки теплового потока, переносимого конвекцией, рассмотрим идеализированную модель, в которой нагретый воздух, находящийся возле нити, поднимается до верхнего конца

цилиндра, перемещается к внешней стенке, охлаждается и опускается вниз, там перемещается к центру и снова оказывается возле нагретой нити. Возникают два потока – восходящий (в центральной части) и нисходящий (возле внешних стенок). Радиус цилиндра, условно разделяющий эти потоки, т. е. поверхность, где воздух постоит, назовем радиусом восходящего потока  $r_K$ .

Для оценки примем радиус потока равным радиусу, соответствующему средней температуре между нитью и стенкой сосуда. Для  $T_H = 500$  К по формуле (2.6) построен график рис. П2. На основании графика примем  $r_K = 0,4$  мм, температуру восходящего потока  $T_1 = 450$  К, температуру нисходящего  $T_2 = 320$  К, плотности воздуха, соответствующие данным температурам  $\rho_1 = \frac{PM}{RT_1}$  и  $\rho_2 = \frac{PM}{RT_2}$ . На концах внутреннего цилиндра из-за меньшей плотности воздуха создается разность давлений  $\Delta P = (\rho_2 - \rho_1)gL$ . Вязкость воздуха при такой температуре  $\eta = 2,3 \cdot 10^{-5}$  Па·с.

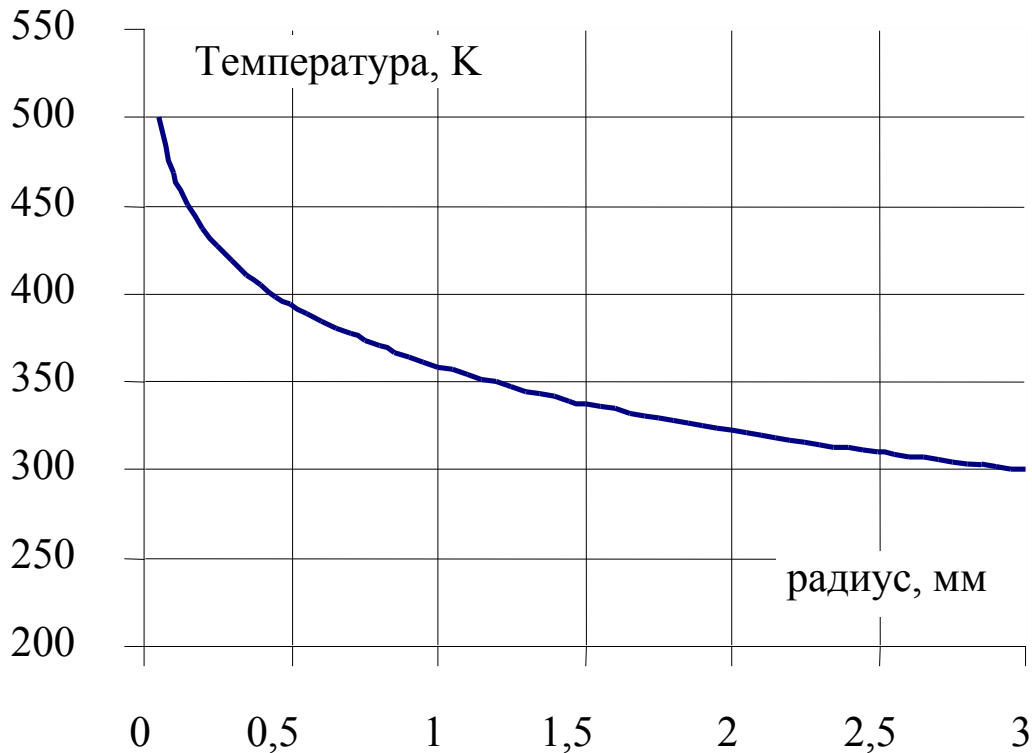


Рис. П.2. График зависимости температуры воздуха от радиуса

В наших оценочных расчетах можно пренебречь трением воздуха о поверхность нити в связи с ее малой площадью и воспользоваться формулой Пуазейля, которая позволяет рассчитать объемный расход через цилиндрическую трубку. Получим объем воздуха, прошедшего возле нити в единицу времени. Умножив объем на плотность, получим массу воздуха, умножив массу на удельную теплоемкость и разницу температур, получим перенесенное тепло в единицу времени, т. е. мощность конвекционного переноса

$$\Phi_{\text{КОНВ}} = \left[ \frac{\Delta P (r_K)^4 \pi}{8 \eta L} \right] \left[ \frac{PM}{RT_1} \right] \left[ \frac{5R}{2M} (T_1 - T_2) \right].$$

Проведя сокращения, получим

$$\Phi_{\text{КОНВ}} = \frac{PMg(r_K)^4 \pi}{R8\eta} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \frac{P}{T_1} \frac{5}{2} (T_1 - T_2). \quad (\text{П1})$$

Основным фактором, влияющим на мощность конвекционного переноса тепла, является радиус восходящего потока. Посчитаем мощность конвекционного переноса для двух значений радиуса потока принятого нами:  $r_K = 0,4$  мм и заведомо большего радиуса  $r_K = r_1 / \sqrt{2} = 2$  мм, получим:

$$\Phi_{\text{КОНВ}}(r_K = 0,4 \text{ мм}) \approx 10^{-4} \text{ Вт},$$

что примерно на четыре порядка меньше подводимой мощности.

Таким образом, мы действительно можем пренебречь конвекционным переносом тепла.

Составители

Дырдин Валерий Васильевич  
Смирнов Вячеслав Геннадьевич  
Мальшин Анатолий Александрович

## **ТЕПЛОФИЗИКА**

**Лабораторный практикум**  
по дисциплине «Теплофизика» для студентов  
направления 280700.62 «Техносферная безопасность»

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 10.04.2013. Формат 60×84/16.  
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе. Уч.-изд. л. 2,4.  
Тираж 26 экз. Заказ  
КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28.  
Типография КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4 а.