

В. В. Дырдин Т. Л. Ким А. А. Мальшин

Физика
Колебания и волны. Оптика

Кемерово 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

В. В. Дырдин Т. Л. Ким А. А. Мальшин

Физика
Колебания и волны. Оптика

Учебное пособие

Кемерово 2016

УДК 530.1 (534, 535)

Рецензенты:

Кафедра физики ФГБОУ ВО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности» (заведующий кафедрой доктор технических наук, профессор А. М. Осинцев)

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики ФГБОУ ВО «Кемеровский государственный университет» А. В. Ханефт

Дырдин, В. В. **Физика. Колебания и волны. Оптика** : учеб. пособие / В. В. Дырдин, Т. Л. Ким, А. А. Мальшин ; КузГТУ. – Кемерово, 2016. – 222 с. ISBN 978-5-906805-93-5

Учебное пособие содержит основные положения теории колебаний и волн и их применение к пониманию широкого спектра явлений интерференции, дифракции и поляризации. Включены вопросы и задачи для самостоятельной работы по данному разделу физики.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 21.05.04 «Горное дело» и 21.05.05 «Физические процессы горного производства», а также может быть использовано студентами других направлений.

Печатается по решению редакционно-издательского совета КузГТУ.

УДК 530.1 (534, 535)

© КузГТУ, 2016

© Дырдин В. В., Ким Т. Л.,
Мальшин А. А., 2016

ISBN 978-5-906805-93-5

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие содержит изложение основных законов физики по разделу «Колебания и волны» и их применение к объяснению широкого круга явлений интерференции, дифракции и поляризации. Подготовлено на основе курса лекций, которые читали авторы в Кузбасском государственном техническом университете в течение ряда лет, и предназначено для студентов, обучающихся по специальностям «Горное дело» и «Физические процессы горного производства».

Потребность в создании книги возникла в связи с увеличением объема самостоятельной работы студентов при изучении дисциплин, поэтому учебная литература должна быть максимально доступна, содержать необходимые теоретические сведения, особенности решения задач, а также описания лабораторных работ и установок.

В данном учебном пособии каждая тема начинается с изложения основных физических законов, что дает возможность проводить качественный и количественный анализ решения предложенных задач. Также подобраны вопросы и задачи для самостоятельной работы, по основным темам курса физики распределены лабораторные работы.

Большое значение имеет практическое применение теоретических знаний. Выработка приемов и навыков решения конкретных задач из разных областей физики поможет в дальнейшем решать сложные инженерные задачи, позволяющие управлять состоянием массива горных пород, обеспечивать безопасность технологических процессов.

Методические рекомендации к решению задач

К решению задач следует приступать, изучив теоретический материал на соответствующую тему.

При решении задач целесообразно придерживаться следующей схемы:

- по условию задачи представить себе физическое явление, о котором идет речь. Сделать краткую запись условия, выразив исходные данные в единицах СИ;
- сделать, где это необходимо, чертеж, схему или рисунок, поясняющие описанный в задаче процесс;
- написать уравнения или систему уравнений, отображающих физический процесс;

- используя чертежи и условие задачи, преобразовать уравнения так, чтобы в них входили лишь исходные данные и табличные величины;
- решив задачу в общем виде, проверить конечную формулу на соответствие размерностей;
- осуществить вычисления и оценить реальность числового ответа.

Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ

С первых занятий в лаборатории студент должен иметь представление об устройстве и принципе действия используемых приборов. К каждому выполняемому эксперименту нужно относиться как к научному исследованию. Самое ценное – это приобрести навыки и умения работы с измерительными приборами, освоить методы измерения физических величин, научиться анализировать полученные результаты и рассчитывать погрешности измерений.

Подготовка к выполнению лабораторной работы начинается с изучения теории по учебникам и учебным пособиям, знакомства с содержанием лабораторной работы с целью получить представление о явлениях, закономерностях, а также методе измерения и используемых приборах, последовательности действий при проведении измерений.

В начале выполнения работы студент должен ознакомиться с особенностями экспериментальной установки, понять, как включаются и выключаются приборы.

Все сведения о приборах (класс точности, максимальное значение на шкале, по которой производятся измерения, и цена деления) и условиях эксперимента необходимо записать в *рабочую тетрадь*. Первые измерения должны быть контрольными, чтобы убедиться, что все работает нормально, диапазон измерений выбран правильно.

При проведении измерений все записи результатов должны быть сделаны в *рабочей тетради* четко и подробно, с нужными пояснениями. Если разброс результатов измерений получится очень большой, то нужно найти и устранить причину этого, но не выполнять большое количество измерений.

Расчеты следует проводить в той же *рабочей тетради*. Измеряемые величины должны быть представлены в виде среднего зна-

чения, также должны быть указаны абсолютная и относительная погрешности. *В отчете* по лабораторной работе привести *примеры расчетов* и заполнить *таблицы*. **Оформление результатов измерений** в виде таблиц и графиков позволит сравнить их с данными, приводимыми в справочниках.

Вывод по работе должен содержать ответы на следующие вопросы:

- что изучали (какое явление, процесс, закон) и каким способом проводили изучение (каким методом, прибором)?
- в чем заключается суть применяемого метода и какие параметры должны быть для этого измерены?
- каково расхождение экспериментально полученных данных с теоретическими, а также со справочными значениями, чем можно объяснить расхождение результатов (физическая причина)?
- какие зависимости установлены (по графикам)?

Важнейшая задача, которую всегда приходится решать экспериментатору, заключается в выборе правильного метода измерений и соответствующих приборов, а также оценке достоверности результатов.

Студент должен уметь строить необходимые графики.

При построении графиков необходимо выполнять следующие правила:

- строить координатные оси с учетом выбранного удобного масштаба. Если результаты измерений далеко за пределами нулевых отметок и не требуется привязки к нулевой отметке по условиям задачи, то совсем необязательно, чтобы пересечение осей координат совпадало с началом отсчета по каждой оси;
- возле каждого конца осей координат указывать измеряемую физическую величину с множительным коэффициентом и единицами измерений;
- через экспериментальные точки проводить плавную линию таким образом, чтобы сумма квадратов расстояний от экспериментальных точек до линии принимала минимальное значение (причем она может проходить не через все отмеченные точки, а близко к ним, так чтобы эти точки находились по обе стороны кривой на одинаковом от нее расстоянии, не превышающем абсолютные погрешности данного измерения). В программе Microsoft Excel

этой линией является линия тренда, для которой определяется уравнение кривой и коэффициент достоверности аппроксимации.

Авторы глубоко признательны и выражают благодарность рецензентам доктору физико-математических наук, профессору А. В. Ханефту и доктору технических наук, профессору А. М. Осинцеву за ценные замечания и обсуждение некоторых методологических аспектов пособия.

ГЛАВА 1. КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

§ 1.1. Основные понятия

Окружающий нас мир полон движущихся объектов. Их движение можно разделить на два класса в зависимости от того, остается ли объект вблизи некоторого среднего положения или такого положения нет.

Возможны различные движения: колебания маятника, вибрация струны гитары, скрипки, движение электронов в атомах, скольжение фигуриста, хоккейной шайбы, пучок света или электронов в телевизионной трубке.

Иногда одно и то же движение можно отнести к любому классу в зависимости от точки зрения на объект.

Например, волна движется к берегу, но утка, сидящая на поверхности, совершает движение вверх и вниз, а также вперед назад относительно среднего положения.

Колебаниями называются процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости (качание маятника часов, колебания струны, изменение напряжения между обкладками конденсатора).

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают колебания: механические, электромагнитные, электромеханические и т. д.

В зависимости от характера воздействия на колеблющуюся систему различают *свободные* (или *собственные*) колебания, *вынужденные* колебания, *автоколебания* и *параметрические* колебания.

Свободными или *собственными* называют такие колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе после того, как ей был сообщен толчок, либо она была выведена из положения равновесия. Пример – шарик, подвешенный на нити.

Вынужденными называются такие колебания, в процессе которых колеблющаяся система подвергается воздействию внешней периодически изменяющейся силы. Пример – колебания моста, возникающие при прохождении по нему людей, шагающих в ногу.

Автоколебания, как и вынужденные колебания, сопровождаются воздействием на колеблющуюся систему внешних сил, однако моменты времени, когда осуществляются эти воздействия, задаются самой колеблющейся системой – система сама управляет внешним воздействием. Пример – часы, в которых маятник получает толчки

за счет энергии поднятой гири или закрученной пружины, причем эти толчки происходят в моменты прохождения маятника через среднее положение.

При *параметрических* колебаниях за счет внешнего воздействия происходит периодическое изменение какого-либо параметра системы, например длины нити, на которой подвешен шарик, совершающий колебания.

Рассмотрим примеры свободного колебательного движения замкнутых систем, вызванного первоначальным внешним возбуждением. Такие колебания называются свободными, или собственными.

Любая система, которую мы будем изучать, описывается некоторой физической величиной, чье отклонение от равновесного значения зависит от координат и времени. В случае механических систем такой физической величиной является смещение массы в точке с координатами x, y, z от положения равновесия. Смещение описывается векторной функцией $\vec{\Psi}(x, y, z, t)$, которую будем называть волновой функцией. В случае электрических систем это может быть ток в катушке I_L или заряд на конденсаторе Q_C . В других примерах это может быть электрическое поле $\vec{E}(x, y, z)$ или магнитное поле $\vec{B}(x, y, z)$.

Если значения колеблющихся величин (смещения, скорости, силы тока и т. д.) повторяются через равные промежутки времени, то колебания называются периодическими (качание маятника часов, движение поршня в цилиндре и др.). Один законченный цикл колебательного процесса, после которого он повторяется в том же порядке, называется *полным колебанием*.

Для механических колебаний материальной точки (тела) характерно существование положения устойчивого равновесия, в котором материальная точка (тело) находится до тех пор, пока внешняя сила не выведет ее из этого состояния. За счет работы внешних сил материальная точка получает избыточную энергию и, предоставленная самой себе, совершает *собственные* или *свободные* колебания при последующем отсутствии внешних воздействий.

Максимальное значение колеблющейся величины называется амплитудой A колебания.

Колебания осциллятора, происходящие с постоянной амплитудой, называются *незатухающими*, а с уменьшающейся амплитудой – *затухающими*.

Время одного полного колебания называется *периодом* T .

Число полных колебаний за единицу времени называется *частотой* ν периодических колебаний. Очевидна связь между периодом и частотой:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.1)$$

Размерность частоты $[\nu] = 1$ Гц (герц).

Число полных колебаний за время 2π секунд называется *циклической* или *круговой* частотой ω :

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.2)$$

Размерность циклической частоты $[\omega] = 1$ рад/с = с⁻¹.

§ 1.2. Свободные колебания без трения

Рассмотрим систему с одной степенью свободы. Потенциальная энергия такой системы:

$$U = U(q),$$

где q – обобщенная координата, отсчитываемая от положения устойчивого равновесия, где $U = U_{\min}$.

Разложим U в ряд по степеням q в малой окрестности точки $q = 0$. Ограничимся первыми членами (ввиду малости):

$$U(q) = U(0) + U'(0) \cdot q + \frac{1}{2} \cdot U''(0) \cdot q^2.$$

Из условия равновесия следует, что $U'(0) = 0$. Потенциальную энергию U отсчитываем от положения равновесия $U(0) = 0$.

Обозначим $U''(0) = \chi$, причем, в точке минимума $U''(0) > 0$, поэтому ($\chi > 0$), тогда $U(q) = \frac{\chi \cdot q^2}{2}$.

Кинетическая энергия описывается выражением $T = \gamma(q) \cdot \dot{q}^2$. При прохождении через положение равновесия $T \neq 0$, следовательно, $\gamma(0) \neq 0$. Разложим $\gamma(q)$ в ряд и, сохранив ввиду малости q

только нулевой член разложения, запишем $T = \frac{\mu \dot{q}^2}{2}$, где $\mu = 2\gamma(0)$.

Составим функцию Лагранжа $L = T - U$; $L = \frac{\mu \dot{q}^2}{2} - \frac{\chi q^2}{2}$.

А уравнение Лагранжа будет иметь вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0, \quad \mu \ddot{q} + \chi q = 0 \text{ или}$$

$$\ddot{q} + \frac{\chi}{\mu} q = 0, \quad \ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Это линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Применяя подстановку $q = e^{\lambda t}$, приходим к характеристическому уравнению

$$\lambda^2 + \omega_0^2 = 0.$$

Решения этого уравнения: $\lambda_1 = i\omega_0$; $\lambda_2 = -i\omega_0$.

Общее решение:

$$q = c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t}, \quad (1.3)$$

где c_1, c_2 – комплексные постоянные величины.

Значения q должны быть вещественными, следовательно, $q = q^*$ (* – комплексно-сопряженная величина).

Подставив это выражение в (1.3), получим

$$c_1^* e^{-i\omega_0 t} + c_2^* e^{i\omega_0 t} = c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t}.$$

Данное соотношение выполняется, если $c_1^* = c_2$ и $c_2^* = c_1$.

$$\text{Тогда } c_1 = \frac{A}{2} e^{i\varphi}; \quad c_2 = \frac{A}{2} e^{-i\varphi},$$

где A, φ – произвольные вещественные постоянные.

Подставляя эти значения в (1.3), получим

$$q = \frac{A}{2} (e^{i(\omega_0 t + \varphi)} + e^{-i(\omega_0 t + \varphi)}) = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (1.4)$$

Из (1.4) следует, что свободное движение системы вблизи положения устойчивого равновесия носит характер гармонического колебания, если q – мало.

Уравнение (1.4) относительно волновой функции можно записать в виде

$$\psi(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Колебания, описываемые уравнением (1.3), являются результатом проявления таких свойств физической системы, как возвращающая сила, которая стремится вернуть «движущийся элемент» в положение равновесия ($\psi = 0$), в результате чего он приобретает скорость, отличную от нуля $\frac{d\psi}{dt} \neq 0$, и дальше движется по инерции.

В электрических колебательных системах также имеется возвращающая сила, которая возникает из-за явления электромагнитной индукции.

Инерция системы противодействует любому изменению $\frac{d\psi}{dt}$.

В электрических цепях инерция определяется I_L или Q_C . Угловая частота ω_0 связана с физическими свойствами системы, а ω_0^2 имеет физический смысл как удельная (на единицу массы) возвращающая сила на единицу смещения.

Если колебания некоторой системы описываются уравнением

$$\psi(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ или } \psi(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

и на систему не действуют никакие внешние силы, то она может совершать колебания бесконечно долго. В действительности же всегда имеется трение, которое вызывает затухание колебаний. Поэтому реальные колебания являются затухающими:

$$\psi(t) = A e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\omega t + \varphi).$$

§ 1.3. Примеры гармонических колебаний

Если тело подвешено на оси в точке O (рис. 1.1), не совпадающей с центром масс тела C , то под действием силы тяжести $m\vec{g}$ оно может вращаться (качаться) вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O , называемую точкой подвеса маятника. Точка C – центр тяжести маятника. Такая система

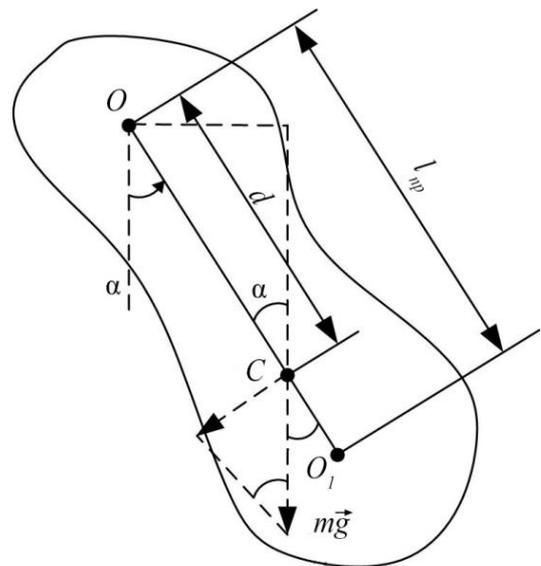


Рис. 1.1. Физический маятник

называется *физический маятник*.

Основное уравнение для вращательного движения тела запишется:

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -M,$$

где $M = dmg \sin \alpha$. При малых колебаниях $\sin \alpha = \alpha$. Тогда

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \alpha = 0.$$

Отсюда следует, что α удовлетворяет уравнению гармонических колебаний, и получаем решение:

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$.

Период колебаний физического маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}, \quad (1.5)$$

где $l_{\text{пр}} = \frac{I}{md}$ – приведенная длина маятника.

Математический маятник представляет собой предельный случай физического маятника, когда вся масса маятника сосредоточена в его центре. Поэтому $d = l$, а $I = ml^2$. Следовательно:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1.6)$$

Для возбуждения электромагнитных колебаний служит *колебательный контур*, который состоит из параллельно соединенных конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L (рис. 1.2).

Запишем 2-й закон Кирхгофа для данной цепи для мгновенных значений:

$$iR + u_L = -u_c \text{ или}$$

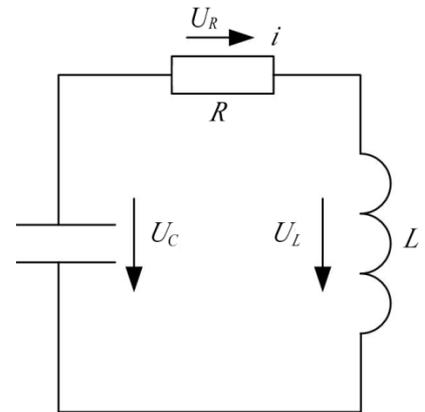


Рис. 1.2. Колебательный контур

$$iR + u_L + u_c = 0.$$

$$R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0. \quad (1.7)$$

Если $R = 0$, контур идеальный и уравнение примет вид

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0. \quad (1.8)$$

Отсюда следует формула Томсона:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (1.9)$$

Решением уравнения (1.8) является $q = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, тогда

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega_0 q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} + \varphi_0\right);$$

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \sin(\omega_0 t + \varphi_0); \quad u_0 = \frac{q_0}{C};$$

$$i = \omega_0 q_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}} = \frac{U_0}{\sqrt{L/C}} = \frac{U_0}{\rho},$$

где $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ – волновое сопротивление электрического контура.

Следовательно, чтобы возбудить колебания в этом контуре, необходимо обкладкам конденсатора сообщить некоторый заряд (или возбудить в катушке ток). Если к моменту времени $t = 0$ конденсатор заряжен, то между обкладками конденсатора возникает электрическое поле, энергия которого (рис. 1.3, *a*)

$$W_{\text{Э}} = \frac{CU^2}{2},$$

где U – разность потенциалов (напряжение) на пластинах конденсатора.

При разряде конденсатора через катушку пойдет возрастающий со временем ток I . Энергия электрического поля в конденсаторе при этом уменьшается, а энергия магнитного поля $W_{\text{М}}$ в катушке

$W_{\text{М}} = \frac{LI^2}{2}$ возрастает. Так как тепловых потерь в контуре при

$R = 0$ нет, то, согласно закону сохранения энергии, полная энергия в контуре остается неизменной: $W = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}$.

Через время $t = T/4$ конденсатор полностью разряжается, $W_{\text{Э}} = 0$, а энергия магнитного поля в катушке становится максимальной, ток также достигает максимального значения (рис. 1.3, б). Начиная с этого момента ток и магнитное поле в катушке уменьшаются, следовательно, в ней возникает ток самоиндукции, который течет в том же направлении, что и ток разряда конденсатора (согласно правилу Ленца). Конденсатор при этом перезаряжается, и в нем возникает электрическое поле противоположного направления с энергией $W_{\text{Э}}$. Это поле стремится ослабить ток, который к моменту времени $t = T/2$ обращается в нуль, $W_{\text{М}} = 0$, заряд на пластинах конденсатора и энергия электрического поля в нем становятся максимальными (рис. 1.3, в). После этого все рассмотренные процессы повторяются, т. е. в контуре возникают периодические *незатухающие* электромагнитные колебания (*свободные*).

Всякий реальный контур обладает сопротивлением ($R \neq 0$). Потери энергии в виде джоулева тепла приводят к уменьшению энергии W контура, колебательные процессы в нем постепенно ослабевают и прекращаются. Колебания такого рода называются *затухающими*. Для поддержания колебаний в течение длительного времени в контур следует включить периодически изменяющуюся ЭДС, которая возбуждает в нем *вынужденные* колебания.

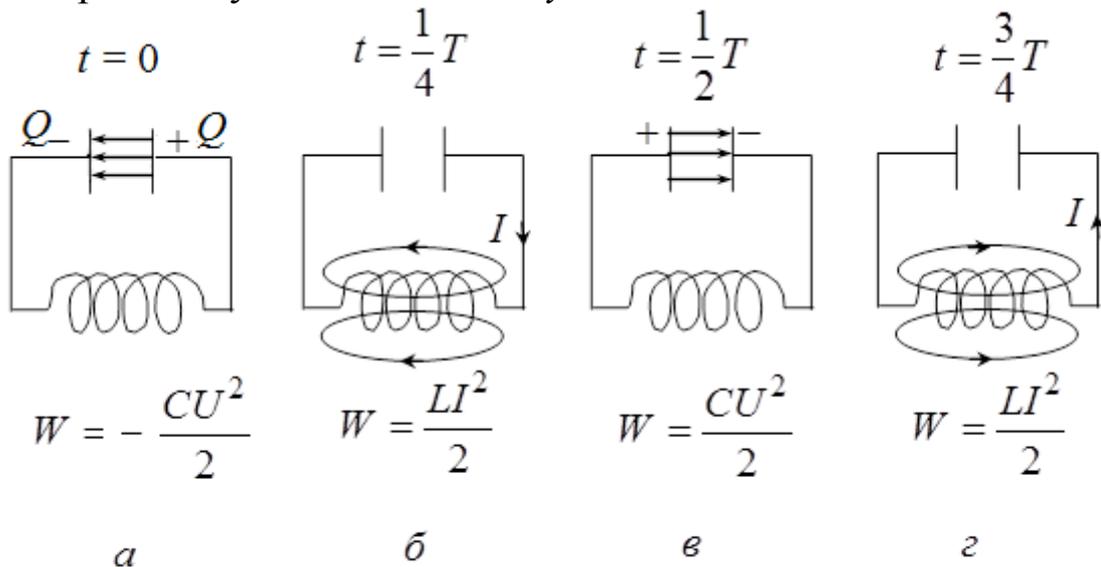


Рис. 1.3. Гармонические колебания в колебательном контуре

§ 1.4. Способы изображения гармонических колебаний

Синусоидальные величины можно изображать с помощью волновых диаграмм, представляющих собой мгновенные значения синусоидальных величин в зависимости от времени t или фазы ωt .

Операции с волновыми диаграммами затруднены, поэтому чаще используют метод векторных диаграмм.

Синусоидально изменяющуюся величину можно представить как проекцию вектора, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω , на вертикальную ось. Поскольку частота (угловая скорость) для всех синусоидальных величин электрической цепи (например, изображенной на рис. 1.4) одинакова, то они друг относительно друга неподвижны, т. е. их можно расположить на плоскости с учетом только начальных фаз. Например, если токи определяются выражениями

$$i_1 = I_{\max 1} \sin(\omega t + \varphi_1) \quad \text{и} \\ i_2 = I_{\max 2} \sin(\omega t + \varphi_2), \quad \text{а } \varphi_2 > \varphi_1,$$

то векторная диаграмма их может быть представлена на рис. 1.4 для момента времени $t = 0$. Следовательно, операции с синусоидальными величинами заменяются операциями над векторами, изображенными на плоскости для момента времени $t = 0$.

Получил наибольшее распространение для изображения синусоидальных (косинусоидальных) величин метод комплексных чисел, при этом сама функция будет равна либо действительной, либо мнимой части комплекса, ее изображающего. Действительно, пусть $\dot{I} = I_{\max} e^{i(\omega t + \varphi)} = I_{\max} \cos(\omega t + \varphi) + i I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$, где $i = \sqrt{-1}$, т. е. мнимая единица.

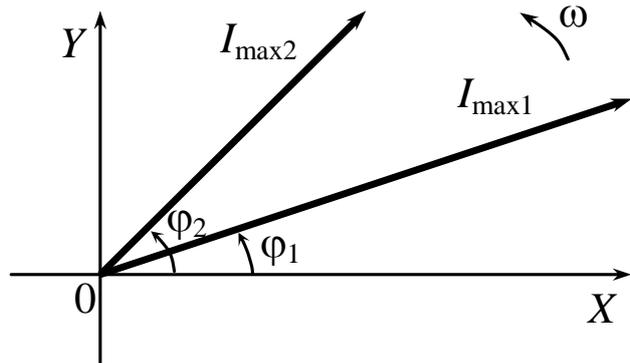


Рис. 1.4. Геометрический способ изображения колебаний

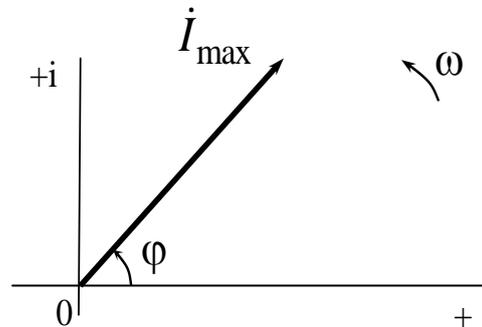


Рис. 1.5. Изображение синусоидальных величин на комплексной плоскости

Это можно представить на комплексной плоскости (рис. 1.5), где \dot{I}_{\max} – комплекс амплитудного значения тока.

Этот метод позволяет операции сложения, вычитания, умножения и деления синусоидальных величин заменить операциями над соответствующими комплексными числами.

§ 1.5. Сложение гармонических колебаний

Пусть имеются два одинаковых гармонических колебания. Это, например, когда имеются два грузика на пружинах:

$$\begin{cases} \psi_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1); \\ \psi_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2). \end{cases}$$

$$\psi = A \sin(\omega_3 t + \varphi) \text{ при } \omega_1 = \omega_2 = \omega_3.$$

1. Два колебания называются когерентными, если разность их фаз остается постоянной (не зависит от времени):

$$\Delta = (\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2) = (\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2),$$

т. е. $\omega_1 - \omega_2 = 0$, или

$$\omega_1 = \omega_2.$$

Для когерентных колебаний разность фаз равна разности начальных фаз.

Если разность фаз кратна 2π , т. е. $\Delta = \pm 2\pi m$, где m – целое число, то колебания совпадают по фазе (синфазны) и

$$A = A_1 + A_2,$$

а если $\Delta = \pm(2m+1)\pi$, то колебания находятся в противофазе. Когерентные колебания можно изобразить в виде векторной диаграммы (рис. 1.6), с помощью теоремы косинусов находим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2};$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

2. Если частоты гармонических колебаний различны, то они некогерентны. При их сложении получаются негармонические колебания. Если частоты близки, то получаются в итоге биения

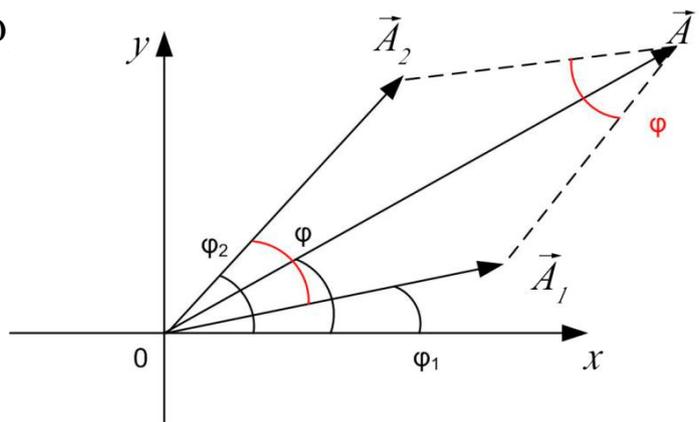


Рис. 1.6. Сложение колебаний

(рис. 1.7). Математически это записывается условием: $|\omega_2 - \omega_1| \ll \omega_1$.

Пусть $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0$, в этом случае:

$$\psi_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_0); \psi_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0) = A_2 \sin[\omega_1 t + \varphi_0 + \varphi(t)],$$

где $\varphi(t) = (\omega_2 - \omega_1)t$.

Результирующее колебание $\psi = \psi_1 + \psi_2$ удовлетворяет соотношению

$$\psi = A(t) \sin[\omega_1 t + \varphi_0 + \varphi(t)] = 2A_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \varphi_0\right),$$

$$\text{где } A(t) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi(t); \operatorname{tg} \varphi = \frac{A_2 \sin \varphi(t)}{A_1 + A_2 \cos \varphi(t)},$$

если $A_1 = A_2 = A_0$, тогда $A(t) = 2A_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right)$,

где $A(t)$ – амплитуда биений, изменяется с частотой $\Omega = |\omega_2 - \omega_1|$ от $|A_1 - A_2|$ до $A_1 + A_2$.

Период и частота биений:

$$T_6 = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|} = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}; \nu_6 = \frac{1}{T_6} = |\nu_2 - \nu_1|.$$

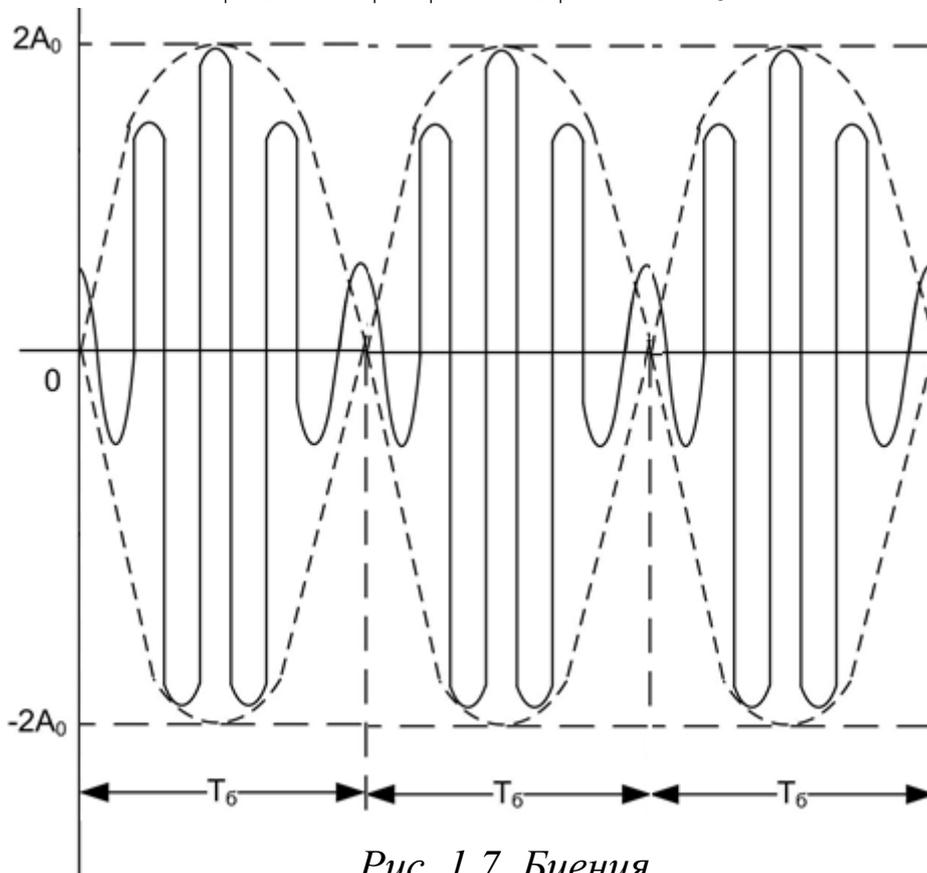


Рис. 1.7. Биения

3. Если колебания имеют кратные циклические частоты $\omega, 2\omega, 3\omega$ и т. д., то при сложении получаются периодические негармонические колебания с периодом $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Любую периодическую несинусоидальную функцию можно разложить в ряд Фурье, т. е. по гармоническим составляющим (гармоникам), имеющим частоты $\omega, 2\omega, 3\omega$ и т. д. Совокупность гармоник образует спектр колебания:

$$\psi = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) = \frac{A_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin(n\omega t + \varphi_n)).$$

Периодические несинусоидальные колебания имеют дискретный (линейчатый) спектр частот. Непериодические несинусоидальные колебания имеют непрерывный (сплошной) спектр частот.

Если один из параметров (амплитуда, частота) гармонических колебаний изменяется по какому-либо закону за время, значительно большее периода колебаний, то это носит название модуляции колебаний: амплитудная модуляция, частотная модуляция.

Например при амплитудной модуляции основное колебание $\psi = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, а модулированное $\psi = A_0 [1 + b(t)] \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, где $|b(t)| < 1$.

Если амплитудная модуляция осуществляется по гармоническому закону $b(t) = b_0 \cos \Omega t$, где $b_0 = \text{const}$, если $\Omega \ll \omega_0$, тогда

$$\psi = A_0 (1 + b_0 \cos \Omega t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Данное модулированное колебание имеет линейчатый спектр, состоящий из трех гармоник: $\omega_0, \omega_0 - \Omega, \omega_0 + \Omega$, амплитуды которых равны $A_0, \frac{A_0 b_0}{2}$ и $\frac{A_0 b_0}{2}$ соответственно.

$$A_0 (1 + b_0 \cos \Omega t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{1}{2} A_0 b_0 \{ \sin[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0] + \sin[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0] \}.$$

Модуляция используется при передаче сигналов в телевидении и радиосвязи.

Рассмотрим сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Пусть точка M колеблется вдоль осей координат OX и OY по следующим формулам:

$$\begin{cases} x = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1); \\ y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2), \end{cases} \text{ т. е. } \omega_1 = \omega_2 = \omega.$$

Уравнение траектории результирующего движения точки в плоскости XOY можно найти, если из системы уравнений исключить время. Для этого запишем уравнения в следующей форме:

$$\begin{cases} \frac{x}{A_1} = \sin \omega t \cdot \cos \varphi_1 + \cos \omega t \cdot \sin \varphi_1; \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\begin{cases} \frac{y}{A_2} = \sin \omega t \cdot \cos \varphi_2 + \cos \omega t \cdot \sin \varphi_2. \end{cases} \quad (1.11)$$

После преобразований получим

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Траектория имеет форму эллипса (эллиптически поляризованные колебания). Ориентация осей эллипса, а также его размеры зависят от A_1 , A_2 и $(\varphi_2 - \varphi_1)$ (рис. 1.8, *a*). Если $\varphi_2 - \varphi_1 = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$, то оси эллипса совпадают с OX и OY , а размеры полуосей равны A_1 и A_2 .

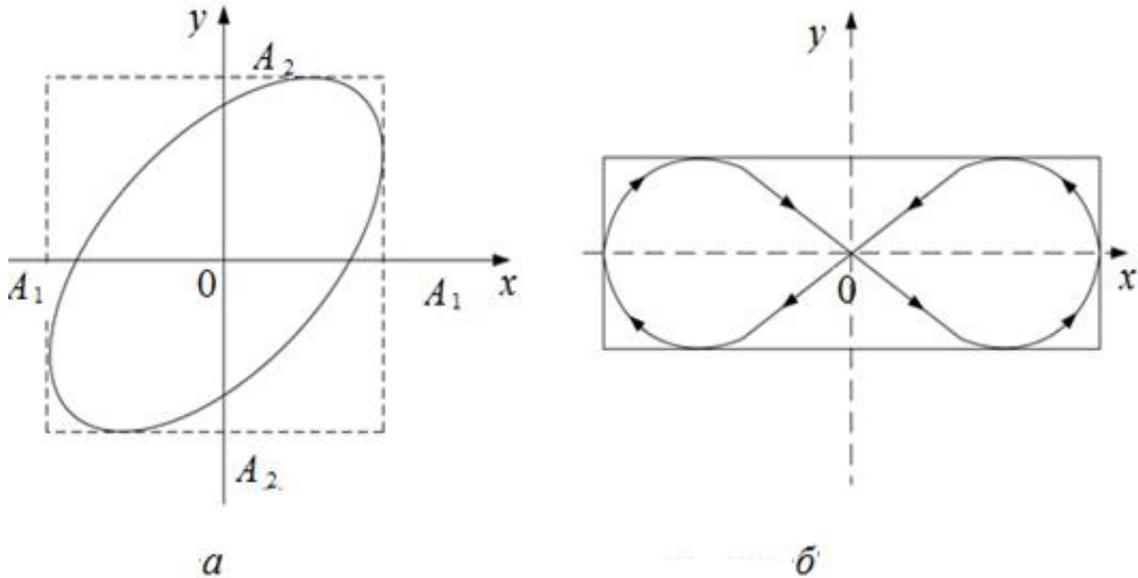


Рис. 1.8. Сложение колебаний: *a* – $\omega_1 = \omega_2$; *б* – $\omega_1 = 2\omega_2$

Если $A_1 = A_2$, то колебания поляризованы по кругу.

Если $\varphi_2 - \varphi_1 = t\pi$, где t – целое число, то эллипс вырождает-

ся в отрезок прямой: $y = \pm \left(\frac{A_2}{A_1}\right)x$ (линейно-поляризованные колебания).

При сложении взаимно перпендикулярных колебаний с циклической частотой $p\omega$ и $q\omega$, где p и q целые числа, формой колебаний являются фигуры Лиссажу, которые вписываются в прямоугольник со сторонами $2A_1$ и $2A_2$. На рисунке представлено сложение колебаний для $\frac{q}{p} = \frac{2}{1}$ и $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ (рис. 1.8, б).

§ 1.6. Затухающие колебания

В реальных условиях свободные колебания систем всегда затухают. Это связано с трением, сопротивлением воздушной среды или с другими силами. Рассмотрим линейную колебательную систему, т. е. систему, параметры которой не изменяются в процессе колебаний. Например, $R, L, C = \text{const}$. Такие системы описываются линейными дифференциальными уравнениями. Ранее нами для электрического контура R, L, C было получено дифференциальное уравнение колебаний относительного электрического заряда (1.7).

Введем коэффициент затухания $\beta = \frac{b}{2m}$ и частоту собственных колебаний $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (1.12)$$

Характеристическое уравнение записывается в виде

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0,$$

а его решения в виде $\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = -\beta \pm i\omega$,

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — частота затухающих колебаний.

Общее решение (1.12) имеет вид

$$q = e^{-\beta t} (c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t}).$$

Из начальных условий: $\begin{cases} c_1 + c_2 = A_0 \sin \varphi_0; \\ c_1 - c_2 = A_0 \cos \varphi_0; \end{cases}$

$$q = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.13)$$

где A_0 – начальная амплитуда затухающих колебаний;
 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ – период затухающих колебаний; $\tau = \frac{1}{\beta}$ – время

релаксации, это время в течение которого амплитуда убывает в « $e = 2,718$ » раз (рис. 1.9).

Логарифмический декремент затухания:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau}.$$

Установим связь частот ω и ω_0 из уравнения

$\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$, с учетом

$$\delta = \beta T = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \omega \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1},$$

получим
$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \left[\frac{\delta}{2\pi}\right]^2}}.$$

Добротность колебательного контура пропорциональна числу колебаний, совершаемых системой за время релаксации τ :

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)},$$

где $W(t)$ – энергия колебательной системы в произвольный момент времени t .

В электрическом контуре

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \beta = \frac{R}{2L}.$$

В механической системе (пружинный маятник)

$$Q = \frac{\sqrt{Km}}{b}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}; \quad \beta = \frac{b}{2m}.$$

При сильном затухании $\beta^2 > \omega_0^2$ колебательный процесс не

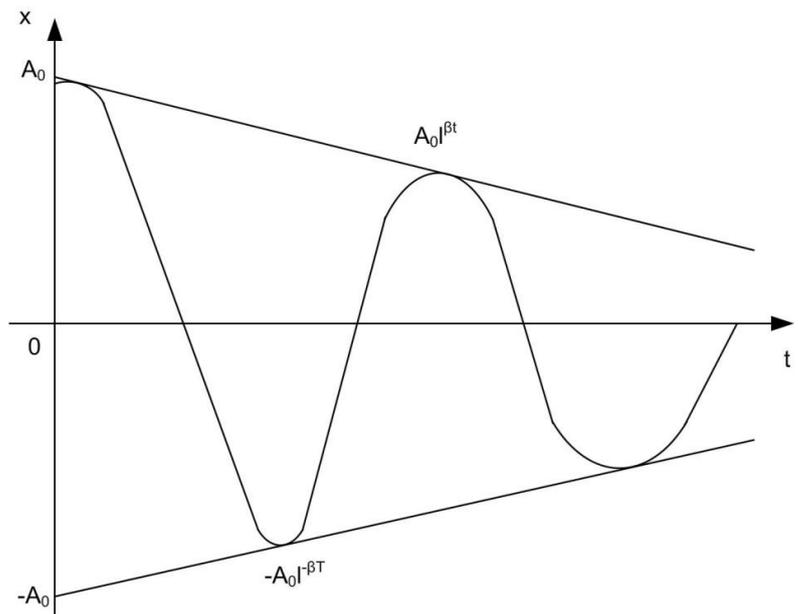


Рис. 1.9. Затухающие колебания

возникает. Система, выведенная из положения равновесия, возвращается в него асимптотически (рис. 1.10, кривые 1 или 2). Для кривой 2 система проходит через положение равновесия и только потом к нему возвращается асимптотически. Это апериодическое затухание. Оно наблюдается при $\beta > \omega_0$.

Действительно, тогда

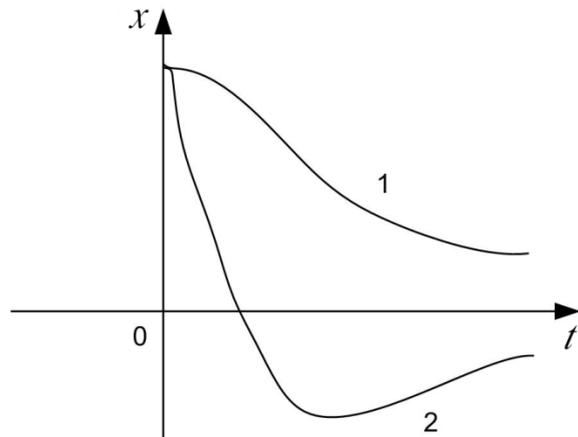
$$\lambda_1 = -\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2};$$

$$\lambda_2 = -\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

А решение дифференциального уравнения будет иметь вид

$$x = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

Рис. 1.10. Изменение апериодических затухающих величин



Постоянные C_1 и C_2

находим из начальных условий при $t = 0$, $x = x_0$, а $v = \dot{x} = v_0$. Тогда

$$\begin{cases} x_0 = C_1 + C_2; \\ v_0 = -\lambda_1 C_1 - \lambda_2 C_2. \end{cases}$$

Апериодические колебания (рис. 1.10, кривые 1 или 2) получаются в зависимости от начальных условий.

Если характеристическое уравнение имеет кратные корни решения $\lambda_1 = \lambda_2 = -\beta$, то

$$x = C_1 e^{-\beta t} + C_2 t e^{-\beta t} = (C_1 + C_2 t) e^{-\beta t}.$$

Это предельный случай апериодических колебаний.

§ 1.7. Вынужденные колебания

Если на систему действует внешняя синусоидальная сила

$$F = F_0 \cos(\omega t + \alpha),$$

тогда уравнение колебаний будет иметь следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega t + \alpha), \quad (1.14)$$

где $f_0 = \frac{F_0}{m}$.

Мы получили линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами. Его решение равно сумме общего решения линейного однородного дифференциально-

го уравнения и частного решения неоднородного дифференциального уравнения.

Для нахождения частного решения прибавим к правой части (1.14) мнимую функцию $if_0 \sin(\omega t + \alpha)$ и будем искать комплексное решение получившегося уравнения, после чего возьмем от него вещественную часть (Re), которая и будет представлять собой решение уравнения (1.14).

Итак, решаем уравнение

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 [\cos(\omega t + \alpha) + if_0 \sin(\omega t + \alpha)].$$

Его правую часть представим с помощью формулы Эйлера:

$$f_0 e^{i(\omega t + \alpha)} = \hat{f}_0 e^{i\omega t},$$

где $\hat{f}_0 = f_0 e^{i\alpha}$ – комплексная амплитуда вынуждающей силы.

Тогда уравнение запишется:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \hat{f}_0 e^{i\omega t}. \quad (1.15)$$

Решение (1.15) будем искать в виде

$$\hat{x} = \hat{a} e^{i\omega t},$$

где \hat{a} – комплексная амплитуда колебания. Дифференцируя по времени t , получим $\dot{x} = i\omega \hat{a} e^{i\omega t}$, $\ddot{x} = (i\omega)^2 \hat{a} e^{i\omega t} = -\omega^2 \hat{a} e^{i\omega t}$.

Подставляя в (1.15), получим

$$-\omega^2 \hat{a} + 2i\beta\omega \hat{a} + \omega_0^2 \hat{a} = \hat{f}_0,$$

из которого находим: $\hat{a} = \frac{\hat{f}_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + 2i\beta\omega}$.

Число, стоящее в знаменателе, является комплексным, поэтому его можно представить в виде

$$(\omega_0^2 - \omega^2) + 2i\beta\omega = \rho e^{i\varphi}.$$

Тогда находим

$$\hat{a} = \frac{\hat{f}_0}{\rho e^{i\varphi}} = \frac{1}{\rho} e^{-i\varphi} \hat{f}_0, \quad (1.16)$$

где $\rho = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}$, $\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$. (1.17)

Подставим в (1.16) значения ρ и \hat{f}_0 , получим

$$\hat{a} = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2 \omega^2}} e^{i(\alpha - \varphi)}, \quad (1.18)$$

а $\hat{x} = \hat{a}e^{-i\omega t} = ae^{i(\omega t + \alpha - \varphi)}$. Для получения частного решения возьмем действительную часть комплекса \hat{x} , тогда

$$x = \text{Re}\{\hat{x}\} = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2 \omega^2}} \cos(\omega t + \alpha - \varphi). \quad (1.19)$$

Это частное решение. Общее решение получим, если сложим решение (1.13) и (1.19), т. е.

$$x = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) + \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2 \omega^2}} \cos(\omega t + \alpha - \varphi). \quad (1.20)$$

Первый член (1.20) соответствует затухающим колебаниям с циклической частотой $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, а второй член – незатухающим периодическим колебаниям маятника с частотой, равной частоте возмущающей силы. Амплитудное значение первого члена достаточно быстро уменьшается, следовательно, через время τ затухающие колебания практически прекращаются и система переходит в состояние установившихся вынужденных колебаний, совершающихся с частотой возмущающей силы. Амплитуда A и угол φ фазы вынужденных колебаний являются, как это следует и из аналитических выражений (1.17), (1.18), функциями частоты возмущающей силы ω .

Из этих выражений следует, что:

$$\text{если } \omega = 0, \text{ то } \varphi(0) = 0 \text{ и } A(0) = A_0 = \frac{f_0}{\omega_0^2};$$

$$\text{если } \omega = \infty, \text{ то } \varphi(\infty) = -\frac{\pi}{2} \text{ и } A(\infty) \rightarrow 0;$$

если $\omega = \omega_0$, то наблюдается резкое увеличение амплитуды колебаний, это явление называется резонансом (рис. 1.11).

Резонансную частоту ω_p найдем из следующих соображений. Из (1.20) следует, что при резонансе амплитуда достигает максимума, следовательно, знаменатель принимает минимальное значение. Тогда

$$\frac{d}{d\omega} \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2 \right]_{\omega=\omega_p} = 0.$$

После дифференцирования получаем $4\omega_p(\omega_0^2 - \omega_p^2) + 8\beta^2 \omega_p = 0$, а после преобразований – выражение $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, или учитывая, что $\omega'_p = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, получим окончательное выражение для резонансной частоты колебаний $\omega_p = \sqrt{\omega'^2 - \beta^2}$, где ω' – частота затухающих колебаний.

Скорость при установившихся вынужденных колебаниях найдем как $v_x = \frac{dx}{dt}$. Скорость максимальна при $\omega = \omega_0$.

Амплитуда ускорения максимальна при $\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}}$.

При установившихся вынужденных колебаниях потери энергии, обусловленные диссипативными силами, полностью компенсируются за счет работы возмущающей силы. Если возмущающая сила изменяется периодически по произвольному закону, то ее нужно разложить в ряд Фурье на гармоники, каждая из которых действует независимо друг от друга. Наибольшее влияние будут оказывать гармоники, частоты которых близки к резонансным.

Мы рассмотрели механический резонанс. Он используется в акустике для анализа и усиления звуков. В сооружениях и машинах резонанс может быть опасен.

В промышленных электрических сетях напряжение обеспечивают генераторы переменного тока, ЭДС которых периодически изменяется с частотой 50 Гц. В электрических цепях переменного

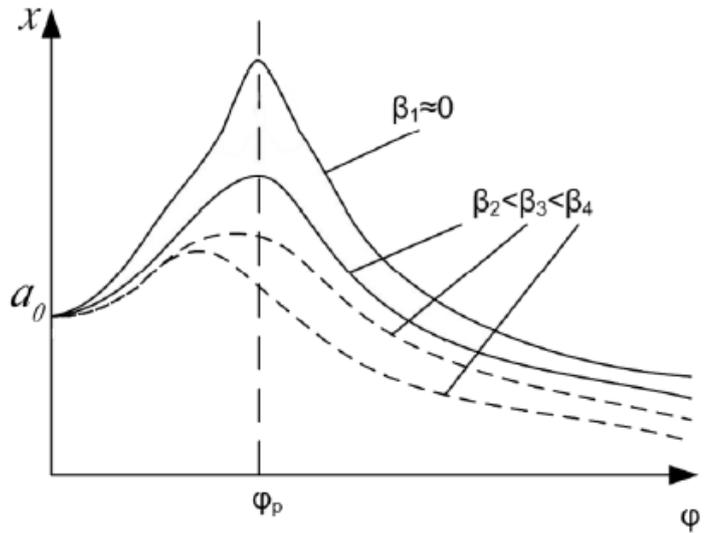


Рис. 1.11. Изменение амплитуды вынужденных колебаний в зависимости от циклической частоты вынуждающей силы

тока возникают вынужденные электромагнитные колебания. Переменный ток можно считать *квазистационарным*, т. е. для него мгновенные значения силы тока во всех сечениях цепи практически одинаковы, так как их изменения происходят медленно по сравнению со скоростью распространения электромагнитных возмущений, равной скорости света. Для мгновенных значений квазистационарных токов выполняется закон Ома.

Рассмотрим процессы, происходящие на участке цепи, содержащем резистор сопротивлением R , катушку с индуктивностью L и конденсатор емкостью C (рис. 1.12). Напряжение U равно

$$U = U_0 \sin \omega t. \quad (1.21)$$

Каждый участок цепи обладает сопротивлением: R – сопротивление резистора (активное), X_L – реактивное индуктивное сопротивление, X_C – реактивное емкостное сопротивление. По закону Ома амплитудное значение силы переменного тока равно

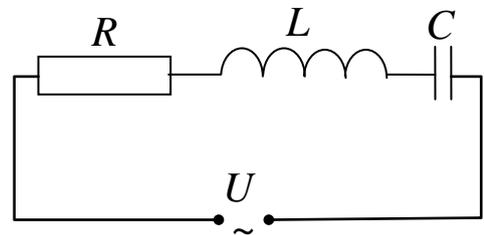


Рис. 1.12. Электрическая цепь

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}, \quad (1.22)$$

где Z – полное сопротивление цепи переменного тока.

Из уравнения (1.20) можно получить с учетом (1.9)

$$Z = \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}, \quad (1.23)$$

где $\omega L = X_L$; $1/(\omega C) = X_C$. Если конденсатор в цепи отсутствует, то

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (1.24)$$

При выполнении условия $\omega L = 1/(\omega C)$ ток в цепи достигает максимального значения при заданных U_0 и R (резонансный ток). Это обстоятельство необходимо учитывать при расчете изоляции электрических линий, содержащих конденсаторы и катушки индуктивности. Колебательные контуры применяются в качестве источников электромагнитных колебаний и волн, а также в приемниках электромагнитных волн. В последнем случае колебательный контур настраивается на частоту излучающей радиостанции путем изменения емкости конденсатора или индуктивности катушки.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.1.

Изучение резонанса напряжений в колебательном контуре

1. *Цель работы:* исследование вынужденных колебаний тока в электрическом контуре.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение; б) закон Ома и угол сдвига фаз в цепи переменного тока; в) как рассчитывать амплитуду тока в резонансном контуре и его добротность; г) расчет погрешностей электрических измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

На рис. 1.13 дана электрическая схема установки для выполнения лабораторной работы. Экспериментальная установка состоит из модуля ФПЭ-11 для изучения вынужденных колебаний в колебательном контуре, звукового генератора – PQ, электронного осциллографа – РО, магазина емкостей – МЕ, магазина сопротивлений – МС.

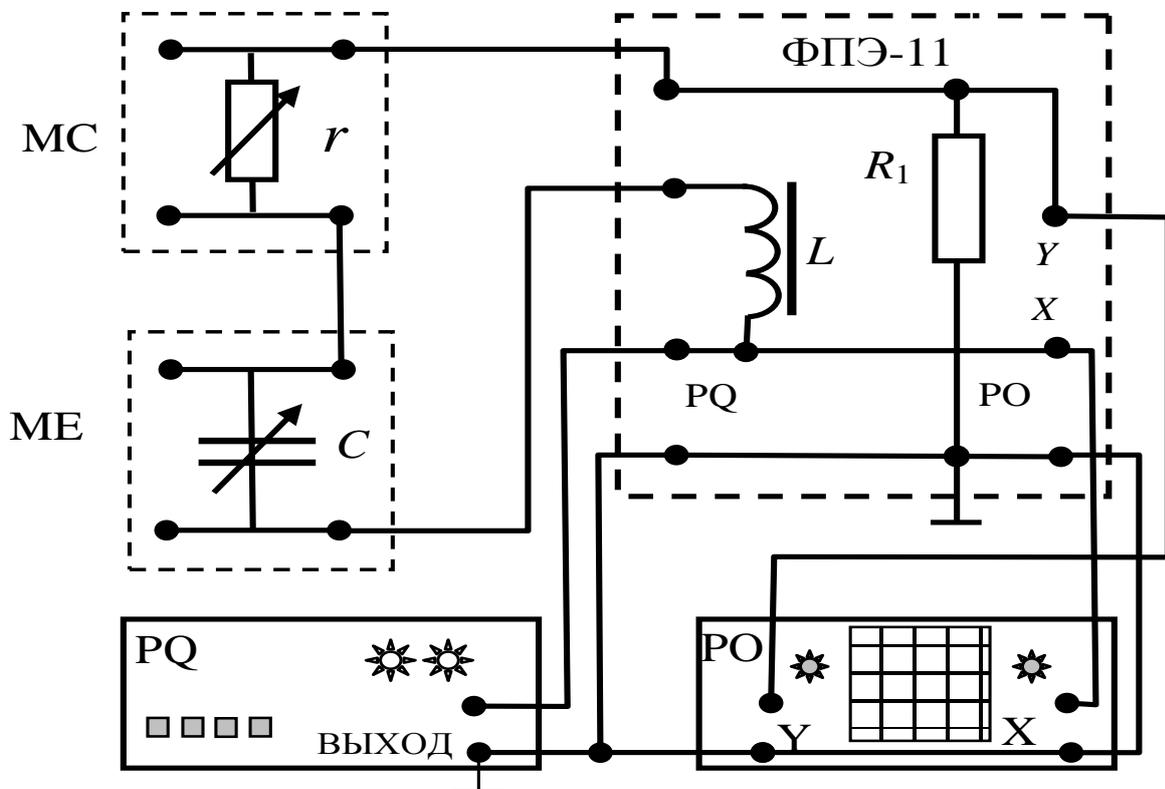


Рис. 1.13. Электрическая схема

Напряжение на сопротивлении R_1 подается на вход Y электронного осциллографа. Для получения резонансных кривых, изменяя частоту звукового генератора, снимают зависимость $I = f(\Omega)$ при различных сопротивлениях контура r .

3.2. Методика измерений и расчета угла сдвига фаз

Для измерения сдвига фаз φ_1 можно использовать фигуры Лиссажу, получаемые на экране осциллографа (рис. 1.14). Методика измерений заключается в следующем. Пусть имеются два синусоидальных напряжения одинаковой частоты Ω . Подадим эти напряжения на вертикальные и горизонтальные пластины осциллографа, отключив его развертку. Смещение луча под действием этих напряжений пропорционально напряжению по горизонтали

$x = x_0 \sin \Omega t$, а по вертикали $y = y_0 \sin(\Omega t + \varphi)$, где φ – сдвиг фаз между напряжениями; x_0 и y_0 – амплитуды смещения луча, пропорциональные амплитудам напряжения и коэффициентам усиления соответствующих каналов осциллографа. Исключив время, получим уравнение эллипса, который изображается на экране осциллографа. Выберем коэффициенты усиления вертикального и горизонтального каналов осциллографа такими, чтобы $x_0 = y_0$.

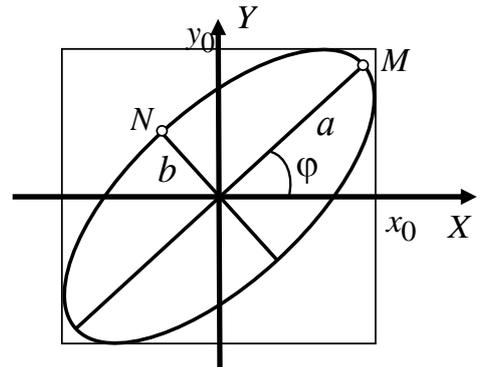


Рис.1.14. Фигура Лиссажу на экране осциллографа

В этом случае

$$x^2 + y^2 - 2xy \cos \varphi = x_0^2 \sin^2 \varphi. \quad (1.25)$$

Уравнение (1.25) – уравнение эллипса, оси которого составляют угол $\pi/4$ с осями координат. При $\varphi = 0$ эллипс вырождается в прямую $y = x$, при $\varphi = \pi/2$ – в круг радиуса x_0 (рис. 1.14). Для эллипса будем иметь

$$a^2 = 2x_0^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}; \quad (1.26)$$

$$b^2 = 2x_0^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (1.27)$$

Из выражений (1.26) и (1.27) получим

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{b}{a}. \quad (1.28)$$

Таким образом, для измерения сдвига фаз между напряжениями одинаковой частоты достаточно измерить полуоси a и b эллипса, вписанного в квадрат на экране осциллографа. При $\varphi = 0$ эллипс вырождается в прямую линию, что позволяет установить по фигурам Лиссажу момент наступления резонанса. Для получения фигур Лиссажу на вход Y осциллографа подается напряжение с сопротивления R_1 , пропорциональное току, а на вход X – напряжение со звукового генератора.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Подготовка лабораторного стенда к работе

3.3.1.1. Ознакомиться с работой звукового генератора и электронного осциллографа в режиме измерения амплитуды синусоидального напряжения и получения фигур Лиссажу.

3.3.1.2. Установить следующие параметры выходного напряжения звукового генератора: частота – 2 кГц, величина напряжения до 1 В.

3.3.1.3. Включить развертку электронного осциллографа с запуском от усилителя Y – отключить вход X осциллографа (рис. 1.13).

3.3.1.4. Установить частоту развертки, удобную для наблюдения сигналов в диапазоне 2–16 кГц.

3.3.1.5. Усиление по оси Y электронного осциллографа установить таким, чтобы было возможно измерять переменное напряжение до 1 В.

3.3.1.6. Собрать электрическую схему, приведенную на рис. 1.13.

3.3.2. Снятие резонансных кривых

3.3.2.1. Установить $C = 3 \cdot 10^{-3}$ мкФ на магазине емкостей и сопротивление $r = 0$ на магазине сопротивлений.

3.3.2.2. Включить лабораторный стенд и приборы. С помощью осциллографа установить напряжение звукового генератора равным 0,8 В. Это значение поддерживать неизменным. Получить на экране осциллографа устойчивое изображение синусоиды. Измерить амплитуду синусоидального напряжения на R_1 в вольтах, используя шкалу осциллографа и зная цену деления K (В/дел), по формуле

$U_m = K \frac{(2U_m)}{2}$, где $2U_m$ – удвоенная амплитуда синусоиды, измеренная в делениях шкалы экрана осциллографа. Результаты измерений записать в табл. 1.1.

3.3.2.3. Измерить амплитуды напряжений на сопротивлении R_1 , которые пропорциональны току при других частотах в диапазоне от 1 до 16 кГц с интервалом 1–2 кГц, вблизи резонанса – 0,2 кГц.

3.3.2.4. Рассчитать амплитуду тока в колебательном контуре по формуле $I_m = \frac{U_m}{R_1}$, где R_1 – значение, указанное на модуле и равное 75 Ом. Провести расчет амплитуды тока для каждого значения частоты.

Таблица 1.1

Результаты измерений тока в колебательном контуре при различных частоте ν и сопротивлении r

ν , кГц										
$2U_{R_1}$, дел										
U_{R_1} , В										
I_m , А										

3.3.2.5. Снять резонансную кривую при $r = 500$ и 3000 Ом. Результаты занести в таблицу.

3.3.2.6. Построить на одном рисунке в одних координатах зависимости I_m от ν .

3.3.2.7. По графикам при $r = 0$ и $r = 500$ Ом найти ширину резонансной кривой $\Delta\nu$ и рассчитать значение добротности контура по формулам

$$\frac{\Delta\Omega}{\omega_0} = \frac{2\beta}{\omega_0} \approx \frac{1}{Q}; \quad Q \approx \frac{\nu_{\text{рез}}}{\Delta\nu} \quad (1.29)$$

и коэффициент затухания β по формуле

$$\beta = \frac{r}{2L}. \quad (1.30)$$

3.3.2.8. Определить индуктивность с учетом того, что при резонансе напряжений $X_L = X_C$.

3.3.3. *Зависимость сдвига фаз от частоты*

3.3.3.1. Установить сопротивление $r = 0$, емкость $C = 3$ нФ.

3.3.3.2. Выключить развертку осциллографа: подсоединить вход X электронного осциллографа к соответствующей точке по схеме на рис. 1.13. На экране осциллографа наблюдать эллипс.

3.3.3.3. Изменяя частоту сигнала звукового генератора, получить и зарисовать фигуры Лиссажу при соотношении частот 1:1, 1:2, 1:3, 2:3.

3.3.3.4. Соотношение частот можно определить как по шкале генератора, так и по виду фигуры. Отношение частот колебаний равно отношению числа касаний фигуры с прямыми, параллельными осям X и Y . Результаты измерений и рисунки поместить в табл. 1.2.

3.3.3.5. Измерения повторить при $r = 500$ и 3000 Ом.

Таблица 1.2

Измерение полуосей эллипса при различных частотах

№	Частота	a , дел	b , дел	φ	φ_1
1					
2					
3					
4					

3.4. *Сделать вывод, в котором обобщить результаты экспериментальных исследований и отметить, как влияет добротность колебательного контура на резонансные кривые.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.2.

Исследование затухающих колебаний в колебательном контуре

1. *Цель работы:* определение параметров затухающих колебаний в реальном колебательном контуре.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение; б) логарифмический декремент затухания, коэффициент затухания; в) период и частоту затухающих колебаний; г) методы определения параметров затухающих колебаний; д) работу принципиальной электрической схемы установки; е) расчет погрешностей электрических измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

Блок-схема установки и соединение блоков представлены на рис. 1.15. Приборы и оборудование: РQ – генератор звуковых сигналов, РО – осциллограф, ФПЭ-10 – модуль с колебательным контуром, ФПЭ-08 – преобразователь импульсов, ИП – источник питания, МС – магазин сопротивлений.

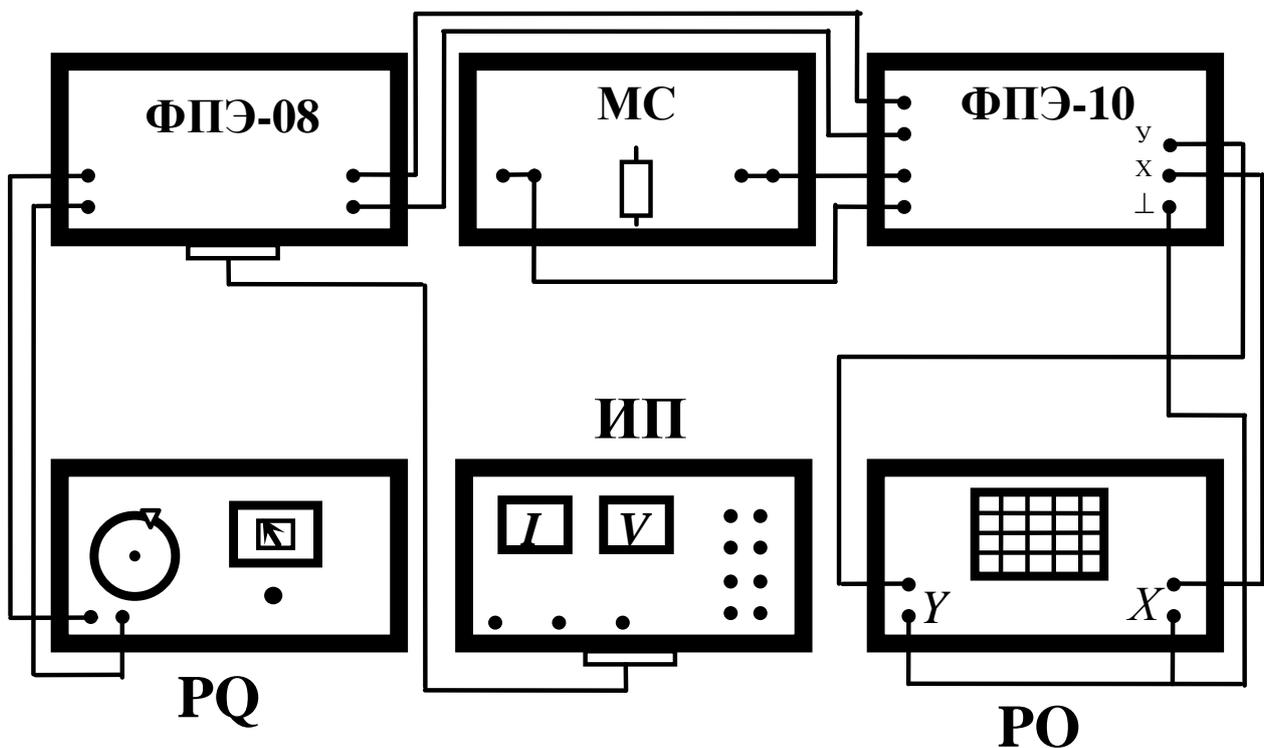


Рис. 1.15. Электрическая схема установки

3.2. Методика измерений и расчета

Если зарядить конденсатор от батареи до напряжения U (переключатель K в положении 1 рис. 1.16), а затем повернуть переключатель K в положение 2, то конденсатор начнет разряжаться через катушку и в контуре могут возникнуть электромагнитные колебания. Вследствие наличия сопротивления амплитуда электромагнитных колебаний в контуре постепенно уменьшается, т. е. колебания становятся затухающими (рис. 1.17).

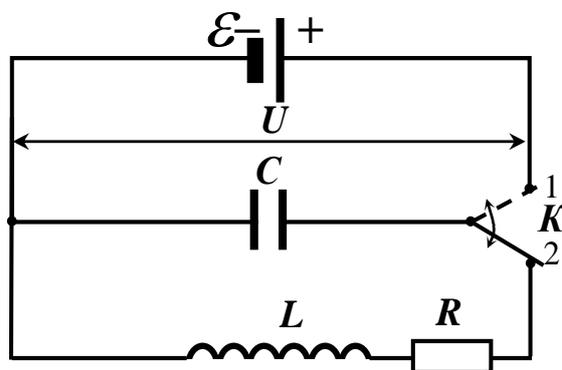


Рис. 1.16. Колебательный контур

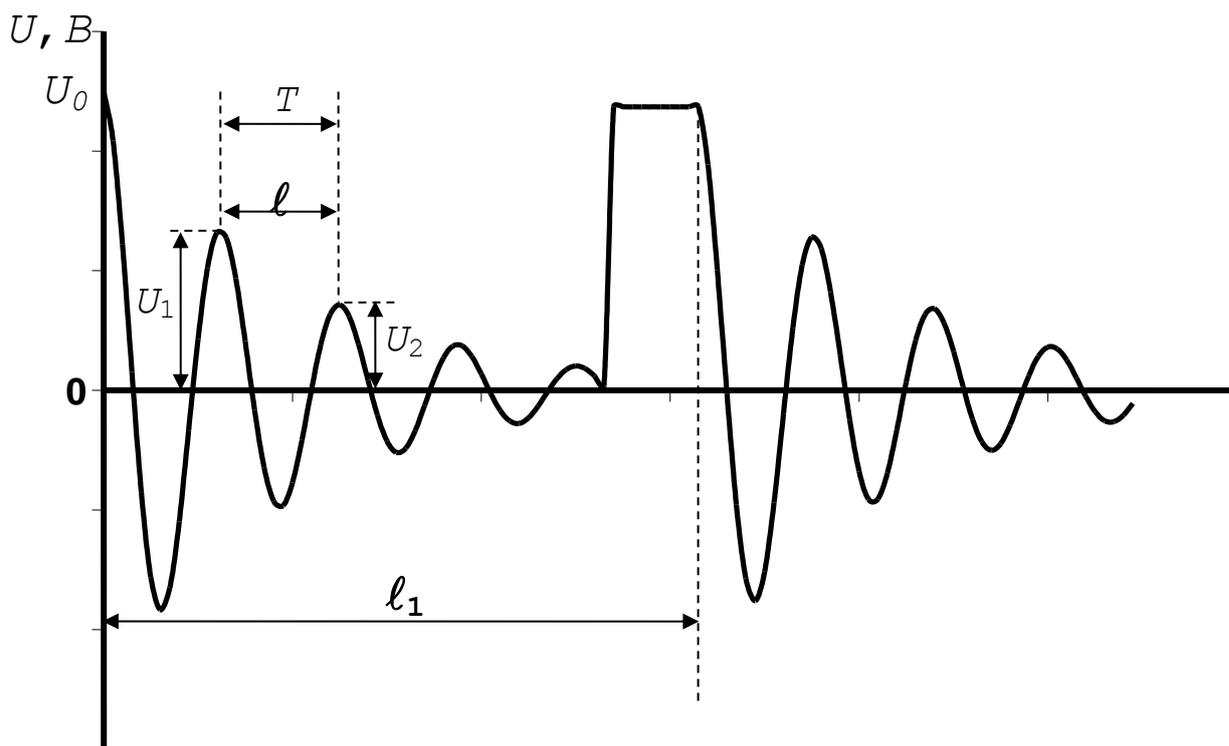


Рис. 1.17. Затухающие колебания в контуре

При достаточно большом сопротивлении контура или малой индуктивности колебания в нем вообще не возникают, а происходит так называемый аperiodический разряд конденсатора.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний приведено ранее (1.7).

Его решение для напряжения на конденсаторе имеет вид

$$U_C = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.31)$$

где β – коэффициент затухания

$$\beta = \frac{R}{2L}; \quad (1.32)$$

ω – циклическая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}, \quad (1.33)$$

при этом

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ и } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \quad (1.34)$$

Из формул (1.33) и (1.34) следует, что в контуре возможны затухающие колебания лишь в том случае, если $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$. Если

$\frac{1}{LC} < \left(\frac{R}{2L}\right)^2$, то в этом случае происходит апериодический разряд конденсатора.

Сопротивление

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.35)$$

называется критическим.

Логарифмическим декрементом затухания колебаний называется натуральный логарифм отношения двух значений напряжения, разделенных интервалом времени, равным периоду колебаний:

$$\delta = \ln \frac{U_{10}}{U_{20}} = \ln \frac{U_{10} \cdot e^{-\beta t}}{U_{20} e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (1.36)$$

В ряде случаев удобно изучать колебательный процесс в системе координат I и U , т. е. откладывать по оси абсцисс величину тока и контуре в заданный момент времени, а по оси ординат – напряжение на конденсаторе в тот же момент времени. Плоскость $U - I$ носит название фазовой плоскости, а кривая, изображающая зависимость напряжения от тока, называется фазовой кривой или фазовым портретом (рис. 1.18).

Для контура, сопротивление которого $R = 0$, $\beta = \frac{R}{2L} = 0$, из (1.31), (1.33) и (1.34) получаем

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \text{ и } T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (1.37)$$

$$U = U_0 \cos \omega t; \quad I = C \frac{dU}{dt} = -CU_0 \omega \sin \omega t. \quad (1.38)$$

Уравнения (1.38) описывают незатухающие колебания. Исключив из них время t , получим уравнение фазовой кривой:

$$\left(\frac{U}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{I}{CU_0\omega}\right)^2 = 1.$$

Это уравнение эллипса. В контуре, сопротивление которого $R > 0$, происходят затухающие колебания напряжения и тока:

$$I = C \frac{dU}{dt} = -U_0 C e^{-\beta t} (\beta \cos \omega t + \omega \sin \omega t). \quad (1.39)$$

В этом случае амплитуды напряжения и тока в контуре непрерывно убывают и фазовая кривая получается незамкнутой (рис. 1.18).

Происходящие в контуре затухающие колебания наблюдаются на экране осциллографа. Цикл зарядки – разрядки длится $T = \frac{1}{\nu}$, где ν – частота, задаваемая звуковым генератором. На экране осциллографа ему соответствует отрезок ℓ_1 . Это позволяет определить период T затухающих колебаний, которому на рис. 1.17 соответствует отрезок ℓ .

Из пропорции $\frac{\ell}{T} = \ell_1 \nu$ получаем

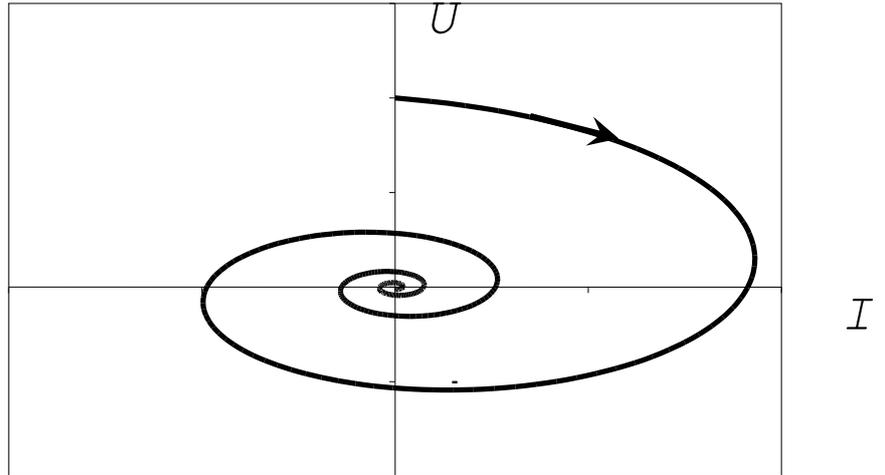


Рис. 1.18. Фазовый портрет затухающих колебаний. Стрелка показывает направление движения

$$T = \frac{\ell}{\ell_1 v}. \quad (1.40)$$

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Измерение периода, логарифмического декремента и параметров L , C , R колебательного контура

3.3.1.1. Подготовить приборы к работе. Выполнить следующие действия:

3.3.1.1.1. Установить параметры выходного напряжения звукового генератора: частота 250 Гц, напряжение 2–3 В (определить с помощью осциллографа).

3.3.1.1.2. Нажать клавишу « Ω » и правую клавишу «скважность грубо» на преобразователе импульсов ФПЭ-08.

3.3.1.1.3. Поставить ручку магазина сопротивлений в положение «1» и нажать клавишу « 10^2 ».

3.3.1.1.4. Включить лабораторный стенд и приборы.

3.3.1.1.5. Получить на экране осциллографа устойчивую картину колебаний.

3.3.1.2. Измерить расстояния ℓ , ℓ_1 и вычислить период колебаний по формуле (1.40).

3.3.1.3. Измерить амплитуду первого, второго и третьего колебаний U_{10} , U_{20} , U_{30} и, комбинируя их попарно, вычислить по (1.36) логарифмический декремент затухания δ . По формуле (1.32) определить коэффициент затухания β . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Параметры затухающих колебаний

№	R	U_{10}	U_{20}	U_{30}	δ	β	L	C	$R_{об}$	$R_{кр}$
	Ом	В	В	В		c^{-1}	Гн	Ф	Ом	Ом
1										
2										
3										

3.3.1.4. Выполнить измерения (по пунктам 3.3.1.2, 3.3.1.3), включив в магазине сопротивления 300, 500, 600 Ом.

3.3.1.5. Построить график зависимости логарифмического

декремента затухания δ от сопротивления R магазина (рис. 1.19), откладывая значения R по оси абсцисс от произвольной точки и экстраполируя график к $\delta = 0$. Общее (полное) сопротивление контура $R_{об}$ складывается из сопротивления r_L катушки и сопротивления магазина R , т. е. $R_{об} = r_L + R$. Поэтому

$$\delta = \frac{R_{об}}{2L} T \quad (1.41)$$

и сопротивление $R_{кр}$ измеряется отрезком, отсекаемым на оси сопротивлений (рис. 1.19).

3.3.1.6. Используя найденное значение $R_{кр}$ и значение периода T , найденное ранее по формуле (1.40), вычислить индуктивность и емкость по формулам (1.35) и (1.37).

3.3.1.7. Подобрать сопротивление магазина сопротивлений R , при котором наблюдается апериодический разряд конденсатора. Согласно

(1.35) должно быть $R_{об} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

Проверить расчетом это соотношение.

3.3.2. Исследование фазовых кривых

Для наблюдения на экране фазовой кривой на вертикально отклоняющие пластины осциллографа подают напряжение с обкладок конденсатора, а на горизонтально отклоняющие пластины – напряжение U_R с клемм магазина сопротивлений R , пропорциональное току $U_R = I R$. Таким образом, на экране осциллографа изображается зависимость напряжения U на обкладках конденсатора от тока I в контуре.

3.3.2.1. Включить осциллограф. Получить на экране фазовую кривую рис. 1.18. Установить картину в центре экрана.

3.3.2.2. Вращая ручку магазина сопротивлений, получить фазовые кривые при различных сопротивлениях.

3.3.2.3. Измерить значения напряжения, разделенные периодом времени, т. е. расстояния от центра фазовой кривой до точки пересечения витков спирали с осью напряжения U , и вычислить логарифмический декремент затухания:

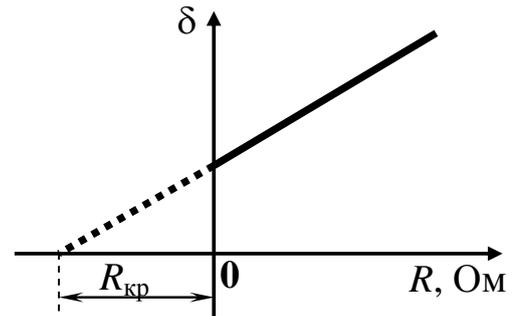


Рис. 1.19. Нахождение сопротивления $R_{кр}$

$$\delta_U = \ln \frac{U_{10}}{U_{20}}$$

3.3.2.4. Аналогично вычислить логарифмический декремент по значениям тока I , разделенным периодом времени:

$$\delta_I = \ln \frac{I_{10}}{I_{20}}$$

Измерения выполнять по всем виткам фазовой кривой. Результаты измерений и расчетов занести в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Параметры затухающих колебаний

№	R	$R_{об}=r_L+R$	U_{10}	U_{20}	U_{30}	δ_U	I_{10}	I_{20}	I_{30}	δ_I
	Ом	Ом	В	В	В		А	А	А	
1										
2										
3										
4										
5										
6										

3.3.2.5. Повторить измерения 3.3.2.4 при значениях сопротивления магазина 100, 200, 300, 400, 500, 600 Ом.

3.3.2.6. Зарисовать фазовую кривую при апериодическом разряде конденсатора.

3.3.2.7. Рассчитать погрешность определения δ :

$$\Delta\delta = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_1}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_2}{U_2}\right)^2},$$

где ΔU – погрешность измерения напряжения на экране осциллографа.

3.4. Сделать вывод, в котором отразить влияние элементов электрической цепи сопротивления R , емкости C и индуктивности L на логарифмический декремент затухания.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.3.

Изучение релаксационных колебаний

1. *Цель работы:* изучение релаксационных колебаний с помощью газонаполненной лампы.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) особенности электрического тока в газах; б) понятие о самостоятельном и несамостоятельном разрядах; в) закон Ома в дифференциальной форме; г) изучить работу генератора релаксационных колебаний; д) знать особенности экспериментальной установки; е) расчет погрешностей электрических измерений.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

Электрическая схема установки представлена на рис. 1.20. При отжатой кнопке «режим» в модуле ФПЭ-12 реализуется схема получения вольтамперной характеристики газонаполненной лампы.

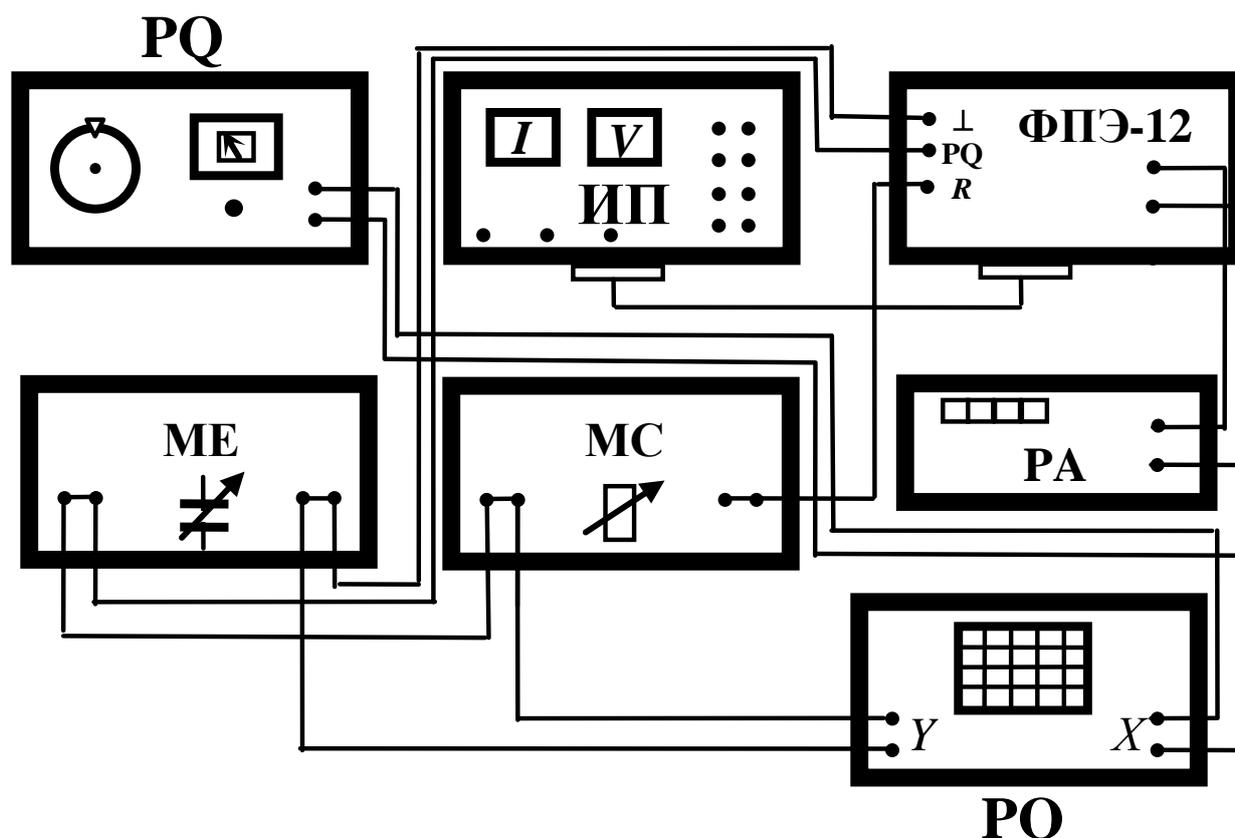


Рис. 1.20. Электрическая схема установки

При нажатой кнопке «режим» получается схема генератора релаксационных колебаний. ME и MC – магазины емкостей и со-

противлений, PQ – генератор синусоидальных колебаний, PA – амперметр, PO – осциллограф.

3.2. Методика измерений и расчета

Процесс протекания тока через газ в колбе называется газовым разрядом. Если электропроводность газа создается за счет внешнего ионизатора, то электрический ток, возникающий в нем, называется несамостоятельным разрядом. Электрический разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется самостоятельным газовым разрядом.

Электропроводность газа равна:

$$\sigma = (q^+ v^+ + q^- v^-) n, \quad (1.42)$$

где q^+ и q^- – величина положительных и отрицательных зарядов; v^+ и v^- – средние квадратичные скорости упорядоченного движения зарядов; n – концентрация зарядов. Учитывая, что газы ионизируются, как правило, на электрон и одновалентный положительно заряженный ион, можно записать

$$\sigma = ne(v^+ + v^-). \quad (1.43)$$

Зависимость тока от приложенного к электродам напряжения называется вольтамперной характеристикой. Она изображена на рис. 1.21.

На участке I электропроводность остается примерно постоянной, т. е. сила тока пропорциональна напряженности электрического поля.

С увеличением разности потенциалов (участок II) линейная зависимость нарушается. На участке III ток остается неизменным с увеличением напряжения. Это объясняется тем, что все заряды, возникшие в газе под действием внешнего ионизатора, достигают электродов, не успевая рекомбинировать. Газовый разряд, происходящий при напряжениях, соответствующих областям I, II, III, является несамостоятельным газовым разрядом.

При дальнейшем увеличении напряжения (участок IV) проис-

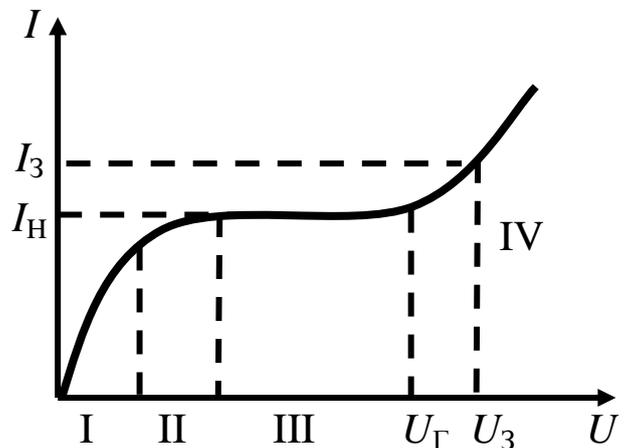


Рис. 1.21. Вольтамперная характеристика газонаполненной лампы

ходит резкое увеличение тока. Это объясняется ударной ионизацией: электроны, возникшие в газе за счет внешнего ионизатора во время своего движения к аноду под действием электрического поля, приобретают энергию, достаточную для ионизации нейтральных молекул газа при столкновении с ними. При столкновении образуются вторичные электроны и ионы.

Число носителей тока лавинообразно возрастает, возрастает и величина тока. Переход от несамостоятельного разряда к самостоятельному становится возможным лишь при таком напряжении между электродами, когда положительные ионы также приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа, т. е. возникают два встречных потока, каждый из которых способен вызвать ионизацию газа.

При напряжении $U < U_3$ токи в лампе при обычных внешних ионизаторах малы, и мы их рассматривать не будем.

Если увеличивать разность потенциалов на электродах лампы, то при значении $U = U_3$ скачком устанавливается значение тока, равное I_3 , и лампа «загорается». При дальнейшем росте напряжения ток растет по закону, близкому к линейному. Если уменьшать напряжение на «горящей лампе», то при напряжении, равном U_3 , лампа еще не гаснет. Продолжая уменьшать напряжение, можно увидеть, что лишь при некотором напряжении (напряжении гашения U_{Γ}), которое меньше, чем U_3 , лампа «гаснет» и ток резко падает до I_0 . При этом самостоятельный разряд в лампе прекращается. Газонаполненные лампы часто используют для получения релаксационных колебаний.

Генератор (рис. 1.22) состоит из источника постоянного напряжения, конденсатора C , сопротивления R и лампы L . Если включить источник, то в цепи потечет зарядный ток. Когда U достигнет значения напряжения зажигания U_3 , лампа «зажжется», ее сопротивление скачком уменьшится и она начнет проводить ток.

Так как сопротивление R велико, то поддерживать ток будут в основном заряды, расположенные на обкладках конденсатора. Это вызовет быстрое падение напряжения на конденсаторе, и когда оно достигнет значения напряжения гашения U_{Γ} , лампа «погаснет» и процесс начнется сначала. Возникают релаксационные колебания, изменение напряжения на конденсаторе представлено на рис. 1.22.

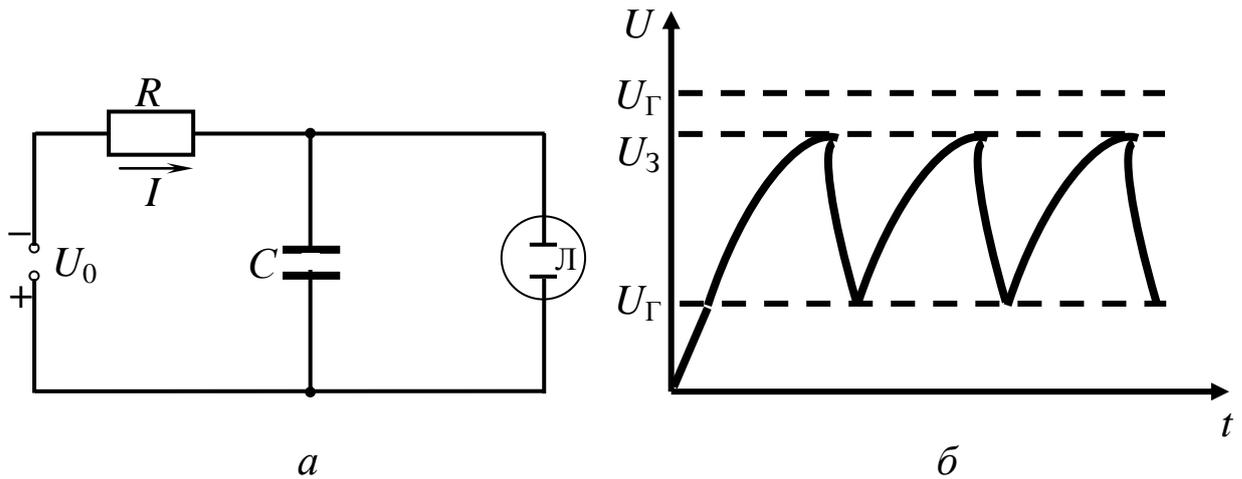


Рис. 1.22. Принципиальная электрическая схема генератора релаксационных колебаний (а).
Изменение напряжения на конденсаторе (б)

По II закону Кирхгофа для мгновенных значений:

$$U_0 = iR + u_C, \quad (1.44)$$

где u_C – разность потенциалов на обкладках конденсатора.

Ток через емкость C равен изменению заряда в единицу времени, т. е.

$$i = C \frac{du_C}{dt}, \quad (1.45)$$

будем иметь

$$RC \frac{du_C}{dt} = U_0 - u_C. \quad (1.46)$$

Преобразуем последнее выражение:

$$\frac{du_C}{U_0 - u_C} = \frac{dt}{RC}. \quad (1.47)$$

Откуда после интегрирования получим

$$\ln(U_0 - u_C) = -\frac{t}{RC} + \text{const}. \quad (1.48)$$

При $t = 0$ $u_C = 0$, тогда $\text{const} = \ln U_0$.

Закон возрастания напряжения на конденсаторе генератора релаксационных колебаний описывается выражением

$$u_C = U_0 \left(1 - e^{-t/RC} \right). \quad (1.49)$$

3.3.1.6. Определить напряжение зажигания и гашения ламп. Для этого выбрать из табл. 1.5 интервал напряжений, в котором лампа зажглась (погасла). В выбранном интервале, постепенно увеличивая (уменьшая) напряжение на 1–2 В, зафиксировать такое напряжение, при котором ток в лампе скачком увеличится от нуля до конечной величины (либо уменьшится до нуля). Это и будет напряжение зажигания (гашения).

3.3.1.7. Построить график зависимости тока от напряжения U_C .

3.3.2. *Изучение работы генератора релаксационных колебаний*

3.3.2.1. Подготовить приборы к работе.

Нажать на кнопку «режим» модуля ФПЭ-13. Установить на магазине сопротивлений $R = 1 \cdot 10^6$ Ом. На магазине емкостей установить емкость $C = 3 \cdot 10^{-3}$ мкФ. На источнике питания ручку регулирования выходного напряжения 120 В установить в крайнее левое положение. Осциллограф подготовить к работе в режиме измерения длительности сигнала.

3.3.2.2. Включить лабораторный стенд, источник питания и осциллограф. Установить ручкой регулировки напряжение источника питания 110 В, которое в дальнейшем поддерживать постоянным. Усиление по оси Y осциллографа установить таким, чтобы можно было измерить переменное напряжение до 1 В. Включить генератор развертки осциллографа и установить такую частоту развертки, чтобы на экране были видны одно или два релаксационных колебания.

3.3.2.3. Измерить с экрана осциллографа период релаксационных колебаний.

3.3.2.4. Рассчитать погрешность определения периода релаксационных колебаний, задаваясь погрешностью генератора сигналов из его паспортных данных ($\sim 1\%$).

3.4. *Сделать вывод, в котором отразить влияние элементов R , C на длительность импульсов генератора, особенности вольт-амперной характеристики газонаполненной лампы.*

Вопросы для самоподготовки

1. Какие колебания называются электромагнитными? Вынужденными? Затухающими?
2. Вывести формулу зависимости амплитуды тока в колебательном контуре от частоты внешней ЭДС.
3. Вывести формулу для вычисления сдвига фаз с помощью фигур Лиссажу.
4. Что называется резонансом напряжений? Тока? При каких условиях они возникают?
5. Что называется добротностью колебательного контура?
6. Показать, что резонанс токов наступает при частоте внешней ЭДС $\Omega = \omega_0$.
7. Что называется активным сопротивлением? Реактивным сопротивлением? Идеальным контуром? Линейной цепью?
8. Что называется квазистационарным током? Привести условие квазистационарности.
9. Построить векторную диаграмму для цепей, содержащих последовательно соединенные: а) r и C ; б) r и L . Определить для каждой цепи полное сопротивление и сдвиг фаз между током и ЭДС.
10. Получить выражение для коэффициента передачи цепи для схемы, состоящей из: а) r и C ; б) r и L .
11. Получить выражение: а) для емкостного сопротивления; б) для индуктивного сопротивления.
12. Что называется электромагнитным контуром?
13. Объяснить механизм электромагнитных колебаний в контуре.
14. Привести решение дифференциального уравнения собственных колебаний в контуре. Назвать основные параметры электромагнитных колебаний.
15. Как осуществляется связь между связанными контурами?
16. Когда возникают биения? Объяснить картину биений с энергетической точки зрения.
17. Что называется периодом биений? Частотой биений?
18. Показать, что существует два максимума тока, приходящиеся на частоты нормальных мод колебаний.
19. Чему равна частота обмена энергией между двумя связанными контурами?

20. Как объяснить вольтамперную характеристику газонаполненной лампы?
21. Как работает генератор релаксационных колебаний?
22. Что такое логарифмический декремент затухания?
23. Что представляет собой апериодический разряд в контуре и при каких условиях он происходит?
24. Что такое фазовая плоскость и фазовая кривая?
25. Какова форма фазовой кривой при незатухающих колебаниях?
26. Какова форма фазовой кривой при затухающих колебаниях, при апериодическом разряде?
27. Что называется амплитудно-модулированным колебанием?
28. Каков механизм возникновения самостоятельного разряда?

Примеры решения задач

Пример 1. Физический маятник в виде тонкого однородного стержня (рис. 1.23) длиной 120 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на расстоянии 30 см от его конца. Определить период колебаний этого стержня.

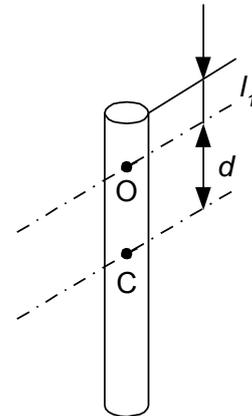


Рис. 1.23. Физический маятник

Дано: $l = 1,2 \text{ м}$
 $l_1 = 0,3 \text{ м}$
 $T = ?$

Решение: Период T колебаний физического маятника определяется выражением $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_O}{mgd}}$,

где I_O – момент инерции стержня относительно оси колебаний, которая проходит через точку O ; m – масса стержня; g – ускорение свободного падения; d – расстояние от центра масс (точка C) до оси колебаний.

Согласно теореме Штейнера

$$I_O = I_C + md^2,$$

где $I_C = \frac{1}{12} ml^2$ – момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс этого стержня; d – расстояние между осями. Расстояние d между осями в данной задаче

$$d = \frac{l}{2} - l_1 = \frac{1,2}{2} - 0,3 = 0,3 \text{ м.}$$

Тогда период колебаний данного физического маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \left[\frac{l^2}{12} + d^2 \right]}{mgd}} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{0,12 + 0,09}{9,81 \cdot 0,3}} = 1,7 \text{ с.}$$

Пример 2. В электрической цепи (рис. 1.24), содержащей конденсатор электроемкостью $C = 0,2$ мкФ и катушку индуктивностью $L = 1$ мГн, сила тока изменяется по закону $I = 0,02 \sin \omega t$, А. Определить энергию колебательного контура, записать закон изменения напряжения $U(t)$ на обкладках конденсатора. Омическим сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь.

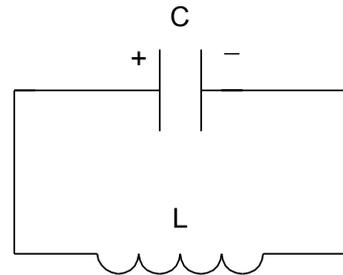


Рис. 1.24. Колебательный контур

Дано:

$$C = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}$$

$$L = 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$I = 0,02 \sin \omega t, \text{ А}$$

$W, U(t) - ?$

Решение:

Идеальный колебательный контур – это электрическая цепь, состоящая из конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L . Рассчитаем энергию колебательного контура:

$$W = W_{\text{Э}} + W_{\text{М}} = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{Q_m^2}{2C}.$$

$$W = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{10^{-3} (2 \cdot 10^{-2})^2}{2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

Напряжение на обкладках конденсатора

$$U = \frac{Q}{C},$$

где Q – заряд на обкладках конденсатора, изменяющийся со временем. Закон его изменения $Q(t)$ найдем из условия

$$Q = \int I dt = \int 0,02 \sin(\omega t) dt = -\frac{0,02}{\omega} \cos \omega t.$$

Циклическая частота ω электрических колебаний в контуре

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Следовательно, напряжение на конденсаторе изменяется со временем по закону

$$U = -\frac{0,02}{C} \sqrt{LC} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

Подставляя численные значения L и C , получим

$$U = -1,41 \cos(7,07 \cdot 10^4 t), \text{ В.}$$

Пример 3. Логарифмический декремент затухания осциллятора, колеблющегося с частотой 50 Гц, равен 0,01. Найти время и число полных колебаний, за которое амплитуда колебаний осциллятора уменьшится в 20 раз.

Дано:

$$\nu = 50 \text{ Гц}$$

$$\Lambda = 0,01$$

$$A = 0,05A_0$$

$$t, N - ?$$

Решение:

Осциллятор – система, совершающая колебания. Колебания со временем затухают, их амплитуда (максимальное значение изменяющейся со временем величины) экспоненциально уменьшается $A = A_0 e^{-\beta t}$,

где A_0 – амплитуда колебаний в момент времени $t = 0$; β – коэффициент затухания.

Логарифмический декремент затухания связан с коэффициентом затухания и условным периодом затухающих колебаний соотношением

$$\Lambda = \beta T = \frac{\beta}{\nu},$$

из которого коэффициент затухания запишется в виде

$$\beta = \Lambda \nu.$$

Получим искомое значение времени

$$t = \frac{1}{\Lambda \nu} \ln \frac{A_0}{A} = \frac{1}{0,01 \cdot 50} \ln \frac{A_0}{0,05A_0} = 2 \cdot 2,96 = 5,92 \text{ с.}$$

Число полных колебаний $N = \frac{t}{T} = t\nu = 5,92 \cdot 50 = 296$.

Задачи для самостоятельного решения

1–10. Материальная точка массой m совершает гармонические колебания по закону синуса с периодом T , начальной фазой φ_0 , амплитудой колебаний A . Определить в момент времени, когда смещение равно Δx : скорость v , ускорение a , силу F , кинетическую $E_{\text{кин}}$ и полную энергию W материальной точки.

№	m	ν	A	φ_0	Δx
	г	Гц	см	рад	см
1	200	1	5	$\pi/6$	2
2	300	0,75	3	$\pi/5$	1
3	80	0,5	2	$\pi/8$	1
4	100	0,25	4	$\pi/6$	0,5
5	150	0,2	6	$3\pi/4$	1
6	125	1	8	$\pi/3$	1
7	200	0,05	7	$3\pi/4$	2
8	300	0,025	10	$\pi/6$	2
9	80	0,25	15	$\pi/6$	5
10	100	0,025	3	$\pi/6$	1

11–20. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \sin(\omega(t + \tau))$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму для момента времени t_1 .

№	A_1	A_2	T	τ	t_1
	см	см	мс	мс	мс
11	10	7	7	2	2
12	10	8	10	2	1
13	10	6	15	4	1
14	10	5	4	1	3
15	10	4	6	2,5	1
16	10	9	8	2	1
17	10	11	7	4	3
18	10	8	8	4	2
19	10	7	15	4	5
20	10	6	3	5	2

21. Груз массой 400 г совершает колебания на пружине с жесткостью 250 Н/м. Определить максимальную скорость груза, если амплитуда колебаний равна 15 см.

22. Из двух математических маятников один совершил 10 колебаний, другой за то же время 6 колебаний. Найти длину каждого маятника, если разница в их длине составляет 20 см.

23. Определить частоту простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

24. Определить период T простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 40$ см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

25. Ракета поднимается вверх с ускорением 30 м/с^2 . Сколько полных колебаний совершит помещенный в ракету маятник длиной 1 м за время, в течение которого ракета поднимется на высоту 1500 м. Ускорение свободного падения считать постоянным.

26. Определить период T колебаний математического маятника, если его модуль максимального перемещения $\Delta r = 18$ см и максимальная скорость $V_{\max} = 16$ см/с.

27. На Земле маятник колеблется с периодом в 1 с. Каков будет период колебания этого маятника на Марсе, где ускорение свободного падения примерно в 2,6 раза меньше, чем на Земле?

28. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T простых гармонических колебаний данного физического маятника. Массой стержня пренебречь.

29. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 2 мин уменьшилась в 2 раза. Определить коэффициент затухания.

30. Логарифмический декремент колебаний Θ маятника равен 0,01. Определить число полных колебаний маятника до уменьшения его амплитуды в 3 раза.

ГЛАВА 2. ВОЛНЫ

Волнами называются возмущения, распространяющиеся в среде (или в вакууме) и несущие с собой энергию. Современный мир наполнен волнами: волны звука, распространяющиеся в воздухе и других веществах; волны механических колебаний в струнах или кристаллах; волны на поверхности воды в озерах, морях и океанах; волны землетрясений (сейсмические); электромагнитные волны с очень широким диапазоном длин волн от 10^3 м (радиоволны) до 10^{-12} м (гамма-излучение); волны де Бройля (волны вероятности), являющиеся порождением микрочастиц; гравитационные волны (пока гипотетические). Наше ухо способно слышать колебания с частотой 50–12000 Гц. Свет – поперечные электромагнитные колебания. Наши органы зрения способны воспринимать электромагнитные колебания с частотой 10^{14} – 10^{16} Гц. Частота переменного тока в электросети составляет 50 Гц.

Многие привычные нам процессы являются преобразованием одного вида волн в другие: запись музыки на магнитную ленту – преобразование звуковых колебаний в электромагнитные с последующей их фиксацией при помощи явления намагничивания, воспроизведение музыки с магнитного носителя – обратный процесс.

Не менее часто нам приходится сталкиваться с преобразованием волн одной частоты в волны другой частоты. В приборах ночного видения излучение инфракрасной области спектра (10^{12} Гц) преобразуется в излучение видимой области (10^{14} – 10^{16} Гц). Для передачи радиосигнала используется амплитудно-частотная модуляция, то есть колебания с частотой, которую способно воспринимать человеческое ухо, передаются при помощи частот 10^6 – 10^8 Гц, что представляет средние и короткие волны соответственно. При приеме радиосигнала происходит обратное преобразование.

Разные по природе волны имеют некоторые общие свойства:

- 1) все волны обладают импульсом и, следовательно, оказывают давление на вещество;
- 2) все волны переносят энергию. Морские волны могут обладать огромной разрушительной силой. Мощность электромагнитных волн, приходящих на Землю от Солнца, порядка 10^3 кВт/м²;
- 3) волновые процессы могут быть общим уравнением, применимым к любым типам волн.

§ 2.1. Волны в упругой среде

Источниками волн являются колебательные процессы. Колебания, возбужденные в какой-либо точке среды (твердой, жидкой или газообразной), передаются частицам среды. Процесс распространения колебаний в среде называется упругой волной. Электромагнитные волны могут распространяться и в вакууме. Составной частью всех колебаний является простое *гармоническое* колебание. Любое повторяющееся движение можно рассматривать как результат наложения простых гармонических колебаний, а любой волновой процесс – как сумму простых гармонических волн. Этот тезис, доказанный впервые в виде теоремы в 1822 г. французским физиком и математиком Ж. Б. Фурье, является и в настоящее время основным для изучения периодических движений в самых разных областях.

2.1.1. Характеристики волны

В упругой среде под действием внешних сил могут возникать колебательные процессы вследствие взаимодействия между частицами, это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью υ , т. е. возникает механическая волна. Если направление колебаний частиц в упругой среде происходит в направлении распространения волны, то такая волна называется *продольной*. При поперечном направлении колебаний по отношению к направлению распространения волны последняя называется *поперечной*. Продольные волны возникают в твердых, жидких и газообразных средах *при деформациях сжатия и растяжения*. Поперечные волны возникают *при деформациях сдвига*, т. е. только в твердых телах.

Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t , называется фронтом волны. Фронт волны отделяет часть пространства, уже колеблющегося, от области (рис. 2.1), в которой колебания еще не возникли. По форме фронта волны бывают *сферическими, плоскими, цилиндрическими* и т. д.

По характеру распространения различают линейные (в одном измерении), поверхностные (в двух измерениях) и пространственные (в трех измерениях) волны. Направление распространения

называют *лучом*. Волновой поверхностью называют геометрическое место всех частиц, колеблющихся с одинаковой фазой. Волновая поверхность перпендикулярна лучу.

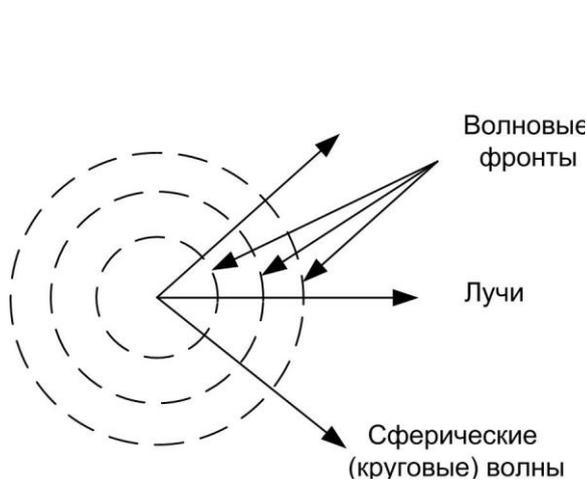


Рис. 2.1. Изображение фронта волны в разные моменты времени

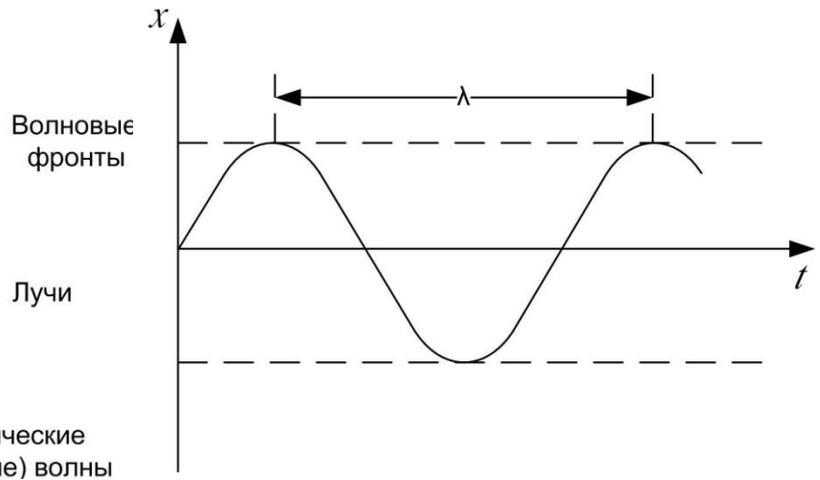


Рис. 2.2. Длина волны

Расстояние λ (рис. 2.2), на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды, называется длиной волны:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}, \quad (2.1)$$

где v – фазовая скорость или скоростью распространения волны; T – период колебаний; ν – частота колебаний. Длина волны λ – это расстояние между частицами, колеблющимися с разностью фаз, равной 2π .

Фазовая скорость зависит от механических свойств среды. В натянутой струне скорость поперечной волны:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}, \quad (2.2)$$

где F – сила натяжения; ρ – плотность; S – поперечное сечение.

Для упругой продольной волны в твердом теле фазовая скорость определяется по формуле

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2.3)$$

где E – модуль упругости.

В жидкостях для продольной волны фазовая скорость равна:

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\chi\rho}}, \quad (2.4)$$

где $K = \frac{1}{\chi}$ – модуль всестороннего сжатия.

В газе с плотностью ρ и давлением p продольные волны имеют фазовую скорость:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (2.5)$$

где γ – показатель адиабаты; R – универсальная газовая постоянная; T – термодинамическая температура.

2.1.2. Уравнение плоской волны

Уравнением волны называют выражение, которое дает смещение колеблющейся частицы как функции ее координат x, y, z и времени t :

$$\psi = \psi(x, y, z, t).$$

Эта функция является периодической по времени и координатам. Найдем вид функции ψ , предполагая, что колебания носят гармонический характер. Пусть ось x совпадает с направлением распространения волны. Тогда волновые поверхности (фронт) будут перпендикулярны к оси Ox . Пусть колебания точек, лежащих в плоскости $x = 0$, имеют вид

$$\psi(0, t) = A \cos(\omega t + \alpha).$$

Найдем вид колебания в плоскости, соответствующей произвольному значению x . Для того чтобы пройти путь от плоскости $x = 0$ до произвольной плоскости x , волне потребуется время $\tau = \frac{x}{v}$. Следовательно, колебания частиц, лежащих в плоскости x , будут отставать по времени на τ от колебаний частиц в плоскости $x = 0$, т. е. будут иметь вид

$$\psi(x, t) = A \cos[\omega(t - \tau) + \alpha] = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha\right].$$

Следовательно, уравнение плоской волны (продольные и поперечные), распространяющейся в направлении оси x , имеет вид

$$\psi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \alpha \right],$$

где A – амплитуда; α – начальная фаза определяется выбором начала отсчета x и t .

Для какого-то момента времени t фаза остается постоянной:

$$\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \alpha = \text{const.}$$

Отсюда $dt - \frac{1}{v} dx = 0$, следовательно, $\frac{dx}{dt} = v$ – фазовая скорость. Зависимость фазовой скорости волн в среде от их частоты или длины волны называется *дисперсией волн*.

Волна, распространяющаяся в противоположном направлении оси Ox , описывается выражением

$$\psi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) + \alpha \right]; \quad \frac{dx}{dt} = -v. \quad (2.6)$$

Введем величину $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. Его можно найти по формуле

$$k = \frac{2\pi v}{\lambda v} = \frac{\omega}{v}. \quad (2.7)$$

Учитывая данное выражение, получаем

$$\psi = A \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{T v} + \alpha \right] = A \cos [\omega t - kx + \alpha]. \quad (2.8)$$

Если уравнение (2.8) дважды продифференцировать по аргументам t и x , то получаем

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \Psi; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -k^2 \Psi = -\frac{\omega^2}{v^2} \Psi.$$

Подставляя первое уравнение во второе, получаем так называемое волновое уравнение плоской бегущей волны вдоль оси Ox :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \quad (2.9)$$

Мы считаем, что амплитуда волны не зависит от x , т. е. энергия волны не поглощается средой. В поглощающей среде интенсивность волны с удалением от источника колебаний постоянно уменьшается, а уравнение волны в такой среде

$$\psi = A_0 e^{-\beta x} \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad (2.10)$$

где A_0 – амплитуда в точке $x = 0$; β – коэффициент затухания, характеризующий среду.

Рассмотрим сферическую волну. Уравнение сферической волны отличается от уравнения плоской волны тем, что вместо x нужно взять радиус r и учесть, что, если среда не поглощает энергию, то амплитуда волны убывает с расстоянием от источника по закону $\frac{1}{r}$ (так как все большая часть пространства начинает колебаться):

$$\psi = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha). \quad (2.11)$$

2.1.3. Плотность и поток энергии

При колебательном движении частиц среды имеет место перенос энергии за счет передачи ее от одной частицы к другой. Количество энергии W , приходящееся на единицу объема среды dV , называется плотностью энергии:

$$u = \frac{dW}{dV} = \frac{dm}{dV} \frac{A^2 \omega^2}{2} = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2}; \quad dW = u dV = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2} dV, \quad \text{где}$$

$$W = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{m}{2} A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{k A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0) =$$

$$= \frac{m}{4} A^2 \omega^2 [1 - \cos 2(\omega t - \varphi_0)] + \frac{k A^2}{4} [1 + \cos 2(\omega t + \varphi_0)] = \text{const},$$

т. е. полная энергия сохраняется, так как квазиупругая сила является силой консервативной, а максимальная кинетическая энергия равна максимальной потенциальной энергии:

$$(E_m) = \frac{m A^2 \omega^2}{2} = U_{\max} = \frac{k A^2}{2}.$$

Поток энергии – энергия, проходящая через площадь S , перпендикулярную \mathcal{U} , за единицу времени:

$$W = u S t \mathcal{U} = \frac{\rho}{2} \omega^2 A^2 S t \mathcal{U},$$

где \mathcal{U} – фазовая скорость; t – время.

$\Phi = \frac{dW}{dt}$ – поток энергии (это скалярная величина, размерность которой совпадает с размерностью мощности).

Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина \vec{j} , называемая вектором плотности потока энергии, вектор Умова:

$$\vec{j} = u\vec{v}; \quad \vec{j} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2\vec{v}. \quad (2.12)$$

Обратная задача, зная \vec{j} во всех точках произвольной поверхности S , можно вычислить поток энергии через эту поверхность:

$$d\Phi = \vec{j}d\vec{S}, \quad \Phi = \int_S \vec{j}d\vec{S}.$$

2.1.4. Принцип суперпозиции волн. Групповая скорость

В случае распространения нескольких волн в *линейной* среде они накладываются друг на друга в соответствии с *принципом суперпозиции*: результирующее смещение частицы в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получает частица, участвуя в каждом волновом процессе. Получается некоторая результирующая волна, которая, в свою очередь, может быть представлена в виде суммы гармонических волн (гармоник). *Волновым пакетом* называется суперпозиция волн, близких по частоте. Можно показать, что в каждый момент времени волновой пакет занимает ограниченную область пространства (в отличие от гармонической волны, локализованной в области от $-\infty$ до $+\infty$). Амплитуда волнового пакета есть медленно изменяющаяся функция координаты x и времени t .

Скорость распространения волн зависит от физических свойств среды. При отсутствии дисперсии ($dv/d\lambda = 0$) волны различной формы и интенсивности распространяются с одинаковой скоростью v (фазовой), например: для электромагнитных волн в вакууме $v = c = 3 \cdot 10^8$ м/с, для акустических волн в воздухе $v = 337$ м/с. Волновые пакеты в недисперсных средах перемещаются также с одной скоростью $u = v$ и не изменяют формы. Если среда обладает дисперсией ($dv/d\lambda \neq 0$), фазовые скорости разных гармонических волн неодинаковы и зависят от частоты. Форма волнового пакета в этом случае в разные моменты времени различна. Для промежутка времени, в течение которого форма волнового пакета при перемещении сохраняется, быстроту этого перемещения характеризуют *групповой скоростью* u . Групповая скорость зависит от фазо-

вых скоростей различных волн, входящих в пакет. Зависимость между фазовой и групповой скоростями и длиной волны была получена Рэлеем:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (2.13)$$

Из формулы (2.13) видно, что групповая скорость может быть меньше фазовой, если $dv/d\lambda > 0$ (*нормальная дисперсия*), и больше фазовой при $dv/d\lambda < 0$ (*аномальная дисперсия*). При отсутствии дисперсии $dv/d\lambda = 0$ и групповая скорость равна фазовой.

Понятие групповой скорости очень важно, так как именно она фигурирует при измерении дальности в радиолокации, в системах управления космическими аппаратами и т. д. В теории относительности доказывается, что *групповая скорость $u \leq c$, для фазовой скорости ограничений не существует.*

2.1.5. Стоячие волны (интерференция волн)

Принципом суперпозиции волн является процесс простого наложения волн без их взаимного возмущения.

Например, звучание оркестра. Но волны могут быть *когерентными*, если для них в каждой точке среды сохраняется разность фаз, т. е. она не зависит от времени. При их сложении могут возникать особые явления, называемые интерференцией.

Интерференция – явление устойчивого во времени перераспределения колебаний в пространстве, в результате которого в одних местах колебания усиливаются, а в других ослабляются. Наиболее ярко интерференция проявляется в оптике. В данном разделе обсудим только один интерференционный эффект, который заключается в образовании стоячих волн. Практически стоячие волны возникают при отражении волн от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная волна, накладываясь друг на друга, дают стоячую волну.

Уравнения плоских волн, распространяющихся вдоль оси Ox в противоположных направлениях (рис. 2.3):

$$\psi_1 = A \cos(\omega t - kx + \alpha_1), \quad \psi_2 = A \cos(\omega t + kx + \alpha_2).$$

Тогда при сложении волн получаем (рис. 2.4)

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = 2A \cos\left(kx + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2}\right). \quad (2.14)$$

Уравнение (2.14) есть уравнение стоячей волны. Амплитуда

колебаний изменяется в диапазоне $0 - 2A$.

Упростим выражение (2.14). Для этого начало отсчета Ox выберем так, чтобы $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$. А начало отсчета времени t выберем так, чтобы $\alpha_2 + \alpha_1 = 0$; кроме того учтем, что волновое число равно

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Тогда уравнение (2.14) примет вид

$$\psi_1 = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos \omega t. \quad (2.15)$$

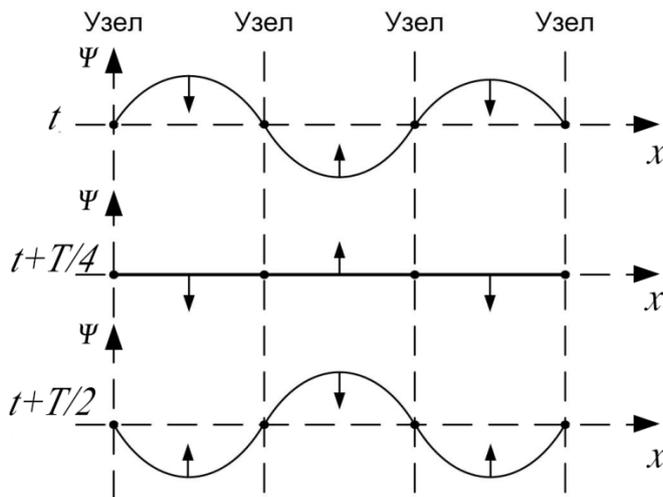


Рис. 2.3. Стоячая волна

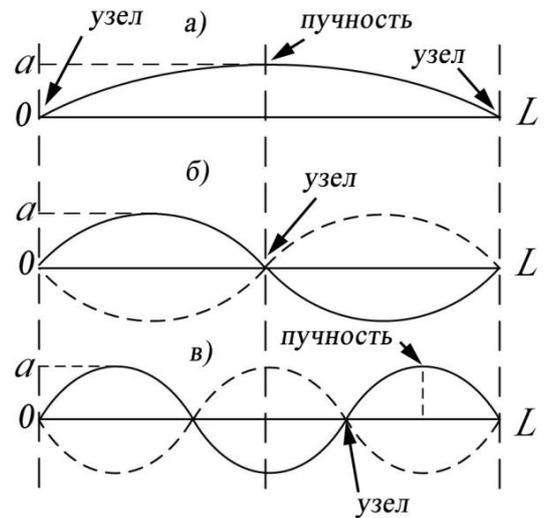


Рис. 2.4. Колебания струны

В точках, координаты которых удовлетворяют условию

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm(n + \frac{1}{2})\pi, \quad (2.16)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, амплитуда колебаний обращается в нуль. Координаты узлов:

$$x = \pm(n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}: n = 0, 1, 2 \text{ (нецелое число полуволен).}$$

Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна, называются пучностями. Из расчетов следует, что расстояние между соседними пучностями, как и между соседними узлами, равно половине длины волны $\lambda / 2$.

Пучности и узлы, следовательно, сдвинуты друг относительно друга на четверть длины волны $\lambda / 4$.

Интересно то, что при колебаниях в стоячей волне переноса

энергии нет, так как происходит переход энергии от каждого узла к соседним с ним пучностям и обратно. А средний по времени поток энергии $\Phi = 0$.

Рассмотрим колебания струны (рис. 2.4). Струна закреплена с двух сторон. При возбуждении в ней поперечных колебаний в ней устанавливаются стоячие волны. При этом в точках закрепления располагаются *узлы*. Поэтому в струне возбуждаются только такие колебания, для которых на длине струны укладывается целое число полуволен ($\frac{\lambda}{2}$). Следовательно, $L = n \frac{\lambda}{2}$, L – длина струны. Или дли-

на стоячей волны равна $\lambda_n = \frac{2L}{n}$, а частоты определяются формулой

$$v_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{vn}{2L}, \quad (2.17)$$

где v – фазовая скорость волны, определяемая силой натяжения струны и массой единицы длины (линейной плотностью струны).

§ 2.2. Электромагнитные волны

Если в какой-либо точке возбудить переменное электрическое или магнитное поле, то в окружающую точку пространстве возникает последовательность взаимных превращений электрических и магнитных полей, т. е. переменное электромагнитное поле. *Процесс распространения колебаний электромагнитного поля называется электромагнитной волной.*

Источником электромагнитных волн может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток. Излучающая способность источника волн определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение было существенным, необходимо увеличить объем пространства, в котором возникает переменное электромагнитное поле. Для этой цели колебательный контур раскрывается, т. е. обкладки конденсатора раздвигаются, а число витков в катушке уменьшают. Так был получен *вibrator Герца* (1888 г.), представляющий собой два стержня, разделенных искровым промежутком (рис. 2.5). Колебания в такой си-

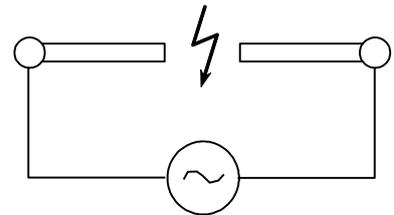


Рис. 2.5. Вибратор Герца

стеме поддерживаются за счет источника ЭДС, подключенного к обкладкам конденсатора. Искровой промежуток применяется для того, чтобы увеличить разность потенциалов, до которой заряжаются обкладки. Когда эта разность достигает пробивного значения, возникает искра, замыкающая искровой промежуток, и в нем возбуждаются свободные затухающие колебания. При исчезновении искры колебания прекращаются, и конденсатор снова заряжается. За время горения искры совершается большое число электромагнитных колебаний, порождающих цуги волн, длина которых достигает от 0,6 до 10 м.

Для получения незатухающих электромагнитных колебаний была создана автоколебательная система на основе электронных ламп (ламповый генератор). Перечисленные устройства давали электромагнитные колебания длиной волны 10^{-4} – 10^3 м (радиодиапазон). После того как стала ясна электромагнитная природа света и других излучений, список источников электромагнитных волн существенно пополнился (табл. 2.1).

§ 2.3. Уравнение электромагнитной волны

Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла. На их основе можно показать, что для однородной изотропной среды вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле, векторы напряженностей \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению типа:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad (2.18)$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (2.19)$$

где Δ – оператор Лапласа; v – фазовая скорость электромагнитных волн, определяемая электрическими и магнитными свойствами среды (ϵ и μ):

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (2.20)$$

где ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; ϵ и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Для вакуума ($\epsilon = 1$, $\mu = 1$) $v = 3 \cdot 10^8$ м/с, т. е. $v = c$. Скорость рас-

пространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости света в вакууме. Для других сред $\varepsilon > 1$, $\mu \neq 1$, поэтому $v < c$. Выражение $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = n$ является относительным показателем преломления среды.

Таблица 2.1

Шкала электромагнитных волн

Вид излучения	Длина волны, м	Частота волны, МГц	Источник излучения
Радиоволны	$10^{-4} - 10^3$	$0,3 - 3 \cdot 10^6$	Колебательный контур; вибратор Герца; ламповый генератор
Световые волны:			
ИК-излучение	$5 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^5 - 3,75 \cdot 10^8$	Лампы
Видимый свет	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^8 - 7,5 \cdot 10^8$	Лазеры
УФ-излучение	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$	$7,5 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^{11}$	Лампы
Рентгеновское излучение	$2 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-12}$	$1,5 \cdot 10^{11} - 5 \cdot 10^{13}$	Трубки Рентгена
Гамма-излучение	$< 6 \cdot 10^{-12}$	$> 5 \cdot 10^{13}$	Радиоактивный распад; ядерные процессы; космические процессы

Уравнениям (2.18) и (2.19) удовлетворяют, в частности, плоские монохроматические электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль положительного направления оси Ox ($E_x = E_z = 0$, $H_x = H_y = 0$):

$$E_y = E_0 \sin(\omega t - kx + \varphi_0); \quad (2.21)$$

$$H_z = H_0 \sin(\omega t - kx + \varphi_0), \quad (2.22)$$

где E_0 и H_0 – амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны соответственно; ω – круговая частота волны (для

монохроматической волны частота имеет строго определенное значение); $k = \omega/v$ – волновое число.

Колебания векторов \vec{E} и \vec{H} в электромагнитной волне происходят синхронно (фазы волн – одинаковы): они одновременно достигают максимального значения, одновременно обращаются в нуль и т. д. На рис. 2.6 показана моментальная «фотография» плоской электромагнитной волны.

Из теории Максвелла следует, что электромагнитные волны являются *поперечными*: векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и лежат в плоскостях, перпендикулярных вектору скорости v распространения волны. Мгновенные значения \vec{E} и \vec{H} связаны соотношением

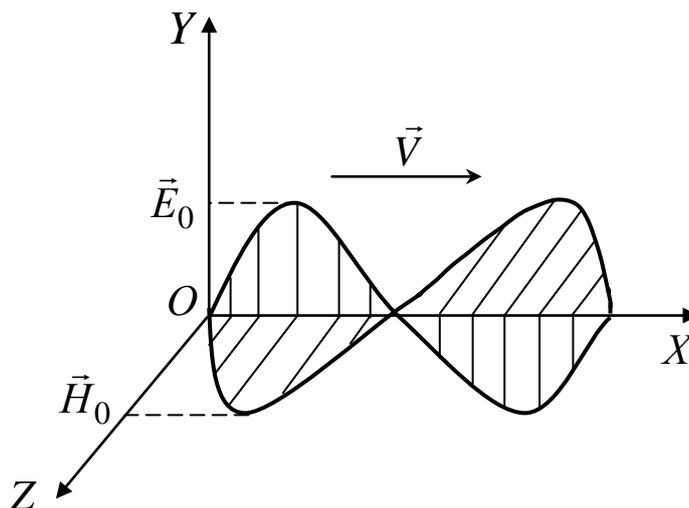


Рис. 2.6. Электромагнитная волна

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H. \quad (2.23)$$

§ 2.4. Энергия электромагнитных волн

Электромагнитные волны переносят энергию W , объемная плотность которой ($w = W/V$) складывается из объемных плотностей электрического $w_{эл}$ и магнитного w_M полей:

$$w = w_{эл} + w_M = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 / 2 + \mu\mu_0 H^2 / 2.$$

С учетом соотношения (2.22) становится очевидным, что $w_{эл} = w_M$. Поэтому

$$w = 2w_{эл} = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \sqrt{\varepsilon\mu} EH = \frac{1}{V} EH. \quad (2.24)$$

Произведение wV называется плотностью S потока энергии

$$S = wV = EH.$$

Так как $\vec{E} \perp \vec{H}$, то вектор \vec{S} можно представить как векторное произведение \vec{E} и \vec{H} :

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Вектор \vec{S} называют *вектором Умова – Пойтинга*, модуль ко-

того равен плотности потока энергии, т. е. энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени сквозь единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны. Направление вектора \vec{S} совпадает с направлением распространения волны, т. е. $\vec{S} \uparrow \uparrow \vec{v}$.

Объемная плотность энергии из выражения (2.24)

$$w = 2w_{\text{эл}} = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi_0)$$

есть величина переменная. За время, равное периоду T , фаза волны изменяется от 0 до 2π . Среднее значение квадрата синуса за это время равно $1/2$. Поэтому среднее значение объемной плотности энергии плоской линейно-поляризованной монохроматической волны равно

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2.$$

Среднее значение модуля вектора Умова – Пойтинга принимает значение

$$\langle S \rangle = \langle w \rangle v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2. \quad (2.25)$$

Величину $I = \langle S \rangle$ называют *интенсивностью* электромагнитной волны, т. е. интенсивность электромагнитной волны численно равна средней плотности потока энергии волны. Важно отметить, что *интенсивность* волны пропорциональна квадрату ее амплитуды: $I \sim E_0^2$.

Теоретически обосновано и экспериментально подтверждено наличие давления электромагнитных волн на тела (и на газы), а значит и наличие импульса у электромагнитной волны:

$$p = mc = \frac{W}{c}, \quad (2.26)$$

где W – энергия электромагнитной волны.

Электромагнитным волнам присущи и другие свойства, которые рассмотрим на примере волн оптического диапазона.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.1.

Определение скорости распространения волны в струне

1. *Цель работы:* освоение метода определения скорости распространения волны в струне.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) уравнение волны; б) принцип суперпозиции волн; в) стоячие волны, расчет координаты пучностей узла; г) схему лабораторной установки; д) работу звукового генератора; д) расчет погрешностей измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание экспериментальной установки

Лабораторная установка ФПВ-04 для изучения собственных колебаний струны выполнена в настольном исполнении. Схема установки представлена на рис. 2.7.

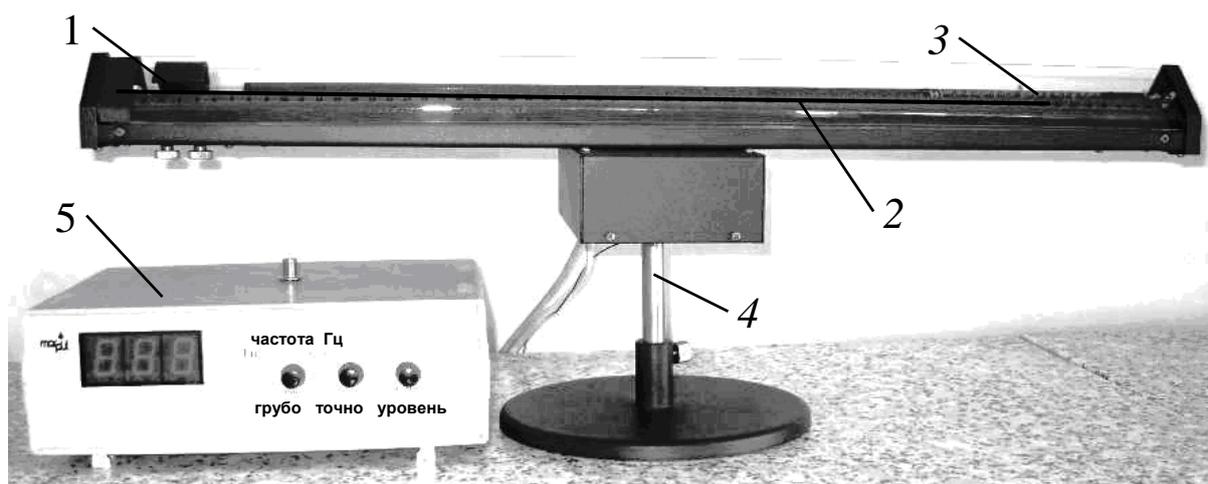


Рис. 2.7. Внешний вид экспериментальной установки:

*1 – постоянный магнит; 2 – струна; 3 – динамометр;
4 – штатив; 5 – звуковой генератор*

На жестком основании закреплены постоянные магниты 1, между полюсами которых натянута струна 2. Один конец струны жестко крепится к основанию, а другой прикреплен к тарировочной пружине. Второй конец пружины механически связан с винтовым механизмом, при помощи которого осуществляется изменение натяжения струны. Сила натяжения струны T определяется по положению указателя на шкале динамометра 3. Измерение длины поперечных стоячих волн, образующихся на струне, производится по миллиметровой шкале. Для улучшения видимости струны за ней

размещена лампа подсветки. На задней панели устройства питания лампы находятся кабель для соединения с измерительным устройством и клемма заземления. Динамометр с помощью стойки устанавливается в штатив 4.

В состав измерительного устройства 5 входят генератор синусоидальных колебаний с усилителем мощности для возбуждения колебаний струны и частотомер для измерения частоты генератора.

На задней стенке находятся клемма заземления, сетевой шнур с вилкой, сетевые предохранители и сетевой выключатель. На передней панели размещены следующие органы управления:

- ручки «грубо» и «точно» – для установки частоты генератора;
- ручка «уровень» – для установки необходимой амплитуды выходного напряжения генератора (амплитуда колебаний струны);
- цифровое табло частотомера – указывает частоту выходного сигнала.

3.2. Метод определения скорости распространения волны в струне

Метод определения скорости распространения волны основан на возникновении сил, действующих на струну (проводник) с током определенной частоты в постоянном магнитном поле. Сила Ампера \vec{F}_A , действующая со стороны магнитного поля на проводник с переменным током силой I , возбуждает в струне поперечные колебания. Принцип действия установки представлен на рис. 2.8. Сила I и частота ν переменного тока, протекающего по струне, задается звуковым генератором. Картина колебаний натянутой струны осуществляется путем наложения друг на друга бегущих в разные стороны многократно отраженных волн. При некоторых частотах генератора и силе натяжения струны картина стабилизируется – в струне образуются стоячие волны. Стоячие волны являются частным случаем интерференции и образуются при наложении двух встречных когерентных бегущих волн с одинаковыми амплитудами:

$$s_1 = A \cos(\omega t - kx); \quad s_2 = A \cos(\omega t + kx + \alpha), \quad (2.27)$$

где A – амплитуда бегущей волны; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота волны; k – волновое число; $\alpha = \pi$ – начальная фаза отраженной волн.

В результате сложения колебаний образуется плоская синусо-

идальная стоячая волна, описываемая уравнением

$$s = s_1 + s_2 = 2A \cos(kx + \alpha/2) \cos(\omega t + \alpha/2). \quad (2.28)$$

Амплитуда стоячей волны $A_{\text{ст}}$ является периодической функцией координаты x .

$$A_{\text{ст}} = 2A \cos(kx + \alpha/2). \quad (2.29)$$

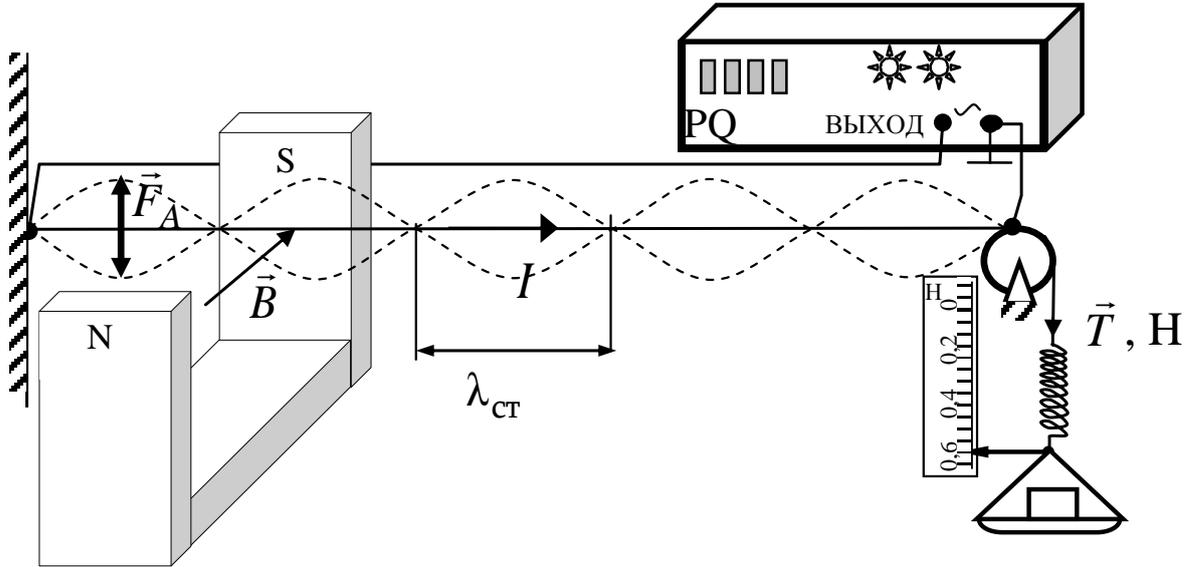


Рис. 2.8. Схема установки для возбуждения стоячих волн в струне

Точки, в которых $kx + \pi/2$ принимает значения: $0, \pi, 2\pi, \dots$, являются пучностями стоячей волны ($A_{\text{ст}} = 2A$). Длина стоячей волны, равная расстоянию между двумя соседними узлами или пучностями, будет определяться как

$$\lambda_{\text{ст}} = \lambda/2,$$

где λ – длина бегущей волны.

Собственная частота струны, т. е. частота, при которой в струне устанавливаются стоячие волны, согласно (2.17), имеет вид

$$v = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_L}}, \quad (2.30)$$

где ρ_L – линейная плотность материала струны; L – длина струны; n – количество полувольт (пучностей); T – сила натяжения струны.

Зная частоту v и силу натяжения T , из (2.30) можно найти линейную плотность материала струны:

$$\rho_L = \left(\frac{n}{2Lv} \right)^2 T. \quad (2.31)$$

Зная длину струны L и количество полувольт (пучностей) n , определим длину бегущей волны по формуле

$$\lambda = \left(\frac{2L}{n} \right). \quad (2.32)$$

Тогда фазовую скорость волны в натянутой струне можно найти по формуле

$$v = \lambda v = \frac{2L}{n} v. \quad (2.33)$$

Скорость поперечных деформаций струны изменяется по закону

$$v_{\text{деф}} = \frac{d}{dt} s_1 = -A\omega \sin(\omega t - kx). \quad (2.34)$$

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Подготовка установки к работе

3.3.1.1. Ознакомиться с работой звукового генератора.

3.3.1.2. Подключить установку к сети 220 В. Нажать кнопку «сеть» устройства питания лампы. После этого должна загореться лампа подсветки струны. Нажать кнопку «сеть» измерительного устройства. После этого должно загореться цифровое табло устройства.

3.3.1.3. Прогреть установку в течение 3–5 мин.

3.3.1.4. Ручку «уровень» звукового генератора установить в среднее положение.

3.3.2. Определение скорости распространения волны в струне

3.3.2.1. Вращая ручку натяжения нити, по шкале динамометра установить силу натяжения нити $T = 0,4$ Н.

3.3.2.2. При помощи ручек «грубо» и «точно» установить частоту в диапазоне 20–45 Гц, получить одну хорошо различимую полуволну на всей длине струны – $n = 1$. Значение частоты ν определить по цифровому табло частотомера, записать в табл. 2.2.

3.3.2.3. Увеличивая частоту, кратно полученной в пункте 3.3.2.2, найти различимые полуволны при других частотах ($n = 2, 3, 4$). Максимальное число различимых полувольт должно быть не менее четырех.

Таблица 2.2

*Определение скорости распространения волны
в струне при постоянной силе натяжения*

№	n	ν	T	L	λ	υ	$\langle \upsilon \rangle$	A	$\upsilon_{\text{деф}}^{\text{max}}$	ρ_L
		Гц	Н	м	м	м/с	м/с	м	м/с	кг/м
1										
2										
3										
4										
5										

3.3.2.4. По результатам измерений рассчитать длину волны λ по формуле (2.32), скорость распространения волны υ по формуле (2.33) для каждого значения n и ее среднее значение $\langle \upsilon \rangle$. Результаты расчетов записать в табл. 2.2. Сделать вывод.

3.3.2.5. Для каждого значения n определить амплитудное значение бегущей волны A и, используя формулу (2.35), оценить амплитудное значение скорости поперечных деформаций струны $\upsilon_{\text{деф}}^{\text{max}}$. Результаты занести в табл. 2.2.

3.3.2.6. По формуле (2.31) определить линейную плотность материала струны ρ_L для каждой частоты ν . Результаты расчета записать в табл. 2.2.

3.3.2.7. Оценить относительное расхождение между $\rho_{L_{\text{табл}}}$ и $\rho_{L_{\text{эксп}}}$ по формуле $\varepsilon = \frac{|\rho_{L_{\text{табл}}} - \rho_{L_{\text{эксп}}}|}{\rho_{L_{\text{табл}}}} 100 \%$.

3.3.3. *Исследование зависимости скорости распространения волны в струне от силы натяжения*

3.3.3.1. По шкале динамометра установить силу натяжения струны $T = 0,1$ Н.

3.3.3.2. При помощи ручек «грубо» и «точно» подобрать частоту колебаний ν для $n = 3$ хорошо различимых полуволн на всей длине струны. Значение частоты ν определить по цифровому табло частотомера и записать в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Результаты исследований зависимости скорости распространения волны в струне от силы натяжения

№	T	\sqrt{T}	n	ν	L	λ	υ	$\rho_{L_{\text{расч}}}$	$\rho_{L_{\text{табл}}}$	ε
	Н	Н ^{1/2}		Гц						
1	0,1									
2	0,2									
3	0,3									
4	0,4									
5	0,5									

3.3.3.3. Изменяя силу натяжения струны на 0,1 Н, определить частоту колебаний в соответствии с 3.3.2.2.

3.3.3.4. По результатам измерений по формулам (2.32), (2.33) рассчитать длину волны λ , скорость распространения волны υ для каждого значения T . Результаты расчетов записать в табл. 2.3.

3.3.3.5. Используя формулу (2.31) рассчитать линейную плотность $\rho_{L_{\text{расч}}}$ меди. Сравнить результаты расчета с табличными данными.

3.3.3.6. Построить зависимость $\upsilon = f(\sqrt{T})$. Учитывая, что $\text{tg}\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta T} = \frac{1}{\sqrt{\rho_L}}$, найти по графику $\upsilon = f(\sqrt{T})$ линейную плотность материала струны ρ_L .

3.4. Сформулировать вывод, в котором обобщить результаты экспериментальных исследований.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.2.

Изучение дифракции света на ультразвуковых волнах

1. *Цель работы:* определить скорость и длину ультразвуковых волн (УЗВ) в воде путем наблюдения дифракции света на ультразвуковых волнах.

2. *Подготовка к работе:* Изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) что представляют собой бегущая и стоячая ультразвуковые волны в жидкости; б) почему жидкость, в которой распространяется УЗВ, обладает свойствами дифракционной решетки; в) почему эту решетку называют фазовой и чему равен ее период; г) как в лабораторной работе возникает стоячая УЗВ; д) сходство и различие дифракции света на бегущей и стоячей УЗВ; е) как в работе определяют скорость и длину УЗВ; ж) расчет погрешностей измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

В этой лабораторной работе изучается случай дифракции волн одной природы – световых – на волнах другой – упругих, ультразвуковых.

Схема установки изображена на рис. 2.9. Свет из лазера 1 с длиной волны $\lambda = 633 \text{ нм}$ проходит через телескопическую систему линз L_1 , L_2 и преобразуется в уширенный пучок параллельных лучей, которые затем собираются длиннофокусной линзой L_3 на экране 6. Между линзами L_2 и L_3 помещена плоскопараллельная кювета 2 с водой, дно которой соприкасается с пластинкой 3 из титаната бария (BaTiO_3). Напряжение от генератора высокой частоты 4, подаваемое на эту пластинку, возбуждает в ней ультразвуковые колебания, которые распространяются в воде в виде УЗВ. Частота переменного напряжения (следовательно, и УЗВ) измеряется частотомером 5. Таким образом, в эксперименте УЗВ распространяется в направлении, перпендикулярном к световым волнам.

Бегущая в воде УЗВ (она продольная) представляет собой следующие друг за другом области сжатия и разрежения среды. Это значит, что плотность жидкости и связанный с ней показатель преломления периодически изменяются в направлении распространения УЗВ. Такая среда действует на световые волны как своеобразная дифракционная решетка – фазовая решетка.

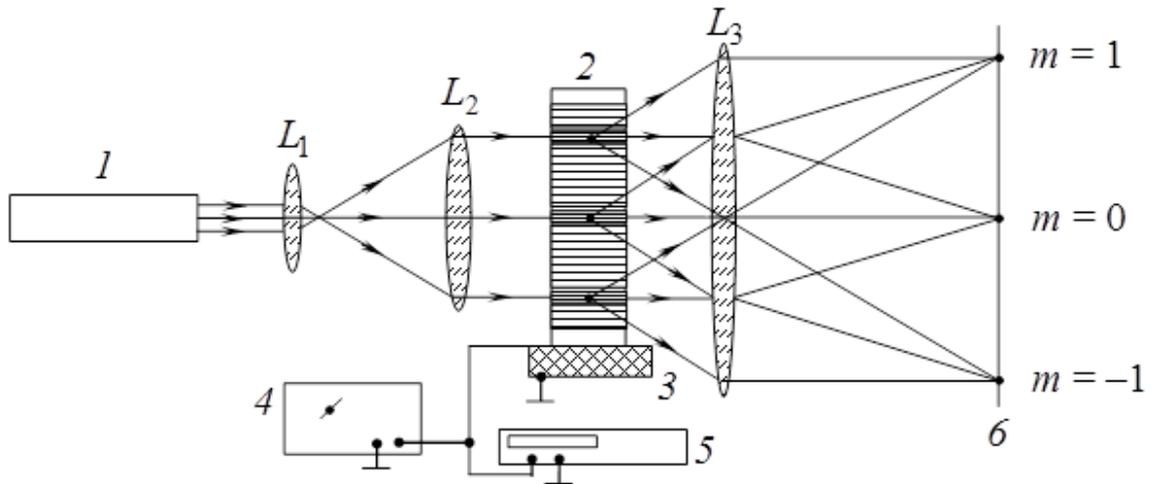


Рис. 2.9. Схема эксперимента по наблюдению дифракции света на ультразвуке: 1 – гелий-неоновый лазер; L_1, L_2 и L_3 – линзы; 2 – кювета с водой; 3 – ультразвуковой излучатель (пластинка из титаната бария); 4 – генератор переменного напряжения высокой частоты; 5 – частотомер; 6 – экран

Чередование сжатий и разрежений как бы соответствует чередованию прозрачных и непрозрачных участков в обычной (амплитудной) решетке. При прохождении через такую жидкую среду различные участки фронта световой волны сохраняют неизменной свою амплитуду. Вследствие периодического изменения показателя преломления распространяются они с различной скоростью. В результате из жидкости выходит световой пучок с периодическим изменением фазы и фронт световой волны становится уже не плоским, а как бы гофрированным.

3.2. Метод определения скорости ультразвуковой волны

При наблюдении света на экране 6, поставленном в фокальной плоскости линзы L_3 , наблюдается дифракционная картина. Если ультразвук слабо изменяет показатель преломления, то слабой будет и фазовая модуляция световой волны. Тогда из кюветы выйдут три световые волны, соответствующие дифракционным максимумам нулевого и первого порядков (рис. 2.9). В общем случае, когда модуляция сильная, световое поле за кюветой состоит не из трех, а большего числа плоских волн, распространяющихся под углами φ_m , определяемыми условием

$$d \sin \varphi_m = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (2.35)$$

Каждая из этих волн соответствует одному из максимумов в дифракционной картине. Формула (2.35) аналогична условию

наблюдения максимумов при дифракции на обычной штриховой (амплитудной) решетке с периодом d .

Период *фазовой* решетки d равен расстоянию между соседними сжатиями (или разрежениями) среды, т. е. длине Λ УЗВ. Следовательно, формулу (2.35) можно записать в виде

$$\Lambda = \frac{m\lambda}{\sin \varphi_m}. \quad (2.36)$$

Определяя на опыте положение дифракционных максимумов различных порядков m , можно найти значение длины УЗВ Λ . Затем, зная частоту ультразвука ν , легко определить его скорость:

$$v = \Lambda\nu. \quad (2.37)$$

Изложенное выше применимо как для случая бегущих, так и стоячих УЗВ. В нашем опыте стоячая УЗВ может возникнуть при наложении встречной волны, идущей вверх от излучателя, и отраженной – вниз от свободной поверхности воды (при этом обязательно на высоте столба жидкости H должно уложиться целое число N полуволн ультразвука). Стоячая УЗВ представляет собой периодическую структуру переменной плотности среды. Поэтому как в случае бегущей, так и стоячей УЗВ получающаяся фазовая решетка имеет период, равный Λ (рис. 2.10). Однако в стоячей волне амплитуда изменения плотности и показателя преломления больше, чем в бегущей. Следовательно, фазовая модуляция света в среде более сильная и поэтому в дифракционной картине будет наблюдаться большее число максимумов.

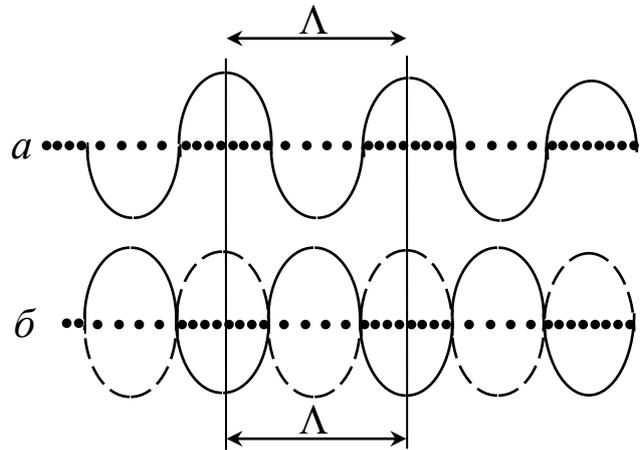


Рис. 2.10. Распределение плотности в бегущей (а) и стоячей (б) УЗВ

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Включить лазер и, перемещая линзу L_3 (рис. 2.9) вдоль оптической скамьи, тщательно сфокусировать излучение в тонкое световое пятно на экране.

3.3.2. Измерить расстояние от линзы L_3 до экрана (оно равно в этом случае ее фокусному расстоянию F) и занести в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Результаты измерения и расчета скорости и длины УЗВ в воде

m	x_m	F	λ	ν	Λ	$\langle \Lambda \rangle$	υ
	м	м	м	МГц	м	М	м/с
1							
2							
3							
4							
5							

3.3.3. Включить генератор ультразвуковых колебаний 4 и частотомер 5. После прогрева (3 мин) настроить генератор ручкой «Подстройка частоты» на резонансную частоту пластинки 3, излучающей ультразвук ($\nu = 1,335$ МГц).

3.3.4. На экране возникнет дифракционная картина, состоящая из нескольких максимумов. Их количество можно увеличить, добиваясь возникновения стоячей УЗВ. Для этого нужно изменить уровень воды в кювете, аккуратно доливая ее шприцем.

3.3.5. Измерить на экране расстояние $2x_m$ между смежными дифракционными максимумами одного и того же порядка $m = \pm 1$, $m = \pm 2$ и т. д. Занести в табл. 2.4 значения x_m .

3.3.6. В силу малости углов дифракции φ_m можно считать, что $\sin \varphi_m \approx \text{tg} \varphi_m = x_m / F$. Поэтому формулу (2.36) можно записать в виде $\Lambda = m \frac{F\lambda}{x_m}$. Для всех значений m вычислить Λ .

3.3.7. Построить график зависимости x_m от номера m и убедиться в его прямолинейном характере. По наклону прямой найти значение Λ и сравнить его с $\langle \Lambda \rangle$.

3.3.8. По формуле (2.37) вычислить скорость распространения УЗВ в воде и сравнить ее значение с табличным.

3.4. Сделать вывод, в котором обобщить результаты экспериментальных исследований.

Вопросы для самоподготовки

1. Что называется длиной волны?
2. Каков механизм образования стоячих волн? Приведите уравнение стоячей волны.
3. Как будет направлен вектор смещения при образовании стоячей волны на рис. 2.3?
4. Какая сила вызывает поперечные колебания струны?
5. Чем определяется частота колебаний струны?
6. Что такое собственные частоты струны?
7. Что называется интерференцией? Назовите условия протекания явления интерференции.
8. Какие волны называются поперечными, продольными? Приведите решение уравнения плоской волны.
9. От чего зависит скорость продольных и поперечных волн в среде?
10. В чем особенность распространения упругих волн в различных средах?
11. Как определить скорость продольных волн в жидкости и газе?
12. Какой термодинамический процесс определяет распространение упругих волн в газе?
13. Какие волны называются поперечными, продольными? Приведите уравнение упругой плоской волны.
14. Какими являются ультразвуковые волны: продольными или поперечными? В каких средах они могут распространяться?
15. В чем особенность распространения упругих волн в различных средах?
16. От чего зависит скорость продольных и поперечных волн в упругой среде?
17. В чем состоит явление пьезоэлектрического эффекта? Магнитострикции?
18. Объясните различие между фазовой и амплитудной дифракционными решетками.
19. Можно ли наблюдать дифракцию на звуковых волнах в жидкости?
20. Почему стоячие волны образуют решетку с периодом $d = \Lambda/2$?

Примеры решения задач

Пример 1. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси X в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 15$ м/с. Две точки, находящиеся на расстояниях $x_1 = 5$ м и $x_2 = 5,5$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = \pi/5$ и амплитудой $y_m = 4$ см. Определить длину волны λ , циклическую частоту ω , записать уравнение волны ($\varphi_0 = 0$), определить смещение y_2 точек в момент времени $t_1 = 3$ с.

Дано:

$$v = 15 \text{ м/с}$$

$$x_1 = 5 \text{ м}$$

$$x_2 = 5,5 \text{ м}$$

$$\Delta\varphi = \pi/5$$

$$y_m = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$\varphi_0 = 0$$

$$\lambda; \omega; y(x, t);$$

$$y_1; y_2 - ?$$

Решение:

Разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек волны, расстояние $\Delta x = x_2 - x_1$ между ними и длина волны λ связаны соотношением

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda}, \text{ из которого следует:}$$

$$\lambda = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}. \text{ Рассчитаем длину волны}$$

$$\lambda = \frac{2\pi(5,5 - 5) \cdot 5}{\pi} = 5 \text{ м и волновое число}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5} \text{ м}^{-1}.$$

Циклическая частота ω колебаний частиц в волне определяется из соотношения $\omega = \frac{2\pi}{T}$ с учетом выражения $\omega = \frac{2\pi v}{\lambda} = kv$:

$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 15}{5} = 6\pi = 18,84 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Для определения смещения y_1 и y_2 точек с координатами x_1 и x_2 в указанный момент времени необходимо записать уравнение плоской упругой волны, распространяющейся вдоль оси X для заданного условия задачи:

$$y(x, t) = 0,04 \sin \left(6\pi t - \frac{2\pi}{5} x \right) = 0,04 \sin 2\pi \left(3t - \frac{x}{5} \right).$$

Результаты расчета смещения указанных точек:

$$y_1 = 0,04 \sin 2\pi(3 \cdot 3 - 1) = 0 \text{ и } y_2 = 0,04 \sin 2\pi(3 \cdot 3 - 1,1) \approx -0,01 \text{ м.}$$

Пример 2. Плоская монохроматическая волна распространяется в однородной и изотропной среде с $\varepsilon = 2$ и $\mu = 1$. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_m = 12$ В/м. Определить для этой волны фазовую скорость v , амплитуду H_m напряженности магнитного поля и максимальное значение плотности потока энергии P_m .

Дано:

$$\varepsilon = 2$$

$$\mu = 1$$

$$E_m = 12 \text{ В/м}$$

$$v; H_m; P_m - ?$$

Решение:

Используя соотношение для фазовой скорости электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

и заданные значения ε и μ , получим величину фазовой скорости:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2}} = 2,13 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Мгновенные значения напряженностей электрического и магнитного полей в бегущей волне связаны соотношением (2.23):

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu \mu_0} H_m.$$

Откуда амплитуда напряженности магнитного поля волны

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_m = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{1 \cdot 12,56 \cdot 10^{-7}}} 12 = 45 \cdot 10^{-3} \text{ А/м.}$$

Модуль вектора плотности потока энергии электромагнитного поля определяется мгновенными значениями напряженностей электрического и магнитного полей в бегущей волне. Так как величины E и H в каждой точке волны изменяются со временем по гармоническому закону, находясь в одинаковой фазе, то мгновенное значение плотности потока энергии электромагнитной волны равно

$$P = E_m \sin \omega t \cdot H_m \sin \omega t = E_m H_m \sin^2 \omega t.$$

Максимальное значение P_m плотности потока энергии при $\sin^2 \omega t = 1$

$$P_m = E_m H_m = 12 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 0,54 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1–10. Задано уравнение волны $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - k x)$. Определить частоту ν и период T колебаний, фазовую скорость v_ϕ , максимальные значения скорости $\dot{\xi}_{\max}$ и ускорения $\ddot{\xi}_{\max}$ колебаний частиц среды. Найти смещение частиц среды в точке x_1 в момент времени t_1 .

№	A	ω	k	x_1	t_1
	см	с^{-1}	м^{-1}	м	с
1	1	628	2	2	3
2	0,75	314	1	1	1
3	0,5	157	3	3	3
4	0,25	628	4	4	1
5	1	314	5	5	2
6	0,75	157	2	2	4
7	0,5	628	1	1	3
8	0,25	314	3	3	1
9	0,5	157	4	4	2
10	0,75	628	5	5	4

11–20. Стоячая волна образуется при наложении бегущей волны и волны, отраженной от границы раздела сред, перпендикулярной направлению распространения волны. Найти положения (расстояния от границы раздела сред) узлов и пучностей стоячей волны, если отражение происходит от среды более или менее плотной. Скорость распространения звуковых волн $v_{\text{зв}}$ и частота ν .

№	Среда	$v_{\text{зв}}$	ν
		м/с	кГц
1	более плотная	340	3,0
2	менее плотная	340	3,1
3	более плотная	340	3,2
4	менее плотная	340	4,3
5	более плотная	340	5,0
6	менее плотная	1000	2,5

7	более плотная	1000	1,2
8	менее плотная	1000	3,3
9	более плотная	1000	4,4
10	менее плотная	1000	5,2

21. Маяк посылает пароходу одновременно два сигнала: первый – звуковыми волнами в воздухе, второй – в воде при температуре $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. На пароходе сигнал был услышан через время $\Delta t = 4\text{ с}$ после первого. Найти расстояние парохода от маяка.

22. Колебательный контур радиоприемника настроен на частоту 9 МГц . Во сколько раз следует увеличить емкость конденсатора колебательного контура, чтобы приемник был настроен на длину волны 50 м ?

23. Электромагнитные волны распространяются в некоторой среде со скоростью $2 \cdot 10^8\text{ м/с}$. Определить длину волны в этой среде, если частота колебаний равна 1 МГц .

24. Для определения температуры верхних слоев атмосферы нельзя пользоваться термометром, так как вследствие малой плотности газа термометр не придет в тепловое равновесие с окружающей средой. Для этой цели пускают ракету с гранатами, взрывающимися при достижении определенной высоты. Найти температуру t на высоте $h = 20\text{ км}$ от поверхности Земли, если известно, что звук взрыва, произведенного на высоте $h_1 = 21\text{ км}$, пришел позже на $\Delta t = 6,75\text{ с}$ звука от взрыва, произведенного на высоте $h_2 = 19\text{ км}$.

25. Найти предельный угол α полного внутреннего отражения звуковых волн на границе воздух – стекло. Воспользоваться необходимыми данными: модуль Юнга для стекла $\rho = 2,6 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$, температура воздуха $20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

26. Найти расстояние l между соседними зубцами звуковой бороздки на грампластинке для тона ля ($\nu = 435\text{ Гц}$): а) в начале записи на расстоянии $l_1 = 12\text{ см}$ от центра; б) в конце записи на расстоянии $l_2 = 4\text{ см}$ от центра. Частота вращения пластинки $n = 78\text{ мин}^{-1}$.

28. Два звука отличаются по уровню звукового давления на $\Delta L_p = 1\text{ дБ}$. Найти отношение $P_{\text{max}}^1 / P_{\text{max}}^2$ амплитуд их давлений.

ГЛАВА 3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Оптика – раздел физики, в котором рассматриваются закономерности излучения, поглощения и распространения света. Природа света двойственная. С одной стороны, свет представляет собой совокупность электромагнитных волн, с другой – поток частиц – фотонов. Явления интерференции, дифракции и поляризации света достаточно хорошо описываются с помощью волновых представлений о природе света.

Интерференцией называется явление наложения двух и более волн, в результате которого происходит перераспределение интенсивности волн в пространстве, не изменяющееся со временем.

Для получения интерференции света требуются определенные условия.

§ 3.1. Двухлучевая интерференция

Рассмотрим взаимодействие двух гармонических волн, возбуждаемых в однородной и изотропной среде двумя точечными источниками S_1 и S_2 (рис. 3.1), циклические частоты гармонических колебаний которых равны соответственно ω_1 и ω_2 , а начальные фазы α_1 и α_2 . Тогда вызываемые ими колебания в произвольной точке M будут удовлетворять уравнениям:

$$\begin{aligned} A_1 &= A_{01} \cdot \cos(\omega_1 t + \alpha_1) = A_{01} \cdot \cos \varphi_1 ; \\ A_2 &= A_{02} \cdot \cos(\omega_2 t + \alpha_2) = A_{02} \cdot \cos \varphi_2 . \end{aligned} \quad (3.1)$$

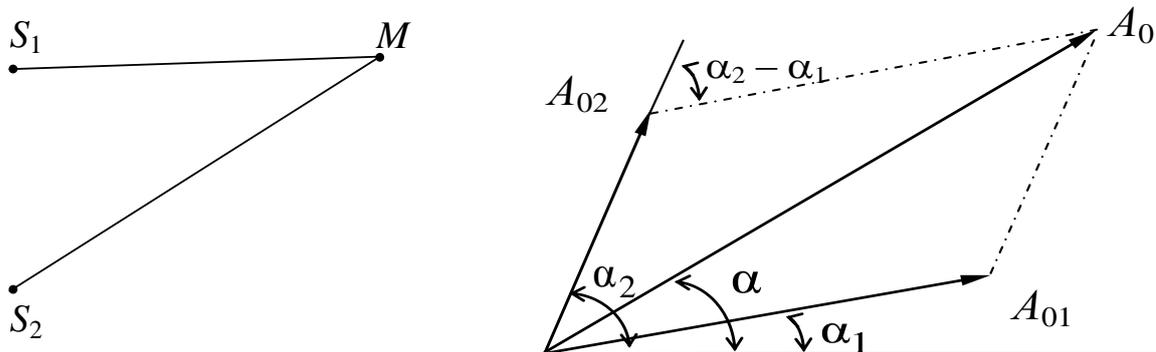


Рис. 3.1. Сложение двух волн Рис. 3.2. Метод векторных диаграмм

В соответствии с *принципом суперпозиции волн*, который утверждает, что все волны распространяются в среде независимо

друг от друга так, что результирующее смещение любой частицы среды равно векторной сумме ее смещений, обусловленных каждой из волн в отдельности, результирующее колебание в точке M описывается выражением

$$A = A_0 \cdot \cos \varphi = A_0 \cdot \cos(\omega t + \alpha). \quad (3.2)$$

Для определения A_0 и α воспользуемся методом векторных диаграмм, из рис. 3.2 следует, что

$$A_0^2 = A_{01}^2 + A_{02}^2 + 2 A_{01} \cdot A_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (3.3)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_{01} \sin \varphi_1 + A_{02} \sin \varphi_2}{A_{01} \cos \varphi_1 + A_{02} \cos \varphi_2}. \quad (3.4)$$

Возможны два случая:

1) разность фаз волн $\varphi_2 - \varphi_1$ в точке M изменяется с течением времени; такие волны и возбуждающие их источники S_1 и S_2 называются *некогерентными*;

2) разность фаз волн $\varphi_2 - \varphi_1$ в точке M не зависит от времени; такие волны и возбуждающие их источники называются *когерентными*.

Так как

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t + (\alpha_2 - \alpha_1), \quad (3.5)$$

то волны являются когерентными, если их частоты одинаковы и разность фаз постоянна.

Учитывая, что интенсивность световых волн прямо пропорциональна среднему значению квадрата амплитуды волны, получим выражение для определения значения интенсивности I результирующей световой волны при наложении двух световых волн с интенсивностями I_1 и I_2 :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle, \quad (3.6)$$

где $\langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle = \frac{1}{t'} \int_0^{t'} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) dt$ – среднее значение косинуса разности фаз за время t .

Из выражений (3.3) и (3.6) следует, что при наложении в пространстве двух когерентных волн в разных его точках получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн. В тех точках пространства,

для которых $\langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle > 0$, интенсивность больше, чем без интерференции $I > I_1 + I_2$. В точках пространства, для которых $\langle \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \rangle < 0$, интенсивность меньше, чем без интерференции волн $I < I_1 + I_2$.

Таким образом, при наложении когерентных волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, в других – минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией волн.

§ 3.2. Когерентность световых волн

Необходимым условием интерференции волн является их *когерентность*, т. е. согласованность во времени и пространстве нескольких волновых процессов. Этому условию удовлетворяют *монокроматические* волны – неограниченные в пространстве волны одной постоянной амплитуды и частоты. Кроме этого, для интерференции необходимо, чтобы колебания векторов \vec{E} в накладывающихся волнах совершались вдоль одного и того же или близких направлений. Какой же свет испускают реальные источники?

Из повседневного опыта известно, что при наложении света от двух независимых источников (например двух электрических лампочек) никогда не удастся наблюдать явление интерференции. Увеличение числа горящих в комнате ламп всегда приводит к возрастанию освещенности во всех точках комнаты, не приводя к появлению интерференционной картины, так как волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны, т. е. ни один реальный источник не дает строго монокроматического света.

Причины немонокроматичности излучения всякого источника заключены в самом механизме процесса испускания света атомами (молекулами или ионами) светящегося тела. Продолжительность излучения света атомом $\tau \sim 10^{-12}$ с. За этот промежуток времени возбужденный атом, растратив свою избыточную энергию на излучение, возвращается в нормальное (невозбужденное) состояние, и излучение им света прекращается. Затем атом может вновь возбудиться и начать излучать свет. Такое прерывистое излучение света атомами в виде отдельных кратковременных импульсов – *цугов волн*

– характерно для любого источника света независимо от тех специфических процессов, которые происходят в источнике и вызывают возбуждение его атомов. Возбуждись, атом снова начинает испускать световые волны, но уже с новой начальной фазой. Так как разность фаз между излучением двух независимых атомов изменяется при каждом новом акте испускания, то волны, излучаемые атомами любого источника света, некогерентны.

Таким образом, любой немонахроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга называется *временем когерентности* $\tau_{\text{ког}}$. Когерентность существует только в пределах одного цуга, и время когерентности не может превышать времени излучения $\tau_{\text{ког}} < \tau$. За это время волна распространяется в вакууме на расстояние $\ell_{\text{ког}} = c \cdot \tau_{\text{ког}}$ (c – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме), называемое *длиной когерентности* (или *длиной цуга*).

При прохождении расстояния $\ell_{\text{ког}}$ волны утрачивают когерентность. Реальная волна, излучаемая в течение ограниченного времени, не является монохроматической, спектр ее частот имеет конечную ширину $\Delta\omega$, то есть включает циклические частоты от $\omega - \Delta\omega/2$ до $\omega + \Delta\omega/2$ (например, для видимого солнечного света, имеющего сплошной спектр частот от $4 \cdot 10^{14}$ до $8 \cdot 10^{14}$ Гц, $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-14}$ с и $\ell_{\text{ког}} \sim 10^{-6}$ м). Такую волну можно считать приближенно монохроматической с циклической частотой ω в течение промежутка времени $\Delta t \ll \tau_{\text{ког}}$. Такое ограничение, определяемое степенью монохроматичности волн, называется *временной когерентностью*.

Когерентность колебаний, которые совершаются в один и тот же момент времени в разных точках плоскости Q , перпендикулярной направлению распространения волны, называется *пространственной когерентностью* (в отличие от *временной когерентности* колебаний, совершающихся в одной и той же точке, но в разные моменты времени).

Пространственная когерентность зависит от условий излучения и формирования световых волн. Например, световая волна, излучаемая точечным источником, обладает полной пространствен-

ной когерентностью. В случае идеальной плоской волны амплитуда и фаза колебаний во всех точках плоскости Q одинаковы, то есть имеется полная пространственная когерентность. В реальной же волне, излучаемой множеством независимых атомов протяженного нелазерного источника света, разность фаз колебаний в двух точках M_1 и M_2 плоскости Q – случайная функция времени.

Расстояние l_k между точками M_1 и M_2 плоскости Q , случайные изменения разности фаз в которых достигают значения, равные π , называется *длиной пространственной когерентности* (или *радиусом когерентности*).

Источники света, которые позволяют наблюдать интерференцию, называются *пространственно-когерентными*.

При наложении когерентных волн результат интерференции определяется разностью фаз интерферирующих волн в месте наблюдения, которая, в свою очередь, зависит от начальной разности фаз волн и от расстояний, отделяющих точку наблюдения от источников каждой из волн.

§ 3.3. Условие усиления и ослабления интенсивности света при интерференции

Когерентные световые волны можно получить, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные *оптические пути* (в однородной среде оптическая длина пути равна произведению геометрической длины пути S на показатель преломления среды n : $L = n s$), а потом наложить друг на друга в определенной точке пространства, то наблюдается интерференция. Разность оптических длин путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть очень большой, так как складывающиеся колебания должны принадлежать одному и тому же цугу волн, в противном случае наложатся колебания, соответствующие разным цугам, и разность фаз между ними будет непрерывно меняться хаотическим

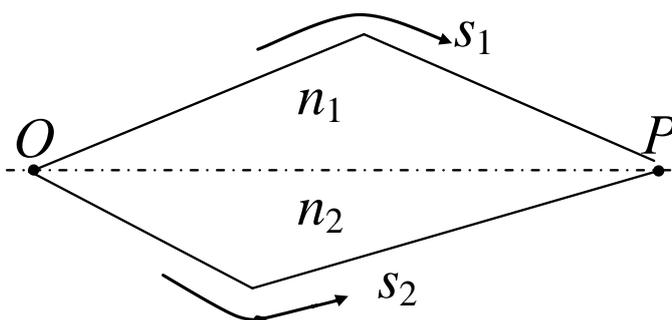


Рис. 3.3. Условие усиления света

образом.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке O (рис. 3.3). До точки P первая волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь S_1 , а вторая волна проходит в среде с показателем преломления n_2 путь S_2 . Если в точке O фаза колебания равна ωt , то первая волна возбуждает в точке P колебание $A_1 \cdot \cos[\omega(t - s_1/v_1)]$, а вторая волна возбуждает в точке P колебание $A_2 \cdot \cos[\omega(t - s_2/v_2)]$, где $v_1 = \frac{c}{n_1}$, $v_2 = \frac{c}{n_2}$ – фазовые скорости волн. Следовательно, разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке P , будет равна:

$$\Delta\varphi = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} \cdot (n_2 s_2 - n_1 s_1). \quad (3.7)$$

Учитывая, что $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$,

где λ_0 – длина волны в вакууме, выражение (3.7) можно представить в виде

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (3.8)$$

где $\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1$ – величина, равная разности оптических длин проходимых волнами путей, называемая *оптической разностью хода*.

Из (3.8) видно, что если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме:

$$\Delta = \pm m \lambda_0; \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (3.9)$$

то разность фаз оказывается кратной 2π и колебания, возбуждаемые в точке P обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе. Таким образом, (3.9) – это *условие наблюдения интерференционного максимума*.

Если Δ равна полуцелому числу длин волн в вакууме:

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0; \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (3.10)$$

то разность фаз $(2m + 1)\pi$, то есть колебания в точке P , будут происходить в противофазе. Следовательно, (3.10) – *условие наблюдения интерференционного минимума*.

В практических расчетах при определении оптической разности хода следует учитывать, что при отражении световой волны от оптически более плотной среды (то есть при отражении волны от границы раздела со средой, имеющей больший показатель преломления n_2 , чем показатель преломления n_1 среды, в которой волна распространялась до сих пор) фаза волны изменяется на π . Ее можно учесть, добавив к Δ половину длины волны в вакууме.

§ 3.4. Методы наблюдения интерференции света

Для осуществления когерентности необходимо разделить один и тот же световой пучок на два и заставить их встретиться снова так, чтобы разность хода между интерферирующими лучами была меньше длины когерентности. В зависимости от способа разбиения пучка существует два разных метода получения когерентных «источников»: метод деления волнового фронта и метод деления амплитуды.

В методе деления волнового фронта исходящий от источника пучок делится на два либо проходя через два близко расположенных отверстия (метод Юнга), либо отражаясь от зеркальных поверхностей (бизеркала Френеля, зеркало Ллойда), либо другими способами (бипризма Френеля, метод Линника).

В методе деления амплитуды, который пригоден как для малого, так и для протяженного источника, пучок делится путем прохождения через полупрозрачную поверхность. В результате чего получается интерференционная картина в виде линий равного наклона (интерференция от параллельной пластинки) и линий равной толщины (интерференция от пластинки переменной толщины, кольца Ньютона). Основным преимуществом этого метода является получение пучка большей интенсивности.

3.4.1. Метод Юнга

В опыте Юнга пучок света от естественного источника выделяется с помощью узкой щели S и делится на два когерентных пучка щелями S_1 и S_2 (рис. 3.4). В области перекрытия этих пучков (заштрихованная часть) на экране \mathcal{E} наблюдается картина интерференции в виде цветных (для белого света) и темных полос. Если свет от источника S монохроматический с длиной волны λ , то максимумы имеют цвет, соответствующий этой длине волны.

Интерференционная картина получается отчетливой, если выполняется приближенное условие $b \sin(\beta/2) \leq \lambda/4$, где b – ширина щели; β – апертура интерференции (рис. 3.4).

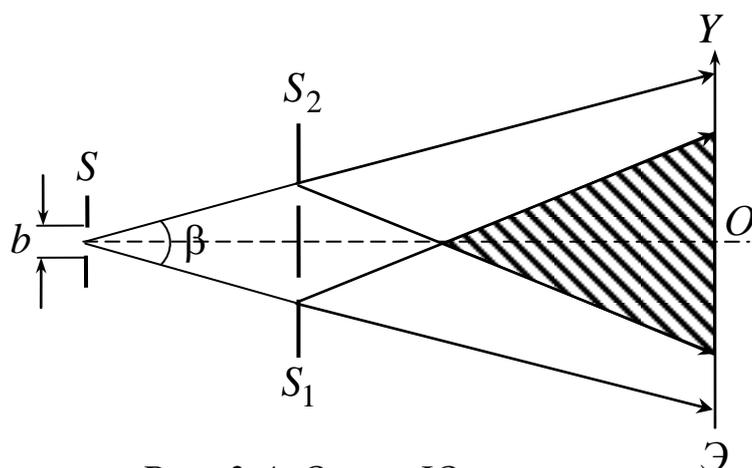


Рис. 3.4. Опыт Юнга

Щели S_1 и S_2 в опыте Юнга играют роль когерентных источников.

Приведем пример расчета интерференционной картины от этих источников (рис. 3.5) на экране Э. Расстояние между щелями d , расстояние от щелей до экрана l , причем $l \gg d$. Ось OY совместим с экраном, начало координат O на одном расстоянии от щелей S_1 и S_2 .

В точке O всегда наблюдается максимум интенсивности – *главный максимум*, так как разность хода лучей для этой точки $\Delta x = 0$. Для расчета разности хода лучей в произвольной точке M экрана воспользуемся соотношениями

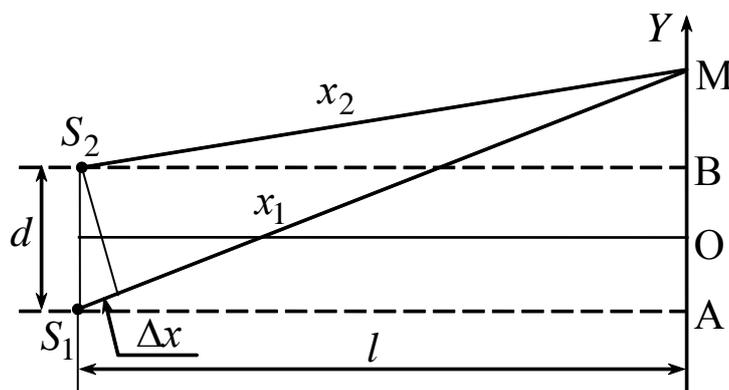


Рис. 3.5. Расчет опыта Юнга

$$x_1^2 = l^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2; \quad x_2^2 = l^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Тогда $x_1^2 - x_2^2 = 2yd$.

С другой стороны, разность квадратов можно представить в виде

$$x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 2yd. \quad (3.11)$$

Тогда с учетом, что $x_1 - x_2 = \Delta x$ и $x_1 + x_2 \approx 2l$, так как $l \gg d$, запишем

$$\Delta x = \frac{yd}{l}. \quad (3.12)$$

Если $\frac{y'd}{l} = \pm m\lambda$, то в точках с координатами

$$y' = \pm m \frac{l\lambda}{d} \quad (3.13)$$

наблюдаются максимумы интенсивности.

Если выполняется условие $\frac{y''d}{l} = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}$, то в точках с координатами y'' наблюдаются минимумы интенсивности

$$y'' = \pm(m+1/2)\frac{l\lambda}{d}. \quad (3.14)$$

В формулах (3.13) и (3.14) $m = \pm(0, 1, 2, \dots)$. Это означает, что максимумы интенсивности наблюдаются по обе стороны от главного максимума, для которого $m = 0$.

Интенсивность света в пределах одной полосы неодинакова: центр полосы освещен ярче, к краям полосы интенсивность убывает. Если экран Э (см. рис. 3.4) развернуть в плоскость листа и построить график $I(Y)$, то картина интерференции в монохроматическом свете принимает вид, изображенный на рис. 3.6. Шириной интерференционной полосы a называется расстояние между соседними минимумами:

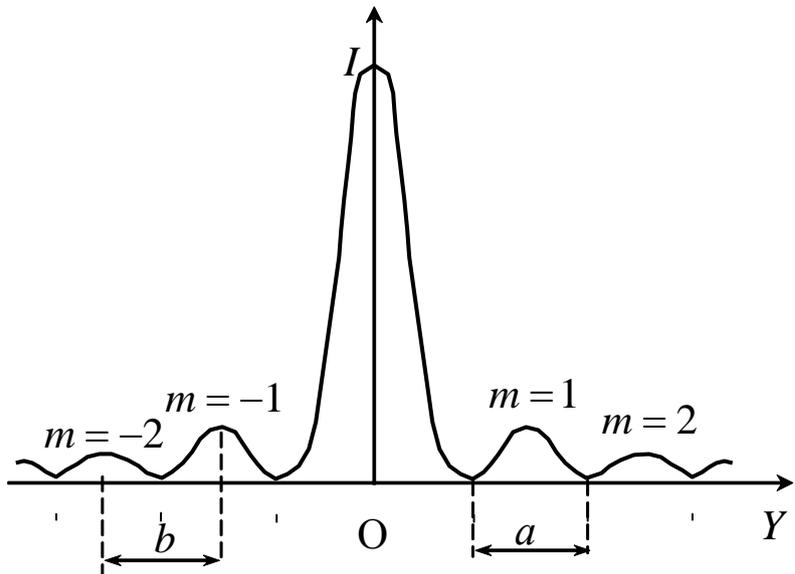


Рис. 3.6. Распределение интенсивности света на экране

$$a = y''_{m+1} - y''_m = \frac{l}{d}\lambda. \quad (3.15)$$

Ширина минимума b оказывается такой же ($b = a$). Из выражения (3.15) видно, что ширина полосы не зависит от ее номера m и при заданных l , d и λ является величиной постоянной. Однако с увеличением d ширина полосы уменьшается и при $d \approx l$ ширина максимума и ширина минимума соизмеримы с длиной волны ($a \approx \lambda$, $b \approx \lambda$), т. е. полосы визуально не различаются. Четкая картина интерференции возможна при $l \gg d$. По измеренным значениям l , d и

а можно определить длину волны света, используя выражение (3.15).

3.4.2. Интерференция на тонких пленках

Наиболее типичной и распространенной является интерференция на тонких пленках (мыльные пленки, масляные пленки на воде, оксидные пленки на металлах, тонкие стеклянные пластинки). Рассмотрим теперь отражение световой волны от плоскопараллельной пластины (тонкой пленки) (рис. 3.7) Часть света отражается от верхней поверхности пластины 1, часть проникает внутрь ее. После отражения преломленной в толщу пластины волны от нижней ее поверхности и преломления на верхней поверхности две эти волны будут распространяться в одном направлении.

На рис. 3.7 представлена тонкая пленка толщиной d с показателем преломления n . В точке D на поверхность пленки падает луч S под углом i . В результате преломления и отражения от верхней и нижней грани пленки падающий луч делится на когерентные лучи 1 и 2, а линзой L они собираются в точке M экрана \mathcal{E} , располагаемого в фокальной плоскости линзы. Происходит наложение лучей 1 и 2 и их интерференция. Оптическая разность хода Δ лучей 1 и 2, возникающая между ними на пути от точки D до плоскости AB (фронт отраженных лучей), равна

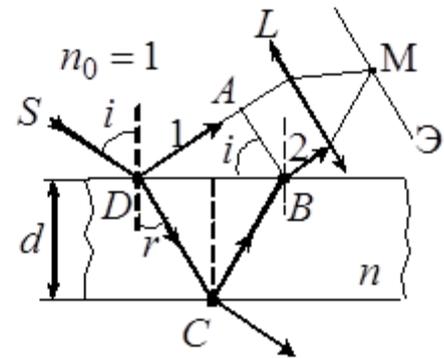


Рис. 3.7. Интерференция на тонкой пленке

$$\Delta = (DC + CB)n - DA \pm \frac{\lambda}{2}. \quad (3.16)$$

Показатель преломления окружающей пленку среды n_0 примем равным 1. Член $\pm\lambda/2$ обусловлен потерей полуволны при отражении волны 1 от границы раздела сред с показателями преломления $n > n_0$. При $n_0 > n$ потеря полуволны произойдет в точке C . Формулу (3.16) приводим к более удобной для расчетов форме

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \lambda/2. \quad (3.17)$$

В точке M наблюдается максимум или минимум интенсивности в зависимости от соотношений

$$\left. \begin{aligned} 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \lambda/2 &= m\lambda - \text{условие максимума,} \\ 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \lambda/2 &= (2m + 1)\frac{\lambda}{2} - \text{условие минимума.} \end{aligned} \right\} (3.18)$$

Из соотношений (3.18) следует, что интерференционная картина на тонких пленках зависит от d , n , i и λ . Если пленка плоскопараллельная ($d = \text{const}$), то при заданных n и λ каждому углу наклона i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пленку под одинаковыми углами, называются *полосами равного наклона*. Если пленка (или пластинка) клиновидная ($d \neq \text{const}$), то определенной толщине пластинки при падении на нее параллельного пучка света соответствует свой максимум или минимум интенсивности. Интерференционная картина в этом случае называется *полосами равной толщины*.

Если в разных точках поверхности пластины углы падения разные, вдоль линий с одинаковым углом падения, удовлетворяющим условию максимума, мы будем наблюдать светлые полосы, между ними – темные. Эти линии и называются линиями равного наклона – имеется в виду наклон падающего луча света. При освещении пластины белым светом мы можем увидеть разные ее части окрашенными – для разных длин волн условие максимума выполняется при разных углах падения.

Обратим внимание – разность хода не должна быть больше длины когерентности. Вот почему (если речь не идет о лазерном излучении, длина когерентности которого велика) линии равного наклона наблюдаются лишь на тонких пленках.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.1.

Изучение интерференции света с помощью бипризмы Френеля

1. *Цель работы:* провести экспериментальное наблюдение интерференционной картины и определить преломляющий угол бипризмы Френеля.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) суть явления интерференции света; б) понятие когерентности волн и методы их получения; в) ход лучей в бипризме Френеля; г) расчет разности хода интерферирующих лучей; д) расчет ширины интерференционных полос; е) условия максимума и минимума интерференционной картины; ж) расчет погрешностей измерений.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

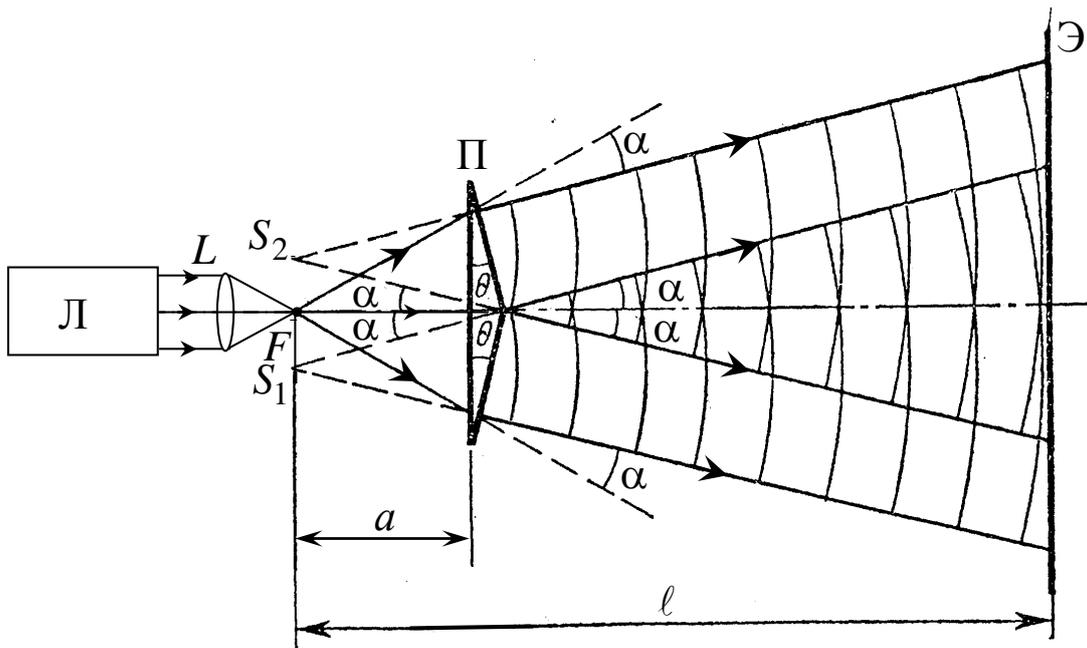


Рис. 3.8. Оптическая схема установки для наблюдения интерференционной картины от бипризмы Френеля:

Л – лазер; L – линза ($F = 1,5$ см); П – бипризма (θ – ее преломляющий угол, $n = 1,5$); Э – экран; S_1 и S_2 – мнимые когерентные источники света; a – расстояние от фокуса линзы до бипризмы; l – расстояние от фокуса линзы до экрана

Экспериментальная установка (рис. 3.8) состоит из лазера с

блоком питания, собирающей линзы с фокусным расстоянием 1,5 см, стеклянной бипризмы Френеля с показателем преломления $n = 1,5$ и экрана (противоположной стены).

Исходным источником света служит фокальная точка линзы F , в которой фокусируется монохроматическое лазерное излучение (рис. 3.8). В результате преломления светового пучка в двойной призме образуются две когерентные сферические волны, как бы исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 , колебания которых происходят в одной фазе. Разделенные пучки частично перекрываются, образуя область интерференции. Интерференционная картина наблюдается на экране \mathcal{E} в виде вертикальных полос – максимумов и минимумов.

3.2. Методика измерений

Результат сложения световых колебаний, приходящих в точку P экрана \mathcal{E} от источников S_1 и S_2 (рис. 3.9), зависит от оптической разности хода волн $\Delta = L_1 - L_2$. Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн

$$\Delta = \pm m\lambda, \quad (3.19)$$

то в точке P наблюдается максимум интенсивности.

Если оптическая разность хода равна полуцелому числу длин волн

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad (3.20)$$

то в точке P наблюдается минимум интенсивности.

Здесь $m = 0, 1, 2, \dots$ – порядок (номер) интерференционного максимума или минимума; λ – длина световой волны.

На рис. 3.9 справа показан график распределения интенсивности света в интерференционной картине. Расстояние между серединами соседних максимумов (или минимумов) называется *шириной* полосы b . Из подобия треугольников S_1AS_2 и CPO следует, что

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{(OP)}{(CP)}.$$

Так как $(OP) = mb$ и при больших расстояниях ℓ (как в опыте) $(CP) \approx \ell$, то можно написать

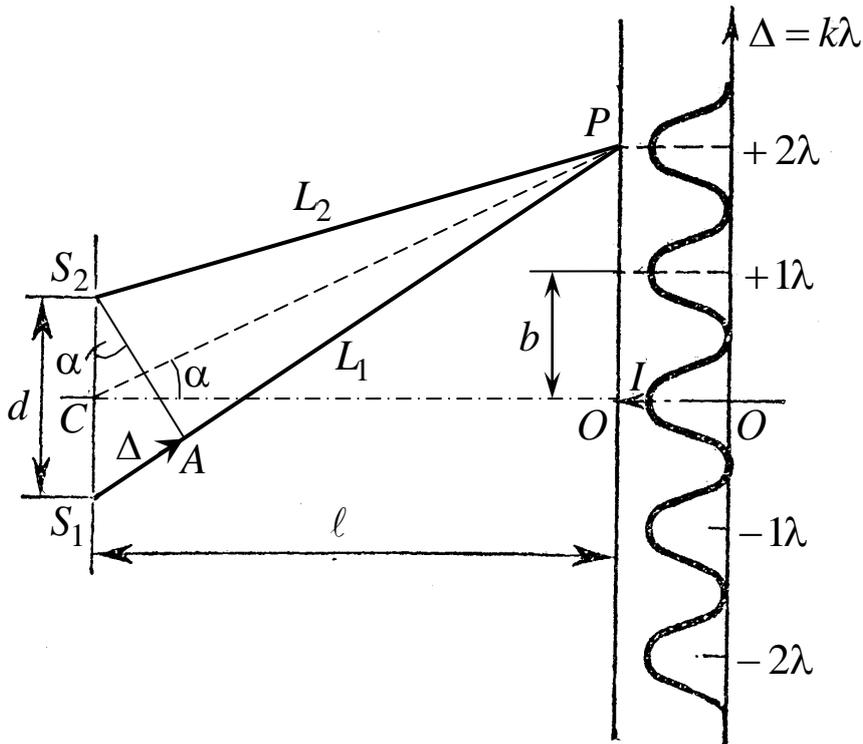
$$\frac{\Delta}{d} = \frac{mb}{\ell}.$$

Отсюда следует, что $\Delta = mb \frac{d}{\ell}$. Тогда условие максимума

$$m\lambda = mb \frac{d}{\ell},$$

и ширина полосы определяется как

$$b = \frac{\lambda \ell}{d}. \quad (3.21)$$



*Рис. 3.9. К расчету оптической разности хода Δ :
 d – расстояние между мнимыми источниками света S_1 и S_2 ;
 b – расстояние между соседними максимумами (минимумами);
 точка O – центр картины*

Свяжем ширину полосы с преломляющим углом бипризмы θ . Угол смещения луча α (рис. 3.8), прошедшего через призму, определяется выражением

$$n \sin \frac{\theta}{2} = \sin \frac{\theta + \alpha}{2}. \quad (3.22)$$

В нашем эксперименте углы θ и α малы, поэтому синусы этих углов можно заменить на сами углы (в радианах), поэтому $n\theta = \theta + \alpha$, или $\alpha = (n-1)\theta$.

Из рис. 3.8 следует, что

$$\frac{d/2}{a} = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha.$$

Следовательно, $d = 2a\alpha = 2a(n-1)\theta$. Подставляя d в формулу (3.21), получим окончательное выражение для преломляющего угла бипризмы:

$$\theta = \frac{\lambda \ell}{2a(n-1)b}. \quad (3.23)$$

Для того чтобы определить угол бипризмы, нужно измерить расстояния ℓ и a от фокуса линзы до экрана и бипризмы соответственно и ширину b интерференционной полосы.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Включить лазер.

3.3.2. Установить бипризму на оптической скамье на расстоянии 20–40 см от лазера так, чтобы ее ребро находилось на середине лазерного пучка. Тогда на экране будут видны два световых пятна.

3.3.3. Перед бипризмой поставить линзу на таком расстоянии, чтобы на экране наблюдалось от 3-х до 7-ти вертикальных интерференционных полос.

3.3.4. Измерить расстояния от середины оправы линзы до бипризмы, а затем до экрана и вычесть из них фокусное расстояние линзы ($F = 1,5$ см). Вы получите величины a и ℓ .

3.3.5. Измерить расстояние между несколькими темными полосами (посередине) и определить ширину одной интерференционной полосы b .

3.3.6. Изменить еще 4 раза расстояние между линзой и бипризмой и повторить измерение величин a , ℓ и b .

3.3.7. Результаты каждого опыта занести в табл. 3.1 и по формуле (3.23) рассчитать преломляющий угол бипризмы θ , переводя его из радиан в угловые минуты. Длина волны лазерного излучения $\lambda = 633$ нм, показатель преломления материала бипризмы $n = 1,5$.

3.3.8. Найти среднее значение $\langle \theta \rangle$ и рассчитать погрешность косвенных измерений преломляющего угла бипризмы Френеля $\Delta\theta$, результаты занести в табл. 3.2.

3.4. Написать вывод, указав особенности установки для экспериментального наблюдения интерференционной картины с помощью бипризмы Френеля и отметив влияние ее преломляющего угла на характер интерференционной картины.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.2.

Исследование интерференционных колец равного наклона для определения показателя преломления стекла

1. *Цель работы:* получение интерференционной картины методом деления амплитуды и определение показателя преломления стекла.

2. *Подготовка к работе:* Изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) понятие когерентности волн и методы их получения; б) понятие оптической разности хода волн; в) условия возникновения максимумов и минимумов в интерференционной картине; г) ход лучей в стеклянной пластинке и вывод рабочей формулы; д) расчет погрешностей определения показателя преломления стекла.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

Из лазера 1 (рис. 3.10) световой пучок падает на короткофокусную линзу 2 и, становясь расходящимся, освещает плоскопараллельную стеклянную пластину 3, находящуюся на подставке оптической скамьи.

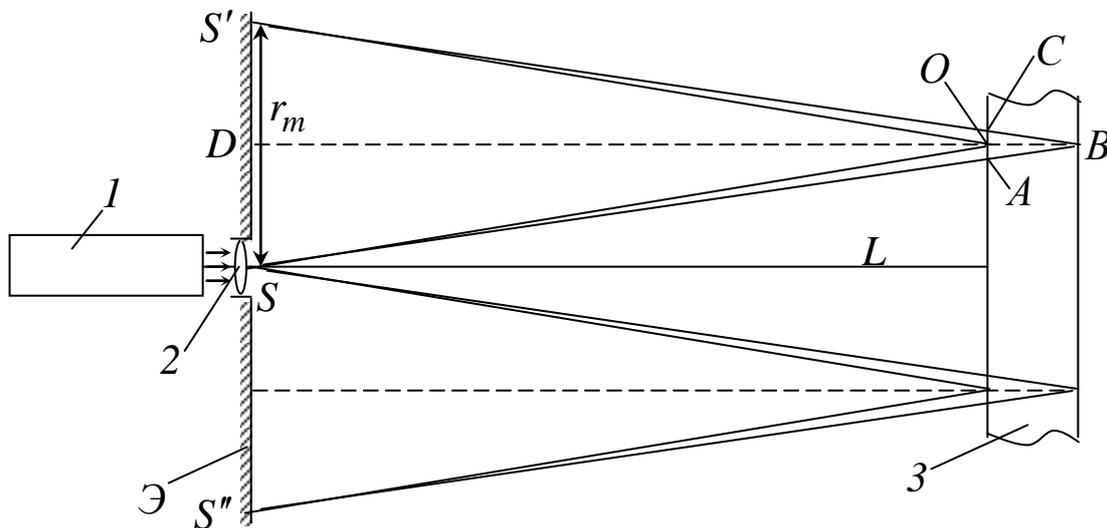


Рис. 3.10. Схема получения интерференционной картины:
A, O, C – точки пересечения лучей с передней гранью пластины; *B* – точка пересечения лучей с задней гранью пластины; *S* – задний фокус линзы 2; *S', S''* – точки, лежащие на темном кольце радиуса r_m

Отражаясь от передней и задней поверхности стекла, световые волны становятся когерентными и интерферируют между собой. На экране Э, поставленном перед пластиной, наблюдается интерференционная картина (ИК) в виде чередующихся светлых и темных колец, называемых полосами равного наклона. Оптическая разность хода лучей $SABCS'$ и SOS' на рис. 3.11 равна

$$\Delta = 2(AB)n - 2(MO) \pm \lambda/2, \quad (3.24)$$

где n – показатель преломления стеклянной пластины; $\lambda/2$ – скачок разности хода при отражении луча SO от оптически более плотной среды (стекла).

Если d – толщина пластины, α и β – углы падения и преломления, то $(AB) = d / \cos \beta$, $(AO) = d \operatorname{tg} \beta$, $(MO) = (AO) \sin \alpha$. Используя закон преломления $\sin \alpha = n \sin \beta$, выражение (3.24) можно переписать в виде

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \lambda/2. \quad (3.25)$$

Темные кольца наблюдаются, если разность хода Δ равна

$$\Delta = (2m \pm 1)\lambda/2, \quad (3.26)$$

где $m = 1, 2, 3 \dots$ – интерференционный порядок.

Таким образом, каждому темному кольцу соответствует свое значение m . Это значение связано с величиной разности оптических путей двух световых волн, результатом интерференции которых является данное кольцо.

3.2. Методика измерений и расчета показателя преломления

Из (3.25) и (3.26) получаем условие наблюдения темных колец в виде

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda. \quad (3.27)$$

Для центральной части ИК угол падения α мал, поэтому можно принять, что $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$. Используя ΔSOD и что $\alpha' \approx \alpha$, получим $\sin \alpha \approx r_m / 2L$, где L – расстояние от источника S до пластины;

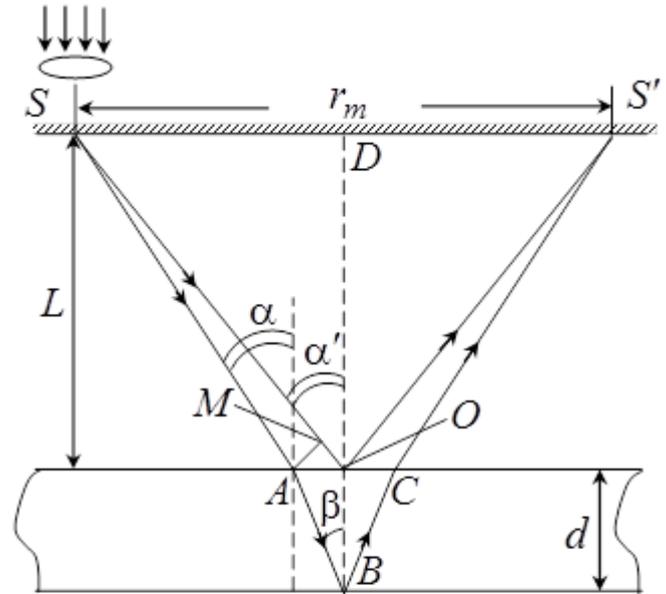


Рис. 3.11. К выводу выражения, связывающего показатель преломления пластины с величиной радиуса темного кольца

r_m – радиус m -го темного кольца. Учитывая, что $r_m^2 \ll (2L)^2$, получим по формуле приближенных вычислений

$$dn^2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r_m^2}{(2L)^2 n^2} \right) \approx m\lambda.$$

Здесь использовано то, что $\sqrt{1-x} \approx \left(1 - \frac{1}{2}x \right)$, когда $x \ll 1$. Откуда следует

$$r_m^2 = 8n^2 L^2 - m4n\lambda L^2 / d. \quad (3.28)$$

Из рис. 3.10 и 3.11 видно, что кольцу большего радиуса соответствует и большее значение угла падения α . С увеличением же угла падения α , согласно (3.28), уменьшается интерференционный порядок m кольца. Следовательно, самый большой интерференционный порядок m_0 имеет то кольцо, которое находится в центре ИК. Ее центру соответствует $\alpha = 0$. При этом угле падения из (3.28) следует, что $2dn = m_0\lambda$, и в самом центре ИК находится темное кольцо с самым большим номером

$$m_0 = \frac{2dn}{\lambda}. \quad (3.29)$$

Кроме него, в центральном темном пятне скрыты темные кольца с номерами от m_0 до k , а первое наблюдаемое имеет номер $m_1 = k - 1$, второе – $m_2 = k - 2$, $m_N = k - N$.

Запишем условие (3.28) для минимума $(k - N)$ -го порядка:

$$r_{k-N}^2 = 8n^2 L^2 - (k - N)4n\lambda L^2 / d \quad (3.30)$$

и для минимума k -го порядка:

$$r_k^2 = 8n^2 L^2 - k4n\lambda L^2 / d. \quad (3.31)$$

Вычитая уравнение (3.31) из уравнения (3.30), получим

$$r_{k-N}^2 - r_k^2 = N4n\lambda L^2 / d. \quad (3.32)$$

Таким образом, квадрат радиуса кольца *линейно* зависит от его номера N :

$$r_{k-N}^2 = r_k^2 + CN, \quad (3.33)$$

где

$$C = 4n\lambda L^2 / d. \quad (3.34)$$

Введем сокращенные обозначения для радиусов темных колец: $r_N = r_{k-N}$. Тогда (3.33) примет вид

$$r_N^2 = r_k^2 + CN. \quad (3.35)$$

Если результаты измерений радиусов колец представить графически как $r_N^2 = f(N)$, то по точкам графика, в соответствии с (3.35), можно провести усредняющую прямую. Используя прямую, можно найти значение C как тангенс угла наклона прямой к оси N :

$$C = \frac{\Delta r_N^2}{\Delta N}. \quad (3.36)$$

После чего показатель преломления можно определить, используя формулу (3.34):

$$\langle n \rangle = \frac{d}{4\lambda L^2} C. \quad (3.37)$$

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Включить лазер.

3.3.2. На экран укрепить с помощью прищепок лист миллиметровой бумаги. Сделать в нем отверстие, совпадающее с центром лазерного луча. Сориентировать стеклянную пластину 3 так, чтобы луч, отражаясь от нее, попадал в центр отверстия на бумаге. Получить ИК в виде концентрических колец.

3.3.3. Сфотографировать ИК цифровой фотокамерой (или перерисовать на бумагу).

3.3.4. Пронумеровать наблюдаемые темные кольца в порядке уменьшения их радиусов: $N = 1, 2, 3, \dots$

3.3.5. Измерить диаметры колец по горизонтали D_1 и по вертикали D_2 .

3.3.6. Найти средние значения их радиусов $\langle r_N \rangle = \frac{D_1 + D_2}{4}$, а затем квадратов $\langle r_N \rangle^2$.

3.3.7. Построить график зависимости r_N^2 от номера кольца N .

3.3.8. Из него определить тангенс угла наклона графика, равный значению C , и по формуле (3.37) найти показатель преломления $\langle n \rangle$.

3.3.9. По формуле (3.29) вычислить максимальный порядок интерференции.

3.3.10. Продолжив прямую до пересечения с вертикальной

осью, определить r_k^2 . По формуле

$$k = m_0 \left(1 - \frac{r_k^2}{8n^2 L^2} \right),$$

вытекающей из (3.29), (3.31), вычислить значение интерференционного порядка кольца, за которым все последующие кольца были пронумерованы.

3.3.11. Все результаты измерений и вычислений занести в табл. 3.3.

Таблица 3.3

*Результаты измерений диаметров темных колец
и полученные значения величин: C , $\langle n \rangle$, m_0 , k*

N	D_1	D_2	$\langle r_N \rangle$	$\langle r_N \rangle^2$	C	$\langle n \rangle$	m_0	k
	М	М	М	М ²	М ²			
1								
2								
3								
4								
5								
6								

3.4. Сделать вывод о том, почему интерференционная картина наблюдается именно в виде колец.

Вопросы для самоподготовки

1. Что такое интерференция света и какие условия ее наблюдения?
2. Какие источники света называются когерентными и какими способами их можно получить?
3. Что такое оптическая длина пути, оптическая разность хода?
4. Запишите условие максимума и минимума интенсивности света при интерференции.
5. Почему щели в опыте Юнга можно считать когерентными источниками света?
6. Что такое ширина интерференционной полосы? От чего она зависит?
7. Как рассчитать ширину полосы в интерференционной картине от двух источников?
8. Будет ли наблюдаться интерференция в белом свете? Опишите ее особенности.
9. Как зависит вид интерференционной картины от расстояния между щелями?
10. Что понимается под временем когерентности некогерентной волны?
11. Какую величину называют длиной когерентности?
12. Что такое оптическая длина пути? Оптическая разность хода лучей?
13. В чем проявляется интерференция монохроматических волн?
14. Что такое квазимонохроматические волны?
15. Почему интерференцию можно наблюдать от двух лазеров и нельзя от двух электрических ламп?
16. Что такое когерентность световых волн?
17. Какие есть способы получения когерентных волн?
18. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.
19. Как изменится интерференционная картина в опыте Юнга, если эту систему поместить в воду?
20. Интерференция на тонких пленках.
21. Что называют линиями равной толщины? Где они локализованы?

22. Что называют линиями равного наклона? Где они локализованы?
23. Как получаются кольца Ньютона?
24. В чем заключается суть просветления оптики?
25. Принципы работы интерферометра: шахтный интерферометр, интерферометр Майкельсона, Маха – Цандера.
26. Расскажите о практическом применении интерференции.
27. Почему не наблюдается интерференция солнечного света в оконном стекле?
28. Почему для «естественных» источников света невозможно наблюдать интерференцию света от двух независимых источников? (Усреднение интенсивности для человеческого глаза происходит в течение времени $\tau_0 \approx 10^{-1}$ с, для скоростных фотокинокамер – $\tau_0 \approx 10^{-7}$ с, для ФЭУ – $\tau_0 \approx 10^{-9}$ с).
29. Как применяется явление интерференции на тонких пленках для контроля качества поверхностей линз?
30. Как применяется явление интерференции на тонких пленках для создания светофильтров?
31. Как применяется явление интерференции на тонких пленках для создания высококачественных зеркал, светоделителей?
32. Как применяется явление интерференции на тонких пленках для создания просветляющих покрытий?
33. Как применяется явление интерференции на тонких пленках для контроля толщины при создании тонких пленок в радиоэлектронике?

нии от более плотной среды. Из рис. 3.12 видно, что $h=2d$ и $L_2=L$, тогда

$$L_1 = \sqrt{L^2 + h^2} = L \sqrt{\left(\frac{h}{L}\right)^2 + 1}; \quad \Delta L = L \left[\sqrt{\left(\frac{h}{L}\right)^2 + 1} - 1 \right].$$

Величина $h/L \ll 1$, поэтому можно считать, что

$$\left[\left(\frac{h}{L}\right)^2 + 1 \right]^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{L}\right)^2.$$

Таким образом:
$$\Delta = \frac{L}{2} \left(\frac{h}{L}\right)^2 + \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} \frac{h^2}{L} + \frac{\lambda}{2}.$$

Если оптическая разность хода $\Delta = m\lambda$, получаем интерференционный максимум.

Если $\Delta = (2m+1)\lambda/2$, получаем интерференционный минимум. Согласно данным задачи:

$$\frac{\frac{h^2}{2L} + \frac{\lambda}{2}}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{h^2}{L\lambda} + 1 = 2 \cdot 10^2 + 1 = 201.$$

На оптической разности хода укладывается нечетное число полуволин, значит, в точке A будет интерференционный минимум.

Пример 3. На мыльную пленку ($n_2 = 1,33$) падает белый свет под углом 45° . При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет ($\lambda = 500$ нм)?

Дано

$$\begin{array}{l} n_1 = 1,0 \\ n_2 = 1,33 \\ \lambda = 500 \text{ нм} \\ \alpha = 45^\circ \\ \hline d - ? \end{array}$$

Решение:

Мыльную пленку можно рассматривать как плоскопараллельную пластинку. Из пучка параллельных лучей, падающих на нее, выделим луч, падающий под углом α на границу раздела «воздух – вода» (рис. 3.13). В точках A , B и C падающий луч

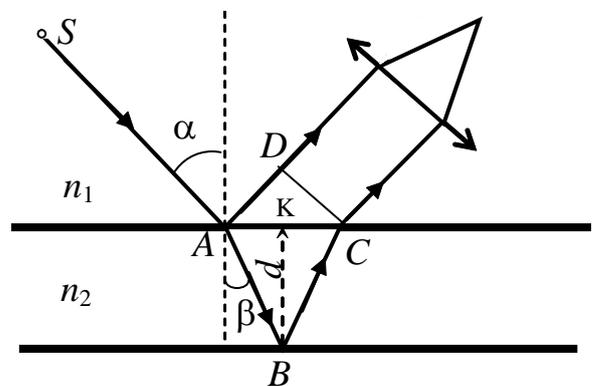


Рис. 3.13. Интерференция на тонкой пленке

частично преломляется, частично отражается. В соответствии с законами геометрической оптики лучи $SABC$ и SAD падают параллельно на собирающую линзу L (роль линзы может играть и глаз человека), пересекаются в ее фокусе и интерферируют между собой. Отражение в точке A происходит от среды, оптически более плотной, в сравнении с той, в которой идет падающий луч, поэтому фаза колебаний луча, отраженного в точке A , изменяется на $\pi = 3,14$ рад, что равносильно появлению дополнительной разности хода $\lambda/2$.

Как видно из рисунка, оптическая разность хода:

$$\Delta = (AB + BC)n_2 - ADn_1 + \frac{\lambda}{2}.$$

Очевидно, что

$$AB = BC = d / \cos \beta; \quad AD = AC \sin \alpha = 2AK \sin \alpha = 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha,$$

где d – толщина пленки; α – угол падения; β – угол преломления.

В соответствии с этим

$$\Delta = \frac{2d n_2}{\cos \beta} - 2dn_1 \operatorname{tg} \beta \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} = \frac{2d n_2}{\cos \beta} \left(1 - \frac{n_1}{n_2} \sin \beta \sin \alpha \right) + \frac{\lambda}{2}.$$

Учитывая из закона преломления, что

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}; \quad \sin \alpha = \sin \beta \frac{n_2}{n_1},$$

получаем
$$\Delta = \frac{2d n_2}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) + \frac{\lambda}{2} = 2d n_2 \cos \beta + \frac{\lambda}{2}.$$

Условием интерференционного максимума, т. е. усиления отраженного света, является кратность оптической разности хода четному числу полуволн:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2} = m \lambda. \quad \text{Таким образом:}$$

$$2d n_2 \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = m \lambda; \quad d = \frac{2m - 1}{2n_2 \cos \beta} \lambda.$$

Для наименьшей толщины $m = 1$, т. е. $d_{\min} = \lambda/4n_2 \cos \beta$. Из закона преломления находим

$$\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha = 0,5316; \quad \beta = 32^\circ 7'; \quad d_{\min} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Пример 4. На стеклянный клин ($n = 1,5$) нормально к его грани падает монохроматический свет ($\lambda = 660$ нм). Число интерфе-

ренционных полос на 1 см длины $N = 10$. Определить преломляющий угол клина θ .

Дано:

$$\begin{array}{l} n = 1,5 \\ \lambda = 660 \text{ нм} \\ \ell = 1 \text{ см} \\ N = 10 \\ \hline \theta - ? \end{array}$$

Решение:

Параллельный пучок лучей, отражаясь от верхней и нижней граней клина, интерферирует, образуя устойчивую картину. Так как интерференция на клине наблюдается при малых преломляющих углах клина, лучи, отраженные от верхней и нижней граней, можно считать параллельными (лучи 1 и 2 на рис. 3.14). Оп-

тическая разность хода двух лучей складывается из разности оптических длин путей этих лучей $2dn \cos\beta$ и половины длины волны, представляющей собой добавочную разность хода, возникающую при отражении лучей 1 от оптически более плотной среды.

Запишем условие интерференционного минимума в виде

$$\Delta = 2d_m n \cos\beta + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

где n – показатель преломления стекла; d_m – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру m ; β – угол преломления; λ – длина волны.

Учитывая, что угол падения $\alpha = 0$, а $\cos\beta = 1$, можно записать

$$2d_m n = m\lambda.$$

Пусть темной полосе с номером $k + N$ соответствует толщина клина d_{m+N} . Согласно условию, на расстоянии ℓ укладывается число интерференционных полос $N = 10$. Из рисунка очевидно, что

$\sin\theta = \frac{d_{m+N} - d_m}{\ell}$. Вследствие малости угла θ можно считать, что $\sin\theta \approx \theta$, тогда угол θ равен

$$\theta = \frac{d_{m+N} - d_m}{\ell} = \frac{\frac{m+N}{2n}\lambda - \frac{m}{2n}\lambda}{\ell} = \frac{N\lambda}{2n\ell} = \frac{10 \cdot 6,6 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 45,4''.$$

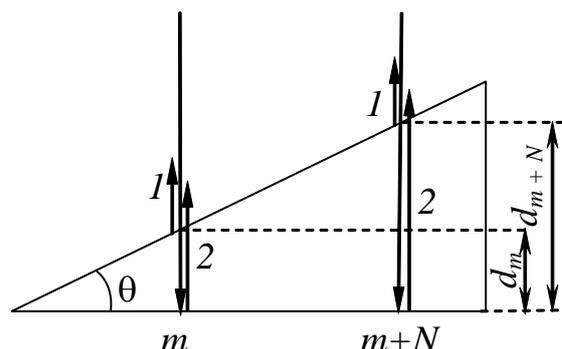


Рис. 3.14. Ход лучей при интерференции на клине

Пример 5. Плосковыпуклая линза ($n = 1,6$) выпуклой стороной прижата к стеклянной пластинке. Расстояние между первыми двумя темными кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно 0,5 мм. Определить оптическую силу линзы, если освещение производится монохроматическим светом с $\lambda = 550$ нм, падающим нормально.

Дано:

$$n = 1,6$$

$$n_1 = 1$$

$$\lambda = 550 \text{ нм}$$

$$r_2 - r_1 = 0,5 \text{ мм}$$

$$\Phi - ?$$

Решение:

Кольца Ньютона (рис. 3.15) возникают при наложении лучей 1 и 2 света, отраженных от выпуклой поверхности линзы (точка A) и от поверхности стеклянной пластины (точка B). Оптическая разность хода при нормальном падении равна:

$$\Delta = 2d_m n + \frac{\lambda}{2},$$

где d_m – толщина клина в месте наблюдения m -го кольца; n_1 – показатель преломления среды, заполняющей пространство между линзой и стеклянной пластинкой (для воздуха $n_1 = 1$); $\lambda/2$ – добавочная разность хода («потеря» половины длины волны) при отражении луча 2 (точка B) от оптически более плотной среды. Минимум интенсивности света (темные кольца) будет в тех местах, для которых оптическая разность хода равна нечетному числу полуволн:

$$\Delta = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Следовательно:

$$2d_m n + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2},$$

отсюда получим

$$d_m = \frac{m\lambda}{2n}.$$

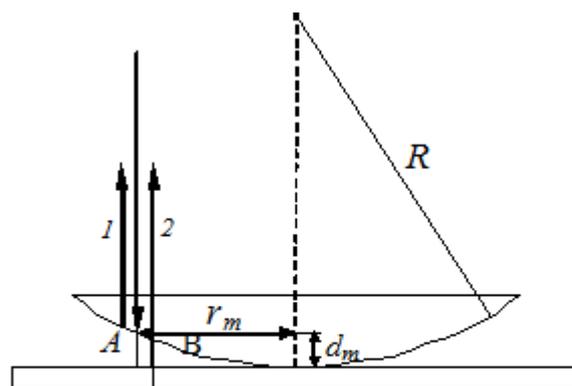


Рис. 3.15. Ход лучей при образовании колец

Толщина d_m клина и радиус r_m темных колец Ньютона связаны между собой соотношением, которое можно получить из рис. 3.15 (по теореме Пифагора):

$$r_m^2 = R^2 - (R - d_m)^2 = 2Rd_m - d_m^2.$$

Так как $d_m \ll R$, то получим выражение для радиуса темного кольца Ньютона в отраженном свете:

$$r_m^2 \cong 2Rd_m = 2R \frac{m\lambda}{2n};$$

$$r_m = \sqrt{\frac{mR\lambda}{n}}.$$

Разность радиусов первых двух темных колец

$$r_2 - r_1 = \sqrt{R}(\sqrt{2\lambda} - \sqrt{\lambda}),$$

откуда радиус кривизны линзы

$$R = \frac{(r_2 - r_1)^2}{(\sqrt{2} - 1)^2 \lambda}.$$

Оптическая сила линзы

$$\Phi = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где n , n_1 – показатели преломления линзы и окружающей среды соответственно; R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы.

Поскольку линза плосковыпуклая ($R_1 = \infty$, $R_2 = R$) и находится в воздухе, для нее оптическая сила

$$\Phi = \frac{(n-1)}{R} = \frac{(n-1) \cdot \lambda (\sqrt{2}-1)^2}{(r_2 - r_1)^2} = \frac{(1,6-1) \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} (\sqrt{2}-1)^2}{(0,5 \cdot 10^{-3})^2} = 0,226 \text{ дптр}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга 0,5 мм ($\lambda = 0,628$ мкм). Определить расстояние ℓ от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос $\Delta x = 1,3$ мм.

2. Сколько длин волн монохроматического света с частотой колебаний $\nu = 5,1014$ Гц уложится на пути длиной $\ell = 1$ см:

а) в вакууме; б) в стекле?

3. На пути монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм находится плоскопараллельная стеклянная пластина толщиной $d = 0,15$ мм. Свет падает на пластину нормально. На какой угол φ следует повернуть пластину, чтобы оптическая длина пути L изменилась на $\lambda/2$?

4. Найти все длины волн видимого света (диапазон от 0,76 до 0,38 мкм), которые будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены при оптической разности хода интерферирующих волн $\Delta = 1,8$ мкм.

5. В опыте Юнга тонкая стеклянная пластинка помещалась на пути одного из интерферирующих лучей, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое 5-й светлой полосой (не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно ($n = 1,5$; $\lambda = 630$ нм). Какова толщина пластины?

6. Расстояние d между двумя щелями в опыте Юнга равно 1 мм, расстояние ℓ от щелей до экрана равно 3 м. Определить длину волны λ , испускаемой источником монохроматического света, если ширина b полос интерференции на экране равна 1,5 мм.

7. В опыте с зеркалами Френеля расстояние d между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, расстояние ℓ от них до экрана равно 3 м. Длина волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить ширину b полос интерференции на экране.

8. Голубые лучи с длиной волны 480 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источника света до экрана 3,6 м. Вследствие интерференции на экране получают чередующиеся темные и светлые полосы. Определить расстояние между центрами 2-х соседних полос на экране. Чему будет равно это же расстояние, если голубые лучи заменить оранжевыми с длиной волны 650 нм?

9. Расстояние d между двумя когерентными источниками света ($\lambda = 515$ нм) равно 0,1 мм. Расстояние между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1 см. Определить расстояние ℓ от источников до экрана.

10. Свет от лазера с длиной волны $\lambda = 630$ нм падает по нормали к непрозрачной поверхности, имеющей две узкие параллельные щели, расстояние между которыми $d = 0,5$ мм. Определить ширину интерференционных полос Δx на экране, находящемся в вакууме на удалении $\ell = 1$ м от плоскости щелей.

11. На плоскопараллельную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ под углом $\varphi = 45^\circ$ падает параллельный пучок белого света. Определить, при какой наименьшей толщине пленки отраженный свет окрасится в желтый свет ($\lambda = 0,6$ мкм).

12. Пучок монохроматических ($\lambda = 0,6$ мкм) световых волн падает под углом $\varphi = 30^\circ$ на находящуюся в воздухе мыльную пленку ($n = 1,3$). При какой наименьшей толщине d пленки отраженные световые волны будут максимально усилены?

13. Найти наименьшую толщину мыльной пленки, при которой наблюдается максимальная освещенность пленки в отраженном свете. Свет с длиной волны $\lambda = 440$ нм падает нормально на поверхность пленки ($n = 1,3$).

14. На поверхность толстой стеклянной пластинки ($n_1 = 1,5$) нанесена очень тонкая прозрачная пленка ($n_2 = 1,4$). На пленку падает из воздуха монохроматический свет ($\lambda = 628$ нм) нормально к поверхности пленки. Отраженный свет имеет минимальную яркость вследствие интерференции. Какова толщина пленки?

15. На мыльную пленку перпендикулярно к ее поверхности падает монохроматический свет с частотой $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц. Скорость распространения света в мыльном растворе равна $v = 2,3 \cdot 10^8$ м/с. При какой минимальной толщине пленки отраженные лучи дадут в результате интерференции максимальную яркость?

16. Какова толщина мыльной пленки, освещенной белым светом, если при наблюдении ее в отраженном свете она представляется зеленой ($\lambda = 515$ нм), когда угол между нормалью и лучом зрения 35° ? Показатель преломления мыльной воды принять 1,33.

17. Пучок света падает нормально на стеклянную пластинку, толщина которой $0,4$ мкм. Показатель преломления стекла $1,5$. Какие длины волн, лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливаются в отраженном пучке?

18. На мыльную пленку ($n = 1,3$), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине d пленки отраженный свет с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции?

19. Найти минимальную толщину пленки с показателем преломления $1,33$, при которой свет с длиной волны $0,64$ мкм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны $0,40$ мкм не отражается совсем. Угол падения света равен 30° .

20. На толстую стеклянную пластинку, покрытую тонкой пленкой ($n = 1,4$), падает нормально пучок монохроматического света ($\lambda = 515$ нм). Определить толщину пленки, если отраженный свет максимально ослаблен.

21. Свет с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм падает нормально на поверхность стеклянного клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, расстояние между соседними максимумами которых $\Delta x = 0,21$ мм. Найти угол между гранями клина.

22. Поверхности стеклянного клина образуют между собой угол $\theta = 0,3'$. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Определить ширину интерференционной полосы.

23. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет ($\lambda = 630$ нм). Определить угол θ между поверхностями клина, если расстояние между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете 4 мм.

24. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии $\ell = 75$ мм от нее. В отраженном свете ($\lambda = 0,5$ мкм) на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить диаметр поперечного сечения проволочки, если на протяжении 30 мм насчитывается $N = 16$ светлых полос.

25. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки приложены одна к другой так, что между ними образовался воздушный клин с углом $\theta = 30''$. На одну из пластинок падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,6$ мкм). На каких расстояниях l_1 , l_2 и от линии соприкосновения пластинок будут наблюдаться в отраженном свете первая и вторая светлые полосы (интерференционные максимумы)?

26. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки образуют клин с углом $\theta = 20''$. Пространство между пластинками заполнено глицерином. На клин нормально к его поверхности падает пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Какое число N темных интерференционных полос приходится на 1 см длины клина?

27. Две плоскопараллельные пластинки (стеклянные) приложены одна к другой так, что между ними образовался очень тонкий воздушный клин. На пластинки падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 630$ нм). В отраженном свете видны интерференционные полосы шириной 1,5 мм, параллельные ребру клина. Определить угол между пластинами.

28. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 440$ нм. Число интерференционных полос, проходящихся на 1 см, равно 10. Определить преломляющий угол клина.

29. Для измерения толщины волоса его положили на стеклянную пластинку и сверху прикрыли другой пластинкой. Расстояние от волоса до линии соприкосновения пластинок, которой он параллелен, оказалось равным 20 см. При освещении красным светом ($\lambda = 750$ нм) на 1 см в отраженном свете наблюдается восемь полос. Определить толщину волоса.

30. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Наблюдая интерференционные полосы в отраженном свете ртутной дуги ($\lambda = 546$ нм), находим, что расстояние между пятью полосами равно 2 см. Найти угол клина (в секундах). Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды 1,33.

31. Расстояние Δr_{21} между вторым и первым темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние $\Delta r_{10,9}$ между десятым и девятым кольцами.

32. Установка для получения колец Ньютона освещается белым светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 5$ м. Наблюдение ведется в проходящем свете. Найти радиусы $r_{4с}$ четвертого синего кольца ($\lambda_c = 400$ нм) и $r_{3кр}$ третьего красного кольца ($\lambda_{кр} = 630$ нм).

33. Диаметр d_2 второго светлого кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете ($\lambda = 0,6$ мкм) равен 1,2 мм. Определить оптическую силу Φ плосковыпуклой линзы, взятой для опыта.

34. Плосковыпуклая линза с оптической силой $\Phi = 2$ дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус r_4 четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен 0,7 мм. Определить длину световой волны.

35. Диаметры d_i и d_k двух светлых колец Ньютона соответственно равны 4,0 и 4,8 мм. Порядковые номера колец не определялись, но известно, что между двумя измеренными кольцами расположено три светлых кольца. Кольца наблюдались в отраженном свете ($\lambda = 500$ нм). Найти радиус кривизны плосковыпуклой линзы.

36. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус r_8 восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете ($\lambda = 700$ нм) равен 2 мм. Радиус R кривизны выпуклой поверхности линзы равен 1 м. Найти показатель преломления n жидкости.

37. На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца. Когда пространство между плоскопараллельной пластиной и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стало иметь кольцо с номером на единицу большим. Определить показатель преломления n жидкости.

38. Ньютоновы кольца в отраженном свете образуются между плоским стеклом и линзой с радиусом кривизны 8,6 м. Монохроматический свет падает нормально. Измерениями установлено, что диаметр четвертого темного кольца (считая центральное темное пятно за нулевое) равен 9 мм. Найти длину волны падающего света.

39. Установка для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете освещается монохроматическим светом, падающим нормально. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец уменьшились в 1,25 раза. Найти показатель преломления жидкости.

40. Для наблюдения колец Ньютона используют плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны 160 см. Определить радиусы четвертого и девятого темных колец ($\lambda = 625$ нм). Наблюдение ведется в проходящем свете.

41. В точку P приходят колебания одного направления от двух источников, колеблющихся, соответственно, с амплитудами A_{10} и A_{20} с одинаковыми частотами $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ и одинаковыми начальными фазами $\alpha_1 = \alpha_2$. Расстояние от первого источника до точки P равно r_1 , а второго – r_2 . Скорость распространения колебаний в среде равна v . Определить амплитуду A_p результирующего колебания в точке P .

42. При некотором расположении зеркала Ллойда ширина b интерференционной полосы на экране оказалась равной 1 мм. После того как зеркало сместили параллельно самому себе на расстояние $\Delta d = 0,3$ мм, ширина интерференционной полосы изменилась. В каком направлении и на какое расстояние $\Delta \ell$ следует переместить экран, чтобы ширина интерференционной полосы осталась прежней? Длина волны λ монохроматического света равна 0,6 мкм.

43. На экране наблюдается интерференционная картина от двух когерентных источников с длиной волны $\lambda = 480$ нм. Когда на пути одного из пучков поместили тонкую пластинку из плавленого кварца с показателем преломления $n = 1,46$, то интерференционная картина сместилась на $m = 69$ полос. Определить толщину d кварцевой пластинки.

44. Имеется источник видимого света – нить диаметром $d_1 = 1,0$ мм. Как далеко от экрана с двумя щелями, расстояние между которыми равно $d_2 = 0,5$ мм, следует поместить источник (параллельно щелям), чтобы вторичные волны от щелей были когерентными?

45. На тонкую пленку с показателем преломления n падает пучок белого света под углом θ к нормали. При какой минимальной толщине и в какой цвет будет окрашена пленка в отраженном свете?

ГЛАВА 4. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями (например, вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия) и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено малостью длин световых волн. Дифракция, как и интерференция, заключается в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

Наблюдение дифракции осуществляется обычно по следующей схеме. На пути световой волны, распространяющейся от некоторого источника, помещается непрозрачная преграда, закрывающая часть волновой поверхности световой волны. За преградой располагается экран, на котором возникает дифракционная картина.

Различают два вида дифракции. Если источник света и точка наблюдения расположены настолько далеко от препятствия, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку наблюдения, образуют параллельные пучки, то говорят о *дифракции в параллельных лучах*, или о *дифракции Фраунгофера*. В противном случае говорят о *дифракции в сходящихся лучах*, или о *дифракции Френеля*. Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать, если точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием. В случае дифракции Френеля на препятствие падает сферическая или плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него.

§ 4.1. Метод зон Френеля

Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью *принципа Гюйгенса – Френеля*. Согласно этому принципу каждый элемент волновой поверхности служит источником вторичных когерентных волн, а результирующее колебание в какой-либо точке пространства представляет собой

суперпозицию (наложение) колебаний, взятых для всей волновой поверхности. Это означает, что при расчете амплитуды колебания, создаваемого в какой-либо точке световой волной, распространяющейся от реального источника, можно заменить совокупностью вторичных когерентных источников, расположенных вдоль волновой поверхности

Расчет амплитуды световой волны в произвольной точке пространства в общем случае представляет собой очень сложную задачу. Однако, как показал Френель, в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть упрощено.

Применим метод Френеля для расчета амплитуды светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде от точечного источника S (рис. 4.1). Волновые поверхности такой волны симметричны относительно прямой SP . Тогда можно разбить

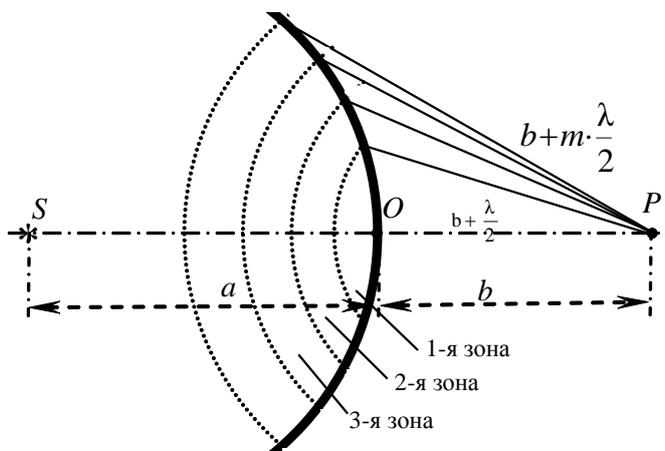


Рис. 4.1. Построение зон Френеля

изображенную на рисунке волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные таким образом, чтобы расстояния от краев каждой зоны до точки P отличались на $\lambda/2$ (λ – длина световой волны в той среде, в которой распространяется волна). Такие зоны называются *зонами Френеля*.

Из рассмотрения рис. 4.1 видно, что расстояние b_m от внешнего края m -й зоны до точки P равно

$$b_m = b + m \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (4.1)$$

где b – расстояние от вершины волновой поверхности O до точки P .

Колебания, приходящие в точку P от двух соседних зон, то есть от точек, лежащих в середине зон или у внешних краев зон и т. д., находятся в противофазе. Поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на π . При не слишком больших m площади зон примерно одинаковы.

Рассчитаем радиусы зон Френеля. Внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты h_m (рис. 4.2).

Из рис. 4.2 видно, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \cdot \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2,$$

где a – радиус волновой поверхности; r_m – радиус внешней границы m -й зоны. Раскрывая скобки, получим

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2 - 2bh_m - h_m^2. \quad (4.2)$$

Отсюда

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a+b)}. \quad (4.3)$$

Ограничиваясь рассмотрением не слишком больших m , можно, ввиду малости λ , пренебречь слагаемым, содержащим λ^2 . Тогда

$$h_m \approx \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (4.4)$$

При не слишком больших m высота сегмента $h_m \ll a$, поэтому можно считать, что $r_m^2 \approx 2ah_m$. Подставив (4.4) в (4.3), получим для радиуса внешней границы m -й зоны выражение

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} \cdot m\lambda}. \quad (4.5)$$

Площадь сферического сегмента, представляющего первую зону Френеля, равна $S = 2\pi a h = 2\pi a \cdot \frac{b}{a+b} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi \cdot \frac{ab}{a+b} \cdot \lambda$.

Таковую же площадь будут иметь вторая и последующая зоны Френеля.

Для $a = b = 1$ м и $\lambda = 0,5$ мкм радиус первой (центральной) зоны $r_1 = 0,5$ мм. Радиусы последующих зон возрастают в \sqrt{m} раз.

С ростом номера зоны m растет и угол φ_m между нормалью \vec{n} к элементам зоны и направлением на точку P . Все это приводит

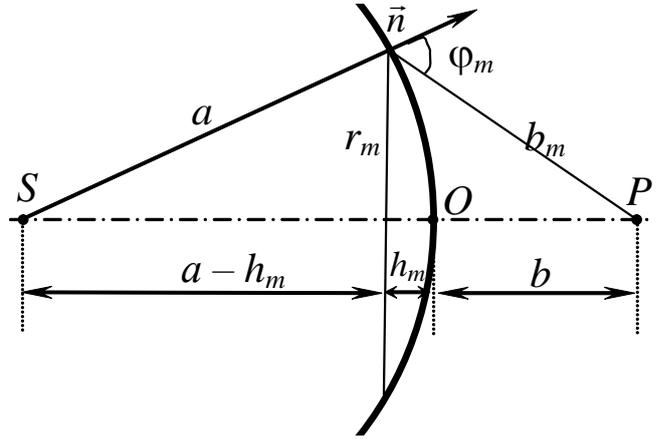


Рис. 4.2. К расчету радиуса зон Френеля

к тому, что амплитуда A_m колебания, возбуждаемого m -й зоной в точке P , монотонно убывает с ростом m , то есть амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке P зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Так как фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на π , то в точку P они приходят в противофазе и при наложении взаимно ослабляют друг друга. Тогда амплитуда результирующего колебания в точке P может быть представлена в виде

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = A_1 - (A_2 - A_3) - (A_4 - A_5) - \dots, \quad (4.6)$$

т. е. результирующая амплитуда меньше амплитуды действия первой зоны Френеля.

§ 4.2. Дифракция Френеля

Рассчитаем амплитуду результирующего колебания в точке P при отсутствии преграды. Запишем выражение (4.6) в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (4.7)$$

Вследствие монотонного убывания A_m можно приближенно считать, что выражения в скобках равны нулю, т. е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \quad \text{и} \quad \left(A_m - \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \right) = 0,$$

а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны ничтожно мала, и выражение (4.7) преобразуется:

$$A \approx \frac{A_1}{2}. \quad (4.8)$$

Методом векторных диаграмм также можно показать, что действие всего волнового фронта на точку P примерно равно половине действия первой зоны Френеля. Следовательно, действие всей волновой поверхности на точку P сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны. А с учетом малости размеров центральной зоны можно сделать вывод о том, что распространение света от S к P происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SP , то есть *прямолинейно*.

Таким образом, принцип Гюйгенса – Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, амплитуда в точке P будет равна A_1 , то есть в два раза превзойдет амплитуду волны при отсутствии преграды (4.8). Соответственно интенсивность в точке P будет в этом случае в четыре раза больше, чем в отсутствие преграды между точками S и P .

При наблюдении дифракции Френеля на небольшом круглом отверстии характер дифракционной картины будет зависеть от числа зон Френеля, укладываемых в отверстие. При этом дифракционная картина будет представлять собой чередующиеся светлые и темные кольца с центрами в точке P . По мере удаления от точки P интенсивность максимумов будет убывать. Если в отверстии укладывается четное число зон Френеля, то лучи, пришедшие в точку P от краев соседних зон, в результате интерференции будут гасить друг друга и в центре дифракционной картины будет наблюдаться темное пятно, окруженное чередующимися светлыми и темными концентрическими кольцами. Если число зон Френеля, укладываемых в отверстие, нечетное, то в центре дифракционной картины будет наблюдаться светлое пятно. Если отверстие освещается не монохроматическим, а белым светом, то кольца имеют многоцветную (радужную) окраску, так как число зон Френеля, укладываемых в отверстие, зависит от длины волны света.

Если увеличивать диаметр отверстия, т. е. число зон Френеля, укладываемых в отверстие, будет больше, то разница между максимумом и минимумом уменьшается и при числе зон $m > 12$ разница в освещенности светлого и темного кольца будет стремиться к нулю. Можно сказать, что когда в отверстие укладывается больше 12 зон Френеля, дифракция не наблюдается.

При наблюдении дифракции Френеля на небольшом диске (непрозрачном круглом экране, закрывающем m зон Френеля) дифракционная картина имеет вид концентрических светлых и темных колец с центром в точке P , где всегда находится дифракционный максимум (*пятно Пуассона*). Амплитуда света в точке P равна половине амплитуды A_{m+1} , соответствующей действию в этой точке только одной первой открытой зоны Френеля: $A_{m+1}/2$. При освещении диска белым светом в центре дифракционной картины наблюдается белое пятно, окруженное системой концентрических цветных колец. С увеличением размера диска (увеличение закрытых зон

Френеля) интенсивность в точке P будет стремиться к нулю.

§ 4.3. Дифракция Фраунгофера

При рассмотрении дифракции Фраунгофера (дифракции в параллельных лучах) для получения параллельных лучей света, падающих на препятствие, используют небольшой источник света, помещенный в фокусе собирающей линзы. Распределение интенсивности света за препятствием исследуют с помощью второй собирающей линзы и экрана, расположенного в фокальной плоскости линзы.

4.3.1. Дифракция на щели

Рассмотрим дифракции Фраунгофера на узкой щели BC , вырезанной в непрозрачном экране. Ширина щели $b = BC$, а длина $l \gg b$. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света (рис. 4.3). В соответствии с принципом Гюйгенса – Френеля точки щели являются вторичными источниками волн, колеблющимися в одной фазе, так как плоскость щели совпадает с фронтом падающей волны.

Если бы при прохождении света через щель соблюдался закон прямолинейного распространения света, то на экране \mathcal{E} , установленном в фокальной плоскости собирающей линзы L , получилось бы изображение источника света. Однако вследствие дифракции на щели на экране наблюдается система дифракционных максимумов, разделенных темными промежутками дифракционных минимумов.

Оптическая разность хода между крайними лучами BM и CN , идущими от щели в произвольном направлении φ :

$$\Delta = CD = b \sin \varphi, \quad (4.9)$$

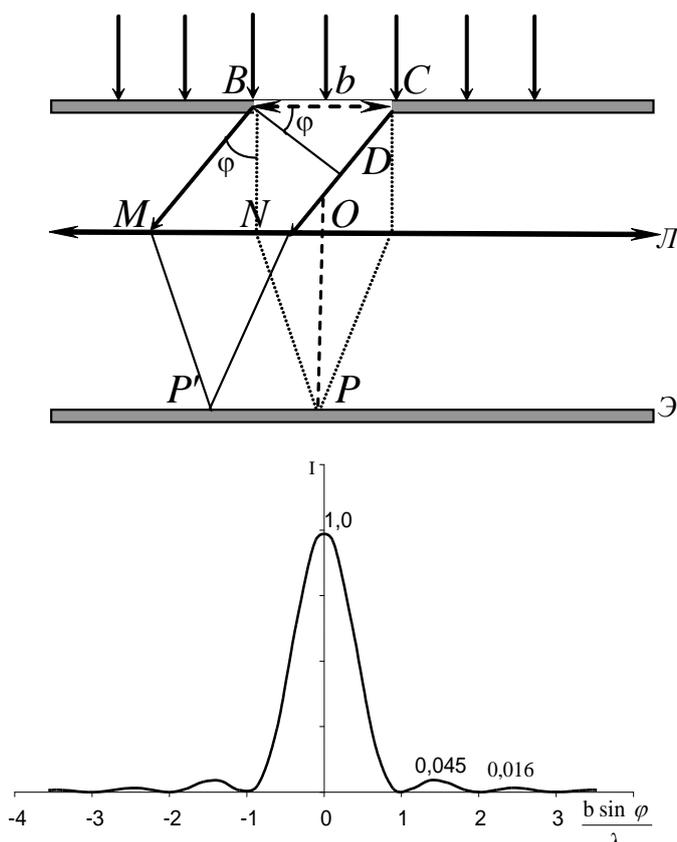


Рис. 4.3. Дифракция на щели

где D – основание перпендикуляра, опущенного из точки B на луч CN .

Если разбить открытую часть волновой поверхности в плоскости щели BC на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру B щели, то вид дифракционной картины в направлении угла φ будет определяться числом зон Френеля, укладывающихся на ширине щели. Так как разность хода лучей от краев соседних зон Френеля равна $\lambda/2$, то в результате интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующего колебания в точке под углом φ будет равна нулю (колебания от каждой пары соседних зон взаимно погасят друг друга). Следовательно, если число зон Френеля четное, то есть

$$b \sin \varphi = \pm 2m \cdot \frac{\lambda}{2}; \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (4.10)$$

то в точке P' наблюдается *дифракционный минимум* (полная темнота). Если число зон Френеля нечетное, то есть

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}; \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (4.11)$$

то в направлении угла φ наблюдается *дифракционный максимум*, соответствующий действию одной нескомпенсированной зоны Френеля. Величина m называется *порядком дифракционного максимума*.

В направлении $\varphi = 0$ наблюдается самый интенсивный *центральный максимум нулевого порядка*: колебания, вызываемые в точке P всеми участками щели, совершаются в одной фазе.

Основная доля интенсивности света, проходящего через щель, приходится на центральный максимум – область, ограниченную двумя минимумами первого порядка ($b \sin \varphi = \pm \lambda$). Относительные интенсивности дифракционных максимумов связаны следующим соотношением:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots \quad (4.12)$$

Так как положения дифракционных максимумов и минимумов всех порядков, начиная с первого, зависят от длины волны λ , то при освещении щели белым светом центральный максимум имеет радужную окраску по краям, при этом полное гашение света не происходит ни в одной точке экрана вследствие того, что максимумы и минимумы света с разными λ перекрываются.

4.3.2. Дифракционная решетка

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера, обусловленную действием так называемой *дифракционной решетки*. Простейшая одномерная дифракционная решетка представляет собой систему из большого числа одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей, лежащих в одной плоскости и разделенных непрозрачными промежутками, равными по ширине. Если ширина щелей равна b , а ширина непрозрачных промежутков – a , то величина $d = a + b$ называется *периодом (постоянной) дифракционной решетки*.

При освещении решетки монохроматическим светом дифракционная картина на экране значительно сложнее, чем в случае одной щели, так как свет от разных щелей тоже интерферирует.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на поверхность дифракционной решетки (рис. 4.4). Колебания во всех точках щелей происходят в одной фазе, так как эти точки находятся на одной и той же волновой поверхности. Так как щели находятся на одинаковых расстояниях друг от друга, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей BC и DE , будут для данного направления φ одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = DK = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi \quad (4.13)$$

Вследствие взаимной интерференции световых лучей от двух щелей эти лучи в некоторых направлениях будут гасить или усиливать друг друга. Кроме того, в тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, то есть *главные минимумы* интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием (4.10):

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda; \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.14)$$

Дополнительные минимумы будут возникать в тех направлениях, в которых лучи, идущие от соседних щелей, в результате интерференции ослабляют друг друга, при этом оптическая разность

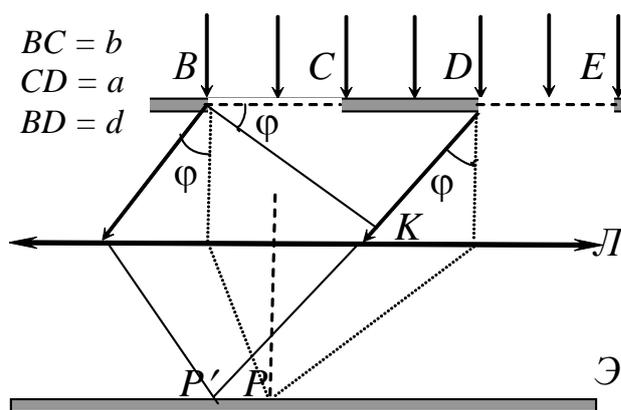


Рис. 4.4. Ход лучей при дифракции света на дифракционной решетке

хода Δ между ними должна быть кратна нечетному числу полуволен, то есть

$$d \sin \varphi = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (4.15)$$

Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если оптическая разность хода Δ между лучами кратна целому числу длин волн, то есть

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda; \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (4.16)$$

В этих направлениях возникают *главные максимумы*.

Если дифракционная решетка состоит из N щелей, то условие главных минимумов определяется выражением (4.14), условие главных максимумов – выражением (4.16), а условие дополнительных минимумов будет иметь вид

$$d \sin \varphi = \pm m' \frac{\lambda}{N}; \quad (m' = 1, 2, \dots, N - 1, N + 1, \dots, 2N - 1, 2N + 1, \dots), \quad (4.17)$$

то есть m' принимает все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$, при которых условие (4.17) переходит в (4.16). Следовательно, в случае N щелей между двумя главными максимумами располагается $N - 1$ дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон (рис. 4.5).

Если плоская волна падает на решетку под углом θ (рис. 4.6), то полная разность хода для двух соответственных волн равна

$$AC - DB = AB \sin \theta - AB \sin \varphi = d \sin \theta - d \sin \varphi.$$

Условие образования главных максимумов будет таким:

$$d \cdot (\sin \theta - \sin \varphi_m) = m \lambda, \quad (4.18)$$

где φ_m – направления на главный максимум порядка m ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Преобразовывая левую часть выражения (4.18), получим

$$2 d \cos\left(\frac{\varphi_m + \theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta - \varphi_m}{2}\right) = m \lambda.$$

Если период решетки значительно больше λ , то углы дифракции малы ($\varphi_m \ll \theta$) и можно положить:

$$\frac{\varphi_m + \theta}{2} \approx \theta, \quad \Rightarrow \quad \sin \frac{\theta - \varphi_m}{2} \approx \frac{\theta - \varphi_m}{2}.$$

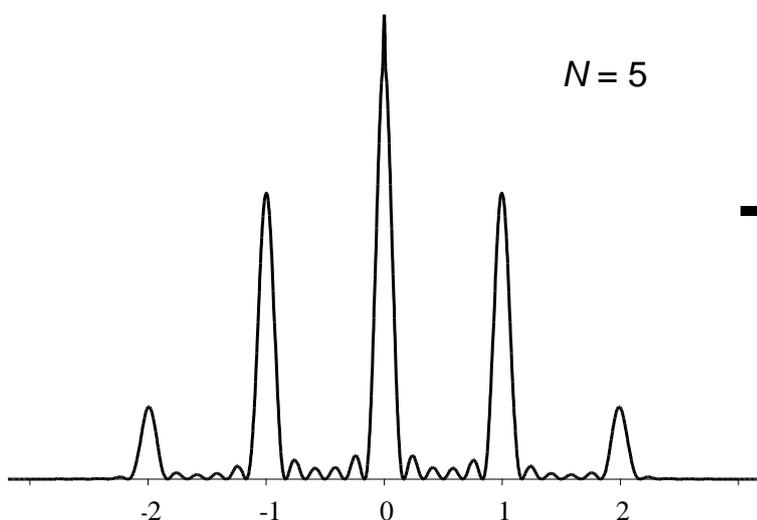


Рис. 4.5. Распределение энергии для 5 щелей

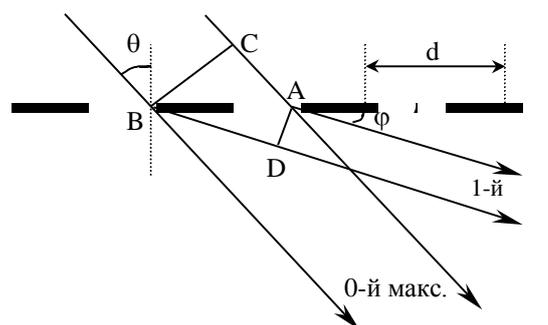


Рис. 4.6. Дифракция при косом падении луча на дифракционную решетку

Тогда имеем $d \cos \theta \cdot (\theta - \varphi_m) = m \lambda$.

Следовательно, при косом падении лучей как будто бы уменьшится период решетки и дифракционная картина станет более отчетливой.

Так как положение главных максимумов зависит от длины волны, то при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу.

Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света, то есть дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор.

§ 4.4. Дифракция рентгеновских лучей

Помимо дифракции на плоской одномерной решетке возможно наблюдение дифракции на *пространственной (трехмерной) решетке*, представляющей собой такую оптически неоднородную среду, неоднородности которой периодически повторяются при изменении всех трех пространственных координат. Примером пространственной дифракционной решетки по предложению немецкого физика М. Лауэ может служить кристаллическая решетка твердого тела. Частицы, образующие эту решетку (атомы, молекулы или ионы), играют роль упорядоченно расположенных центров, когерент-

но рассеивающих падающий на них свет. Так как расстояния между этими частицами, то есть периоды решетки, очень малы (порядка 10^{-10} м), то при прохождении через монокристаллы видимого света (порядка 10^{-7} м) дифракцию наблюдать нельзя. Однако для значительно более коротковолнового рентгеновского излучения ($\lambda \sim 10^{-12}$ – 10^{-8} м) монокристаллы являются идеальными естественными дифракционными решетками. Дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как результат их отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (то есть плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки) (рис. 4.7).

Дифракционная картина на искусственных решетках получается отчетливой, если период решетки соизмерим с длиной волны падающего света. В видимой области $\lambda = (3,8-7,6) \cdot 10^{-7}$ м, период у хороших решеток $d \approx (1-5) \cdot 10^{-7}$ м. Рентгеновское излучение имеет длины волн порядка 10^{-8} – 10^{-12} м. Изготовить искусственную решетку с соответствующим периодом невозможно. Расстояние между атомными плоскостями d является периодом кристаллической решетки. Пучок параллельных рентгеновских лучей падает на поверхность кристалла под углом скольжения θ и отражается от нее под таким же углом. Возбужденные атомы кристалла являются источниками вторичных когерентных волн. Лучи, отраженные от первого и второго атомных слоев, имеют разность хода $a + b = 2d \sin \theta$. Максимумы интенсивности наблюдаются при условии

$$2d \sin \theta = m\lambda; \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Это выражение получено Вульфом и Брэггом.

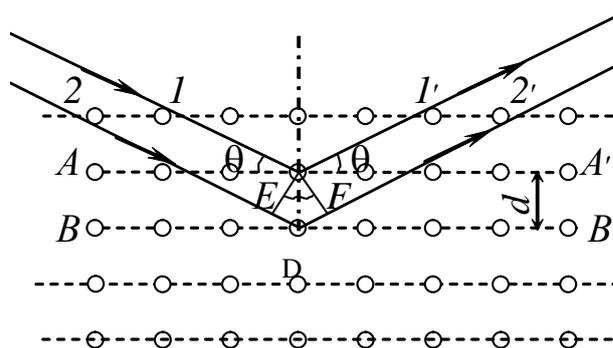


Рис. 4.7. Дифракция рентгеновских лучей

§ 4.5. Характеристики оптических приборов

Способность дифракционной решетки разлагать падающее на нее излучение в спектр широко используется в спектральных приборах для исследования частотного состава света, испускаемого возбужденными телами или поглощаемого ими. Знание частотного состава и интенсивностей спектральных линий позволяет исследо-

вать строение и характер взаимодействия частиц вещества и его состав.

Наблюдение дифракции рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллических веществах неизвестного строения позволяет определить межплоскостные расстояния, т. е. структуру кристалла. Соответствующий метод исследования, называемый *рентгеноструктурным анализом*, позволяет исследовать не только кристаллические вещества, но также и полимеры, аморфные вещества, жидкости, газы.

Дифракция неизвестного рентгеновского излучения на кристаллах с определенной структурой используется в *рентгеновской спектроскопии* для исследования частотного состава этого излучения.

Основными характеристиками всякого спектрального прибора являются его *дисперсия* и *разрешающая способность*. Дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу (на 1 нм). Разрешающая способность определяет минимальную разность длин волн $\delta\lambda$, при которой две линии воспринимаются в спектре раздельно.

Угловой дисперсией называется величина

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (4.19)$$

где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Для дифракционной решетки

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi}, \quad (4.20)$$

то есть чем выше порядок спектра m , тем больше дисперсия.

Линейной дисперсией называют величину

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta\ell}{\delta\lambda}, \quad (4.21)$$

где $\delta\ell$ – линейное расстояние на экране или на фотопластинке между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$. Линейная дисперсия связана с угловой дисперсией D соотношением

$$D_{\text{лин}} = f D,$$

где f – фокусное расстояние линзы, собирающей дифрагирующие лучи на экране. Приняв во внимание выражение (4.19), получим для линейной дисперсии дифракционной решетки при небольших углах φ ($\cos \varphi \approx 1$) следующую формулу:

$$D_{\text{лин}} = f \frac{m}{d}. \quad (4.22)$$

В оптике важным является вопрос отдельного восприятия двух близлежащих одинаковых точечных источников света или близлежащих спектральных линий с одинаковой интенсивностью и формой контура. Две спектральные линии могут восприниматься как одна (рис. 4.8, а) или две, о чем говорит наличие «провала» в интенсивности результирующей полосы (рис. 4.8, б). По критерию Рэля изображения линий воспринимаются отдельными, если максимум одной линии совпадает с минимумом другой. Минимальная разность двух длин монохроматических волн λ_1 и λ_2 равной интенсивности, которые можно видеть в спектре отдельно, характеризуется разрешающей способностью спектрального прибора.

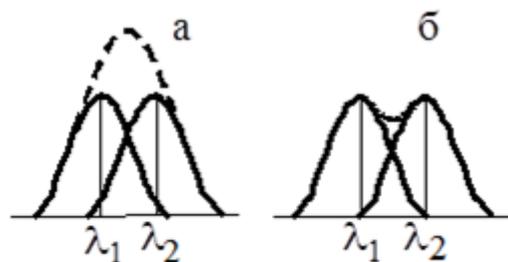


Рис. 4.7. Критерий Рэля

Разрешающей способностью спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad (4.23)$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются отдельно.

Разрешающая способность дифракционной решетки зависит от порядка дифракционного максимума m и от числа щелей решетки N и определяется выражением

$$R = mN. \quad (4.24)$$

Дифракционные явления накладывают ограничения на возможность наблюдения двух удаленных точечных источников S_1 и S_2 (например, звезд) с помощью телескопа. Вследствие дифракции световых волн на краях диафрагмы, ограничивающей объектив телескопа, в его фокальной плоскости вместо изображения двух светящихся точек наблюдаются максимумы, окруженные чередующи-

мися темными и светлыми кольцами. Точечные источники S_1 и S_2 воспринимаются раздельно (разрешимы), если угловое расстояние между ними φ :

$$\varphi \geq \frac{1,22 \lambda}{D}, \quad (4.25)$$

где λ – длина волны света; D – диаметр объектива. Разрешающая способность объектива равна

$$R = \frac{1}{d\varphi}, \quad (4.26)$$

где $d\varphi$ – наименьшее угловое расстояние между двумя точками, при котором они еще разрешаются оптическим прибором.

§ 4.6. Понятие о голографии

Весьма перспективной в плане практического применения является голография. На законах интерференции и дифракции света основан особый *голографический* способ получения и воспроизведения изображений предметов (голография – от греч. «полная запись»). Изобретена голография в 1947 г. английским физиком Д. Габором. Активное развитие голографии началось с 1962 г. Ю. Н. Денисюком (Россия), Э. Лейтом и Ю. Упатниексом (Америка) после появления лазеров – источников света высокой степени когерентности. В настоящее время голография используется для получения качественного трехмерного изображения предметов, для записи и хранения большого количества информации, в кино, телевидении.

Перспективно использование голографии для создания новых весьма надежных и очень емких систем памяти вычислительных машин, систем поиска заданной информации и ее кодирования, в создании голографических электронных микроскопов, голографической интерферометрии и т. д.

Суть голографии можно пояснить с помощью рис. 4.9. Лучи 1–2 (опорный пучок) от лазера отражаются зеркалом и падают на фотопластинку Φ . Лучи 3–4 (предметный пучок) отражаются от предмета и на фотопластинке интерферируют с лучами 1–2. После проявления фотопластинка получается *голограмма*. На ней заэкспонированные (темные) участки соответствуют максимумам интенсивности, светлые участки – минимумам.

Голограмма представляет собой своеобразную дифракционную решетку. Для воспроизведения изображения предмета голограмму освещают опорным пучком того же лазера. Предметный пучок перекрывается диафрагмой D . В результате дифракции на интерференционной структуре голограммы восстанавливается копия предметной волны, образующая объемное мнимое изображение предмета, расположенное в том месте, где предмет находился при голографировании. Справа от голограммы можно увидеть действительное изображение предмета с рельефом, обратным рельефу предмета.

В голографии реализуется возможность регистрировать и восстанавливать как амплитуду, так и фазу предметной волны. В самом деле, распределение интенсивности в интерференционной картине определяется как амплитудой интерферирующих волн ($I \sim E_0^2$), так и разностью их фаз.

Поэтому для регистрации как фазовой, так и амплитудной информации кроме предметной необходима когерентная с ней опорная волна известной фазы. На голограмме фиксируются мельчайшие структурные детали предмета размерами порядка длины волны лазерного излучения.

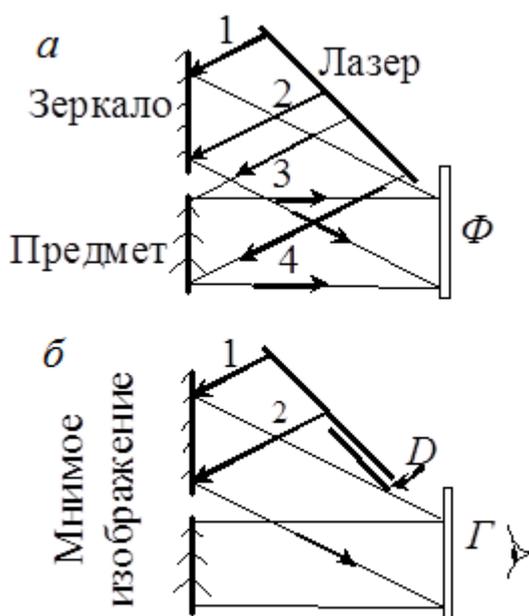


Рис. 4.9. Получение голограммы

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.1.

Определение длины волны и диаметра мелких частиц дифракционным методом

1. *Цель работы:* определение длины волны лазерного излучения и размера мелких частиц на основе дифракционной картины.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) понятие длины волны и принцип Гюйгенса – Френеля; б) каким образом световая волна огибает препятствия: круглую частицу, непрозрачный экран и т. д.; в) качественную зависимость дифракционной картины от размеров отверстий и частиц; г) распределение интенсивности в дифракционной картине при дифракции на щели и круглом отверстии; д) расчет погрешностей определения длины волны и размера частиц ликоподия.

3. Выполнение работы

3.1. Описание экспериментальной установки

В данной лабораторной работе изучается дифракция Фраунгофера на щели и на круглых частицах ликоподия, на установке, схема которой приведена на рис. 4.10. Лазер размещается на оптической скамье так, чтобы часть ее (не менее 1 м) оставалась свободной. На свободном конце скамьи устанавливаются два рейтера: один с раздвижной щелью, другой с экраном. Щель может перемещаться перпендикулярно лазерному лучу. Во втором упражнении вместо щели на пути лазерного луча ставится стеклянная пластинка с ликоподием.



Рис. 4.10. Схема установки

3.2. Методика измерений и расчета

Лазерное излучение в виде параллельного пучка с длиной волны λ падает перпендикулярно плоскости щели шириной $(AB) = b$ (рис. 4.11). Разность хода между крайними лучами BP и AP , идущими от щели в произвольном направлении φ , равна

$$\Delta = (BC) = b \sin \varphi,$$

где C – основание перпендикуляра, опущенного из точки A на луч BP .

Разобьем открытую часть фронта волны в плоскости щели AB на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру A щели. Разность хода от краев этих зон сделаем равной $\lambda/2$. Тогда на щели уместится

$(\Delta : \frac{\lambda}{2})$ зон Френеля. Все зоны излу-

чают свет в рассматриваемом направлении одинаково, причем колебания, возбуждаемые в точке P двумя соседними зонами, равны по амплитуде и противоположны по фазе. Поэтому эти колебания взаимно гасят друг друга. Следовательно, если число зон Френеля четное, то $b \sin \varphi = 2m\lambda/2$ или

$$b \sin \varphi = m\lambda; \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (4.27)$$

и в точке P наблюдается *дифракционный минимум* (темнота). Если же число зон Френеля нечетное, то

$$b \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (4.28)$$

и наблюдается максимум интенсивности. Самый яркий центральный максимум виден в направлении $\varphi = 0$. С ростом m ширина зон Френеля и интенсивность максимумов быстро уменьшаются.

Если параллельный световой пучок падает на круглое отверстие, то дифракционная картина состоит из центрального светлого пятна, окруженного чередующимися светлыми и темными кольцами. Этот случай представляет интерес, т. к. все оправы линз и объективов имеют обычно круглую форму. Если в экране имеется не одно, а N хаотически расположенных отверстий, то получается такая же дифракционная картина, как и от одного, но только более интенсивная. Интенсивности отдельных картин складываются, $I = NI_1$, но сами картины между собой не интерферируют.

За исключением центра, такая же картина получается, если па-

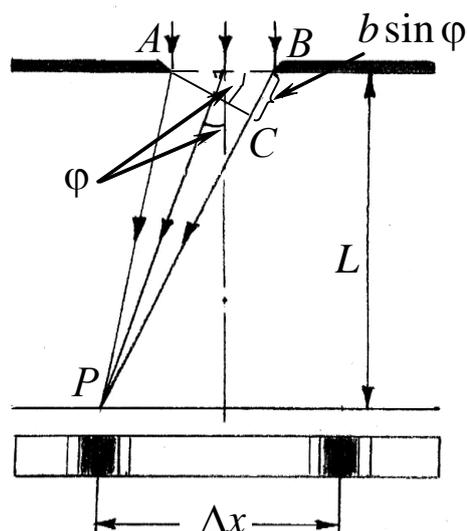


Рис. 4.11. Дифракция Фраунгофера на щели и дифракционная картина

параллельный пучок света дифрагирует не на отверстиях, а на круглых *частицах*, расположенных тоже хаотически. В данной работе используются споры растения плауны (ликоподий), которые зажаты между стеклянными пластинками. Споры имеют форму шариков практически одинакового диаметра d . При освещении такого препарата параллельным лазерным пучком возникает на экране дифракционная картина, состоящая из концентрических колец.

Угловые размеры первого φ_1 и второго φ_3 темных колец связаны с диаметром частиц d формулами:

$$d \sin \varphi_1 = 1,22\lambda; \quad d \sin \varphi_3 = 2,24\lambda. \quad (4.29)$$

Угловые радиусы светлых колец определяются уравнениями

$$d \sin \varphi_2 = 1,64\lambda; \quad d \sin \varphi_4 = 2,68\lambda. \quad (4.30)$$

Здесь дифракционные кольца пронумерованы, начиная с первого темного кольца, окружающего центральный светлый круг.

Описанное явление наблюдается в природе в виде венцов вокруг Солнца и Луны. Венцы возникают в результате дифракции света на водяных капельках (или кристалликах льда), когда перед светилом проходит облако или туман.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Дифракция света на щели

3.3.1.1. Лазерный пучок света направить на середину щели и с помощью верхнего винта установить ее ширину такой, чтобы дифракционную картину на экране удобно было измерять.

3.3.1.2. По микрометрической шкале винта определить ширину щели b (в долях миллиметра).

3.3.1.3. Измерить расстояние L от щели до экрана.

3.3.1.4. Измерить расстояние Δx между серединами левого ($m = -1$) и правого ($m = 1$) минимумов интенсивности первого порядка и вычислить $\sin \varphi_1 \approx \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\Delta x}{2L}$.

3.3.1.5. То же самое проделать для дифракционных минимумов второго ($m = \pm 2$), третьего ($m = \pm 3$) и четвертого ($m = \pm 4$) порядков.

3.3.1.6. Используя условие (4.27), рассчитать длину волны λ лазерного излучения. Результаты занести в табл. 4.1.

3.3.1.7. Рассчитать среднее значение длины волны $\langle \lambda \rangle$ и абсолютную погрешность измерений $\langle \Delta \lambda \rangle$.

Таблица 4.1

*Результаты измерений и расчета
длины волны λ лазерного излучения*

m	Δx	L	$\sin \varphi$	b	λ	$\langle \lambda \rangle$	$\langle \Delta \lambda \rangle$
	м	м		мм	нм	нм	нм
1							
2							
3							
4							

3.3.2. Дифракция света на частицах ликоподия

3.3.2.1. Вместо щели на пути лазерного луча поместить ликоподий в 20–30 см от экрана и на нем пронаблюдать дифракционную картину в виде концентрических темных и светлых колец и яркого центрального пятна.

3.3.2.2. Измерить диаметры темных дифракционных колец D_1 , D_3 и светлых колец D_2 , D_4 и расстояние от объекта с ликоподием до экрана L .

3.3.2.3. По формуле $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{D}{2L}$ и формулам (4.29) и (4.30) рассчитать диаметр частиц ликоподия и усреднить его. Длину волны лазерного света λ взять из предыдущего упражнения. Все результаты измерений и расчетов занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Результаты измерений и расчета диаметра d частиц ликоподия

№	D	L	$\sin \varphi$	d	$\langle d \rangle$	$\langle \Delta d \rangle$
	м	м		мкм	мкм	мкм
1						
2						
3						
4						

3.4. Сделать вывод по результатам измерений и вычислений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.2.

Измерение длины волны в спектре с помощью дифракционной решетки и гониометра

1. *Цель работы:* освоить способ измерения длины волны с помощью дифракционной решетки и гониометра в спектре излучения паров ртути.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) устройство дифракционной решетки, ее период и условие наблюдения главных максимумов; б) порядок расположения цветов в дифракционном спектре относительно центрального максимума; в) разрешающую способность дифракционной решетки на основе критерия Рэлея; г) как изменится дифракционная картина, если закрыть часть решетки (сверху или сбоку); д) устройство гониометра; е) расчет погрешностей определения длины волны.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание экспериментальной установки*

В работе используется голографическая дифракционная решетка (ДР), имеющая 200 штр/мм (рис. 4.12). В качестве источника света с линейчатым спектром служит ртутная лампа РЛ, подключенная к блоку питания (на рисунке не показан). Свет попадает на входную щель Щ коллиматора К, установленную в фокальной плоскости объектива О коллиматора.

Параллельный пучок света, полученный при помощи коллиматора, падает на ДР. Пройдя сквозь нее, когерентные пучки света собираются объективом зрительной трубы ЗТ, давая в фокальной плоскости действительные цветные *изображения щели* коллиматора, наблюдаемые с помощью окуляра зрительной трубы. Окуляр снабжен визирной вертикальной нитью, которая при повороте зрительной трубы может совмещаться с любой спектральной линией (максимумом). Коллиматор со щелью и объективом, столик С и зрительная труба ЗТ вместе составляют высокоточный прибор для измерения углов – гониометр. В работе с помощью гониометра измеряются углы дифракции лучей, с помощью которых определяют длину волны излучения.

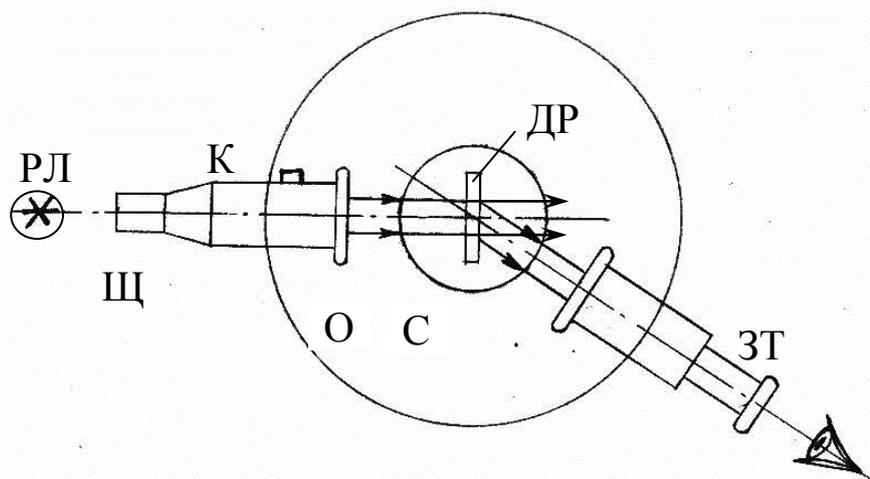


Рис. 4.12. Оптическая схема установки:
 РЛ – ртутная лампа; К – коллиматор с входной щелью Щ и объективом О; С – столик; ДР – дифракционная решетка;
 ЗТ – зрительная труба гониометра

3.2. Методика измерений

ДР представляет собой пластинку с множеством параллельных узких щелей одинаковой ширины b , находящихся на расстоянии d друг от друга (рис. 4.13).

Величину d называют *постоянной* (или *периодом*) ДР. Плоская монохроматическая волна с длиной λ падает нормально к плоскости решетки. Разность хода Δ лучей, идущих от двух соседних щелей, будет для данного направления φ одинакова в пределах всей ДР

$$\Delta = d \sin \varphi. \quad (4.31)$$

Если она кратна целому числу волн, т. е.

$$\Delta = \pm m\lambda, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots,$$

то вторичные когерентные волны от разных щелей, проинтерферировав, усилят друг друга. Поэтому можно считать, что

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (4.32)$$

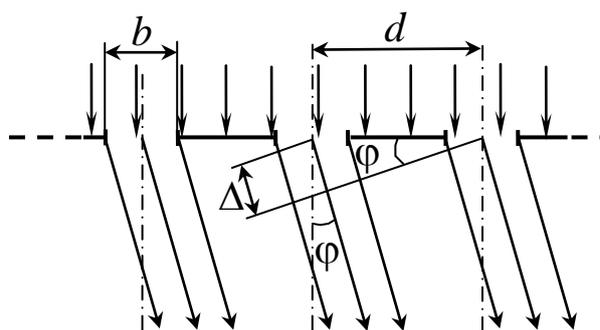


Рис. 4.13. Дифракция монохроматического света при нормальном падении на решетку:
 b – ширина щели; d – постоянная решетки; Δ – разность хода смежных волн от соседних щелей;
 φ – угол дифракции

является условием наблюдения главных максимумов в дифракционной картине. *Измеряя угол φ , соответствующий положению дифракционного максимума, можно, зная постоянную решетки d , определить длину волны.*

При пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу.

Основной характеристикой ДР является ее *разрешающая способность*. Величина разрешающей способности R оценивается отношением (4.23):

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

где $\Delta\lambda$ – минимальная разрешаемая разность длин волн для двух близких спектральных линий, наблюдаемых в спектральном приборе раздельно.

Для спектрального прибора с ДР разрешающая способность R равна (4.24):

$$R = mN,$$

где N – полное число щелей решетки; m – порядок спектра.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Включить ртутную лампу тумблерами «Сеть» и «Лампа» и прогреть ее около пяти минут.

3.3.2. Поставить зрительную трубу соосно с коллиматором и перемещать ее окуляр до тех пор, пока изображение щели не станет резким.

3.3.3. Повернуть ЗТ влево до совмещения с первым изображением щели (максимум первого порядка, $m = 1$, фиолетовая линия). При этом визирная линия должна точно совпадать с центром наблюдаемой линии.

3.3.4. Для определения угла φ нужно включить тумблер на левой стороне корпуса гониометра и смотреть в нижний окуляр, через который видны шкалы гониометра. Поле зрения отсчетных шкал гониометра приведено на рис. 4.14. В левом окне видны две шкалы: одна прямая, другая перевернутая. Здесь же имеется вертикальная линия для отсчета количества *градусов*. В правом окошечке видна горизонтальная линия и тоже две шкалы: левая – для отсчета количества *единиц* угловых минут, правая – *секунд*.

Чтобы снять показания угла по шкалам, нужно повернуть маховик, находящийся под зрительной трубой с правой стороны гониометра, так чтобы двойные штрихи прямой и перевернутой шкал точно совместились, как на рис. 4.14. Число слева, ближайшее к вертикальной линии на прямой шкале, означает число *градусов*. Количество широких интервалов на шкалах от этого числа до перевернутого и отличающегося на 180° равно количеству *десятков минут*. Число *единиц минут* отсчитывается в правом окошечке по левому ряду чисел над горизонтальной линией. На рис. 4.14 показания шкал соответствуют углу $0^\circ 15' 57''$. Произведите отсчет угла φ с точностью до $1'$.

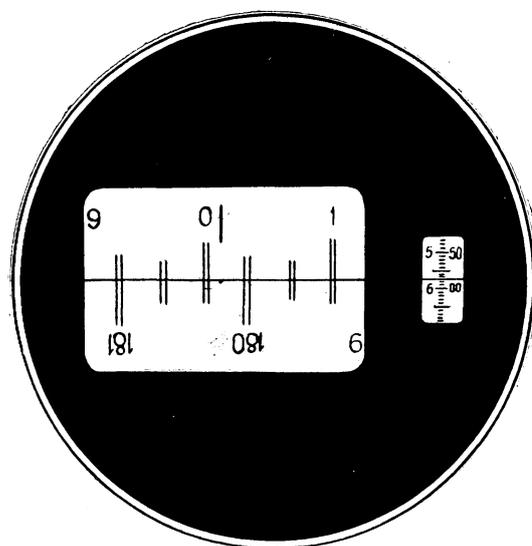


Рис. 4.14. Поле зрения шкал гониометра: в левом окошке производят отсчет количества градусов и десятков угловых минут, в правом – единиц минут и секунд

3.3.5. Повернуть зрительную трубу далее влево до совмещения визирной линии окуляра с синей, голубой, зеленой и двух желтых линий и произвести для них отсчет углов φ . Полученные значения углов занести в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Результаты измерения углов дифракции и определения длины волны в ртутном спектре

Цвет спектральных линий	$m = 1$			Табличные значения λ
	φ	λ	$\Delta\lambda$	
		нм	нм	нм
Фиолетовый				404,7
Синий				435,8
Голубой				491,6
Зеленый				546,1
Желтый 1				577,0
Желтый 2				579,1

3.3.6. По формуле (4.32) вычислить длины волн спектральных линий и сравнить их с табличными значениями.

3.3.7. Измерить ширину рабочей части ДР и вычислить полное число ее щелей N .

3.3.8. По формуле (4.24) найти теоретическую разрешающую способность решетки R .

3.3.9. Зная R и λ , с помощью формулы (4.23) определить минимальную разность длин волн $\Delta\lambda$ между спектральными линиями, которые могут наблюдаться еще отдельно. Сделать это для всей спектральной области: от фиолетового света до желтого. Занести значение $\Delta\lambda$ в табл. 4.3.

3.3.10. Для желтых линий сравнить полученное значение $\Delta\lambda$ с разностью их длин волн $\lambda_2 - \lambda_1$.

3.4. *Сделать вывод о характере дифракционной картины от ртутной лампы и о том, почему близкие желтые линии видны отдельно.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.3.

Зонная пластинка и киноформная линза

1. *Цель работы:* экспериментально изучить фокусирующее свойство киноформной линзы как зонной пластинки.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) принцип Гюйгенса – Френеля; б) формулу для расчета радиуса внешней границы m -й зоны Френеля; в) принцип действия зонных пластинок – амплитудной и фазовой; г) преимущества киноформной линзы перед амплитудной зонной пластинкой; д) способы определения фокусного расстояния киноформной линзы; е) расчет погрешностей определения фокусного расстояния.

3. Выполнение работы

3.1. Описание экспериментальной установки

В данной работе используется киноформная линза (КЛ), выштампованная из органического стекла так, что фазовый профиль ее зон близок к параболическому. Установка для исследования КЛ включает в себя светодиод в качестве источника монохроматического света, КЛ на подставке (рейтере) и экран, на котором наблюдают изображение светящегося светодиода. Измерения выполняются на оптической скамье, вдоль которой могут перемещаться рейтеры с киноформной линзой, экраном и светодиодом. Расстояния между деталями оптической системы измеряют с помощью рулетки. Наводка изображения на резкость производится на глаз. Чтобы уменьшить роль возникающих при этом случайных неточностей, измерения в каждом случае рекомендуется выполнять несколько раз, а результаты – усреднять.

3.2. Методика измерений

Зонная пластинка (ЗП) представляет собой экран с чередующимися прозрачными и непрозрачными кольцами – зонами Френеля (рис. 4.15). В настоящее время ЗП относится к большому классу так называемых дифракционных оптических элементов (ДОЭ), работа которых основана на дифракции света. В ДОЭ входят дифракционные решетки для спектральных исследований, расщепители световых пучков, фокусаторы лазер-

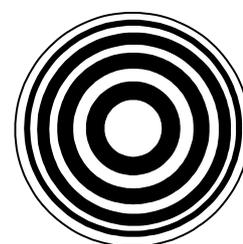


Рис. 4.15. Вид зонной пластинки Френеля

ного излучения, концентрирующие его в тонкие линии или в заданные области пространства и т. д.

ЗП по своему действию подобна линзе (точнее говоря, сразу нескольким линзам, «вложенным» в одну апертуру). Если направить на ЗП монохроматический свет с длиной волны λ от точечного источника, находящегося на расстоянии a от пластинки, то на экране, расположенном на расстоянии b , будет наблюдаться ярко освещенная точка – изображение источника. Это объясняется тем, что вторичные световые волны от соседних прозрачных зон Френеля придут в данное место с разностью хода в λ и усилят друг друга. Относительное расположение ЗП, источника и его изображения связаны с радиусами зон Френеля r_m и их номерами $m = 1, 2, 3, \dots$ известной формулой

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}. \quad (4.33)$$

Ее нетрудно преобразовать к виду

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}, \quad (4.34)$$

где

$$F = \frac{r_m^2}{m\lambda}. \quad (4.35)$$

Формула (4.35) аналогична формуле тонкой линзы, и величину F можно считать фокусным расстоянием, а саму ЗП – дифракционной линзой. Характерной особенностью ЗП по сравнению с линзой является то, что фокусное расстояние F сильно зависит от длины волны. Фокусирующее действие ЗП будет наблюдаться и тогда, когда разность хода между лучами из прозрачных зон равна 3λ , 5λ , ..., т. е. в каждом светлом кольце будет по 3, 5 и т. д. зон Френеля.

Следовательно, для каждого монохроматического света ЗП имеет несколько фокусов. Это аналогично существованию максимумов различных порядков у дифракционных решеток. Правда, интенсивность света в фокусах высшего порядка сильно убывает с ростом номера порядка фокуса. ЗП можно усовершенствовать, заставив «работать в фазе» четные и нечетные зоны Френеля. Для этого

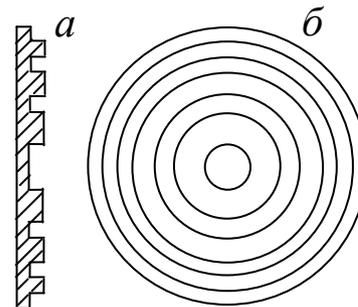


Рис. 4.16. Фазовая зонная пластинка:
a – вид сбоку;
б – вид прямо

нужно каким-либо образом ввести для каждой четной зоны дополнительный фазовый набег, равный π . Можно изготовить профилированную (фазовую) ЗП, имеющую разную толщину четных и нечетных колец (рис. 4.16). В этом случае яркость изображения увеличится примерно в 4 раза. Еще лучше изготавливать ЗП, у которых фаза выходящей световой волны в пределах каждой зоны изменяется *плавно*. Тогда устраняются вторичные фокусы и, как следствие этого, существенно повышается яркость в основном фокусе. Этой цели удовлетворяет ЗП с криволинейным (параболическим) профилем толщины зон, показанная на рис. 4.17.

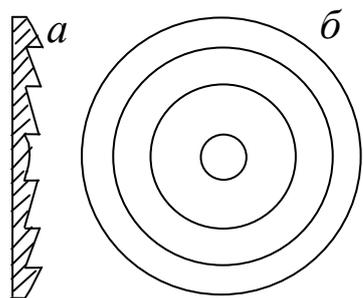


Рис. 4.17. Фазовая зонная пластинка с криволинейным профилем (киноформная линза):
a – вид сбоку; *б* – вид прямо

Такая ЗП, называемая *киноформной линзой* (КЛ), собирает *весь* падающий на нее свет в точку (точнее, в малой окрестности этой точки). Благодаря уникальным фокусирующим и абберационным свойствам эти плоские растровые линзы находят сегодня все более широкое применение практически во всех областях, где требуется оптика. Достаточно упомянуть приборы и устройства, рассчитанные на лазерное излучение (например, головки для записи и считывания в оптических приводах CD и DVD-форматов), объективы и окуляры для видимого и ИК-диапазонов, телескопы, микроскопы и фотоаппараты. Киноформные линзы используются в проекционной аппаратуре, прожекторах и автомобильных фарах.

Фокусное расстояние КЛ можно определять различными способами.

Способ 1. F определяют, исходя из формулы (4.34). Для этого нужно измерить расстояния a от светодиода до КЛ и b от КЛ до его изображения на экране. При измерениях на одном конце оптической скамьи устанавливают рейтер со светодиодом, на другом – рейтер с экраном. Перемещая КЛ вдоль скамьи, получают на экране четкое изображение светодиода и с помощью рулетки отсчитывают расстояния a и b .

Способ 2. Пусть расстояние между светодиодом и экраном

превышает $4F$. При этом всегда найдутся два таких положения КЛ, при которых на экране получают отчетливые изображения светодиода: в одном случае (I) – увеличенное, в другом (II) – уменьшенное (рис. 4.18).

Из соображений симметрии ясно, что $a_1 = b_2$ и $a_2 = b_1$. Обозначая расстояние между светодиодом и экраном через L , а расстояние между двумя положениями КЛ через S , получим $L = a_1 + b_1$ и $S = b_1 - b_2 = a_2 - a_1$.

$$\text{Отсюда} \quad a_1 = \frac{L - S}{2} \quad \text{и} \quad b_1 = \frac{L + S}{2}. \quad (4.36)$$

Подставляя (4.36) в формулу (4.34), найдем после несложных преобразований:

$$F = \frac{L^2 - S^2}{4L}. \quad (4.37)$$

Таким образом, для определения фокусного расстояния достаточно измерить расстояние L между светодиодом и экраном и расстояние S между двумя положениями КЛ, при которых на экране получают четкие изображения.

Зная фокусное расстояние КЛ, можно по формуле (4.35) определить радиус ее первой зоны. Для киноформной линзы радиус первой зоны в $\sqrt{2}$ раз больше, чем для зонной пластинки, поскольку разность хода от краев двух соседних зон здесь λ , а не $\lambda/2$, как для ЗП. С учетом этого формула (4.35) дает для радиуса первой ($m = 1$) зоны выражение

$$r_1 = \sqrt{2F\lambda}. \quad (4.38)$$

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Определение фокусного расстояния линзы способом I

3.3.1.1. На одном конце оптической скамьи установить рейтер со светодиодом, на другом – рейтер с экраном.

3.3.1.2. Перемещая КЛ вдоль скамьи, получить на экране четкое изображение светодиода и с помощью рулетки измерить расстояния a и b .

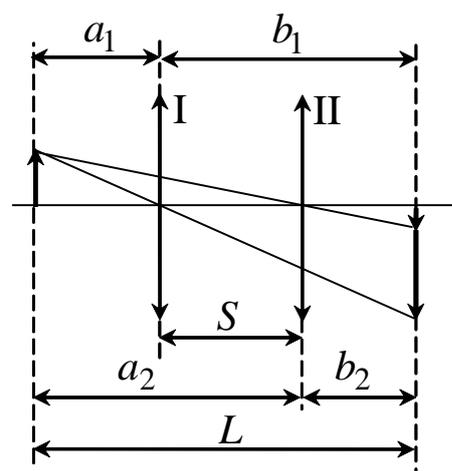


Рис. 4.18. Измерение фокусного расстояния киноформной линзы по методу «смещения»

3.3.1.3. Изменить расстояние между светодиодом и экраном и вновь повторить измерения. Рекомендуется три измерения выполнить при увеличенном и три при уменьшенном изображении.

3.3.1.4. Результаты измерений занести в табл. 4.4 и по ним вычислить фокусное расстояние F , его среднее значение $\langle F \rangle$ и абсолютную погрешность ΔF .

3.3.1.5. Построить график зависимости $1/a$ от $1/b$. Если результаты опыта описываются формулой (4.34), то все точки должны лечь на прямую, отсекающую на обеих осях отрезки, равные $1/F$. По графику найти среднее значение фокусного расстояния $\langle F \rangle$.

Таблица 4.4

Результаты измерений фокусного расстояния киноформной линзы способом 1

№	a	b	$1/a$	$1/b$	F_i	$\langle F \rangle$	$\langle \Delta F \rangle$	r_1
	см	см	см ⁻¹	см ⁻¹	см	см	см	мм
1								
2								
3								
4								
5								
6								

3.3.1.6. По формуле (4.38) определить радиус первой зоны для киноформной линзы. При расчете считать, что длина волны излучения светодиода равна $\lambda = 0,5$ мкм.

3.3.2. Определение фокусного расстояния линзы способом 2

3.3.2.1. На одном конце оптической скамьи установить рейтер со светодиодом, на другом – рейтер с экраном.

3.3.2.2. Переместить киноформную линзу вдоль скамьи, получить на экране два четких изображения светодиода и с помощью рулетки измерить расстояние L между светодиодом и экраном и расстояние S между двумя положениями.

3.3.2.3. Изменить расстояние L , повторить измерения S . Данные занести в табл. 4.5.

3.3.2.4. Вычислить фокусное расстояние F , его среднее значение $\langle F \rangle$ и абсолютную погрешность ΔF .

Таблица 4.5

*Результаты измерений фокусного
расстояния киноформной линзы способом 2*

№	L	S	F_i	$\langle F \rangle$	$\langle \Delta F \rangle$	r_1
	см	см	см	см	см	мм
1						
2						
3						

3.3.2.5. По формуле (4.38) определить радиус первой зоны для киноформной линзы. При расчете считать, что длина волны излучения светодиода равна $\lambda = 0,5$ мкм.

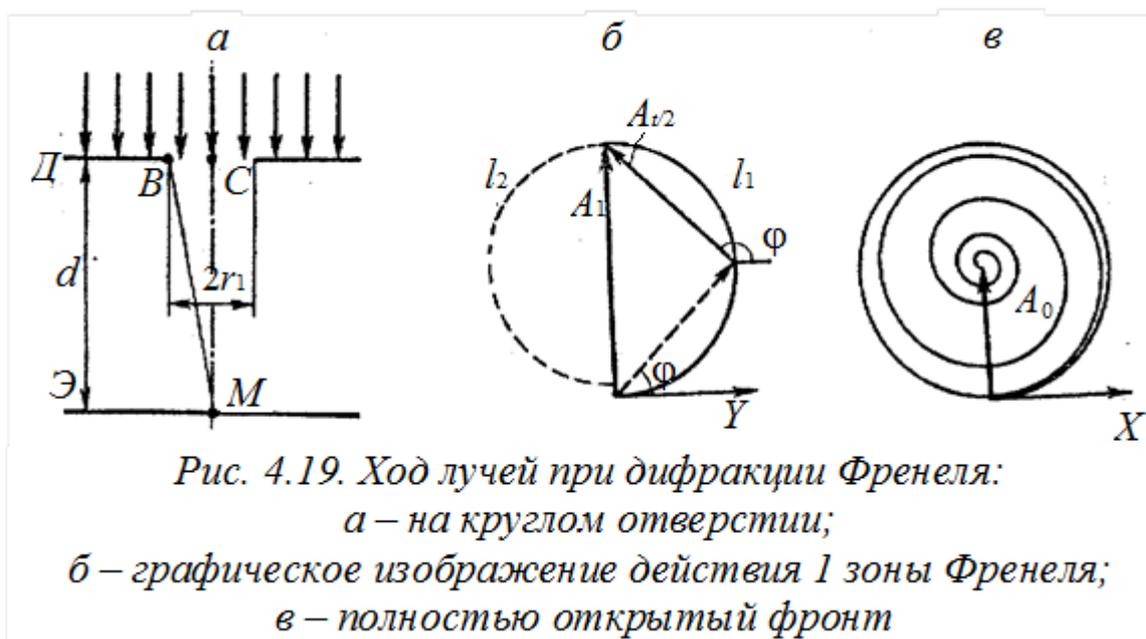
3.4. Сформулировать *вывод*, в котором обобщить результаты определения фокусного расстояния киноформной линзы.

Вопросы для самоподготовки

1. В чем суть явления дифракции?
2. Объяснить особенности наблюдения дифракций Френеля и Фраунгофера.
3. Записать условия наблюдения максимумов и минимумов дифракции на щели, на двух щелях и дифракционной решетке.
4. В чем отличия дифракционных картин при освещении щели монохроматическим и белым светом?
5. Как влияет на дифракцию Фраунгофера от одной щели увеличение длины волны и ширины щели?
6. Для каких видов волн характерно явление дифракции?
7. Какова суть принципа Гюйгенса – Френеля?
8. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске.
9. Для чего используется зонная пластинка?
10. Дифракция Фраунгофера на щели.
11. Запишите условия наблюдения максимума и минимума дифракции для дифракционной решетки.
12. Разрешающая способность оптических приборов.
13. Голография и ее применение.
14. Чем отличаются киноформная линза и зонная пластинка? Каково их назначение?

Примеры решения задач

Пример 1. Плоская монохроматическая волна интенсивности I падает нормально на плоскую диафрагму с круглым отверстием радиуса r_1 (рис. 4.19). На каком расстоянии от диафрагмы следует расположить экран наблюдения \mathcal{E} , чтобы для точки M экрана, лежащей на одном перпендикуляре с центром отверстия C , последнее включало одну зону Френеля? Какова интенсивность света в этом случае в точке M ? Как изменится интенсивность, если закрыть половину площади отверстия (центральную часть или по диаметру)? Длина волны падающего света λ .



Решение:

Для расчета дифракционной картины свободную часть фронта падающей волны следует разбить на зоны Френеля участки, крайние виртуальные источники которых посылают в точку наблюдения волны с разностью фаз $\Delta\theta = \pi$, т. е. с разностью хода $\Delta = \frac{\lambda}{2}$.

Расстояние от крайней точки B первой зоны, совпадающей в данном случае с отверстием в диафрагме, до точки M больше, чем расстояние $CM = d$, на $\lambda/2$:

$$BM = CM + \lambda/2 = d + \lambda/2. \quad (4.39)$$

Используем это равенство и теорему Пифагора для $\triangle BCM$:

$$\left(d + \frac{\lambda}{2}\right)^2 = d^2 + r_1^2,$$

откуда, пренебрегая $\frac{\lambda^2}{4}$ как малой величиной второго порядка, получим $d = \frac{r_1^2}{\lambda}$. При полностью открытом волновом фронте построение приводит к спирали, изображенной на рис. 4.19, *а*, при этом результирующая амплитуда $A_0 = \frac{A_1}{2}$, где A_1 – амплитуда результирующего колебания при условии, что радиус отверстия равен радиусу первой зоны.

Падающая волна – плоская. Это значит, что интенсивность света, приходящего в точку M без диафрагмы, равна интенсивности I_0 падающей волны. Интенсивность волны прямо пропорциональна квадрату амплитуды волны. Разобьем первую зону на отдельные равные элементы, настолько малые, чтобы все они посылали в точку M волны в одной фазе. Такими элементами можно считать тонкие кольца толщины Δr с центром в точке C . Пусть $\Delta\theta_i$ – разность фаз между волнами, приходящими в точку M от соседних колец; A_i – амплитуда результирующей волны, посылаемой одним кольцом. При суммировании всех элементарных векторов A_i , каждый из которых стремится к нулю, получится полуокружность, длина которой L_1 . Если считать, что начальная фаза колебаний, приходящих в точку M от центра первой зоны, равна нулю, то окружность будет располагаться так, как на рис. 4.19, *а*, результирующая амплитуда A_1 равна диаметру этой полуокружности. Для второй зоны вновь получится полуокружность, располагающаяся так, как показано на рис. 4.19, *а*, пунктиром нарисована длина этой полуокружности $L_2 < L_1$. Аналогичный результат будет для любой другой зоны.

Подобные построения позволят найти амплитуду A_i результирующих колебаний в точке M в зависимости от площади и формы отверстия в диафрагме.

Если закрыть центральную часть отверстия, то это равнозначно тому, что на рис. 4.19, *б* останется только верхняя половина дуги L_1 и результирующая амплитуда $A_{1/2} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$.

$$\text{Тогда } I_{1/2} = \frac{I_1}{2} = 2I_0.$$

Если закрыть внешнюю половину первой зоны, то результирующая амплитуда колебаний в точке M не изменится. Изменится только начальная фаза φ результирующего колебания (рис. 4.19, б; пунктир).

Если закрыть половину первой зоны по диаметру, то амплитуда волны, испускаемой открытой половиной каждого элементарного кольца, $A_i = \frac{A_1}{2}$, тогда $\lim_{m \rightarrow \infty} m a_i = L_1/2$. Фазовые соотношения при этом не изменяются. Следовательно, векторное построение дает полуокружность, длина которой $L' = L_1/2$.

Соответственно результирующая амплитуда волны равна диаметру этой полуокружности: $A_{1/2} = \frac{A_1}{2}$.

Интенсивность света в точке наблюдения $I_{1/2} = \frac{I_1}{4} = I_0$.

Пример 2. Посередине между точечным источником монохроматического света $\lambda = 550$ нм и экраном находится диафрагма с круглым отверстием (рис. 4.20). Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном на расстоянии 5 м от источника. Определить радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным.

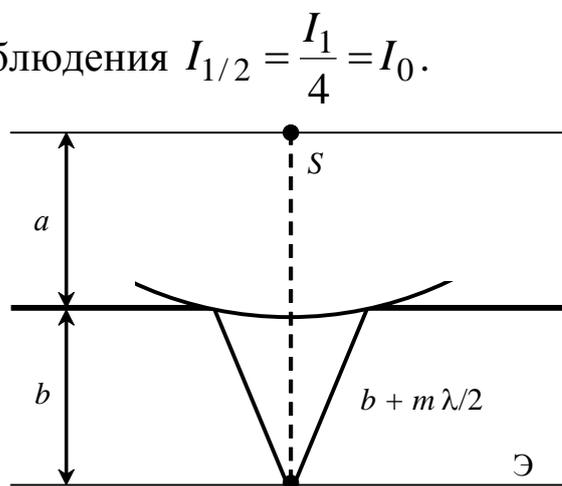


Рис. 4.20. Дифракция Френеля на круглом отверстии (к примеру 2)

Дано:

$$\begin{array}{l} a = b \\ \lambda = 550 \text{ нм} \\ a + b = 5 \text{ м} \\ \hline d = ? \end{array}$$

Решение:

Пусть отверстие диафрагмы открывает m зон Френеля. Тогда радиус m -й зоны Френеля есть не что иное, как радиус отверстия, равный

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda},$$

где m – номер зоны Френеля; λ – длина волны; a и b – соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором наблюдается дифракционная картина.

Центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным, если в отверстии укладываются две зоны Френеля, т. е. $m = 2$. Следовательно, искомый размер отверстия

$$r = \sqrt{\frac{2ab}{a+b} \lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 2,5}{2,5 + 2,5} 5,5 \cdot 10^{-7}} = 1,17 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,17 \text{ мм}.$$

Пример 3. Плоская монохроматическая волна с длиной волны $\lambda = 0,60$ мкм падает нормально на щель шириной $b = 0,04$ мм (рис. 4.3). За щелью находится собирающая линза ($F = 40$ см), в фокальной плоскости которой расположен экран наблюдения. Определить положение минимумов первого и второго порядков на экране.

Дано:

$$\begin{array}{l} b = 0,04 \text{ мм} \\ F = 40 \text{ см} \\ \lambda = 0,6 \text{ мкм} \\ m_1 = 1 \\ m_2 = 2 \end{array}$$

Решение:

В точку $x = 0$ – главный фокус линзы – приходят лучи, идущие под углом $\varphi = 0$, т. е. в этой точке центральный максимум. Координата любой точки на экране, в которую приходят лучи под углом дифракции φ

$$x = f \operatorname{tg} \varphi.$$

$$x_1, x_2 - ?$$

Условие дифракционных минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально, $b \sin \varphi = \pm m \lambda$.

Для минимумов первого и второго порядков углы φ_1 и φ_2 удовлетворяют условиям

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{b} = 0,015; \quad \sin \varphi_2 = \frac{2\lambda}{b} = 0,030.$$

Полученные значения синусов настолько малы, что можно считать $\sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi$. Тогда координаты минимумов первого и второго порядков $x_1 = f \sin \varphi_1 = \pm 6 \text{ мм}$, $x_2 = f \sin \varphi_2 = \pm 12 \text{ мм}$.

Пример 4. На дифракционную решетку падает плоская волна, фронт которой параллелен плоскости решетки (рис. 4.4). Общее число решетки $N = 1000$, период $d = 5,1$ мкм. Падающий свет содержит две волны: $\lambda_1 = 460$ нм и $\lambda_2 = 460,2$ нм. Начиная с какого порядка спектра эти линии будут разрешены? Определить угол дифракции найденного порядка спектра. Какой наибольший порядок спектра можно наблюдать с такой решеткой? Наблюдение дифракционной картины ведется в параллельных лучах с помощью соответствующей оптической системы.

Дано:

$N = 1000$

$d = 5,1 \text{ мкм}$

$\lambda_1 = 460 \text{ нм}$

$\lambda_2 = 460,2 \text{ нм}$

$m_{\max} - ?$

Решение:

Волны с длинами λ_1 и λ_2 можно считать разрешенными, если максимум m -го порядка для волны λ_2 совпадает с минимумом для волны λ_1 ближайшим к ее максимуму того же m -го порядка. Для волны λ_2 положение m -го максимума

$$\sin \varphi_m = \frac{m \lambda_2}{d}.$$

Минимумы для λ_1 , ближайшие к ее максимуму того же m -го порядка:

$$\sin \varphi' = (mN - 1) \frac{\lambda_1}{dN}; \quad \sin \varphi'' = (mN + 1) \frac{\lambda_1}{dN}.$$

Поскольку $\lambda_2 > \lambda_1$, надо, чтобы угол φ_m совпадал с углом φ'' . Тогда $m \lambda_2 = (mN + 1) \lambda_1 / N$, откуда искомый порядок спектра

$$m = \frac{\lambda_1}{N(\lambda_2 - \lambda_1)} = 2,3.$$

Это значит, что разрешение указанных волн начнется только с главных максимумов третьего порядка.

Угол дифракции спектра найденного порядка может быть определен для $m = 3$:

$$\varphi_3 = \arcsin \left(\frac{3 \lambda_2}{d} \right) = 16^\circ.$$

Наибольший порядок спектра, который можно наблюдать, определяется условием $\varphi_{\max} < \pi/2$. Следовательно:

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{m_{\max} \lambda}{d} < 1 \quad \text{и} \quad m_{\max} < \frac{d}{\lambda} = 11,3.$$

Это значит, что можно наблюдать 11 порядков спектра, а всего 23 главных максимумов.

Пример 5. Какое наименьшее число штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре первого порядка можно было разделить две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1 = 589,0 \text{ нм}$, $\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$? Какова длина такой решетки, если постоянная решетки $d = 10 \text{ мкм}$?

Дано:

$$\begin{array}{l}
 m = 1 \\
 d = 10 \text{ мкм} \\
 \lambda_1 = 589,0 \text{ нм} \\
 \lambda_2 = 589,6 \text{ нм} \\
 \hline
 \ell - ?
 \end{array}$$

Решение:

Разрешающая способность дифракционной решетки определяется формулой $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m N$,

где N – общее число щелей решетки; m – порядок спектра; $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$ – длины двух близких спектральных линий, еще разрешаемых решеткой.

$$\text{Общее число щелей } N = \frac{\lambda}{m \Delta\lambda} = \frac{\lambda_1}{m(\lambda_2 - \lambda_1)} = 982.$$

Длина решетки равна $\ell = d \cdot N = 9,8 \text{ мм}$.

Пример 6. Свет с длиной волны 500 нм падает на дифракционную решетку, период которой равен 2,50 мкм, под углом $\theta = 30^\circ$ к нормали (рис. 4.6). Найти угол с нормалью к решетке, под которым образуется максимум наибольшего порядка.

Дано:

$$\begin{array}{l}
 d = 2,5 \text{ мкм} \\
 \lambda = 500 \text{ нм} \\
 \theta = 30^\circ \\
 \hline
 \varphi_{\max} - ?
 \end{array}$$

Решение:

Как известно, при разности хода лучей, идущих от эквивалентных точек соседних щелей, равной целому числу длин волн, наблюдаются максимумы. Согласно рис. 4.6, имеем

$$\Delta = MB - AF = d \sin \theta - d \sin \varphi_{\max} = d (\sin \theta - \sin \varphi_{\max}) = \pm m \lambda,$$

где d – период дифракционной решетки; φ_{\max} – угол дифракции, определяющий положение m -го максимума; $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$\text{Порядок дифракционного максимума } m = \pm \frac{d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \varphi_{\max}).$$

Так как $\sin \varphi_{\max} \leq 1$, то $|m| \leq \frac{d}{\lambda} (1 - \sin \theta)$. Подставив числовые значения, получим

$$|m| \leq \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-7}} (1 - 0,5) = 2,5.$$

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, найдем, что $m_{\max} = 2$, тогда угол дифракции, соответствующий максимуму наибольшего порядка, равен:

$$\varphi_{\max} = \arcsin \left(\sin \theta - \frac{m_{\max} \lambda}{d} \right) = \arcsin \left(0,5 - \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{2,5 \cdot 10^{-6}} \right) = 5,7^\circ.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Точечный источник света ($\lambda = 0,55$ мкм) расположен на расстоянии $a = 1$ м перед диафрагмой с круглым отверстием диаметром $d = 2$ мм. Определить расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, если отверстие открывает три зоны Френеля.

2. Определить радиус третьей зоны Френеля, если расстояния от точечного источника света с длиной волны $\lambda = 0,63$ мкм до волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равны $1,5$ м.

3. На диафрагму с круглым отверстием $d = 5$ мм падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить расстояние от точки наблюдения до отверстия, если отверстие открывает: 1) две зоны Френеля; 2) три зоны Френеля.

4. Определить радиус третьей зоны Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно $1,5$ м. Длина волны $\lambda = 0,63$ мкм.

5. Определить радиус первой зоны Френеля, если расстояние от точечного источника света с длиной волны $\lambda = 0,54$ мкм до зонной пластинки и от пластинки до места наблюдения 1 м.

6. На зонную пластинку падает плоская монохроматическая волна ($\lambda = 0,55$ мкм). Определить радиус первой зоны Френеля, если расстояние от зонной пластинки до места наблюдения $b = 1$ м.

7. Зонная пластинка дает изображение источника, удаленного от нее на 2 м, на расстоянии 1 м от своей поверхности. Где получится изображение источника, если его удалить в бесконечность?

8. На экран с круглым отверстием радиусом $r = 1,2$ мм нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,63$ мкм. Определить расстояние от отверстия на его оси, где можно наблюдать наиболее темное пятно.

9. На щель шириной $a = 0,05$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,628$ мкм. Определить угол φ между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

10. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол φ отклонения пучков света, соответствующих второй светлой дифракционной полосе, равен $1,5^\circ$. Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

11. На щель шириной $a = 0,1$ мм падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,5$ мкм). За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Что будет наблюдаться на экране, если угол дифракции равен $43'$?

12. На щель шириной $a = 2$ мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 589$ нм). Под какими углами будут наблюдаться дифракционные минимумы света?

13. На щель шириной $a = 10$ мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,628$ мкм. Под каким углом φ будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

14. На узкую щель шириной $a = 0,05$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 694$ нм. Определить направление на вторую светлую дифракционную полосу.

15. На щель шириной $a = 0,12$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,63$ мкм. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен параллельно щели на расстоянии $L = 1,2$ м. Определить расстояние b между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального максимума.

16. На щель шириной $a = 0,1$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние L от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума $b = 1$ см.

17. Монохроматический свет с длиной волны $0,63$ мкм падает на длинную прямоугольную щель шириной $a = 12$ мкм под углом $\varphi = 45^\circ$ к ее нормали. Определить угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны от центрального максимума.

18. Монохроматический свет падает на длинную прямоугольную щель шириной $a = 12$ мкм под углом 30° к ее нормали. Определить длину волны λ света, если направление на первый минимум от центрального максимума составляет 33° .

19. Какое число штрихов N на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 546,1$ нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19^\circ$?

20. Найти наибольший порядок m спектра для желтой линии натрия ($\lambda = 589$ нм), если постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм.

21. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в первом порядке были разрешены линии спектра калия $\lambda_1 = 404,4$ нм и $\lambda_2 = 404,7$ нм? Ширина решетки $L = 3$ см.

22. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия $\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм? Ширина решетки $L = 2,5$ см.

23. Сколько штрихов на каждый миллиметр содержит дифракционная решетка, если при наблюдении в монохроматическом свете ($\lambda = 0,63$ мкм) максимум пятого порядка отклонен на угол $\varphi = 16^\circ$?

24. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 630$ нм. Определить наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная $d = 2$ мкм.

25. На дифракционную решетку длиной $L = 1,5$ мм, содержащей $N = 3000$ штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Определить число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки, и угол, соответствующий последнему максимуму.

26. Определить число штрихов на 1 мм дифракционной решетки, если углу $\varphi = 30^\circ$ соответствует максимум четвертого порядка для монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм.

27. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решетку. Определить угол дифракции, соответствующий максимуму четвертого порядка, если максимум третьего порядка наблюдается под углом 15° .

28. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет. В спектре, полученном с помощью этой дифракционной решетки, некоторая спектральная линия наблюдается в первом порядке под углом $\varphi = 11^\circ$. Определить наивысший порядок спектра, в котором может наблюдаться эта линия.

29. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку, имеющую 300 штрихов на 1 мм, если угол между направлениями на максимумы первого и второго порядков составляет 12° .

30. На дифракционную решетку, содержащую 100 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на 20° . Определить длину волны λ света.

31. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол $\varphi_1 = 14^\circ$. На какой угол φ_2 отклонен максимум третьего порядка?

32. Дифракционная решетка содержит $n = 200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,628$ мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

33. На дифракционную решетку, содержащую 400 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,6$ мкм). Найти общее число наблюдаемых дифракционных максимумов. Определить угол φ дифракции, соответствующий последнему максимуму.

34. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ($\lambda = 0,4$ мкм) спектра третьего порядка?

35. На дифракционную решетку, содержащую 500 штрихов на 1 мм, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину b спектра первого порядка на экране, если расстояние d линзы до экрана равно 3 м. Границы видимого спектра $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.

36. На дифракционную решетку с периодом $d = 10$ мкм под углом $\varphi = 30^\circ$ падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 630$ нм. Определить угол β дифракции, соответствующий второму главному максимуму.

37. На дифракционную решетку с постоянной $d = 5$ мкм под углом $\beta = 30^\circ$ падает монохроматический свет с длиной волны 0,5 мкм. Определить β_1 угол дифракции для главного максимума третьего порядка.

38. Определить наименьшее угловое разрешение радиointерферометра, установленного на Земле, при работе на длине волны 10 м.

39. Постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм. Какую разность длин волн $\Delta\lambda$ может разрешить эта решетка в области желтых лучей ($\lambda = 600$ нм) в спектре второго порядка? Ширина решетки $L = 2,5$ см.

40. Постоянная дифракционной решетки $d = 2,5$ мкм. Найти угловую дисперсию решетки для $\lambda = 589$ нм в спектре первого порядка.

41. Дифракционная картина получена с помощью дифракционной решетки длиной $L = 1,5$ см и периодом $d = 5$ мкм. Определить, в спектре какого наименьшего порядка этой картины получается раздельное изображение двух спектральных линий с разностью длин волн 0,1 нм, если линии лежат в крайней красной части спектра ($\lambda = 760$ нм).

42. Какой наименьшей разрешающей силой R должна обладать дифракционная решетка, чтобы с ее помощью можно было разрешить две спектральные линии калия $\lambda_1 = 578$ нм, $\lambda_2 = 580$ нм? Какое наименьшее число N штрихов должна иметь эта решетка, чтобы разрешение было возможно в спектре второго порядка?

43. С помощью дифракционной решетки с периодом 20 мкм требуется разрешить дублет натрия ($\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине L решетки это возможно?

44. Определить угловую дисперсию D дифракционной решетки для угла дифракции $\beta = 30^\circ$ и длины волны $\lambda = 630$ нм.

45. На дифракционную решетку, содержащую 500 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 700$ нм. За решеткой помещена собирающая линза с главным фокусным расстоянием $F = 50$ см. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Определить линейную дисперсию D такой системы для максимума третьего порядка.

ГЛАВА 5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН

§ 5.1. Естественный и поляризованный свет

Из теории Максвелла следует поперечность световых волн: векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей волны взаимно перпендикулярны (причем их колебания всегда происходят в одинаковой фазе) и колеблются перпендикулярно вектору скорости \vec{V} распространения волны, то есть перпендикулярно лучу. *Лучом называется линия, вдоль которой распространяется световая энергия.*

Несмотря на то, что световые волны поперечны, они не обладают асимметрией относительно луча. Это обусловлено тем, что в *естественном свете* (то есть свете, испускаемом обычными источниками) присутствуют колебания, совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных лучу (рис. 5.1).

Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых одновременно многими атомами. Возбужденные ими волны, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Плоскость колебаний для каждой волны ориентирована случайным образом, поэтому в результирующей волне колебания различных направлений представлены с равной вероятностью (рис. 5.2, а). Следовательно, свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора \vec{E} (а значит, и \vec{H}) называется *естественным*.

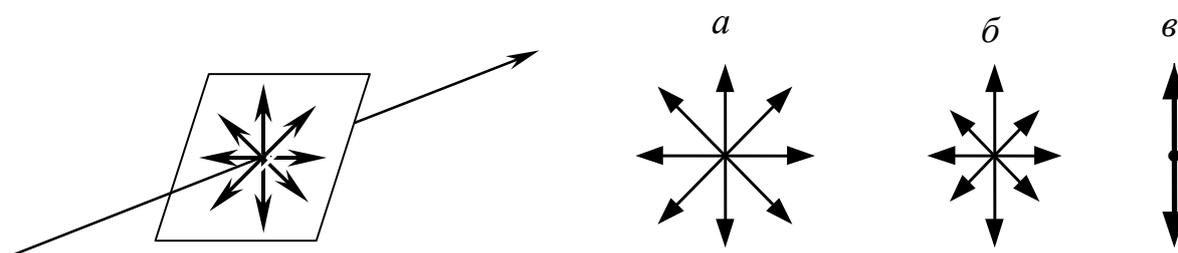


Рис. 5.1. Естественный свет Рис. 5.2. Типы поляризации света

В естественном свете колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга. Свет, в котором направления колебаний каким-либо образом упорядочены, называется *поляризованным* (рис. 5.2, б). Поскольку на электрические заряды среды, в которой распространяется свет, действует в первую

очередь электрический вектор \vec{E} , то для описания закономерностей распространения световой волны обычно используют вектор \vec{E} , который называют *световым вектором* (не забывая об обязательном существовании перпендикулярного ему вектора \vec{H}).

Если колебания светового вектора происходят только в одной проходящей через луч плоскости, свет называется *плоскополяризованным* или *линейно-поляризованным* (рис. 5.2, в). Упорядоченность колебаний вектора \vec{E} может заключаться в том, что он поворачивается вокруг луча, одновременно пульсируя по величине, в результате чего конец вектора \vec{E} описывает эллипс. Такой свет называется *эллиптически поляризованным*. Плоскополяризованный свет является предельным случаем эллиптически поляризованного. Если конец вектора \vec{E} описывает окружность, свет называется *поляризованным по кругу*.

Плоскость, в которой колеблется световой вектор в плоскополяризованной волне, называется *плоскостью колебаний*. По историческим причинам *плоскостью поляризации* была названа не плоскость, в которой колеблется вектор \vec{E} , а перпендикулярная к ней плоскость (то есть плоскость колебаний вектора \vec{H}).

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которая называется *плоскостью поляризатора*, и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. Если поляризатор неидеальный, то на выходе из него получается свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений. Такой свет называется *частично поляризованным* (рис. 5.2, б). Его можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного.

Если пропустить частично поляризованный свет через поляризатор, то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от I_{\max} до I_{\min} , причем переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол, равный $\frac{\pi}{2}$. Выражение

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (5.1)$$

называется *степенью поляризации*. Для плоскополяризованного света $I_{\min} = 0$ и $P = 1$; для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$. К эллиптически поляризованному свету понятие степени поляризации неприменимо, т. к. колебания полностью упорядочены.

§ 5.2. Закон Малюса

Колебание амплитуды A , совершающееся в плоскости, образующей с плоскостью поляризатора угол φ , можно разложить на два колебания с амплитудами $A_{\parallel} = A \cos \varphi$ и $A_{\perp} = A \sin \varphi$ (на рис. 5.3 луч перпендикулярен плоскости чертежа). Первое колебание пройдет через прибор, второе будет задержано. Интенсивность прошедшей волны пропорциональна квадрату амплитуды

$$I_{\parallel} = k A_{\parallel}^2 = k A^2 \cos^2 \varphi = I \cos^2 \varphi,$$

где I – интенсивность колебания с амплитудой A .

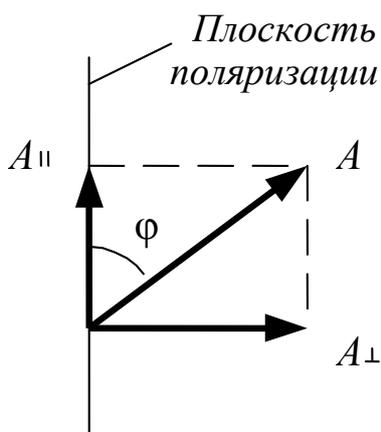


Рис. 5.3. Разложение на два перпендикулярных колебания

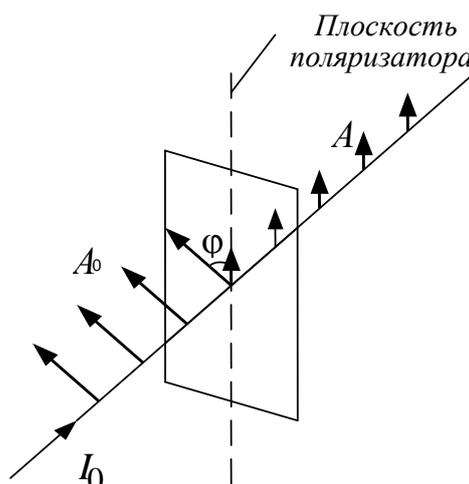


Рис. 5.4. Прохождение света через поляризатор

Следовательно, колебание, параллельное плоскости поляризатора, имеет интенсивность, пропорциональную $\cos^2 \varphi$. В естественном свете все значения угла φ равновероятны. Поэтому доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению $\cos^2 \varphi$, то есть $1/2$. При вращении поляризатора вокруг направления естественного луча интенсивность прошедшего света остается одной и той же, изменяется лишь ориентация плоскости колебаний света, выходящего из прибора.

Для изучения поляризованного света всегда используются два поляризатора. При этом первый поляризатор, преобразующий естественный свет в поляризованный, носит название поляризатора, а второй, служащий для анализа степени поляризации света, называется анализатором (оба поляризатора совершенно одинаковы, их можно поменять местами).

Пусть на поляризатор падает плоскополяризованный свет амплитуды A_0 и интенсивности I_0 (рис. 5.4). Сквозь прибор пройдет составляющая колебания с амплитудой

$$A = A_0 \cos \varphi,$$

где φ – угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора. Тогда интенсивность прошедшего света I будет определяться выражением

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (5.2)$$

которое называют *законом Малюса*: *интенсивность (I) света, прошедшего через анализатор, равна интенсивности (I_0) света, прошедшего через поляризатор, умноженной на квадрат косинуса угла φ между плоскостями анализатора и поляризатора.*

Если на пути естественного луча поставить два поляризатора, плоскости которых образуют угол φ , то из первого поляризатора выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность I_0 которого составит половину интенсивности $I_{\text{ест}}$ естественного света. Согласно закону Малюса из второго поляризатора выйдет свет интенсивности $I_0 \cos^2 \varphi$, то есть интенсивность I света, прошедшего через два поляризатора, равна

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \varphi. \quad (5.3)$$

Максимальная интенсивность, равная $\frac{1}{2} I_{\text{ест}}$, наблюдается при $\varphi = 0$ (поляризаторы параллельны), а минимальная, равная нулю, – при $\varphi = \pi/2$ (поляризаторы скрещены).

§ 5.3. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Если направить пучок естественного света на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть света от-

ражается, а часть, преломляясь, распространяется во второй среде. При этом отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными.

В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения (на рис. 5.5 эти колебания обозначены точками), в преломленном луче – колебания, параллельные плоскости падения (на рисунке они изображены двусторонними стрелками). Степень поляризации зависит от угла падения.

При некотором строго определенном для данной пары сред значении угла падения отраженный от границы раздела свет оказывается полностью линейно-поляризованным. Такой угол падения называется *углом Брюстера* $i_{\text{бр}}$ или *углом полной поляризации* и определяется согласно закону, установленному в 1815 г. Брюстером:

$$\operatorname{tg} i_{\text{бр}} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (5.4)$$

где n_{21} – показатель преломления второй среды по отношению к первой.

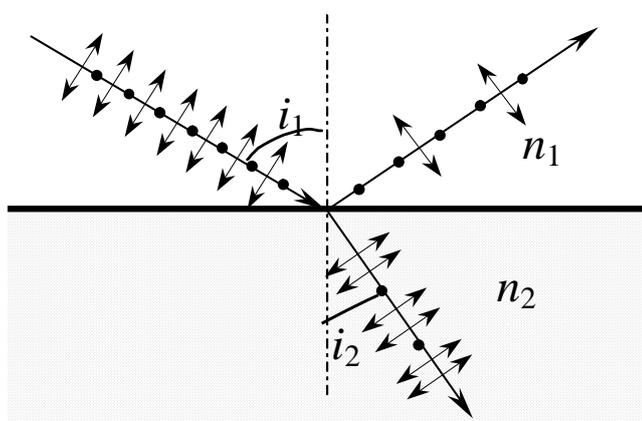


Рис. 5.5. Поляризация света при отражении

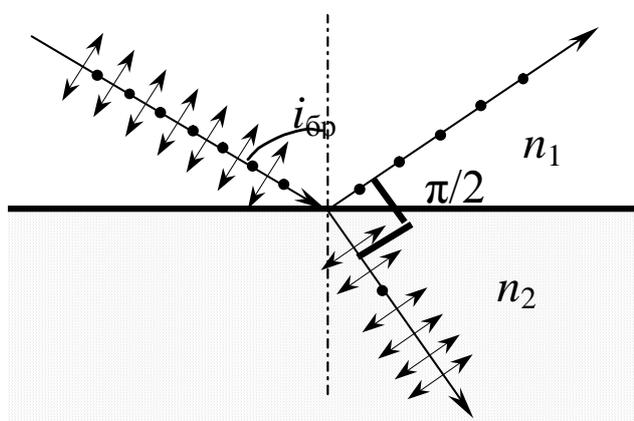


Рис. 5.6. Поляризация света при угле Брюстера

При угле падения, равном $i_{\text{бр}}$, отраженный луч полностью поляризован (он содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения), а степень поляризации преломленного луча достигает наибольшего значения, однако этот луч остается поляризованным только частично; при этом отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны (рис. 5.6). Соотношение (5.4) носит название *закона Брюстера*. Степень поляризации отраженного и преломленного лучей при различных углах падения можно полу-

читать с помощью *формул Френеля* (5.5), которые вытекают из условий, налагаемых на параметры электромагнитного поля на границе двух диэлектриков:

$$A_{\parallel}^{\text{отр}} = A_{\parallel} \frac{\text{tg}(i_1 - i_2)}{\text{tg}(i_1 + i_2)}; \quad A_{\perp}^{\text{отр}} = -A_{\perp} \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)};$$

$$A_{\parallel}^{\text{пр}} = -A_{\parallel} \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)}; \quad A_{\perp}^{\text{пр}} = -A_{\perp} \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2)}, \quad (5.5)$$

где i_1 и i_2 – соответственно угол падения и угол преломления световой волны. В соотношениях (5.5) световая волна представлена в виде наложения двух некогерентных волн, в одной из которых колебания совершаются в плоскости падения (A_{\parallel}), а в другой – перпендикулярно к этой плоскости (A_{\perp}). Таким образом, A_{\parallel} и A_{\perp} – амплитуды падающих волн, $A_{\parallel}^{\text{отр}}$ и $A_{\perp}^{\text{отр}}$ – амплитуды отраженных волн, $A_{\parallel}^{\text{пр}}$ и $A_{\perp}^{\text{пр}}$ – амплитуды преломленных волн.

§ 5.4. Двойное лучепреломление

При прохождении света через все прозрачные кристаллы (за исключением кристаллов, принадлежащих к кубической симметрии) наблюдается явление, получившее название *двойного лучепреломления*, в результате которого происходит раздвоение луча. Вышедшие из кристалла лучи (независимо от угла падения на поверхность кристалла) параллельны друг другу и падающему на кристалл лучу (рис. 5.7, а), линейно-поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и обладают одинаковыми интенсивностями.

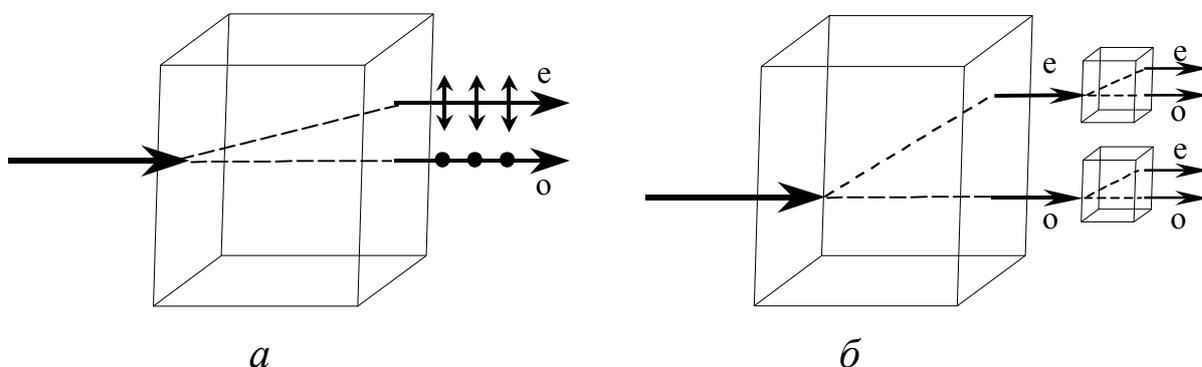


Рис. 5.7. Двойное лучепреломление

Один из этих лучей удовлетворяет закону преломления и называется *обыкновенным* (обозначается буквой о). Другой луч, называемый *необыкновенным* (обозначается буквой е), не подчиня-

ется закону преломления света. Следует отметить, что название «необыкновенный» связано только с нарушением закона преломления внутри кристалла при двойном лучепреломлении. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются, так что названия «обыкновенный» и «необыкновенный» луч имеют смысл только внутри кристалла. При вращении кристалла вокруг оси луча необыкновенный луч описывает цилиндрическую поверхность вокруг обыкновенного луча.

Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется *оптической осью кристалла*. В данном случае речь идет именно о направлении, а не о прямой линии, проходящей через какую-то точку кристалла. Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла. Кристаллы в зависимости от типа их симметрии бывают *одноосные* (исландский шпат, турмалин, кварц и др.) и *двуосные* (слюда, гипс и др.), то есть имеют одну или две оптические оси. В двуосных кристаллах оба луча, полученные при двулучепреломлении, являются необыкновенными.

Плоскость, проходящая через падающий луч и оптическую ось одноосного кристалла, называется *главным сечением* или *главной плоскостью* кристалла. Колебания светового вектора в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в необыкновенном – в главной плоскости (см. рис. 5.7, а).

В двуосных кристаллах под главным сечением понимается плоскость, проходящая через обе оптические оси.

Если один из лучей (обыкновенный или необыкновенный) направить на двулучепреломляющий одноосный кристалл, то каждый из них удвоится (рис. 5.7, б). Это означает, что двойное лучепреломление возникает при падении на кристалл как естественного, так и линейно-поляризованного света. Разница заключается в том, что если в первом случае интенсивности обоих лучей равны, то во втором случае интенсивности, будучи в общем случае разными, зависят от угла между плоскостью колебания падающего линейно-поляризованного света и плоскостью главного сечения кристалла.

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается сильнее другого. Это явление называется дихроизмом, а кристаллы, облада-

ющие свойством дихроизма, называются дихроичными кристаллами. Очень сильным дихроизмом в видимых лучах обладает кристалл турмалина. В нем обыкновенный луч практически полностью поглощается на длине 1 мм. Такое различие в поглощении, зависящее от длины волны, приводит к тому, что при освещении дихроичного кристалла белым светом кристалл по разным направлениям оказывается различно окрашенным. В кристаллах герпатита (серноокислый йод-хинин) один из лучей поглощается на пути примерно 0,1 мм. Это обстоятельство использовано для изготовления поляризационного устройства, называемого *поляроидом*. Оно представляет собой целлулоидную пленку, в которую введено большое количество одинаково ориентированных кристалликов герпатита.

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления. Очевидно, что при любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и, следовательно, показатель преломления n_o для него является постоянной величиной. Для необыкновенного же луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенный луч распространяется по различным направлениям с разными скоростями. Это означает, что показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча.

Если скорость распространения обыкновенного луча больше, чем необыкновенного, т. е. $V_o = \frac{c}{n_o} > V_e = \frac{c}{n_e}$, то такой одноосный кристалл называют *положительным* (рис. 5.8, а) и *отрицательным* (рис. 5.8, б) – в обратном случае.

Различие V_e и V_o для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обуславливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах. У положительных кристаллов $V_e < V_o$ (следовательно, $n_e > n_o$). У отрицательных кристаллов $V_e > V_o$ ($n_e < n_o$). Волновой поверхностью обыкновенного луча ($V_o = \text{const}$) является сфера, необыкновенного луча ($V_e \neq \text{const}$) – эллипсоид вращения. Наибольшее расхождение волновых поверхностей обык-

новенного и необыкновенного лучей наблюдается в направлении, перпендикулярном оптической оси.

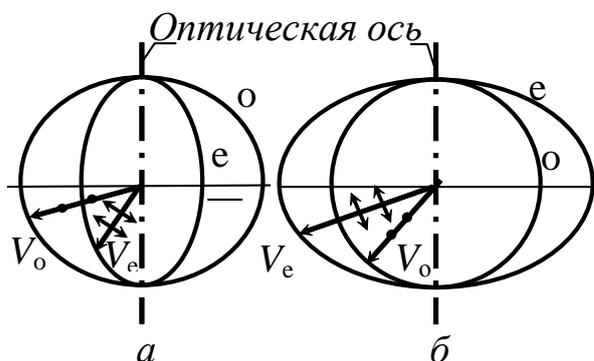


Рис. 5.8. Преломление обыкновенного и необыкновенного лучей

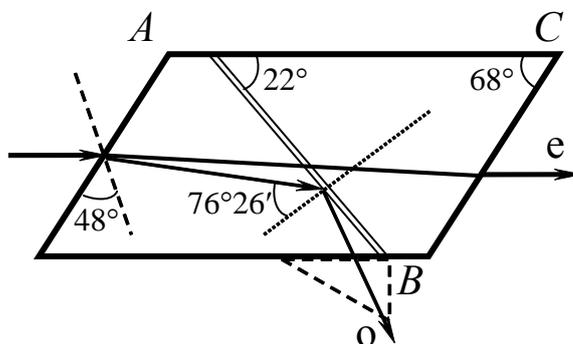


Рис. 5.9. Призма Николя

Так как обыкновенный и необыкновенный лучи являются линейно-поляризованными, то если их развести на достаточное расстояние друг от друга, можно получить два линейно-поляризованных луча. С этой целью подбирают кристалл с сильно отличающимися по величине показателями преломления n_o и n_e . Лучшим в этом отношении является кристалл исландского шпата, для которого $n_o = 1,658$ и $1,486 \leq n_e \leq 1,658$ (при $\lambda = 589,3$ нм). Однако и этот кристалл не дает достаточного расхождения лучей. В связи с этим в поляризационных приборах пользуются комбинацией призм из кристаллов. Такие приборы делятся на два класса: а) устройства, дающие только один линейно-поляризованный луч (поляризационные приборы); б) устройства, дающие два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча (двойкопреломляющие призмы).

Одним из наиболее распространенных поляризационных приборов является *призма Николя* (или просто *николь*), названная так по имени шотландского физика У. Николя. Николь представляет собой двойную призму из исландского шпата (рис. 5.9), склеенную вдоль линии AB канадским бальзамом, показатель преломления которого $n = 1,550$ лежит между n_o и n_e . Оптическая ось призмы составляет угол 48° с входной гранью. Так как $n_o > 1,550$, то при подходящем подборе угла падения (равном или большем предельного угла $76^\circ 26'$) можно осуществить полное внутреннее отражение обыкновенного луча. Нанесением черного лака на боковую поверхность добиваются поглощения обыкновенного луча. Во избежание

нагревания призмы обыкновенный луч выводится из нее при помощи приклеенной призмочки (она на рисунке показана пунктирными линиями). Необыкновенный луч выходит из призмы параллельно грани AC незначительно смещенным относительно падающего на призму луча. Николь не применяется в ультрафиолетовой области из-за поглощения ультрафиолетовых лучей канадским бальзамом.

§ 5.5. Интерференция поляризованного света

Цуги волн со всевозможными ориентациями плоскостей их поляризации, входящие в состав естественного света, некогерентны, так как соответствуют излучению различных *независимых атомов источника света*. Эти цуги участвуют в образовании обыкновенной и необыкновенной волн, распространяющихся в одноосном кристалле при падении на него естественного света, иными словами, обыкновенная и необыкновенная волны в основном порождаются *разными цугами*, входящими в состав естественного света, а следовательно, эти волны *некогерентны*.

При падении на одноосный кристалл линейно-поляризованного света обыкновенная и необыкновенная волны когерентны между собой. Это связано с тем, что у всех цугов, входящих в состав падающего света, плоскости поляризации ориентированы одинаково. В этом случае колебания каждого цуга разделяются между обыкновенным и необыкновенным лучами в одинаковой пропорции, зависящей от ориентации оптической оси кристалла относительно плоскости колебаний в падающем луче. Поэтому такие лучи оказываются *когерентными*.

Представим кристаллическую пластинку толщиной d , вырезанную параллельно оптической оси. При падении на такую пластинку плоскополяризованного света обыкновенный и необыкновенный лучи оказываются когерентными. На входе в пластинку при нормальном падении света разность фаз δ этих лучей равна нулю, на выходе из пластинки будет равна

$$\delta = \frac{\Delta}{\lambda_0} 2\pi = \frac{(n_o - n_e)d}{\lambda_0} 2\pi, \quad (5.6)$$

где λ_0 – длина волны в вакууме монохроматического света, падающего на пластинку; Δ – оптическая разность хода.

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой

$$(n_o - n_e)d = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{4}; \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

называется *пластинкой в четверть волны*. При прохождении через такую пластинку обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз $\delta = \pi/2$.

Пластинка, для которой

$$(n_o - n_e)d = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2}; \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

называется *пластинкой в полволны*.

Когерентные лучи, выходящие из кристаллической пластинки К (рис. 5.10), не могут интерферировать, так как они поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Поэтому за пластинкой К устанавливается еще одна поляризационная призма – анализатор А. Анализатор выделяет из падающих на него когерентных волн составляющие, поляризованные в одной плоскости, и таким образом создает условия, необходимые для осуществления интерференции этих волн. Результат интерференции зависит от разности фаз δ , приобретенной обыкновенной и необыкновенной волнами в пластинке, от соотношения амплитуд этих волн и угла φ между главными плоскостями анализатора и поляризатора.

Если угол между главной плоскостью поляризатора и оптической осью пластинки $\alpha = \pi/4$, то амплитуды и интенсивности обыкновенной и необыкновенной волн одинаковы. Возможны два предельных случая:

$$\delta = \frac{(n_o - n_e)d}{\lambda_0} 2\pi = \begin{cases} \pm 2m\pi, \\ \pm (2m+1)\pi. \end{cases}$$

В первом случае, соответствующем пластинке в целую волну, на анализатор падает свет, линейно-поляризованный в главной плоскости поляризатора. Поэтому при $\varphi = 0$ (анализатор установлен параллельно поляризатору) интенсивность I света, проходящего через анализатор, максимальна, а при $\varphi = \pi/2$ (анализатор скрещен с поляризатором) $I = 0$, то есть при $\varphi = 0$ наблюдается интерференционный максимум, а при $\varphi = \pi/2$ – минимум.

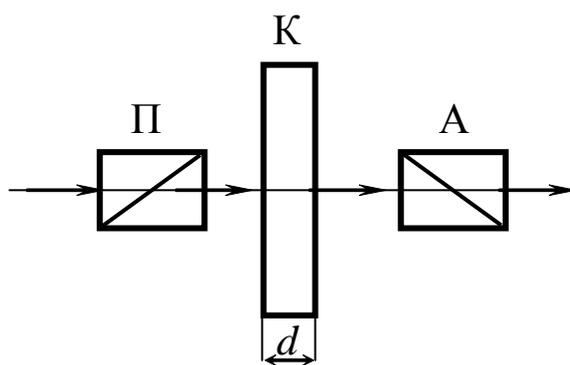


Рис. 5.10. Интерференция поляризованных лучей

Если на пластинку падает линейно-поляризованный белый свет, то при наблюдении через анализатор пластинка видна окрашенной. При вращении анализатора вокруг луча, то есть при изменении угла φ , окраска изменяется. Это связано с тем, что разность фаз δ , определяющая результат интерференции, зависит от длины волны света. При изменении φ на $\pi/2$ окраска пластинки меняется на дополнительную (например, если при $\varphi = 0$ пластинка казалась окрашенной в красный свет, то при $\varphi = \pi/2$ она приобретает сине-зеленую окраску).

Кристаллическая пластинка, толщина d которой в разных местах не одинакова, видна в белом свете причудливо окрашенной, причем каждая цветная интерференционная линия (*изохромата*) проходит через точки равной толщины d . Аналогичная картина наблюдается в пластинке, толщина которой всюду одинакова, но зато различны значения разности ($n_o - n_e$). В этом случае каждая изохромата проходит через точки пластинки, соответствующие одинаковым значениям разности показателей преломления ($n_o - n_e$).

§ 5.6. Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества, называемые *оптически активными*, обладают способностью вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через них плоскополяризованного света. К числу таких веществ относятся кристаллические тела (кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар, никотин) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.).

Кристаллические вещества сильнее всего вращают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота β пропорционален пути d , пройденному лучом в кристалле:

$$\beta = \alpha d. \quad (5.7)$$

Коэффициент α называют *постоянной вращения*.

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути d света в растворе и массовой концентрации активного вещества C :

$$\beta = [\alpha] C d, \quad (5.8)$$

где $[\alpha]$ – величина, называемая *удельной постоянной вращения*.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяются на *право-* и *лево-вращающие*. Направление вращения (относительно луча) не зависит от направления луча. Все оптически активные вещества существуют в двух разновидностях: правовращающей и левовращающей. Существуют право- и левовращающий кварц, право- и левовращающий сахар и т. д.

Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптически активное вещество (кристалл кварца, прозрачную кювету с раствором сахара и т. п.), то поле зрения просветляется. Чтобы снова получить темноту, нужно повернуть один из поляризаторов на угол β , определяемый выражением (5.7) или (5.8). В случае раствора, зная удельную постоянную вращения $[\alpha]$ данного вещества и длину пути d , можно, измерив угол поворота β , определить концентрацию раствора C . Такой способ определения концентрации применяется в производстве различных веществ, в частности в сахароварении (соответствующий прибор называется *сахариметром*).

Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Это явление было обнаружено Фарадеем и поэтому называется *эффектом Фарадея*. Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления намагниченности. Угол поворота плоскости поляризации β пропорционален пути d , проходимому светом в веществе, и намагниченности вещества. Намагниченность в свою очередь пропорциональна напряженности магнитного поля H , поэтому

$$\beta = V d H, \quad (5.9)$$

где V – коэффициент, который называется *постоянной Верде* или *удельным магнитным вращением*. Постоянная V , как и постоянная вращения α , зависит от длины волны.

Направление вращения определяется направлением магнитного поля. От направления луча знак вращения не зависит.

§ 5.7. Искусственная оптическая анизотропия

В оптически изотропных веществах может возникать двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий.

Оптически изотропные вещества становятся оптически анизотропными под действием:

- 1) одностороннего сжатия или растяжения (кристаллы кубической симметрии, стекло и др.);
- 2) электрического поля (жидкости, аморфные тела, газы);
- 3) магнитного поля (жидкости, стекла, коллоиды).

В случае возникновения искусственной оптической анизотропии вещество приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением деформации напряженностей электрического или магнитного полей в соответствии с указанным выше видом воздействия.

Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси:

$$n_o - n_e = k_1 \sigma \quad (\text{в случае механической деформации});$$

$$n_o - n_e = k_2 E^2 \quad (\text{в случае электрического поля});$$

$$n_o - n_e = k_3 H^2 \quad (\text{в случае магнитного поля}),$$

где k_1, k_2, k_3 – постоянные, характеризующие вещество; σ – нормальное напряжение; E и H – напряженность электрического и магнитного полей соответственно.

Возникновение двойного лучепреломления в веществах под воздействием электрического поля было впервые обнаружено Керром в 1875 году и получило название *эффект Керра*. При наблюдении эффекта Керра на пути ℓ между обыкновенным и необыкновенным лучами возникает разность хода, равная

$$\Delta = (n_o - n_e) \ell = k_2 \ell E^2$$

или разность фаз
$$\delta = \frac{\Delta}{\lambda_0} 2\pi = 2\pi \frac{k_2}{\lambda_0} \ell E^2.$$

Это выражение принято записывать в виде

$$\delta = 2\pi B \ell E^2, \quad (5.10)$$

где B – характерная для вещества величина, называемая *постоянной Керра*. Постоянная Керра зависит от температуры вещества и от длины волны света.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.1.

Изучение поляризации света при отражении

1. *Цель работы:* освоить экспериментальный метод определения степени поляризации света.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) основные характеристики электромагнитной волны; б) отличие поляризованного света от естественного; в) методы преобразования естественного света в поляризованный; г) способ определения степени поляризации света; д) законы отражения и преломления электромагнитных волн на границе раздела двух сред; е) законы Брюстера и Малюса; ж) расчет погрешностей определения степени поляризации света.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание экспериментальной установки*

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 5.11.

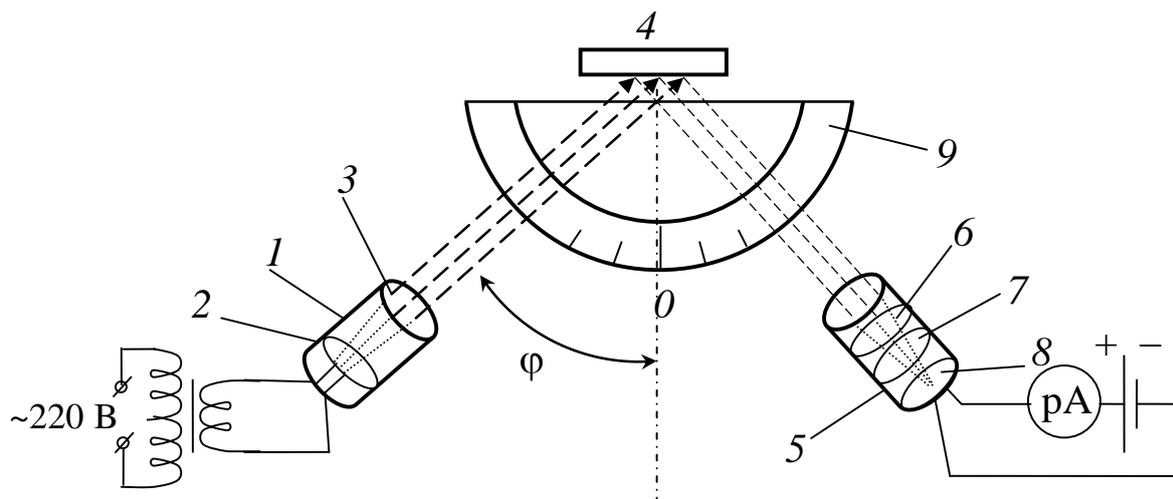


Рис. 5.11. Схема экспериментальной установки:

- 1, 5 – трубки для крепления элементов оптической схемы;
 2 – лампа накаливания; 4 – пластинка из диэлектрика;
 3, 7 – линзы; 6 – анализатор; 8 – фоторезистор;
 9 – шкала для измерения углов

В трубку 1 помещен источник естественного света 2 и линза 3 для получения параллельного пучка лучей. Поляризатором служит пластинка 4 из диэлектрика. В трубке 5 расположен анализатор 6 с рукояткой для его поворота, собирающая линза 7 и фоторезистор 8, преобразующий световой сигнал в электрический ток. Сила фототока i в цепи фоторезистора прямо пропорциональна интенсивности I света, падающего на него.

К осветительной лампе подводится напряжение от понижающего трансформатора. По шкале 9 задается угол φ падения лучей естественного света и под таким же углом (отражения) располагается трубка 5 для приема лучей, поляризованных при отражении от пластинки.

3.2. Методика измерений

Уравнение идеальной плоской монохроматической электромагнитной волны имеет вид

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - kx);$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \sin(\omega t - kx),$$

где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля (световой вектор); \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля; \vec{E}_0 и \vec{H}_0 – их амплитудные значения; x – координата точки, до которой дошла волна в момент времени t ; ω – циклическая частота; k – волновое число, связанное с длиной волны λ и скоростью v распространения волны соотношением

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}.$$

Векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются в одинаковой фазе во взаимно перпендикулярных плоскостях, и оба они перпендикулярны вектору фазовой скорости \vec{v} распространения волны (рис. 5.12).

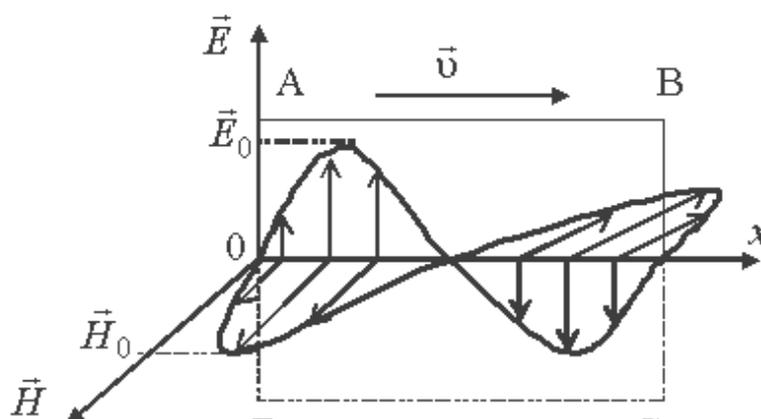


Рис. 5.12. Векторы \vec{E} и \vec{H} плоской линейно-поляризованной монохроматической волны

Различают *частично* поляризованный свет, когда в световой волне появляется преимущественное направление колебаний вектора \vec{E} , и *линейно-поляризованный* свет, в котором вектор \vec{E} колеблется только в одной плоскости. Степенью поляризации называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (5.11)$$

где I_{\max} , I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности света.

Одним из способов получения поляризованного света из естественного является отражение его от границы двух диэлектриков (например, воздуха и стекла). При этом отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными во взаимно перпендикулярных плоскостях. Колебания вектора \vec{E} в отраженном луче происходят преимущественно в плоскости, перпендикулярной плоскости падения луча. Колебания вектора \vec{E} в преломленном луче – в плоскости падения луча. При изменении угла падения луча φ степень поляризации обоих лучей изменяется.

При угле падения, определяемом законом Брюстера

$$\operatorname{tg}\varphi_{\text{бр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (5.12)$$

отраженный свет полностью поляризован, а преломленный – частично. В формуле (5.12) n_{21} – показатель преломления второй среды относительно первой. Угол $\varphi_{\text{бр}}$ называется углом Брюстера. При этом отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

Отражение под углом Брюстера дает простейший способ получения поляризованного света, но имеет существенный недостаток – малую интенсивность отраженного луча. Так, для стекла она составляет около 10 % интенсивности падающего луча.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Включить лампу накаливания и подать напряжение в цепь фоторезистора 8 (рис. 5.11).

3.3.2. Установить трубку 1 под углом $\varphi = 40^\circ$ от нулевого указателя шкалы теодолита, трубку 5 – под таким же углом по другую сторону.

3.3.3. Поворачивая анализатор 6 вокруг своей оси, получить максимальное значение фототока i_{max} , соответствующее максимальной интенсивности света I_{max} .

3.3.4. Повернуть ручку анализатора на 90° и измерить i_{min} . Поиск максимального и минимального значений фототока производить не торопясь, учитывая инерционные явления в фоторезисторе. Все последующие значения угла φ падения лучей рекомендованы в табл. 5.1. Для каждого из этих углов измерить i_{max} и i_{min} , результаты измерений занести в табл. 5.1.

3.3.5. По формуле (5.11) рассчитать степень поляризации для всех углов.

3.3.6. Построить график зависимости степени поляризации от угла падения $P = f(\varphi)$ и определить максимальное значение степени поляризации P_{\max} и соответствующий ей угол Брюстера ($\varphi_{\text{бр}}$).

3.3.7. Определить по формуле (5.12) относительный показатель преломления n_{21} диэлектрической пластинки.

Таблица 5.1

Результаты измерения фототока при изменении угла падения и расчета степени поляризации

Угол падения φ	Фототок		P	P_{\max}	$\varphi_{\text{бр}}$	n_{21}
	i_{\max}	i_{\min}				
град	мкА	мкА			град	
40						
45						
47						
49						
51						
52						
53						
54						
55						
56						
57						
59						
61						
63						
65						
70						
75						

3.3.8. Оценить погрешность измерений.

3.4. *Сформулировать вывод, оценить точность измерений способа определения степени поляризации отраженного света.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.2.

Изучение вращения плоскости поляризации раствором сахара в воде

1. *Цель работы:* освоить способ определения концентрации жидких оптически активных веществ (ОАВ).

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) свет естественный и поляризованный; б) методы получения поляризованного света; в) закон Малюса; г) вращение плоскости поляризации право- и левовращающими ОАВ; д) формулу для угла поворота плоскости поляризации ОАВ; е) оптическую схему и конструкцию поляриметра СМ-3; ж) расчет погрешностей измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание экспериментальной установки

Вращение плоскости поляризации света в данной работе изучается в водном растворе сахара с помощью технического прибора – кругового поляриметра СМ-3. В нем применен метод управления освещенностями разделенного на две части поля зрения. Это осуществляется введением в оптическую систему поляриметра хроматической фазовой пластинки.

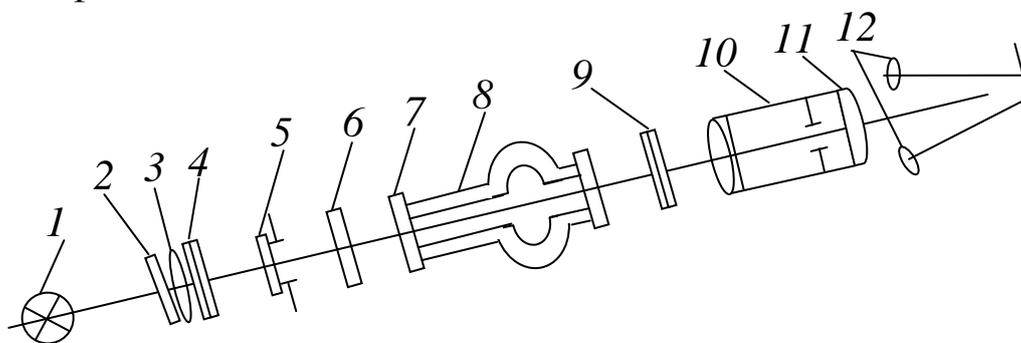


Рис. 5.13. Оптическая схема поляриметра:

- 1 – лампа ДНаС; 2 – светофильтр; 3 – конденсор;
4 – поляризатор; 5 – диафрагма с фазовой пластинкой;
6 – защитное стекло; 7 – два покровных стекла; 8 – трубка;
9 – анализатор; 10 – объектив; 11 – окуляр; 12 – две луны

Оптическая схема поляриметра приведена на рис. 5.13. Монохроматический свет от натриевой лампы 1 падает на светофильтр 2, который убирает все спектральные линии, кроме желтой на длине волны 589 нм. Затем он проходит конденсор 3, создающий параллельный пучок, и поляризатор 4 (поляроидная пленка). За поляриза-

тором находится круглая диафрагма, наполовину перекрытая кварцевой пластинкой 5, являющейся фазовой пластинкой. Она поворачивает плоскость поляризации света, прошедшего через нее, примерно на 50° . Так как кварцевая пластина перекрывает половину диафрагмы, то образуются два световых пучка с разной поляризацией, которые проходят через трубку с раствором сахара 8, анализатор 9 (поляроидная пленка) и попадают в зрительную трубу, состоящую из объектива 10 и окуляра 11.

При наблюдении через зрительную трубу видны два соприкасающихся поля зрения, разделенных четкой границей (рис. 5.14, а).

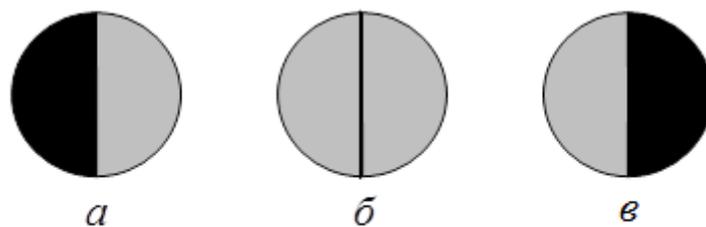


Рис. 5.14. Вид полей зрения поляриметра

Без трубки с раствором плавно поворачивать анализатор 9, найти такое его положение, при котором оба полукруга будут одинаково освещены (рис. 5.14, б). Это нулевое положение прибора. В этом случае плоскость анализатора расположена симметрично относительно плоскостей поляризации обеих половин пучка. Когда свет проходит через исследуемый раствор, его плоскость поляризации повернется и равенство освещенностей нарушится – один полукруг окажется ярче другого (см. рис. 5.14, а или в). Для восстановления нулевого положения нужно повернуть анализатор на угол, равный углу вращения плоскости поляризации исследуемого вещества.

Внешний вид поляризатора приведен на рис. 5.15. В корпусе прибора 1 расположена натриевая лампа, светофильтр, конденсор, поляризатор и фазовая пластинка. К корпусу крепится кюветное отделение с поворачивающейся крышкой 2. Через окуляр 3 наблюдают изображение полей зрения, четкость которого устанавливается муфтой 4. Ручкой 5 поворачивают анализатор. Через лупы отсчетного устройства (на рис. 5.15 не показаны) рассматривают шкалы 6 отсчетного устройства.

Для облегчения исследований лево- и правовращающих веществ в приборе используются две шкалы. Левая шкала служит для правовращающих ОАВ, а правая – для левовращающих.

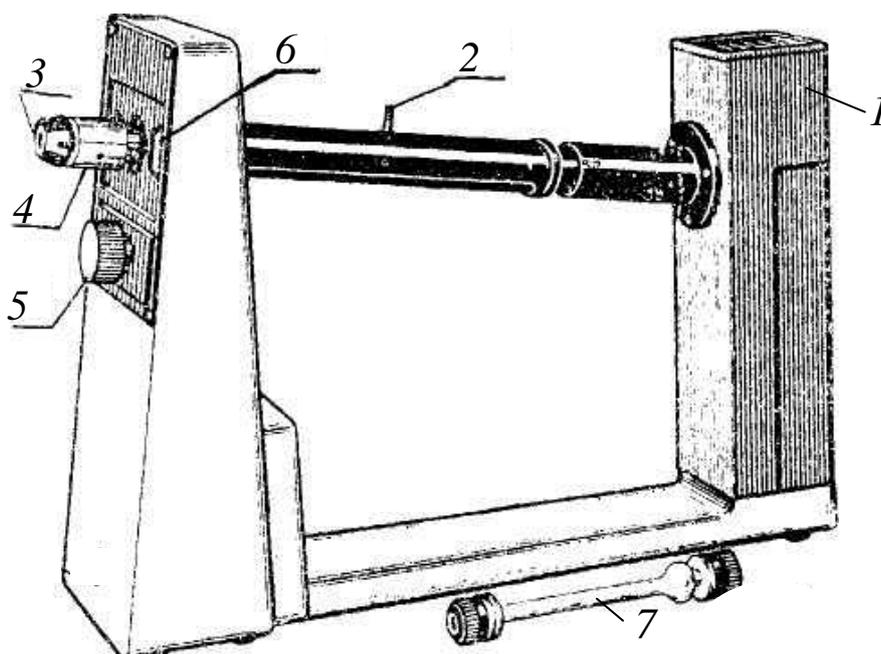


Рис. 5.15. Внешний вид поляриметра:

*1 – корпус прибора; 2 – крышка кюветного отделения;
3 – окуляр; 4 – муфта; 5 – ручка поворота анализатора;
6 – шкала отсчетного устройства; 7 – кювета с раствором сахара*

На рис. 5.16 показаны шкалы левого отсчетного устройства. Первой шкалой является круговой лимб (на рисунке показана только его часть), второй шкалой является нониус. Отсчет показаний анализатора производится следующим образом. Сначала по лимбу находят количество градусов (с точностью до $0,5^\circ$), на которое указывает нуль нониуса. На рис. 5.16 это $3,5^\circ$. Затем к нему прибавляют десятые и сотые доли градуса, соответствующие тому штриху

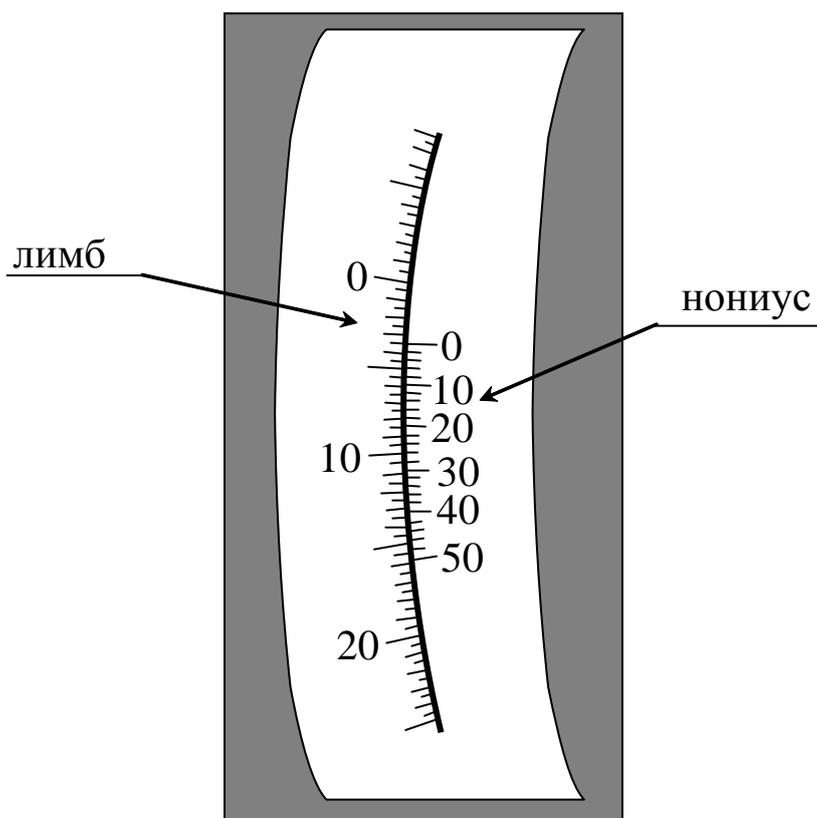


Рис. 5.16. Вид отсчетного устройства

нониуса, который точнее всего совпадает с каким-либо штрихом лимба. На рисунке таким делением нониуса является «3». Так как вся шкала нониуса составляет $0,50^\circ$, а цена деления $0,02^\circ$, то показания нониуса равны $3 \cdot 0,02^\circ = 0,06^\circ$.

Таким образом, на рисунке положение анализатора характеризуется углом $3,5^\circ + 0,06^\circ = 3,56^\circ$.

3.2. Методика измерений

Угол поворота φ плоскости поляризации прямо пропорционален толщине d слоя раствора и концентрации C активного вещества:

$$\varphi = [\alpha]Cd. \quad (5.13)$$

Коэффициент пропорциональности $[\alpha]$ определяется природой вещества. Он слабо зависит от температуры и приблизительно обратно пропорционален квадрату длины волны света. Принято выражать φ в градусах, d – в дециметрах и C – в граммах на кубический сантиметр. В этом случае коэффициент $[\alpha]$ называется *удельным вращением*.

Вращение плоскости поляризации можно наблюдать с помощью поляризатора и анализатора. Когда их плоскости перпендикулярны (скрещены), то свет, вышедший из поляризатора, будет полностью задержан анализатором и поле зрения будет темным. Если между ними поместить ОАВ, оно повернет плоскость поляризации и поле зрения просветлится. Чтобы восстановить поле зрения снова темным, нужно повернуть анализатор на такой же угол. Тем самым определяется угол поворота плоскости поляризации.

Однако такой метод недостаточно точен: при повороте анализатора поле зрения затемняется постепенно и замерить момент полного исчезновения света трудно. Поэтому при *измерениях* применяют приборы – поляриметры, сахариметры, – в которых регистрируется не темнота поля зрения, а равное освещение двух полей. Это связано со свойством человеческого глаза *резко различать освещенности* смежных частей полей зрения.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Определение удельного вращення раствора сахара

3.3.1.1. Включить шнур поляриметра в сеть и затем тумблером «СЕТЬ», расположенным на задней стенке прибора, включить натриевую лампу. Через 5 минут она будет светить стабильно.

3.3.1.2. Поместить трубку с дистиллированной водой в кюветное отделение, при этом расширенную ее часть расположить в направлении окуляра и закрыть откидную крышку 2 (рис. 5.15).

3.3.1.3. Вращая муфту 4, установить окуляр так, чтобы видеть резкое изображение линии раздела правой и левой частей поля сравнения.

3.3.1.4. Поворотом ручки анализатора 5 добиться одинаковой освещенности обоих полей зрения при *наименьшей* их освещенности.

3.3.1.5. Записать соответствующий отсчет угла β_0 (нулевая точка прибора). Повернуть немного анализатор и повторить еще четыре раза измерения по п. 3.3.1.4, каждый раз определяя нулевую точку β_0 . Рассчитать среднее значение $\langle \beta_0 \rangle$.

3.3.1.6. Поместить в кюветное отделение кювету с раствором сахара с концентрацией $C_1 = 0,03 \text{ г/см}^3$.

3.3.1.7. Прodelать действия, указанные в пп. 3.3.1.3.–3.3.1.5. По результатам пяти измерений угла поворота анализатора β_1 найти среднее значение этой величины $\langle \beta_1 \rangle$.

3.3.1.8. Определить угол вращения плоскости поляризации раствором сахара $\varphi_1 = \langle \beta_1 \rangle - \langle \beta_0 \rangle$ данной концентрации.

3.3.1.9. Такие же измерения проделать с другими растворами и полученные результаты занести в табл. 5.2.

3.3.1.10. С помощью формулы (5.13) рассчитать для каждого раствора удельное вращение $[\alpha]$ сахара. Толщина слоя раствора в кюветах равна $d = 20 \text{ см}$. Найти среднее значение $\langle [\alpha] \rangle$.

3.3.1.11. Построить график зависимости угла вращения плоскости поляризации от концентрации сахара в растворе $\varphi = f(C)$. По наклону графика к оси абсцисс определить также величину удельного вращения $[\alpha]$ и сравнить ее с $\langle [\alpha] \rangle$.

3.3.2. Определение концентрации раствора сахара

3.3.2.1. Поместить в поляриметр кювету с водным раствором сахара неизвестной концентрации C_x .

3.3.2.2. По описанной выше методике найти угол вращения плоскости поляризации φ_x этим раствором.

Таблица 5.2

Экспериментальные и расчетные данные
для определения удельного вращения сахара

Концентрация сахара C	Угол поворота β_i	$\langle \beta \rangle$	Угол вращения φ_i	Удельное вращение сахара $[\alpha]$
г/см ³	град	град	град	град·см ³ /(г·дм)
0				—
0,03				
0,04				
0,05				

3.3.2.3. Определить неизвестную концентрацию раствора сахара в виде следующего выражения: $C_x = \frac{\langle \varphi_x \rangle}{[\alpha]d}$. Значение удельного вращения взять из табл. 5.2. Величину C_x найти из построенного вами графика $\varphi = f(C)$.

3.4. Сформулировать вывод, в котором необходимо обобщить результаты экспериментальных исследований и оценить достоинства и недостатки метода.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.3.

Изучение закона Малюса

1. *Цель работы:* экспериментально изучить закон Малюса.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) отличие поляризованного света от естественного; б) способы преобразования естественного света в линейно-поляризованный; в) закон Малюса; г) устройство поляроидных пленок; д) расчет погрешностей измерений.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание экспериментальной установки*

Экспериментальная установка для изучения закона Малюса (рис. 5.17) состоит из источника поляризованного света (полупроводникового лазера Л), анализатора А, закрепленного на поворотном лимбе и фотоприемника Ф.

Вращая поворотный лимб, можно менять угол α между направлением поляризованного света и главной плоскостью анализатора. Свет, прошедший через анализатор, попадает на фотоприемник Ф, к которому подключен микроамперметр pA .

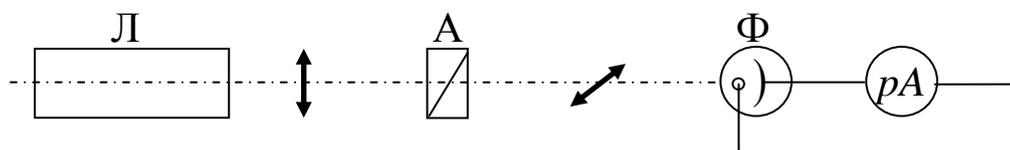


Рис. 5.17. Оптическая схема установки:

Л – полупроводниковый лазер с блоком питания;

А – анализатор в оправе с угловыми делениями;

Ф – фотоприемник; pA – микроамперметр

Сила фототока i в цепи фотоприемник – микроамперметр зависит от интенсивности падающего на фотоэлемент света I_a , т. е. $i = f(I_a)$.

Таким образом, задача изучения закона Малюса сводится к изучению зависимости $i = i_0 \cos^2 \alpha$.

3.2. *Методика измерений*

Свет представляет собой поперечную электромагнитную волну. Это означает, что векторы напряженности электрического поля

\vec{E} и магнитной индукции \vec{B} взаимно перпендикулярны и колеблются оба *перпендикулярно* вектору скорости распространения волны (перпендикулярно лучу).

Естественный свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов, которые излучают световые волны независимо друг от друга. Поэтому световая волна, излучаемая источником в целом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора \vec{E} . Равномерное распределение векторов \vec{E} объясняется большим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов \vec{E} – одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов.

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, применяя так называемые поляризаторы, пропускающие колебания только определенного направления. В качестве поляризаторов могут быть использованы некоторые анизотропные кристаллы (исландский шпат, турмалин, герпатит). Свет поляризуется также при отражении от неметаллических зеркал. В настоящее время имеются источники излучения, испускающие сразу плоскополяризованный свет, – это лазеры.

Для определения степени поляризации света служат анализаторы. Пусть \vec{E}_p – амплитуда электрического вектора линейно-поляризованного света (рис. 5.18). В анализаторе этот свет разложится на две волны, одна из которых поляризована в главной плоскости анализатора \vec{E}_2 , а другая \vec{E}_1 – в перпендикулярной этой плоскости. Амплитуды электрических векторов этих волн равны соответственно:

$$E_1 = E_p \sin \alpha \quad \text{и} \quad E_2 = E_p \cos \alpha.$$

Первая волна полностью поглотится в анализаторе, а вторая пройдет через него. Если анализатор абсолютно прозрачен для второй волны, то амплитуда электрического вектора \vec{E}_a для света, прошедшего через анализатор, равна $E_a = E_2 = E_p \cos \alpha$.

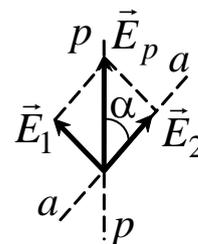


Рис. 5.18. Взаимное расположение главной плоскости анализатора $a - a$ и плоскости поляризации луча $p - p$

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha. \quad (5.14)$$

Эта формула носит название *закона Малюса*. Из него следует, что интенсивность I_a поляризованного света максимальна, если плоскость колебаний вектора \vec{E}_p и главное направление анализатора параллельны, и минимальна, когда они перпендикулярны: $\alpha = 90^\circ$.

Следовательно, используя поляризатор и анализатор, можно регулировать интенсивность света, прошедшего через эту оптическую систему. Это широко используется в науке и технике. Например, при фотосъемке для подавления мешающих отражений; для разделения стереопары в фотографии и 3D-кино; для исследования механических напряжений в стеклах, минералах и горных породах. Поляризатор в паре с анализатором сегодня применяются в ЖК индикаторах, мониторах и телевизорах.

3.3. Выполнение работы

3.3.1. Включить блок питания лазера в сеть и нажать на выключатель, расположенный на проводе, идущем к лазеру.

3.3.2. Получить у преподавателя анализатор, вставить его в гнездо и установить лимб на круговую шкалу.

3.3.3. Занести в табл. 5.3 показание микроамперметра i_0 , соответствующее этому углу ($\alpha = 0$).

3.3.4. Поворачивать анализатор в гнезде, изменяя угол α через 15° . Для каждого угла снять показания i прибора, вычислить отношение i/i_0 и занести в табл. 5.3.

3.3.5. По этим данным построить график экспериментальной зависимости $i/i_0 = f(\alpha)$ в полярных координатах. Для этого на каждом координатном луче, проведенном из центра O под углом α , в выбранном масштабе отложить значения i/i_0 , соответствующие этому углу α . Точки соединить плавной кривой.

3.3.6. Построить также график зависимости $i/i_0 = f(\cos^2 \alpha)$ в декартовой системе координат.

3.3.7. По виду этого графика сделать вывод о справедливости закона Малюса; если есть отклонения от него, то объяснить, с чем они связаны.

Таблица 5.3

Результаты измерений проверки закона Малюса

α	$\cos^2 \alpha$	i	i_0	i/i_0
градус		деление	деление	
0				
15				
30				
45				
60				
75				
90				
105				
120				
135				
150				
165				
180				
195				
210				
225				
240				
255				
270				
285				
300				
315				
330				
345				
360				

3.3.8. Оценить погрешность измерений.

3.4. Сформулировать вывод, в котором обобщить результаты экспериментальных исследований.

Вопросы для самоподготовки

1. Какой свет называется естественным, поляризованным, частично поляризованным?
2. Каким способом можно получить поляризованный свет?
3. Как определяется степень поляризации света?
4. Как отличить естественный свет от поляризованного с помощью поляризатора?
5. Как формулируется закон Малюса?
6. Как использовать поляризационные свойства света?
7. В чем отличие поперечной волны от продольной? Приведите примеры этих волн.
8. Чем отличается поляризованная световая волна от естественной?
9. Каким способом можно определить, что свет линейно-поляризован?
10. Можно ли поляризовать продольную волну?
11. Что определяет положение главной плоскости (плоскости пропускания) поляроидной пленки? Чему равен угол между главной плоскостью и плоскостью поляроидной пленки?
12. Главная плоскость поляризатора – это одна плоскость или совокупность параллельных плоскостей?
13. Как изменяется интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор, в зависимости от положения главной плоскости последнего?
14. Как изменяется интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через поляризатор, в зависимости от положения главной плоскости поляризатора относительно направления колебаний вектора \vec{E} в падающей на поляризатор световой волне?
15. Что представляют собой поляроиды?
16. Как изменяется интенсивность света после прохождения через поляризатор при вращении его вокруг светового луча?
17. Ветровое стекло и фары автомашин покрыты поляроидными пленками. Как нужно расположить эти поляроиды, чтобы шофер мог видеть дорогу, освещенную светом своих фар?

Примеры решения задач

Пример 1. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшается в четыре раза?

Дано:

$$\frac{I_0}{I_A} = 4$$

$\varphi - ?$

Решение:

Пучок естественного света I_0 , падая на поляризатор (призма Николя), разделяется вследствие двойного лучепреломления на два пучка (рис. 5.19): обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Обыкновенный пучок вследствие полного отражения от грани CD отбрасывается на зачерненную поверхность поляризатора и поглощается в ней. Следовательно, интенсивность света, прошедшего через поляризатор:

$$I_{\Pi} = \frac{1}{2} I_0.$$

Пучок плоскополяризованного света интенсивности I_{Π} падает на анализатор. Интенсивность света, вышедшего из анализатора, определяется законом Малюса:

$$I_A = I_{\Pi} \cdot \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cdot \cos^2 \varphi,$$

где φ – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания анализатора. Интенсивность света при прохождении через поляризатор и анализатор уменьшается в четыре раза, то есть

$$\frac{I_0}{I_A} = \frac{2}{\cos^2 \varphi} = 4.$$

Следовательно, угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора определяется из соотношения

$$\cos^2 \varphi = 0,5, \quad \varphi = 45^\circ.$$

Пример 2. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отра-

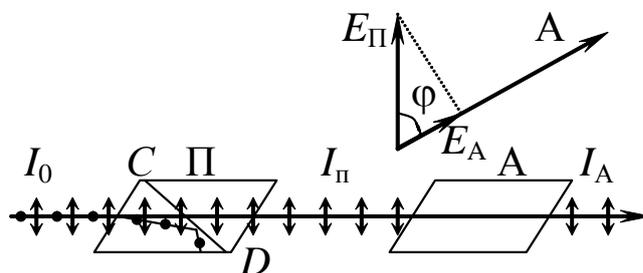


Рис. 5.19. К примеру 1

женный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 97^\circ$ с падающим пучком (рис. 5.20). Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Дано:

$$\varphi = 97^\circ$$

$$n_2 = 1,5$$

$$n_1 - ?$$

Решение:

Согласно закону Брюстера пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления:

$$\operatorname{tg} i_1 = n_{21} = n_2 / n_1,$$

где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости). Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Так как угол падения равен углу отражения, то $i_1 = \varphi/2$ и, следовательно:

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{1,5}{\operatorname{tg}\left(\frac{97^\circ}{2}\right)} = 1,33.$$

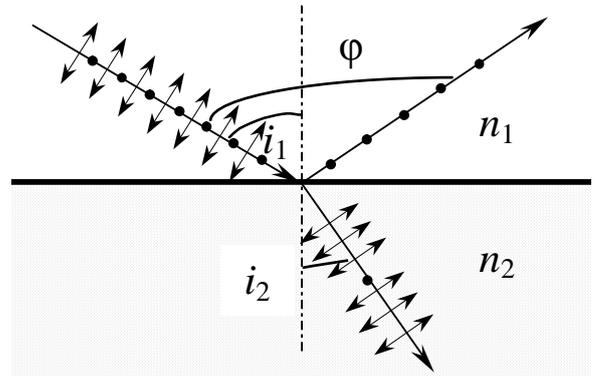


Рис. 5.20. К примеру 2

Пример 3. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляризатор и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность пучка света после поляризатора стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляризатор. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляризатором пренебречь, постоянную вращения α кварца принять равной $48,9$ град/мм.

Дано:

$$\alpha = 48,9 \text{ град/мм}$$

$$\frac{I_0}{I} = 2$$

$$\ell - ?$$

Решение:

Полное гашение света поляризатором означает, что плоскость пропускания поляризатора (штриховая линия на рис. 5.21) перпендикулярна плоскости колебаний (I-I) плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины приводит к повороту плоскости колебаний света на угол $\varphi = \alpha \ell$. Зная, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через поляризатор, определим угол β , который

установится между плоскостью пропускания поляроида и новым направлением (II-II) плоскости колебаний падающего на поляризатор плоскополяризованного света. Для этого воспользуемся законом Малюса: $I = I_0 \cos^2 \beta$. Заметив, что $\beta = \pi/2 - \varphi$, можно написать:

$$I = I_0 \cos^2 (\pi/2 - \varphi) = I_0 \sin^2 \varphi.$$

После подстановки получим $\alpha \ell = \arcsin \sqrt{I/I_0}$, откуда искомая толщина пластины 16 мкм.

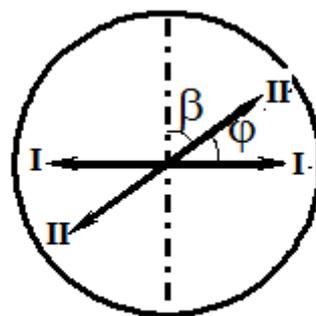


Рис. 5.21. К примеру 3

Пример 4. На пути частично поляризованного света поставили анализатор так, что первоначально его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний плоскополяризованного света. При повороте анализатора на 60° интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в два раза. Определить степень поляризации пучка света.

Дано:

$$\varphi_1 = 0^\circ$$

$$\varphi_2 = 60^\circ$$

$$\frac{I_1}{I_2} = 2$$

$$P = ?$$

Решение:

При первоначальном положении анализатора он полностью пропустит линейно-поляризованный свет и половину интенсивности естественного света. Общая интенсивность пропущенного при этом света $I_1 = I_{\text{п}} + 0,5I_e$. При втором положении анализатора интенсивность пропущенного поляризованного света

определится по закону Малюса, а интенсивность естественного света не изменится:

$$I_2 = I_{\text{п}} \cos^2 (\varphi_2 - \varphi_1) + 0,5I_e.$$

В соответствии с условием задачи

$$I_{\text{п}} + 0,5I_e = 2(I_{\text{п}} \cos^2 \varphi_2 + 0,5I_e).$$

Произведя вычисления, получим $I_e = I_{\text{п}}$. Максимальная и минимальная интенсивности света, прошедшего через анализатор,

равны $I_{\text{max}} = I_1 = I_{\text{п}} + \frac{1}{2}I_e = \frac{3}{2}I_{\text{п}}$ и $I_{\text{min}} = \frac{1}{2}I_e = \frac{1}{2}I_{\text{п}}$.

Степень поляризации света равна $P = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} = 0,5$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Анализатор в два раза уменьшает интенсивность света, проходящего к нему от поляризатора. Определить угол φ между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потери интенсивности света в анализаторе пренебречь.

2. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45° . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до 60° ?

3. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол $\alpha = 30^\circ$, если в каждом из николей в отдельности теряется 10 % интенсивности падающего на него света?

4. Степень поляризации P частично поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной.

5. На пути частично поляризованного света, степень поляризации P которого равна 0,6, поставили анализатор так, что интенсивность света, прошедшего через него, стала максимальной. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, если плоскость пропускания анализатора повернуть на угол $\alpha = 30^\circ$?

6. На николь падает пучок частично поляризованного света. При некотором положении николя интенсивность света, прошедшего через него, стала минимальной. Когда плоскость пропускания николя повернули на угол $\alpha = 45^\circ$, интенсивность света увеличилась в 1,5 раза. Определить степень поляризации P света.

7. Пучок света последовательно проходит через два николя, плоскости пропускания которых образуют между собой угол $\varphi = 40^\circ$. Принимая, что коэффициент поглощения k каждого николя равен 0,15, найти, во сколько раз пучок света, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николь.

8. Угол α между плоскостями пропускания поляроидов равен 50° . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в $N = 8$ раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения k света в поляроидах.

9. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен φ . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают

8 % падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9 % интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол φ .

10. В частично поляризованном свете амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в два раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности. Определить степень поляризации света.

11. Параллельный пучок света переходит из глицерина в стекло, так что пучок, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол γ между падающим и преломленным пучками.

12. Угол падения луча на поверхность стекла равен 60° . При этом отраженный пучок света оказался максимально поляризованным. Определить угол преломления луча.

13. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле ε падения отраженный пучок света максимально поляризован?

14. Пучок света переходит из жидкости в стекло. Угол падения пучка равен 60° , угол преломления $\varepsilon_2' = 50^\circ$. При каком угле падения $\varphi_{бр}$ пучок света, отраженный от границы раздела этих сред, будет максимально поляризован?

15. Пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину, нижняя поверхность которой находится в воде. При каком угле падения $\varphi_{бр}$ свет, отраженный от границы стекло – вода, будет максимально поляризован?

16. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $\varepsilon_1 = 54^\circ$. Определить угол преломления ε_2 пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

17. На какой угловой высоте φ над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

18. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падения отраженный свет полностью поляризован? Угол Брюстера при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57° . Определить скорость света в этом кристалле.

19. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества равен 45° . Найти для этого вещества угол полной поляризации.

20. Определить минимальную толщину слоя кварца d_{\min} , являющегося «пластинкой в четверть волны» для желтого света натрия ($\lambda_0 = 590$ нм). Показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в кварце равны: $n_o = 1,5442$ и $n_e = 1,5533$.

21. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d_{\min} кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветленно? Постоянная вращения α кварца равна 27 град/мм.

22. Плоскополяризованный монохроматический луч света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути луча поместили кварцевую пластину, интенсивность луча света после поляроида стала равна половине интенсивности луча, падающего на поляроид. Определить толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, постоянную вращения кварца принять равной $48,9$ град/мм.

23. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 53^\circ$. Какой наименьшей толщины d_{\min} следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

24. Два скрещенных поляризатора P_1 и P_2 расположены на пути волны естественного света интенсивности I_e . Между ними помещают третий поляризатор P_3 . Как должна быть ориентирована его плоскость, чтобы интенсивность света, прошедшего через всю систему, была максимальной? Чему она равна?

25. Никотин (чистая жидкость), содержащийся в стеклянной трубке длиной $d = 8$ см, поворачивает плоскость поляризации желтого света натрия на угол $\varphi = 137^\circ$. Плотность никотина $\rho = 1,01 \cdot 10^3$ кг/м³. Определить удельное вращение никотина.

26. Угол поворота плоскости поляризации желтого света натрия при прохождении через трубку с раствором сахара равен 40° . Длина трубки $d = 15$ см. Определить плотность раствора. Удельное вращение сахара $[\alpha] = 1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м³/(м·кг).

27. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $C_1 = 280$ кг/м³ поворачивает плоскость поляризации монохромати-

ческого света, проходящего через этот раствор, на угол $\varphi_1 = 32^\circ$. Определить массовую концентрацию C_2 глюкозы в другом растворе, налитом в трубку такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол $\varphi_2 = 24^\circ$.

28. В фотометре одновременно рассматривают две половины поля зрения: в одной видна эталонная светящаяся поверхность с яркостью $L = 5$ ккд/м², в другой – испытываемая поверхность, свет от которой проходит через два николя. Граница между обеими половинами поля зрения исчезает, если второй николь повернуть относительно первого на угол $\alpha = 45^\circ$. Найти яркость L_2 испытываемой поверхности, если известно, что в каждом из николей интенсивность падающего на него света уменьшается на 8 %.

29. Суперпозицией каких двух волн может быть представлена: а) волна естественного света; б) линейно-поляризованная волна?

30. Суперпозицией каких двух волн может быть представлена частично поляризованная волна?

31. После пропускания частично поляризованного света через поляризатор было найдено, что максимальная и минимальная интенсивности прошедшей волны равны соответственно I_{\max} и I_{\min} . Чему равна степень поляризации P света, падающего на поляризатор?

32. Волна естественного света интенсивности I_e проходит последовательно через два поляризатора, плоскости которых повернуты на угол φ друг относительно друга. Как поляризована волна на выходе из системы? Чему равны ее интенсивность и степень поляризации за первым и вторым поляризаторами?

33. С помощью каких устройств и каким способом можно отличить свет, поляризованный по кругу, от естественного света?

34. Каким способом можно получить из естественного света: а) линейно-поляризованный свет; б) свет с круговой поляризацией (правой или левой)?

35. Как преобразовать свет, поляризованный по кругу, в линейно-поляризованный свет той же интенсивности?

36. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества равен 45° . Найти для этого вещества угол полной поляризации.

ГЛАВА 6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ВЕЩЕСТВЕ

§ 6.1. Дисперсия света

Дисперсией света называется совокупность явлений, в которых проявляется зависимость показателя преломления n вещества от частоты ν (длины волны λ) света или зависимость фазовой скорости $v_{\text{ф}}$ световых волн от его частоты ν . Естественно, что в вакууме дисперсия света не наблюдается. Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света принадлежат И. Ньютону.

Если выполняется соотношение $\frac{dn}{d\nu} > 0$, т. е. показатель преломления

увеличивается с ростом частоты, это нормальная дисперсия, если $\frac{dn}{d\nu} < 0$, то аномальная, для которой характерно наличие зоны поглощения.

Поскольку фазовая скорость волны $v_{\text{ф}} = \frac{c}{n}$, то белый свет, представляющий собой волновой пакет в среде, где $n = f(\nu)$, будет терять свою форму по мере прохождения вещества.

Действительно, рассмотрим луч, падающий на призму (рис. 6.1). Вследствие преломления луч отклонится от первоначального направления на угол равный:

$$\varphi = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - (\beta_1 + \beta_2).$$

В треугольнике $\beta_1 + \beta_2 + x = 180^\circ$, откуда $\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ - x = A$, следовательно, $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - A$, $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = n$, а с учетом малости углов

$$\frac{\alpha_1}{\beta_1} = n \text{ и } \frac{\beta_2}{\alpha_2} = \frac{1}{n}, \text{ значит}$$

$$\alpha_2 = n \cdot \beta_2 = n(A - \beta_1) = n\left(A - \frac{\alpha_1}{n}\right) = nA - \alpha_1.$$

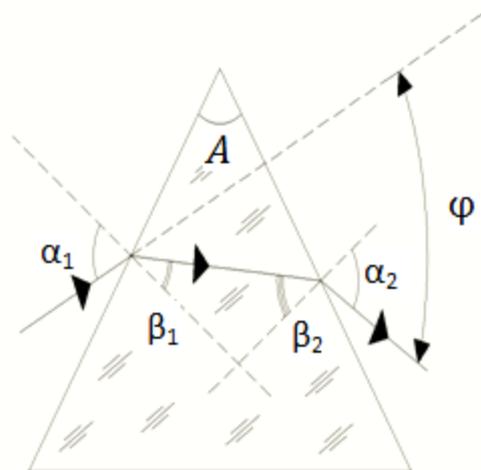


Рис. 6.1. Ход лучей в призме

Тогда $\varphi = \alpha_1 + nA - \alpha_1 - A = A(n - 1)$, т. е. угол преломления зависит от n , который является функцией ν ; следовательно, чем больше ν , тем больше угол отклонения; т. е. фиолетовый луч отклонится больше, чем красный.

§ 6.2. Электронная теория дисперсии света

Теория Максвелла не давала объяснения дисперсии света. В основе элементарной теории дисперсии света лежит взаимодействие электромагнитной волны с веществом. Физическая суть этого явления проста: свет падает на вещество, и под действием поля волны заряды приходят в колебательные движения. Причем заряды, двигаясь с ускорением, излучают волны, которые интерферируют с первоначальной волной, вследствие чего и образуется результирующая волна. Получим зависимость показателя преломления от частоты света. Действительно, при прохождении электромагнитной волны через вещество каждый оптический (валентный) электрон находится под действием силы:

$$F = -eE_0 \cos(\omega t + \alpha),$$

где ω – частота электромагнитной волны.

Тогда дифференциальное уравнение движения электрона

$$\ddot{r} + \omega_0^2 r = -\frac{eE_0}{m} \cos(\omega t + \alpha),$$

где ω_0 – собственная частота колеблющегося электрона.

Решением данного уравнения является:

$$r(t) = \frac{\left(\frac{e}{m}\right)E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos(\omega t + \alpha).$$

Будем считать молекулы вещества неполярными. Под действием электромагнитной волны они поляризуются.

Дипольный электрический момент молекулы будет равен

$$\vec{p}(t) = e\vec{r}(t) = \frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E}(t). \quad (6.1)$$

Если $p(t)$ умножим на число молекул в единице объема n_0 , то получим поляризованность $P(t)$. Но из электростатики известно, что относительная диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P(t)}{\varepsilon_0 E(t)} = 1 + \frac{n_0 p(t)}{\varepsilon_0 E(t)}. \quad (6.2)$$

Уравнение (6.1) подставляем в (6.2) и получаем

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{n_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (6.3)$$

В выражении (6.3) нужно учесть вклад всех оптических электронов, т. е.

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{\varepsilon_0} \sum_i \frac{e_i^2 / m}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}. \quad (6.4)$$

В области нормальной дисперсии $n > 1$, а в области аномальной дисперсии $n < 1$.

§ 6.3. Поглощение света

Поглощением (абсорбцией) света называется явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии. В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

Если электромагнитная волна проходит через вещество, то часть ее энергии затрачивается на возбуждение оптических электронов, которые излучают вторичные волны, а другая часть энергии волны переходит в энергию вещества. Это приводит к тому, что интенсивность электромагнитной волны при прохождении через вещество уменьшается.

Экспериментально установлен закон изменения интенсивности волны – это закон Бугера (1698–1758) (французский ученый):

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (6.5)$$

где α – коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества (не зависит от интенсивности света). При $x = 1/\alpha$ интенсивность света I по сравнению с I_0 уменьшается в e раз.

Коэффициент поглощения для диэлектриков невелик (примерно 10^{-3} – 10^{-5} см⁻¹), у них наблюдается селективное поглощение света в определенных интервалах длин волн, когда α резко возрастает, и наблюдаются сравнительно широкие полосы поглощения, т. е. диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения. Это связано с тем,

что в диэлектриках нет свободных электронов и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика.

Коэффициент поглощения для металлов имеет большие значения (примерно 10^3 – 10^5 см⁻¹), поэтому металлы являются непрозрачными для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нем поглощение света.

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые и синие, при освещении белым светом будет казаться красным. Если на такое стекло направить зеленый и синий свет, то из-за сильного поглощения света этих длин волн стекло будет казаться черным. Это явление используется для изготовления светофильтров, которые в зависимости от химического состава (стекла с присадками различных солей, пленки из пластмасс, содержащие красители, растворы красителей и т. д.) пропускают свет только определенных длин волн, поглощая остальные. Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдающееся в окружающем мире.

Явление поглощения широко используется в *абсорбционном спектральном анализе* смеси газов, основанном на измерениях спектров частот и интенсивностей линий (полос) поглощения. Структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования веществ.

§ 6.4. Рассеяние света

Рассеяние света – это явление преобразования света веществом, сопровождающееся изменением направления распространения и проявляющееся как несобственное свечение вещества.

Оно может возникать только в оптически неоднородной среде, т. е. для которых $n = f(\nu)$. Это обусловлено тем, что вторичные волны, излучаемые электронами, являются когерентными и в однородной среде они гасят друг друга во всех направлениях, кроме первичного. На неоднородностях вторичные волны дифрагируют и усиливают друг друга. Эту дифракцию вторичных волн на мелких неоднородностях и называют рассеянием света.

Различают мутные среды – это явно выраженные оптические неоднородности: а) думы, т. е. взвеси в газах мельчайших твердых частиц; б) туманы, взвеси в газах мельчайших капелек жидкости; в) взвеси или суспензии; г) эмульсии – взвеси капелек одной жидкости в другой.

Если размеры неоднородности много меньше длины волны света $d \ll \lambda$ (d не более чем $0,1 \lambda$), то интенсивность света под углом θ относительно падающего луча интенсивности I_0 определяется законом Рэлея

$$I = I_0 \frac{\text{const}}{\lambda^4} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0} \right) \cdot (1 + \cos^2 \theta). \quad (6.6)$$

Множитель $\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0}$ – мера оптической неоднородности. Смысл

его понятен, если вспомнить, что мощность излучения колеблющегося заряда (осциллятора) $\approx \omega^4$.

Очищенные газы и жидкости тоже могут рассеять свет за счет флуктуации плотности вещества (молекулярная флуктуация). Именно эти флуктуации вызывают голубое свечение неба, так как на них больше рассеиваются голубые и синие лучи по сравнению с желтыми и красными. Вечером лучи солнца проходят большую толщу воздуха (неоднородная среда, содержащая много примесей, и в результате больше рассеиваются красно-желтые цвета).

§ 6.5. Эффект Доплера

Эффект Доплера в акустике объясняется тем, что частота колебаний, воспринимаемых приемником, определяется скоростями движения источника колебаний и приемника относительно среды, в которой происходит распространение звуковых волн. Эффект Доплера наблюдается также и при движении относительно друг друга источника и приемника электромагнитных волн. Так как особой

среды, служащей носителем электромагнитных волн, не существует, то частота световых волн, воспринимаемых приемником (наблюдателем), определяется только относительной скоростью источника и приемника (наблюдателя). Закономерности эффекта Доплера для электромагнитных волн устанавливаются на основе специальной теории относительности.

Согласно принципу относительности Эйнштейна, уравнение световой волны во всех инерциальных системах отсчета одинаково по форме. Используя преобразования Лоренца, можно получить уравнение волны, посылаемой источником, в направлении приемника в другой инерциальной системе отсчета, а следовательно, и связать частоты световых волн, излучаемых источником ν_0 и воспринимаемых приемником ν . Теория относительности приводит к следующей формуле, описывающей эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta} = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta \cos \theta}, \quad (6.7)$$

где v – скорость источника света относительно приемника; c – скорость света в вакууме, $\beta = v/c$; θ – угол между вектором скорости и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем. Из выражения (6.7) следует, при $\theta = 0$:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c}} = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta}. \quad (6.8)$$

Формула (6.8) определяет так называемый продольный эффект Доплера, наблюдаемый при движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником. При малых относительных скоростях v ($v \ll c$), разлагая (6.8) в ряд по степеням β и пренебрегая членом порядка β^2 , получим

$$\nu = \nu_0(1 - \beta). \quad (6.9)$$

Следовательно, при удалении источника и приемника друг от друга (при их положительной относительной скорости) наблюдает-

ся сдвиг в более длинноволновую область ($v < v_0$, $\lambda > \lambda_0$) – так называемое *красное смещение*.

При сближении же источника и приемника (при их отрицательной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более коротковолновую область ($v > v_0$, $\lambda < \lambda_0$) – так называемое *фиолетовое смещение*.

Если $\theta = \pi/2$, то выражение (6.7) примет вид

$$v = v_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (6.10)$$

Формула (6.10) определяет так называемый *поперечный эффект Доплера*, наблюдаемый при движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником.

Из выражения (6.10) следует, что поперечный эффект Доплера зависит от β^2 , т. е. при малых β является эффектом второго порядка малости по сравнению с продольным эффектом, зависящим от β . Поэтому обнаружение поперечного эффекта Доплера связано с большими трудностями. Поперечный эффект, хотя и много меньше продольного, имеет принципиальное значение, так как не наблюдается в акустике (при $v \ll c$ из (6.10) следует, что $v = v_0$), и является, следовательно, *релятивистским эффектом*. Он связан с замедлением течения времени движущегося наблюдателя. Экспериментальное обнаружение поперечного эффекта Доплера явилось еще одним подтверждением справедливости теории относительности; он был обнаружен в 1938 г. в опытах американского физика Г. Айвса.

Продольный эффект Доплера используется при исследовании атомов, молекул, а также космических тел, так как по смещению частоты световых колебаний, которое проявляется в виде смещения или уширения спектральных линий, определяется характер движения излучающих частиц или излучающих тел. Эффект Доплера получил широкое распространение в радиотехнике и радиолокации.

§ 6.6. Эффект Вавилова – Черенкова

Российский физик П. А. Черенков (1904–1990), работавший под руководством Вавилова, показал, что при движении релятивистских заряженных частиц в среде с *постоянной скоростью v , превышающей фазовую скорость света в этой среде*, т. е. при условии $v > c/n$ (n – показатель преломления среды), возникает электромагнитное излучение, названное впоследствии *излучением*

(эффектом) Вавилова – Черенкова. Природа данного излучения, обнаруженного для разнообразных веществ, в том числе и для чистых жидкостей, подробно изучалась С. И. Вавиловым. Он показал, что данное свечение не является люминесценцией, как считалось ранее, и высказал предположение, что оно связано с движением свободных электронов сквозь вещество. Излучение Вавилова – Черенкова в 1937 г. было теоретически объяснено российскими учеными И. Е. Таммом и И. М. Франком (Черенков, Тамм и Франк в 1958 г. удостоены Нобелевской премии).

Согласно электромагнитной теории заряженная частица (например, электрон) излучает электромагнитные волны лишь при движении с ускорением. Тамм и Франк показали, что это утверждение справедливо только до тех пор, пока скорость заряженной частицы не превышает фазовой скорости c/n электромагнитных волн в среде, в которой частица движется. Если частица обладает скоростью $v > c/n$, то даже двигаясь равномерно, она будет излучать электромагнитные волны. Таким образом, электрон, движущийся в прозрачной среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, должен сам излучать свет.

При равномерном движении электрического заряда он не излучает, если его скорость (v) не превышает фазовую скорость $v_{\text{ф}} = \frac{c}{n}$. Если $v > \frac{c}{n}$, заряд излучает электромагнитные волны. При этом частица на излучение тратит энергию, поэтому ее ускорение отрицательное, что является следствием излучения.

Эффект Вавилова – Черенкова наблюдался для электронов, протонов и мезонов при их движении в жидких и твердых телах. При этом в излучении преобладают короткие волны, поэтому излучение имеет голубую окраску. Отличительной особенностью излучения Вавилова – Черенкова является его распространение не по всем направлениям, а лишь по направлениям, составляющим острый угол θ с траекторией частицы, т. е. вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы. Излучение испускается вдоль образующих колец, при этом

$$\cos \theta = \frac{c/n}{v} = \frac{c}{nv}. \quad (6.11)$$

В электротехнике применяются черенковские счетчики быстрых частиц. При этом по углу θ удастся найти скорость частиц.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6.1.

Определение показателя преломления жидкостей

1. *Цель работы:* изучить метод определения показателя преломления жидкостей с помощью рефрактометра.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) физический смысл абсолютного и относительного показателей преломления; б) явление полного внутреннего отражения света; в) принцип действия и устройство рефрактометра Аббе; г) ход лучей в измерительной призме при работе методом скользящего луча и методом полного внутреннего отражения; д) ход лучей в призме прямого зрения; е) явление дисперсии света.

3. Выполнение работы

3.1. Описание экспериментальной установки

Рефрактометр Аббе (рис. 6.2) служит для быстрого измерения показателей преломления жидкостей и твердых тел. Устройство рефрактометра основано на явлении полного внутреннего отражения света.

Пусть луч света падает на границу раздела двух сред со стороны оптически более плотной среды (n_2). Для углов падения r , меньших некоторого r' , свет частично проникает в оптически менее плотную среду (n_1), а частично отражается (штрихом обозначаются предельные углы полного отражения). При $r' \leq r \leq 90^\circ$ преломленный луч отсутствует, т. е. наступает полное внутреннее отражение.

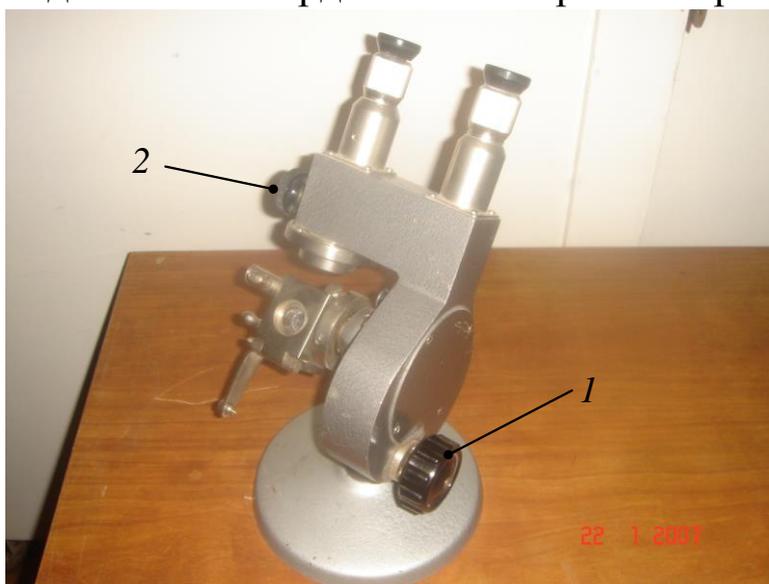


Рис. 6.2. Внешний вид рефрактометра

Цифрами обозначены рукоятки:

- 1 – для поворота оправы призм при измерении показателя преломления;
2 – для поворота компенсирующих призм

3.2. Методика измерений

Угол преломления $i = 90^\circ$ ($\sin i = 1$) и по закону Снеллиуса

$$\sin r' = n_1 / n_2. \quad (6.12)$$

Зная показатель преломления одной из сред и определяя на опыте предельный угол, можно с помощью формулы (6.12) определить показатель преломления второй среды.

Пусть теперь свет падает на границу раздела со стороны оптически менее плотной среды. В зависимости от угла падения луч во второй среде может составлять с нормалью углы, расположенные в интервале от нуля до r' ; предельный угол преломления r' соответствует углу падения $i = 90^\circ$ (скользящий луч). Легко видеть, что величина предельного угла и в этом случае определяется формулой (6.12).

При измерениях показателя преломления с помощью рефрактометра Аббе можно пользоваться как методом полного внутреннего отражения, так и методом скользящего луча.

Оптическая схема рефрактометра представлена на рис. 6.3. Основной его частью являются две стеклянные призмы P_1 и P_2 , изготовленные из стекла с большим показателем преломления. В сечении призмы имеют вид прямоугольных треугольников, обращенных друг к другу гипотенузами; зазор между призмами имеет ширину около 0,1 мм и служит для помещения исследуемой жидкости.

Ход лучей при работе по методу скользящего луча изображен на рис. 6.4. Свет проникает в призму P_1 через грань ef и попадает в жидкость через матовую грань ed . Свет, рассеянный матовой поверхностью, проходит слой жидкости и под всевозможными углами ($0^\circ \leq i \leq 90^\circ$) падает на сторону ac призмы P_2 .

Скользящему лучу в жидкости $i = 90^\circ$ соответствует предельный угол преломления r_1' . Преломленные лучи с углами больше r_1' не возникают. В связи с этим угол i_2 выхода лучей из грани ab может изменяться лишь в интервале от некоторого значения до 90° .

Если свет, выходящий из грани ab , пропустить через собирающую линзу L_1 , то в ее фокальной плоскости наблюдается резкая граница света и темноты. Граница рассматривается с помощью линзы L_2 . Линзы L_1 и L_2 образуют зрительную трубу, настроенную

на бесконечность. В их общей фокальной плоскости расположен крест, образованный тонкими нитями.

Положение границы в фокальной плоскости линз зависит от величины показателя преломления жидкости n_1 . Поворачивая трубу относительно призм, можно совместить границу раздела света и тени с центром креста. В этом случае измерение показателя преломления сводится к измерению угла i'_2 , образованного нормалью к грани ab и оптической осью зрительной трубы. В современных приборах труба укрепляется неподвижно, а оправа с призмами может поворачиваться с помощью рукоятки I (см. рис. 6.2). С оправой скреплен указатель, перемещающийся по лимбу. Лимб градуируется непосредственно в значениях показателя преломления.

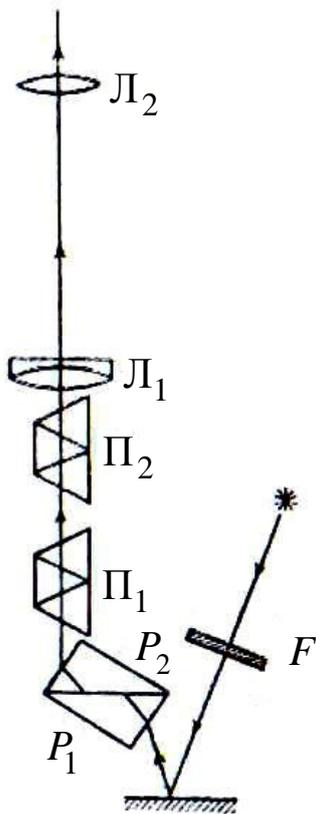


Рис. 6.3. Оптическая схема рефрактометра Аббе

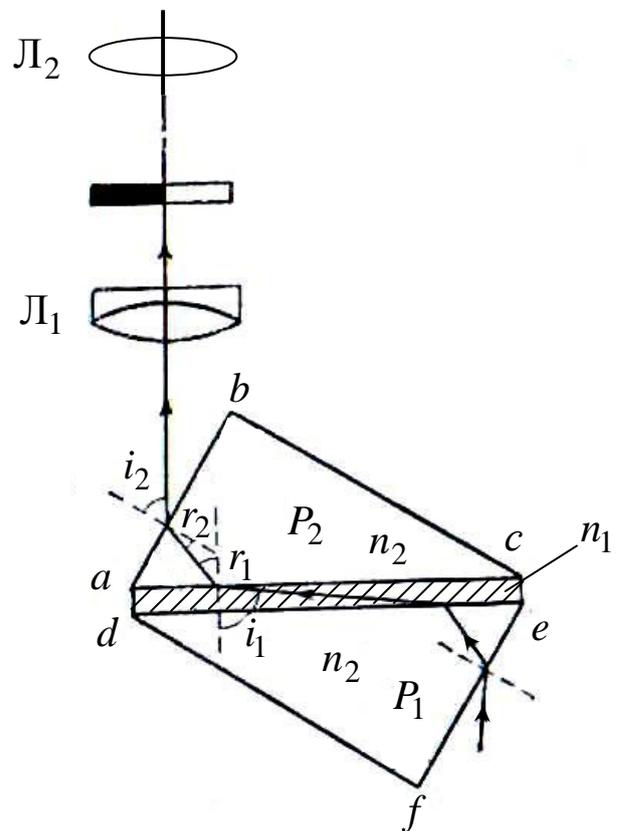


Рис. 6.4. Ход лучей в призмах при методе скользящего луча

При измерении показателя преломления жидкости методом полного внутреннего отражения призму P_2 освещают со стороны грани bc (рис. 6.5) через специальное отверстие в кожухе прибора. Грань bc делается матовой. Свет в этом случае падает на границу

раздела ac под всевозможными углами. При $r_1 > r_1'$ наступает полное внутреннее отражение, при $r_1 < r_1'$ свет отражается лишь частично. В поле зрения трубы наблюдается при этом резкая граница света и полутени.

Так как условия, определяющие величину предельного угла в методе скользящего луча и в методе полного внутреннего отражения, совпадают, положение линии раздела в обоих случаях также оказывается одинаковым.

Изложенная теория рефрактометра Аббе, строго говоря, справедлива лишь в том случае, когда свет является монохроматическим. Дисперсия света в исследуемом веществе и стекле призмы приводит к тому, что величина предельных углов r_1' и i_2' зависит от длины волны λ . При работе с белым светом наблюдаемая в поле зрения граница света и темноты (или света и полутени) часто оказывается размытой и окрашенной. Для того чтобы получить и в этом случае резкое изображение, перед объективом трубы помещают компенсатор с переменной дисперсией. Компенсатор содержит две одинаковых дисперсионных призмы Амичи (призмы Π_1 и Π_2 , см. рис. 6.3), каждая из которых состоит из трех склеенных призм, обладающих различными показателями преломления и различной дисперсией. Призмы рассчитываются так, чтобы монохроматический луч с длиной волны $\lambda_D = 589,3$ нм (среднее значение длины волны желтого дублета излучения натрия) не испытывал отклонения. Лучи с другими длинами волн отклоняются призмой в ту или иную сторону. При повороте одной из призм Амичи относительно другой (вокруг вертикаль-

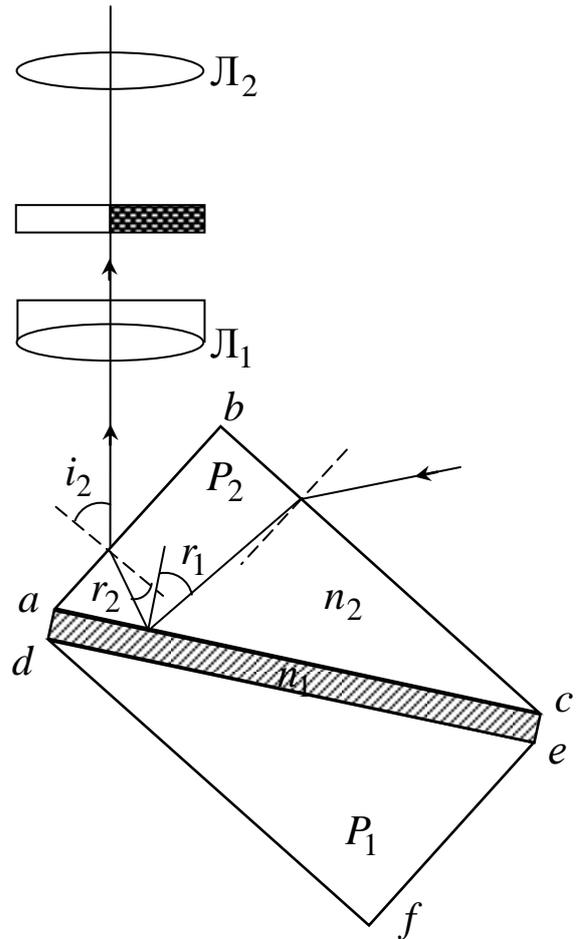


Рис. 6.5. Ход лучей при использовании метода полного внутреннего отражения

ной оси) полная дисперсия компенсатора изменяется в пределах от нуля до удвоенного значения дисперсии одной призмы. Поэтому размытую и окрашенную границу света и темноты можно сделать резкой и черной.

Для поворота призм друг относительно друга служат специальная рукоятка (на рис. 6.2 – рукоятка 2) и система конических шестерен, с помощью которых призмы одновременно поворачиваются в противоположных направлениях. Вращая ручку компенсатора, следует добиваться того, чтобы граница света и тени в поле зрения стала достаточно резкой. Положение границы при этом соответствует длине волны λ_D , для которой обычно и приводятся значения показателя преломления n_D .

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Перед началом измерений произвести настройку прибора так, чтобы свет от источника (лампы накаливания) поступал в осветительную призму и равномерно освещал поле зрения.

3.3.2. Открыть нижнюю измерительную призму. Пипеткой нанести на ее поверхность несколько капель воды и осторожно закрыть призму. Зазор между призмами должен быть равномерно заполнен тонким слоем воды (см. рис. 6.3).

3.3.3. Пользуясь винтами прибора, устранить окрашенность поля зрения и получить резкую границу света и тени в правом окуляре. Выставить на границу света и тени середину креста из нитей. При визуальном совмещении границы раздела света и тени с серединой креста нити допускаются ошибки, в результате которых измеренные значения показателя преломления одного и того же вещества в разных опытах не совпадают между собой (возникает случайный разброс). Рекомендуется поэтому проводить в каждом случае не менее 5 измерений показателя преломления и определить среднее значение. Отсчет показателя преломления воды проводить визуально в левом окуляре по соответствующей шкале с точностью до 0,001.

3.3.4. Определить показатель преломления глицерина и сравнить с известными справочными данными.

3.4. *Сделать вывод, указав причины, влияющие на точность измерения показателя преломления.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6.2.

Определение коэффициента диффузии неоднородной жидкости

1. *Цель работы:* изучить распространение когерентного светового пучка через слоисто-неоднородную среду и метод определения коэффициента диффузии жидкостей.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1–3]. Для выполнения работы студент должен знать: а) суть оптического метода определения коэффициента диффузии, предложенного в работе; б) ход лучей в кювете и после нее; в) почему в смеси жидкостей лучи искривляются; г) объяснение интерференционной картины при прохождении лазерного пучка через диффундирующие жидкости; д) как изменится световое поле на экране, если вместо лазера применить обычный некогерентный источник света; е) влияет ли толщина кюветы с раствором на результаты эксперимента.

3. Выполнение работы

3.1. Описание экспериментальной установки

Предлагаемый в работе метод определения коэффициента диффузии D основан на явлении, наблюдаемом при прохождении монохроматического параллельного пучка света через жидкую среду с непрерывно меняющимся по высоте сосуда с жидкостью показателем преломления.

Если в плоскопараллельный сосуд налита жидкость 1 с показателем преломления n_1 , а над ней – более легкая жидкость 2 с показателем преломления n_2 , то граница между жидкостями, резкая в начальный момент, с течением времени будет размываться вследствие явления диффузии. В соответствии с этим будет изменяться и закон, по которому показатель преломления n меняется с высотой x от значения n_1 внизу до значения n_2 вверху. Как будет показано ниже, слой вещества с переменным показателем преломления будет отклонять падающие на него параллельные лучи под разными углами.

Наибольшее отклонение испытывают лучи, проходящие в том месте, где градиент показателя преломления dn/dx максимален. Наоборот, в тех местах (наверху и внизу), где $dn/dx \approx 0$, лучи пройдут не испытывая отклонения (рис. 6.6). В процессе диффузии будет изменяться максимальный градиент показателя преломления, следовательно, и угол отклонения луча (угол β_{\max}). Измерение его для

известных моментов времени позволяет определить коэффициент диффузии.

Схема установки приведена на рис. 6.7. В качестве источника света применен лазер, излучающий свет на длине волны 633 нм. Уширенный с помощью линз L_1 и L_2 лазерный пучок света падает перпендикулярно на боковую грань прямоугольной кюветы C , в которую налиты две диффундирующие жидкости. Структура светового пучка, прошедшего через кювету, наблюдается на экране, расположенном перпендикулярно оси Z (рис. 6.7). Если экран расположен вблизи кюветы, то распределение интенсивности носит равномерный характер и соответствует углам β от 0 до β_{\max} . Однако на большом расстоянии ($L \sim 1,5$ м) наблюдается интерференционная картина, состоящая из системы горизонтальных неэквидистантных полос. Сверху и снизу картина ограничивается яркими полосами, называемыми *каустиками*. С течением времени после начала диффузии жидкостей каустики сближаются вплоть до слияния.

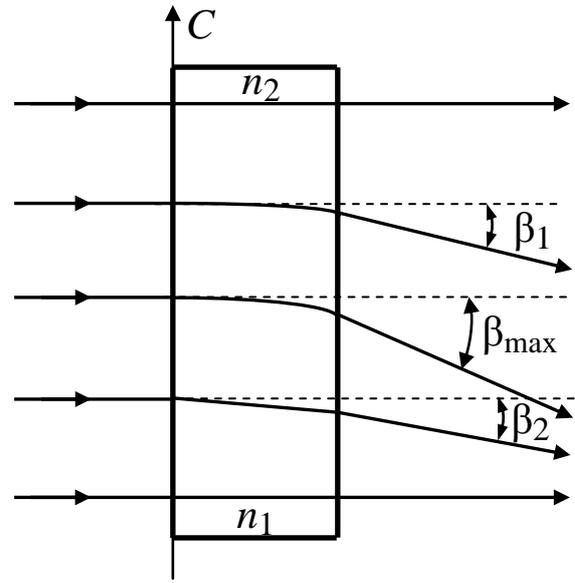


Рис. 6.6. Отклонение лучей слоями жидкости на разной высоте

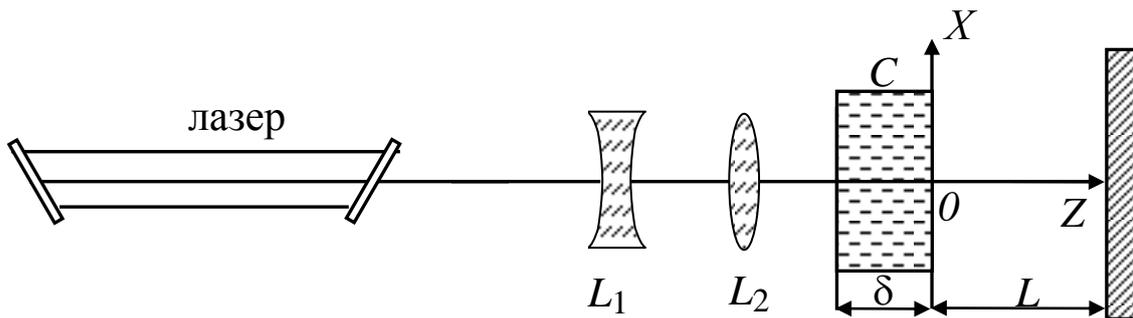


Рис. 6.7. Схема экспериментальной установки

Все элементы установки расположены на оптической скамье и могут перемещаться как в горизонтальном, так и вертикальном направлении.

3.2. Методика измерений

Рассмотрим отклонение луча при его прохождении через слой с переменным показателем преломления. Пусть A и A' – две весьма близкие точки волновой поверхности падающей нормально плоской волны (рис. 6.8). Для нахождения волновой поверхности спустя время Δt следует провести огибающую элементарных сферических волн, испускаемых в точках A и A' . Так как скорость света в точке A есть $v_A = c/n$, а в точке A' – уже $v_{A'} = c/(n + \Delta n)$, то спустя время Δt радиус элементарной волны, расходящейся из A , будет $AB = c\Delta t/n$, а расходящейся из A' будет $A'B' = c\Delta t/(n + \Delta n)$. Из подобия треугольников A_0AB и $A_0A'B'$ следует, что

$$A_0A' = \Delta x \frac{A'B'}{AB - A'B'} = n \frac{\Delta x}{\Delta n}.$$

Легко видеть, что предел A_0A' при $\Delta x \rightarrow 0$ есть радиус кривизны луча в точке A' ; таким образом,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} A_0A' = R(x) = \frac{n}{\partial n / \partial x}.$$

Если толщина слоя δ достаточно мала, то угол α , на который отклоняется луч при прохождении слоя (рис. 6.6, 6.7), можно считать примерно равным δ/R . Обозначая через β угол отклонения луча после его преломления при выходе в воздух и заменяя в законе преломления $\sin\alpha/\sin\beta = 1/n$ (ввиду малости α и β) синусы самими углами, мы можем написать:

$$\beta = n\alpha = \frac{n\delta}{R} = \delta \frac{\partial n}{\partial x}.$$

Из последнего выражения следует, что максимальное значение β_{\max} действительно соответствует наибольшему значению $\partial n / \partial x$:

$$\beta_{\max} = \delta \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{\max}. \quad (6.13)$$

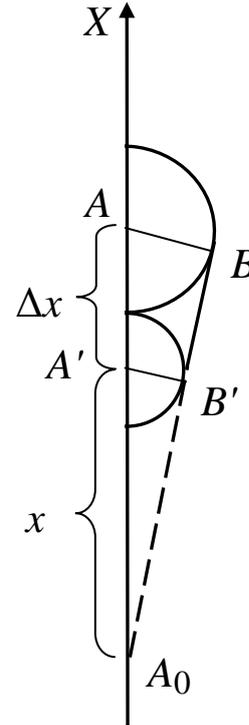


Рис. 6.8. Построение фронта преломленной волны

$$\text{Можно показать, что } \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{\max} = \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt}},$$

где D – коэффициент диффузии.

Тогда согласно (6.13)

$$\beta_{\max} = \delta \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt}}, \quad (6.14)$$

где δ – ширина кюветы с жидкостями.

Если измерить значения β_{\max} для двух произвольных моментов времени, то это позволит определить коэффициент диффузии.

Пусть $\beta_{\max 1}$ при $t = t_1$ и $\beta_{\max 2}$ при $t = t_2$. Отсюда легко получить формулу, содержащую только промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, а именно:

$$D = \frac{\delta^2 (n_2 - n_1)^2}{4\pi \Delta t} \left(\frac{1}{\beta_{\max 2}} - \frac{1}{\beta_{\max 1}} \right). \quad (6.15)$$

Это выражение сохраняет постоянную величину для любой пары значений t .

3.3. Выполнение работы

3.3.1. Убрать с оптической скамьи все элементы установки, кроме лазера и экрана. Включить лазер и на экране отметить центр лазерного пятна.

3.3.2. Поставить на скамью сначала собирающую линзу L_2 и винтами отъюстировать ее так, чтобы центр лазерного пятна оказался на прежнем месте. То же самое проделать с рассеивающей линзой L_1 .

3.3.3. Перемещая затем вдоль скамьи одну линзу относительно другой, получить уширенный *параллельный* пучок (одинакового диаметра на всей длине). Проверить, не сместился ли центр пучка относительно первоначального положения.

3.3.4. Поместить на столик стеклянную кювету и налить в нее сначала менее плотную жидкость примерно на $1/3$ высоты. Затем с помощью шприца осторожно ввести на дно другую, более плотную, жидкость так, чтобы граница их раздела находилась *посередине* лазерного пучка.

3.3.5. Измерить рулеткой расстояние L между экраном и обращенной к нему стенкой кюветы.

3.3.6. Измерить на экране расстояние x_1 от отмеченного центра лазерного пятна до середины каустики. При этом нужно зафиксировать по часам момент этого измерения t_1 . Определить угол максимального отклонения луча $\beta_{\max 1} = x_1/L$ (в радианах).

3.3.7. Через некоторый промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ повторить пункт 3.3.6 и снова найти угол $\beta_{\max 2} = x_2/L$.

3.3.8. Измерения углов β_{\max} произвести примерно через каждые 10–15 минут в течение 1 часа. Результаты своих измерений занести в табл. 6.1.

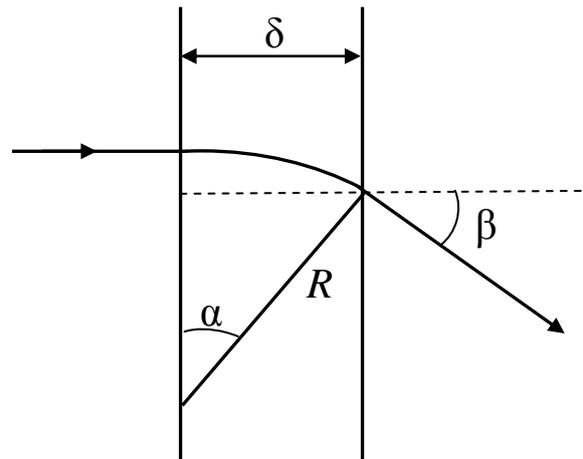


Рис. 6.9. Схема для расчета угла отклонения луча при прохождении слоя жидкости

Таблица 6.1

Результаты измерения интерференционной картины

№	t	x	L	Δt	β_{\max}	δ	D	$\langle D \rangle$	ε
	с	м	м	с	рад	мм	м ² /с	м ² /с	%
1									
2									
3									
4									
5									

3.3.9. По формуле (6.15) вычислить значения коэффициента диффузии D . Толщина кюветы δ указана на одной из ее стенок. Показатели преломления жидкостей равны: $n_1 = 1,333$ и $n_2 = 1,360$.

3.3.10. Вычислить среднее значение $\langle D \rangle$, определить погрешность измерения, сравнить со справочными данными.

3.4. Сформулировать вывод, в котором обобщить результаты экспериментальных исследований.

Вопросы для самоподготовки

1. Какая дисперсия называется нормальной?
2. Каков физический смысл коэффициента поглощения света?
3. Сформулируйте закон Рэлея.
4. Чем объясняется голубой цвет неба?
5. По каким признакам можно отличить спектры, полученные с помощью призмы и дифракционной решетки?
6. Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?
7. В чем основное отличие эффекта Доплера для акустических и электромагнитных волн?
8. Когда возникает свечение Вавилова – Черенкова?
9. Почему металлы сильно поглощают свет?
10. Почему отклоняется луч света от прямолинейного пути при прохождении слоя жидкости с переменным показателем преломления?
11. Как построить фронт волны при прохождении нормально падающего луча через слой жидкости с переменным показателем преломления?
12. Какой физический смысл имеет коэффициент диффузии? Как он рассчитывается для идеального газа?
13. В какой части диффундирующих жидкостей наблюдается максимальный угол отклонения лазерного луча?
14. Какую роль играет зрительная труба в рефрактометре Аббе?
15. Для чего нужен компенсатор в рефрактометре Аббе и как он устроен?
16. Какой метод используется в рефрактометре Аббе для определения показателя преломления жидкости?
17. Почему грань призмы, на которую падает луч света, должна быть матовой?

Примеры решения задач

Пример 1. Луч света выходит из стеклянной призмы ($n = 1,5$) под тем же углом, что и входит в нее. Определить угол отклонения φ луча призмой, если ее преломляющий угол $A = 60^\circ$.

Дано:

$$n = 1,5$$

$$A = 60^\circ$$

$$\varphi = ?$$

Решение:

Угол отклонения луча после прохождения призмы (рис. 6.1)

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

Условие симметричного хода лучей через призму

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \text{ и}$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta = A/2.$$

Закон Снеллиуса $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, после преобразований получим

$$\sin \alpha = n \sin \beta = n \sin \frac{A}{2}, \text{ тогда}$$

$$\varphi = 2\alpha - A = 2 \arcsin \left(n \sin \frac{A}{2} \right) - A = 37^\circ.$$

Пример 2. Радиопередатчик, работающий на частоте 500 кГц, создает поле электромагнитного излучения, напряженность электрического поля которого 10 мВ/см. Определить максимальную скорость вынужденных колебаний свободного электрона.

Дано:

$$\nu = 5 \cdot 10^5 \text{ Гц}$$

$$E_0 = 1 \text{ В/м}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$v_{\max} = ?$$

Решение:

Циклическая частота равна $\omega = 2\pi \nu$, скорость вынужденных колебаний свободного электрона определяется из формулы $a = \omega v$, где ускорение

электрона равно $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eE_0}{m} \sin \omega t$, макси-

мальная скорость будет при синусе равном нулю, получаем

$$v_{\max} = \frac{a}{\omega} = \frac{eE_0}{2\pi \nu m} = 5,59 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Пример 3. Электромагнитная волна с частотой ω распространяется в разреженной плазме. Концентрация свободных электронов в плазме равна n_0 . Получить зависимость диэлектрической проницаемости ε плазмы от частоты ω . Взаимодействием волны с ионами плазмы пренебречь.

Дано:

$$\begin{array}{l} \omega \\ n_0 \\ m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ \varepsilon(\omega) - ? \end{array}$$

Решение:

Диэлектрическая проницаемость ε плазмы равна $\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}$. Вектор поляризации $P = n_0 e x$.

Напряженность электрического поля $E = E_0 \cos \omega t$, смещение электрона от положения равновесия $x = A \cos \omega t$. Амплитуду смещения электрона можем найти по формуле $A = -\frac{F_{\max}}{m\omega^2} = -\frac{eE_0}{m\omega^2}$. После подстановки в формулу для диэлектрической проницаемости получим

$$\varepsilon = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{n_0 e x}{\varepsilon_0 E_0 \cos \omega t} = 1 + \frac{n_0 e A}{\varepsilon_0 E_0} = 1 - \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m \omega^2}.$$

Пример 4. При прохождении в некотором веществе пути x_1 интенсивность света уменьшилась в три раза. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении пути $x_2 = 2x_1$.

Дано:

$$\begin{array}{l} x_2 = 2x_1 \\ \frac{I_0}{I_1} = 3 \\ - ? \end{array}$$

Решение:

Закон Бугера $I = I_0 e^{-\alpha x}$, тогда получаем $\frac{I_0}{3} = I_0 e^{-\alpha x_1}$, откуда после преобразований находим

$$e^{-\alpha x_1} = \frac{1}{3} \text{ и } \alpha x_1 = \ln 3.$$

Так как $\alpha x_2 = 2\alpha x_1 = 2 \ln 3 = \ln 9$, то

$$I_2 = I_0 e^{-\alpha x_2} = I_0 e^{-\ln 9} \text{ и } \frac{I_2}{I_0} e^{-\ln 9} = \frac{1}{9}.$$

Окончательно получаем $\frac{I_0}{I_2} = 9$.

Задачи для самостоятельного решения

1. На грань стеклянной треугольной призмы ($n = 1,5$) нормально падает луч света. Определить угол отклонения луча призмой, если ее преломляющий угол равен 25° .

2. На стеклянную призму с преломляющим углом $A = 55^\circ$ падает луч света под углом $\alpha_1 = 30^\circ$. Определить угол отклонения луча призмой, если показатель преломления стекла равен 1,7.

3. При прохождении света в некотором веществе пути x его интенсивность уменьшилась в два раза. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении им пути $4x$.

4. Источник монохроматического света с длиной волны $\lambda_0 = 0,6$ мкм движется по направлению к наблюдателю со скоростью $v = 0,15c$ (c – скорость света в вакууме). Определить длину волны λ , которую регистрирует приемник.

5. Определить минимальную кинетическую энергию, которой должен обладать электрон, чтобы в среде с показателем преломления $n = 1,5$ возникло излучение Вавилова – Черенкова.

6. Коэффициент поглощения некоторого вещества для монохроматического света определенной длины волны $\alpha = 0,1 \text{ см}^{-1}$. Определить толщину слоя вещества, которая необходима для ослабления света в 2 раза и в 5 раз. Потери на отражение света не учитывать.

7. Выразить групповую скорость волны V через фазовую скорость v_ϕ и ее производную по длине волны λ (формула Рэлея).

8. Выразить групповую скорость волны через показатель преломления среды n и его производную: а) по длине волны λ ; б) по ее частоте ω .

9. Показатель преломления паров иода n в определенном диапазоне длин волн λ может быть аппроксимирован выражением

$$n^2 = a + \frac{b}{\lambda^2} + d\lambda^2 \quad (a, b \text{ и } d > 0).$$

Определить групповую скорость волны в данной среде.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические постоянные

Название	Обозначение	Численное значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Универсальная газовая постоянная	R	8,314 Дж/(моль·К)
Постоянная Авогадро	N_A	6,022·10 ²³ моль ⁻¹
Постоянная Больцмана	k	1,381·10 ⁻²³ Дж/К
Элементарный заряд	e	1,602·10 ⁻¹⁹ Кл
Масса покоя электрона	m_e	9,109·10 ⁻³¹ кг
Скорость света в вакууме	c	2,9979·10 ⁸ м/с
Масса покоя протона	m_p	1,67·10 ⁻²⁷ кг
Электрическая постоянная	ϵ_0	8,85·10 ⁻¹² Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	12,56·10 ⁻⁷ Гн/м
Постоянная Планка	h	6,63·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Планка (с чертой)	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	1,0546·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	5,67·10 ⁻⁸ Вт/(м ² ·К ⁴)
Постоянная закона смещения Вина	b	2,90·10 ⁻³ м·К
Энергия ионизации атома водорода	E_i	2,16·10 ⁻¹⁸ Дж
Комптоновская длина волны	λ_c	2,43·10 ⁻¹² м
Атомная единица массы	а. е. м.	1,6605·10 ⁻²⁷ кг
Электронвольт	эВ	1,6·10 ⁻¹⁹ Дж

2. Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ

Вещество	Проницаемость
Вода	81
Масло (трансформаторное)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

3. Скорость звука v в различных средах

Среда	Скорость, м/с
Азот	334
Аммиак	415
Бетон	4750
Водород	1284
Воздух	331
Вода	1450
Гелий	965
Глицерин	1923
Железо	5900
Кислород	316
Метан	430
Стекло	4000
Угарный газ	338
Углекислый газ	259
Ртуть	1453
Эбонит	2405

4. Показатель преломления n

Вещество	Значение
Алмаз	2,42
Вода	1,33
Стекло	1,5

5. Основные обозначения

Обозначения	Наименование
t	время, с
x, y, z	текущие координаты прямоугольной декартовой системы координат, м
m	масса, кг
v	скорость, м/с
q	электрический заряд, Кл
F_K	сила Кулона, Н
E	напряженность электрического поля, В/м
W	энергия, Дж
C	электрическая емкость, Ф
P	поляризованность, Кл/м ²
H	напряженность магнитного поля, А/м
B	магнитная индукция, Тл
N	поток, В·м
L	индуктивность, Гн
ϵ	относительная диэлектрическая проницаемость
λ	длина волны, м
ν	частота, Гц
ω	циклическая частота, с ⁻¹
T	период, с
I	интенсивность света, Кд
$r_2 - r_1$	геометрическая разность хода, м
Δ	оптическая разность хода, м
$\Theta, \varphi, \alpha, \beta$	угол, град
n	показатель преломления

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов. – 10-е изд., испр. – Москва : Высшая школа, 2005. – 560 с.

2. Детлаф, А. А. Курс физики : учеб. пособие для студентов вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 4-е изд., испр. – Москва : Академия, 2003. – 720 с.

3. Савельев, И. В. Курс физики : в 3 т. : учеб. пособие. Т. 2 : Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 480 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ГЛАВА 1. КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ.....	7
§ 1.1. Основные понятия.....	7
§ 1.2. Свободные колебания без трения.....	9
§ 1.3. Примеры гармонических колебаний.....	11
§ 1.4. Способы изображения гармонических колебаний.....	15
§ 1.5. Сложение гармонических колебаний.....	16
§ 1.6. Затухающие колебания.....	20
§ 1.7. Вынужденные колебания.....	22
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.1. Изучение резонанса напряжений в колебательном контуре.....	27
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.2. Исследование затухающих колебаний в колебательном контуре.....	32
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.3. Изучение релаксационных колебаний.....	39
Вопросы для самоподготовки.....	45
Примеры решения задач.....	46
Задачи для самостоятельного решения.....	49
ГЛАВА 2. ВОЛНЫ.....	51
§ 2.1. Волны в упругой среде.....	52
2.1.1. Характеристики волны.....	52
2.1.2. Уравнение плоской волны.....	54
2.1.3. Плотность и поток энергии.....	56
2.1.4. Принцип суперпозиции волн. Групповая скорость.....	57
2.1.5. Стоячие волны (интерференция волн).....	58
§ 2.2. Электромагнитные волны.....	60
§ 2.3. Уравнение электромагнитной волны.....	61
§ 2.4. Энергия электромагнитных волн.....	63
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.1. Определение скорости распространения волны в струне.....	65
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.2. Изучение дифракции света на ультразвуковых волнах.....	71
Вопросы для самоподготовки.....	75
Примеры решения задач.....	76
Задачи для самостоятельного решения.....	78

ГЛАВА 3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА.....	80
§ 3.1. Двухлучевая интерференция.....	80
§ 3.2. Когерентность световых волн.....	82
§ 3.3. Условие усиления и ослабления интенсивности света при интерференции.....	84
§ 3.4. Методы наблюдения интерференции света.....	86
3.4.1. Метод Юнга.....	86
3.4.2. Интерференция на тонких пленках	89
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.1. Изучение интерференции света с помощью бипризмы Френеля.....	91
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.2. Исследование интерференционных колец равного наклона для определения показателя преломления стекла	96
Вопросы для самоподготовки	101
Примеры решения задач	103
Задачи для самостоятельного решения.....	109
ГЛАВА 4. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.....	115
§ 4.1. Метод зон Френеля.....	115
§ 4.2. Дифракция Френеля	118
§ 4.3. Дифракция Фраунгофера.....	120
4.3.1. Дифракция на щели	120
4.3.2. Дифракционная решетка.....	122
§ 4.4. Дифракция рентгеновских лучей.....	124
§ 4.5. Характеристики оптических приборов	125
§ 4.6. Понятие о голографии.....	128
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.1. Определение длины волны и диаметра мелких частиц дифракционным методом.....	130
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.2. Измерение длины волны в спектре с помощью дифракционной решетки и гониометра.....	134
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.3. Зонная пластинка и киноформная линза.....	139
Вопросы для самоподготовки	144
Примеры решения задач	145
Задачи для самостоятельного решения.....	151
ГЛАВА 5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН.....	156
§ 5.1. Естественный и поляризованный свет.....	156
§ 5.2. Закон Малюса.....	158

§ 5.3. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков	159
§ 5.4. Двойное лучепреломление	161
§ 5.5. Интерференция поляризованного света.....	165
§ 5.6. Вращение плоскости поляризации	167
§ 5.7. Искусственная оптическая анизотропия.....	168
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.1. Изучение поляризации света при отражении.....	170
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.2. Изучение вращения плоскости поляризации раствором сахара в воде.....	174
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.3. Изучение закона Малюса.....	180
Вопросы для самоподготовки	184
Примеры решения задач	185
Задачи для самостоятельного решения.....	188
ГЛАВА 6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ВЕЩЕСТВЕ	192
§ 6.1. Дисперсия света.....	192
§ 6.2. Электронная теория дисперсии света.....	193
§ 6.3. Поглощение света.....	194
§ 6.4. Рассеяние света	195
§ 6.5. Эффект Доплера.....	196
§ 6.6. Эффект Вавилова – Черенкова.....	198
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6.1. Определение показателя преломления жидкостей.....	200
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6.2. Определение коэффициента диффузии в неоднородной жидкости	205
Вопросы для самоподготовки	210
Примеры решения задач	211
Задачи для самостоятельного решения.....	213
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	214
1. Основные физические постоянные.....	214
2. Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ	215
3. Скорость звука υ в различных средах	215
4. Показатель преломления n	215
5. Основные обозначения.....	216
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	217

Дырдин Валерий Васильевич
Мальшин Анатолий Александрович
Ким Татьяна Леонидовна

Физика
Колебания и волны. Оптика

Учебное пособие

Редактор З. М. Савина

Подписано в печать 26.08.2016. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Уч.-изд. л. 13,00
Тираж 150 экз. Заказ

КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28

Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А