

В. В. Дырдин А. А. Мальшин Т. И. Янина

Физика

Электричество и магнетизм

Кемерово 2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

В. В. Дырдин А. А. Мальшин Т. И. Янина

Физика

Электричество и магнетизм

Учебное пособие

Кемерово 2014

УДК 537

Рецензенты:

Кафедра физики ФГБОУ ВПО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности» (заведующий кафедрой доктор технических наук, профессор А. М. Осинцев)

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики ФГБОУ ВПО «Кемеровский государственный университет»
А. В. Ханефт

Дырдин, В. В. Физика. Электричество и магнетизм : учеб. пособие / В. В. Дырдин, А. А. Мальшин, Т. И. Янина ; КузГТУ. – Кемерово, 2014. – 208 с.

ISBN 978-5-89070-1038-1

Пособие написано в соответствии с ФГОС-3 для высшего специального образования. Включает лабораторные работы и задачи по основным темам курса физики. Каждый раздел содержит теоретическое введение, примеры решения задач, описание лабораторных работ и задачи для самостоятельного решения.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 21.05.04 «Горное дело» и 21.05.05 «Физические процессы горного производства».

Печатается по решению редакционно-издательского совета КузГТУ.

УДК 537

© КузГТУ, 2014

© Дырдин В. В., Мальшин А. А.,
Янина Т. И., 2014

ISBN 978-5-89070-1038-1

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>ПРЕДИСЛОВИЕ</i>	7
<i>ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ</i>	10
<i>ГЛАВА I. ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ</i>	11
§ 1.1. Системы электроизмерительных приборов.....	11
§ 1.2. Многопредельные электроизмерительные приборы.....	14
§ 1.3. Электронно-лучевой осциллограф	15
§ 1.4. Вопросы для самоподготовки	17
<i>ГЛАВА II. ЭЛЕКТРОСТАТИКА</i>	19
§ 2.1. Электрическое поле в вакууме.....	19
2.1.1. Электрический заряд.....	19
2.1.2. Закон Кулона.....	20
2.1.3. Характеристики электрического поля.....	21
2.1.4. Теорема Остроградского – Гаусса.....	25
§ 2.2. Электрическое поле в диэлектриках	29
2.2.1. Типы диэлектриков	30
2.2.2. Поляризация диэлектрика.....	31
§ 2.3. Проводники в электростатическом поле.....	34
2.3.1. Распределение зарядов в проводнике.....	34
2.3.2. Электроемкость уединенного проводника	35
2.3.3. Конденсаторы.....	36
2.3.4. Энергия конденсатора и электрического поля.....	38
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.1 Изучение квазистатических электрических полей.....	39
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.2 Определение диэлектрической проницаемости неполярного диэлектрика и поляризуемости его молекул	46
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.3 Определение электроемкости конденсатора методом моста Сотти.....	51

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.4 Изучение электрических свойств сегнетоэлектриков.....	54
§ 2.4. Вопросы для самоподготовки	61
§ 2.5. Примеры решения задач	63
§ 2.6. Задачи для самостоятельного решения	72
ГЛАВА III. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.....	78
§ 3.1. Характеристики тока – сила тока, плотность тока	78
§ 3.2. Условия существования тока	79
§ 3.3. Закон Ома	81
3.3.1. Закон Ома для однородного участка цепи.....	81
3.3.2. Закон Ома для неоднородного участка цепи.....	82
3.3.3. Закон Ома для полной цепи.....	82
3.3.4. Сопротивление проводников	83
3.3.5. Закон Ома в дифференциальной форме	86
§ 3.4. Закон Джоуля – Ленца	86
3.4.1. Работа и мощность электрического тока	86
3.4.2. Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме	87
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.1 Измерение сопротивления методом амперметра – вольтметра	88
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.2 Определение удельного сопротивления резистивного провода.....	94
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.3 Измерение сопротивления при помощи моста Уитстона	99
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.4 Изучение температурной зависимости сопротивления металлов и полупроводников.....	105
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.5 Определение работы выхода электронов из металла	110
§ 3.5. Вопросы для самоподготовки	116
§ 3.6. Примеры решения задач	118
§ 3.7. Задачи для самостоятельного решения	120
ГЛАВА IV. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ	123

§ 4.1. Основные понятия	123
4.1.1. Индукция магнитного тока.....	123
4.1.2. Магнитные моменты атомов	125
§ 4.2. Закон Био – Савара – Лапласа	126
4.2.1. Индукции магнитного поля прямого тока	127
4.2.2. Расчет магнитного поля кругового тока	128
§ 4.3. Действие магнитного поля на движущиеся заряды.....	129
4.3.1. Проводник с током в магнитном поле	130
4.3.2. Контур с током в магнитном поле	130
4.3.3. Сила Лоренца	131
4.3.4. Эффект Холла	133
§ 4.4. Закон полного тока	134
§ 4.5. Теорема Гаусса для магнитного поля.....	137
§ 4.6. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле	138
§ 4.7. Магнитные свойства вещества.....	138
4.7.1. Диа- и парамагнетики.....	138
4.7.2. Ферромагнетики	140
4.7.3 Магнитное поле в веществе.....	140
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.1 Определение горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли	141
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.2 Определение удельного заряда электрона методом магнетрона	145
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.3 Изучение магнитного поля соленоида с помощью датчика Холла	150
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.4 Исследование свойств ферромагнетиков	155
§ 4.8. Вопросы для самоподготовки	161
§ 4.9. Примеры решения задач	163
§ 4.10. Задачи для самостоятельного решения	167

ГЛАВА V. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ	172
§ 5.1. Явление электромагнитной индукции	172
§ 5.2. Явление самоиндукции	174
§ 5.3. Явление взаимной индукции	176
§ 5.4. Применение явлений электромагнитной индукции	177
5.4.1. Генератор переменного тока	177
5.4.2. Вихревые токи (токи Фуко).....	178
5.4.3. Трансформатор.....	179
5.4.4. Токи при размыкании и замыкании цепи	180
§ 5.5. Энергия магнитного поля	181
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.1 Определение индуктивности катушки	182
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.2 Определение индуктивности соленоида баллистическим методом	187
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.3 Изучение явления взаимной индукции.....	192
§ 5.6. Вопросы для самоподготовки	198
§ 5.7. Примеры решения задач	200
§ 5.8. Задачи для самостоятельного решения	203
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	205
1. Основные физические постоянные.....	205
2. Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ	206
3. Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент α проводников.....	206
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	207

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей «Горное дело» и «Физические процессы горного производства». Необходимость данного курса возникла в связи с возрастанием требований к теоретической подготовке специалистов по специальностям «Горное дело» и «Физические процессы горного производства».

В данном пособии лабораторные работы распределены по основным темам курса физики. Каждая тема начинается теоретическими положениями по выбранному кругу физических задач, они содержат фундаментальные принципы, основные формулы и их качественный анализ.

При изучении курса физики большое значение имеет практическое применение теоретических знаний, главное из которых – умение самостоятельно решать задачи. Выработка приемов и навыков решения конкретных задач из разных областей физики помогает в дальнейшем решать и сложные инженерные задачи.

Не приступайте к решению задач, не изучив теоретический материал на соответствующую тему.

Прежде чем приступить к решению той или иной задачи, необходимо хорошо понять ее содержание и поставленные вопросы.

При решении задач целесообразно придерживаться следующей схемы:

- по условию задачи представьте себе физическое явление, о котором идет речь. Сделайте краткую запись условия, выразив исходные данные в единицах СИ;
- сделайте, где это необходимо, чертеж, схему или рисунок, поясняющие описанный в задаче процесс;
- напишите уравнения или систему уравнений, отображающих физический процесс;
- используя чертежи и условие задачи, преобразуйте уравнения так, чтобы в них входили лишь исходные данные и табличные величины;
- решив задачу в общем виде, проверьте ответ по равенству размерностей величин, входящих в расчетную формулу;
- осуществите вычисления и, получив числовой ответ, оцените его реальность.

С первых занятий в лаборатории студент учится работать с приборами. Он должен иметь представление об устройстве и принципе действия используемых приборов. К каждому выполняемому эксперименту нужно относиться как к научному исследованию. Самое ценное, что может дать лабораторный практикум, – умение обдумывать свои опыты, применять теоретические знания в экспериментальной работе, правильно планировать эксперимент и избегать ошибок.

Подготовка к выполнению лабораторной работы начинается с прочтения описания лабораторной работы и учебников по изучаемой теме. Это необходимо, чтобы получить представление о явлениях, закономерностях и порядках измеряемых величин, а также о методе измерения и используемых приборах, последовательности действий при проведении измерений.

В начале выполнения работы студент должен ознакомиться с экспериментальной установкой, проверить приборы (разобраться, как они регулируются, включаются и выключаются).

Все сведения о приборах (класс точности, максимальное значение на шкале, по которой производятся измерения, и цена деления) и условиях эксперимента необходимо записать в *рабочую тетрадь*. Первые измерения должны быть контрольными, чтобы убедиться, что все работает нормально, диапазон и точность измерений выбраны правильно.

При проведении измерений все записи результатов должны быть сделаны в *рабочей тетради* четко и подробно, с нужными пояснениями. Если выясняется, что разброс результатов измерений очень большой, то нужно поискать и устранить причину этого, но не выполнять большое количество измерений для получения необходимой точности результата.

Проведение расчетов удобно проводить в той же *рабочей тетради*. Для измеряемых величин окончательные результаты должны быть представлены в виде среднего значения, погрешности (абсолютной и относительной) количества проведенных измерений. После проведения расчетов в *отчете* по лабораторной работе привести *примеры расчетов* и заполнить *таблицы*.

Представление результатов в виде таблиц и графиков для оценки качества полученных результатов измерений позволит сравнить их с данными, приводимыми в справочниках.

Вывод по работе должен содержать ответы на следующие вопросы:

- что изучали (какое явление, процесс, закон) и каким способом проводили изучение (каким методом, прибором)?
- что и как измеряли (какие параметры), какие характеристики рассчитали и с какой погрешностью?
- каково расхождение экспериментально полученных данных с теоретическими значениями, чем можно объяснить расхождение результатов (какая физическая причина)?
- какие зависимости установлены (по графикам)?

Важнейшая задача, которую всегда приходится решать экспериментатору, состоит в том, как получить правильные значения измеряемых величин и как оценить степень их достоверности. Студент должен уметь быстро и грамотно строить необходимые графики.

При построении графиков необходимо пользоваться следующими правилами:

- Построить координатные оси с учетом выбранного удобного масштаба. Если результаты измерений далеко за пределами нулевых отметок и если не требуется привязки к нулевой отметке по условиям задачи, то совсем необязательно, чтобы пересечение осей координат совпадало с началом отсчета по каждой оси.
- Возле каждого конца осей координат указывается измеряемая физическая величина с множительным коэффициентом и единицами измерений.
- Через экспериментальные точки проводится плавная линия таким образом, чтобы сумма квадратов расстояний от экспериментальных точек до линии принимала минимальное значение (причем она может проходить не через все отмеченные точки, а близко к ним, так чтобы эти точки находились по обе стороны кривой на одинаковом от нее расстоянии, не превышающем абсолютные погрешности данного измерения). В программе Microsoft Excel этой линией является линия тренда, для которой определяется уравнение кривой и коэффициент достоверности аппроксимации.

Авторы глубоко благодарны рецензентам доктору физико-математических наук, профессору А. В. Ханефту и доктору технических наук, профессору А. М. Осинцеву за ценные замечания и обсуждение некоторых методологических аспектов пособия.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Обозначения	Наименование
t	время, с
x, y, z	текущие координаты прямоугольной декартовой системы координат, м
m	масса, кг
v	скорость, м/с
q	электрический заряд, Кл
τ	линейная плотность заряда, Кл/м
σ	поверхностная плотность заряда, Кл/м ²
ρ	объемная плотность заряда, Кл/м ³
I	сила тока, А
F_K	сила Кулона, Н
E	напряженность электрического поля, В/м
D	электрическое смещение, Кл/м ²
u	электрическое напряжение, В
φ	электрический потенциал, В
A	работа, Дж
W	энергия, Дж
E_i	ЭДС, В
C	электрическая емкость, Ф
P	поляризованность, Кл/м ²
j	плотность электрического тока, А/м ²
H	напряженность магнитного поля, А/м
B	магнитная индукция, Тл
F_A	сила Ампера, Н
F_L	сила Лоренца, Н
N	поток, В·м
L	индуктивность, Гн
ϵ	относительная диэлектрическая проницаемость
μ	относительная магнитная проницаемость

ГЛАВА I. ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

§ 1.1. Системы электроизмерительных приборов

Электроизмерительным прибором называется устройство, служащее для измерения электрических величин. По принципу действия электроизмерительные приборы делятся на следующие системы: магнитоэлектрическую, электромагнитную, электродинамическую, индукционную, термоэлектрическую, электростатическую, вибрационную, электронную. Краткое описание и обозначение системы на шкале прибора приведено в табл. 1.1. Другие условные обозначения на шкалах приборов приведены в табл. 1.2.

Отношение минимальной абсолютной погрешности ΔA к предельному (максимальному) значению измеряемой величины A_{\max} данным прибором называется приведенной относительной погрешностью:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{\Delta A}{A_{\max}} 100\% . \quad (1.1)$$

Приведенная относительная погрешность $\varepsilon_{\text{пр}}$, выраженная в процентах, определяет класс точности прибора (γ). Применяются следующие классы точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Обозначение класса точности записывается на его шкале в виде соответствующих цифр. Иногда класс точности обозначается числом в кружке. Приборы класса точности 0,05 дают наименьшую относительную погрешность измерения и употребляются в точных лабораторных исследованиях, а также как образцовые приборы для проверки менее точных приборов. Приборы остальных классов 0,1–4 относятся к техническим.

Зная класс точности прибора, можно найти относительную погрешность конкретного измерения ε :

$$\varepsilon = \gamma \frac{X_{\text{пред}}}{X} \% , \quad (1.2)$$

где X – показания прибора.

Общая формула для расчета минимальной абсолютной погрешности имеет вид

$$\Delta A_{\text{приб}} = \frac{\gamma}{100} A_{\max} , \quad (1.3)$$

где γ – класс точности прибора; A_{\max} – верхний предел измерений прибора.

Таблица 1.1

Системы электроизмерительных приборов

Наименование системы	Условные обозначения	Род тока	Приборы данной системы
Магнитоэлектрическая*		Постоянный	Гальванометры, миллиамперметры и милливольтметры, регистрирующие приборы
Электромагнитная**		Постоянный, переменный	Щитовые амперметры и вольтметры, фазометры
Электродинамическая***		Постоянный, переменный	Миллиамперметры переменного тока, переносные амперметры и вольтметры, ваттметры
Электродинамическая со сталью (ферродинамическая)		Переменный	Регистрирующие: амперметры, вольтметры и ваттметры переменного тока
Индукционная		Переменный	Счетчики электрической энергии
Вибрационная		Переменный	Герцметры в цепях переменного тока
Электростатическая		Постоянный, переменный	Вольтметры и киловольтметры постоянного и переменного тока


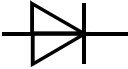









* – самые чувствительные из всех систем, самые точные приборы постоянного тока. Шкала прибора – равномерная.

** – самые прочные и дешевые. Относительно низкая чувствительность. Шкала прибора – неравномерная.

*** – самые точные из приборов переменного тока. Шкала неравномерная. Рабочая часть начинается от 15–20 % шкалы.

Таблица 1.2

*Условные обозначения, применяемые на шкалах
электроизмерительных приборов*

Условное обозначение	Содержание обозначения	Условное обозначение	Содержание обозначения
1,5	Класс точности прибора 1,5		Измерительная цепь изолирована от корпуса и испытана напряжением 2 кВ
	Выпрямительный преобразователь		Прибор нормально работает в вертикальном положении
	Прибор предназначен для работы в цепях постоянного тока		Прибор нормально работает в горизонтальном положении
	Переменный однофазный ток		Прибор нормально работает под углом 60°
	Трехфазный ток		Зажим для заземления
	Прибор нормально работает при частоте 50 Гц		Вторая категория защищенности прибора от влияния внешних магнитных полей

Из вышесказанного следует, что чем ближе измеряемая величина к предельному значению прибора, тем меньше относительная ошибка, тем она ближе к значению класса точности прибора. Электроизмерительный прибор или его предел для работы следует выбирать так, чтобы значение измеряемой величины было близким к предельному (наибольшему) значению шкалы прибора.

Важнейшей характеристикой измерительного прибора является его внутреннее сопротивление, определяемое как

$$R_{\text{пр}} = \frac{u_{\text{max}}}{I_{\text{max}}}, \quad (1.4)$$

где u_{max} , I_{max} – максимально допустимые значения напряжения и силы тока, протекающего через прибор.

§ 1.2. Многопредельные электроизмерительные приборы

Через измерительный механизм рассмотренных выше электроизмерительных приборов, особенно магнитоэлектрической системы, можно пропускать очень слабый ток. Однако прибор можно использовать для измерения больших токов, если параллельно измерительному механизму подключить дополнительное малое сопротивление, которое называют шунтом. Шунты изготавливаются из материала с малым температурным коэффициентом сопротивления, имеют форму спиралей, лент или стержней. Если к прибору подключить несколько шунтов, то это даст возможность иметь несколько пределов измерения силы тока. Такой прибор называется многопредельным амперметром. Многопредельный прибор, как правило, имеет переключатель на несколько пределов измерения (пределы указаны около ручки переключения), одну общую клемму * и ряд других клемм ("1, 2, ..."), около которых указаны пределы измерений.

Если последовательно с измерительным механизмом подключить добавочное большое сопротивление, то прибор может быть использован в качестве вольтметра – прибора для измерения напряжения. Вольтметр в электрическую цепь включается параллельно тому участку, на котором измеряется напряжение.

Для сохранения целостности и работоспособности многопредельного электроизмерительного прибора, например амперметра при включении его в электрическую цепь с неизвестной силой тока, следует придерживаться следующих правил.

1. С помощью ручки переключения пределов устанавливается максимальный предел на приборе.

2. Если при замыкании цепи отклонение стрелки амперметра будет незначительным, нужно последовательно уменьшать пределы измерения до тех пор, пока отклонение стрелки не окажется в правой части шкалы, где точность измерения будет больше (погрешность меньше).

3. Для выбранного предела определяют цену одного деления шкалы амперметра

$$Z = I_{\max} / m, \quad (1.5)$$

где Z – цена одного деления шкалы амперметра для выбранного предела измерений; m – число всех делений шкалы прибора; I_{\max} –

максимальное значение силы тока (напряжения), которое может быть измерено на выбранном пределе измерения.

4. Величина измеряемого тока (напряжения) вычисляется

$$I = Zk, \quad (1.6)$$

где k – деление шкалы прибора, на которое отклонится стрелка при включении прибора в электрическую цепь.

Аналогично определяется цена деления вольтметра.

§ 1.3. Электронно-лучевой осциллограф

Осциллограф (от лат. «*oscillum* – осцилум» – колебание, греч. «*γράφω* – графо» – пишу) служит для визуального наблюдения электрических сигналов и измерения их параметров. Это универсальный прибор, позволяющий измерять напряжение, частоту, разность фаз, временные интервалы и другие параметры сигналов.

Основными узлами электронного осциллографа (ЭО) являются:

- электронно-лучевая трубка (ЭЛТ);
- канал вертикального отклонения луча Y (КВО);
- канал горизонтального отклонения луча X (КГО);
- канал управления яркостью луча Z ;
- калибратор (эталонный генератор импульсных сигналов).

Электронно-лучевая трубка формирует узкий электронный луч, попадающий на люминесцирующий экран и описывающий форму исследуемого сигнала, подаваемого на вертикально отклоняющие пластины при условии, что на горизонтально отклоняющие пластины подано линейно изменяющееся напряжение, обеспечивающее движение электронного луча в горизонтальном направлении с постоянной скоростью, т. е. прямо пропорционально времени.

Формирование электронного луча осуществляется модулятором (M), работающим по аналогии с управляющей сеткой электронной лампы и регулирующим количество электронов в луче (яркость). Аноды $A1$ и $A2$ предназначены для фокусировки электронов на экране трубки. Анод $A3$ служит для увеличения скорости электронов в луче, что важно для возбуждения люминофора экрана.

Рассмотрим кратко работу и назначение остальных узлов осциллографа. Исследуемый сигнал по коаксиальному кабелю через входной делитель подается на эмиттерный повторитель, нагрузкой

которого является линия задержки (обычно отрезок кабеля). Эмиттерный повторитель имеет высокое входное сопротивление и малую входную емкость, что способствует отсутствию искажения слабых сигналов. Благодаря своему низкому выходному сопротивлению он согласован с волновым сопротивлением линии задержки. Задержка поступления сигнала относительно начала действия развертки дает возможность наблюдать передний фронт сигнала, особенно в режиме внутреннего запуска развертки от самого исследуемого сигнала при достижении им определенного уровня. После усиления сигнал поступает на вертикально отклоняющие пластины трубки, отклоняя луч на экране по вертикали, пропорционально напряжению сигнала.

Горизонтальное смещение луча, пропорциональное времени, осуществляется пилообразным напряжением, вырабатываемым генератором развертки и подаваемым на горизонтально отклоняющие пластины. Режим запуска генератора развертки может быть ждущим и периодическим. Запуск развертки при ждущем режиме осуществляется либо от внешнего синхронизирующего сигнала с входа X (внешний запуск), либо от исследуемого сигнала (внутренний запуск). При периодическом режиме генератор развертки запускается периодически либо от сети, либо работает автоматически с собственной, но регулируемой частотой.

К вспомогательным устройствам относятся калибраторы амплитуды и длительности. У многолучевых осциллографов электронно-лучевая трубка имеет несколько формирователей электронных лучей, общие для всех лучей горизонтально отклоняющие пластины, но отдельные для каждого луча вертикально отклоняющие пластины. При этом имеется несколько входов Y и несколько усилителей вертикального отклонения (по числу лучей). Запоминающие осциллографы имеют устройство памяти, запоминающее сигнал и затем подающее его на пластины уже после действия сигнала. Это позволяет наблюдать развертку сигналов очень малой длительности (наносекунды) в течение продолжительного времени (несколько минут).

Цифровые (аналого-цифровые) осциллографы дополнительно имеют блоки АЦП, ОЗУ, АЛУ (микропроцессоры), позволяющие производить запись, обработку и воспроизведение входных сигналов, а также интерфейс для обмена информацией с ПК.

Характеристики осциллографа:

- чувствительность ЭЛТ – это величина, равная отношению отклонения луча l на экране к напряжению U , приложенному к отклоняющим пластинам;
- коэффициент отклонения равен отношению величины входного напряжения U к вызванному им отклонению луча l на 1 деление шкалы экрана ЭЛТ;
- коэффициент отклонения устанавливается переключателем «V/дел» на передней панели осциллографа (при измерении амплитуды сигнала);
- коэффициент развертки – время, необходимое для пробега лучом одного деления горизонтальной шкалы экрана ЭЛТ;
- коэффициент развертки устанавливается переключателем «Время/дел» на передней панели осциллографа.

§ 1.4. Вопросы для самоподготовки

1.4.1. По каким признакам классифицируются электроизмерительные приборы?

1.4.2. Для измерения напряжений использовался вольтметр с пределами измерений: 3, 15, 75 В и классом точности 1,5. Какие абсолютные погрешности для каждого предела измерений?

1.4.3. В чем заключается принцип действия электроизмерительных приборов магнитоэлектрической, электромагнитной и электродинамической систем?

1.4.4. Почему шкала у одних электроизмерительных приборов равномерная, у других – неравномерная?

1.4.5. Каковы особенности устройства и принципа действия астатического прибора?

1.4.6. Рассчитайте сопротивление шунта к миллиамперметру на 100 мА, для измерения тока до 2 А ($R_A = 0,1$ Ом).

1.4.7. Рассчитайте добавочное сопротивление к милливольтметру на 100 мВ, для измерения напряжения до 10 В ($R_V = 2$ кОм).

1.4.8. Для измерений тока использовался двухпредельный миллиамперметр на 300 и 750 мА. Шкала прибора имеет 150 делений. Чему равна цена деления шкалы прибора для каждого предела измерений?

1.4.9. Как выбрать нужный предел при использовании многопредельного амперметра?

1.4.10. Как определяется цена одного деления многопредельного электроизмерительного прибора?

1.4.11. Как следует включить реостат (переменное сопротивление) для изменения силы тока в цепи?

1.4.12. Как включить в цепь реостат в качестве потенциометра, то есть для изменения напряжения?

ГЛАВА II. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электродинамика – это раздел физики, в котором изучаются свойства электромагнитного поля и электромагнитные процессы в различных средах. Раздел электродинамики, в котором рассматривается теория неподвижных электрических зарядов, называется электростатика.

§ 2.1. Электрическое поле в вакууме

2.1.1. Электрический заряд

Существует два вида электрических зарядов, называемых положительный и отрицательный. Силы взаимодействия между зарядами таковы, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. В обычных условиях в любом теле содержится одинаковое количество положительных и отрицательных зарядов. Говорят, что в этом случае тело электрически нейтральное.

Опытным путем установлено, что электрические заряды квантуются, то есть всякий заряд есть совокупность элементарных зарядов. Наименьший отрицательный электрический заряд имеет частица, получившая название электрон, а наименьший положительный заряд – протон (позитрон). Заряды протона и электрона равны по модулю.

$$e = 1,6002 \cdot 10^{-19} \text{Кл} = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{СГСЭ ед.}$$

$$1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ ед.}$$

Если размеры заряженных тел значительно меньше расстояний между этими телами, то с высокой точностью их можно рассматривать как *точечные заряды*. Существует *закон сохранения электрического заряда*, суть его заключается в том, что *в изолированной системе полный электрический заряд остается постоянным*.

Изолированная система – это система, в которую из внешней среды через ее границы не проникают электрические заряды. Полный электрический заряд системы

$$q = q_1 + q_2 + \dots = \sum q_i = \text{const.}$$

Очевидно, величина заряда не зависит от скорости системы, в противном случае можно было бы изменить суммарный заряд изолированной системы.

2.1.2. Закон Кулона

Закон взаимодействия неподвижных зарядов был установлен экспериментально в 1785 г. французским физиком Ш. Кулоном.

Суть его заключается в том, что *сила взаимодействия двух точечных электрических зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.*

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r} ;$$

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r} .$$

Коэффициент k зависит от выбора единиц:

в СИ

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{М}}{\text{Ф}} ;$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} ;$$

в СГСЭ $k = 1$.

Экспериментально установлено, что каждый точечный заряд действует независимо от других и можно использовать принцип независимости действия сил. Поэтому с помощью закона Кулона можно вычислить силу взаимодействия между зарядами, сосредоточенными на телах конечных размеров. Тела обладают линейным, поверхностным и объемным распределением электрических зарядов.

Линейная плотность электрических зарядов

$$\tau = \frac{dq}{d\ell} .$$

Поверхностная плотность электрических зарядов

$$\delta = \frac{dq}{dS} .$$

Объемная плотность электрических зарядов

$$\rho = \frac{dq}{dV} .$$

2.1.3. Характеристики электрического поля

Взаимодействие электрических зарядов осуществляется посредством *электрического поля*, то есть каждый заряд создает поле, которое действует на другие заряды.

Напряженность электрического поля

Количественной характеристикой **силового** воздействия электрического поля на электрический заряд служит *напряженность электрического поля*, которая является векторной величиной

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}},$$

где $q_{\text{пр}}$ – пробный электрический заряд (заряд малых размеров, внесение которого не приводит к изменению электрического поля).

Если электрическое поле такое, что векторы напряженности электрического поля \vec{E} во всех его точках равны по модулю и совпадают по направлению, то оно называется однородным.

Найдем напряженность электрического поля заряда q_1 , пользуясь законом Кулона:

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_{12}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}.$$

Графически изображать электрическое поле с помощью векторов \vec{E} достаточно неудобно, так как они при этом накладываются друг на друга. М. Фарадей предложил изображать электрическое поле с помощью силовых линий. Силовыми линиями поля называют линии, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с вектором напряженности электрического поля (рис. 2.1). Их густота численно равна величине напряженности электрического поля \vec{E} в данной точке.

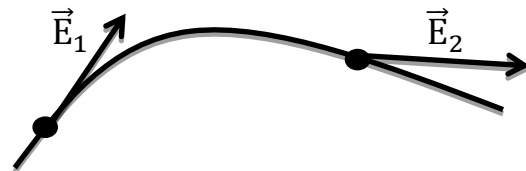


Рис. 2.1. Силовые линии

За единицу напряженности электрического поля принимается такая напряженность в данной точке, которая на заряд в этой точке, равный 1 Кл, действует с силой 1 Н. В СИ это 1 В/м.

Заряд в 1 Кл в вакууме на расстоянии 1 м создает поле напряженностью

$$E = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{В}}{\text{м}} .$$

В СИ

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{В}}{\text{м}} .$$

В Гауссовой системе

$$E = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{100^2} = 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ ед.}$$

Если поле создается системой зарядов, то каждый из них в точке поля будет создавать свою напряженность. Напряженность системы зарядов в любой точке поля равна векторной сумме напряженностей, которые создают каждый из зарядов в отдельности. В этом заключается принцип суперпозиции электрических полей. Данный принцип позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов. Аналитически это можно записать:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i .$$

Поле протяженных зарядов можно рассчитать, если их разбить на столь малые заряды dq , каждый из которых можно считать точечным зарядом.

Если источник электрического поля характеризуется непрерывным объемным распределением заряда, то напряженность электрического поля в точке $A(x, y, z)$ определяется формулой

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z) = \iiint \frac{\rho(x', y', z')}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r} dx' dy' dz' ,$$

где $\rho(x', y', z')$ – заряд, содержащийся в объеме $dV' = dx' dy' dz'$;

$\frac{\vec{r}}{r}$ – единичный вектор, направленный от точки $B(x', y', z')$ к точке $A(x, y, z)$, а интегрирование производится ко всему пространству, содержащему заряд, $r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$. Компонента E_x вектора \vec{E} определяется выражением

$$E_x(x, y, z) = \iiint \frac{(x - x')\rho(x', y', z') dx' dy' dz'}{4\pi\epsilon_0 [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{3/2}} .$$

Аналогично записываются компоненты E_y и E_z .

Потенциал электрического поля

Количественной характеристикой **энергии** электрического поля является *потенциал электрического поля*, который является скалярной величиной. Понятие потенциал впервые введено в математику Эйлером, а в физику – позднее Пуассоном.

Любое электростатическое поле является потенциальным. Действительно, в этом поле на точечный заряд действует консервативная сила

$$\vec{F}_i = q\vec{E}_i ,$$

работа которой по любой замкнутой траектории равна нулю.

$$A = \oint_{(L)} q\vec{E}_i d\vec{r} = 0 \text{ или } \oint_{(L)} \vec{E}_i d\vec{r} = 0 .$$

Это уравнение является необходимым и достаточным условием того, чтобы электростатическое поле было потенциальным. Работа поля при малом перемещении точечного заряда равна убыли потенциальной энергии заряда:

$$\delta A = q\vec{E}_i d\vec{r} = -dW_n .$$

Для заряда, находящегося в вакууме в поле, созданном n зарядами элементарная энергия электрического поля

$$dW_n = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i} d\vec{r}_i = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} dr_i .$$

После интегрирования получим

$$W_n = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} + c .$$

Силовой характеристикой поля служит напряженность, а энергетической – потенциал. Потенциал – физическая величина равна отношению потенциальной энергии точечного электрического заряда, помещенного в точке поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W_n}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} .$$

Следовательно, потенциалы, создаваемые различными зарядами в точке поля, складываются алгебраически. Если заряды распределены непрерывно, то потенциалы их поля равны

$$\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} .$$

Потенциал численно равен работе перемещения единичного точечного заряда силами поля из рассматриваемой точки в ту точку, где потенциал принят равным нулю.

$$A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

если $\varphi_2 = 0$, то

$$\varphi_1 = \frac{A_{1-2}}{q}.$$

Между силовой (E) и энергетической (φ) характеристиками поля существует связь:

$$\vec{F} = -\text{grad}W_n = -\text{grad}(\varphi \cdot q) = -q\text{grad}\varphi,$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = -\text{grad}\varphi.$$

За единицу потенциала в СИ принимается вольт $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$.

Если известен потенциал $\varphi(x, y, z)$, то напряжение поля \vec{E} определяется путем дифференцирования, по x, y, z . Обратная задача решается путем интегрирования:

$$\varphi = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r}.$$

Две точки электростатического поля, в которых значение потенциала одинаково, называются эквипотенциальными.

Электрическое поле диполя

Электрический диполь – это система, состоящая из двух точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние между которыми ℓ мало по сравнению с расстоянием r до рассматриваемой точки (рис. 2.2). Плечо диполя – вектор $\vec{\ell}$,

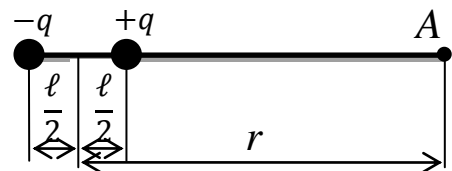


Рис. 2.2. Диполь

направленный от точечного заряда $-q$ до заряда $+q$ и по модулю равный расстоянию между ними ℓ . Электрический момент диполя: $\vec{P}_\ell = q \cdot \vec{\ell}$. Данный вектор совпадает по направлению с $\vec{\ell}$.

Найдем поле в точке A . В соответствии с принципом суперпозиции:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_+^2} \cdot \frac{\vec{r}_+}{r_+} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_-^2} \cdot \frac{\vec{r}_-}{r_-};$$

$$r_+ = r - \ell/2; \quad r_- = r + \ell/2; \quad \frac{\vec{r}_+}{r_+} = \frac{\vec{r}_-}{r_-} = \frac{\vec{\ell}}{\ell}.$$

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q\vec{\ell}}{\ell} \left[\frac{1}{r - \ell/2} - \frac{1}{r + \ell/2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2rq\vec{\ell}}{\left(r^2 - \frac{\ell^2}{4}\right)^2}.$$

Потенциал в точке A равен сумме потенциалов полей точечных зарядов $+q$ и $-q$:

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r - \ell/2} - \frac{q}{r + \ell/2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q\ell}{r^2 - \ell^2/4},$$

так как $\ell^2 \ll r^2$ и $q\vec{\ell} = \vec{P}_\ell$, то $\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\vec{P}_\ell}{r^3}$ и $\varphi_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P_\ell}{r^2}$.

Единица измерения электрического дипольного момента в СИ: $[p] = \text{Кл} \cdot \text{м}$.

Внесистемная единица измерения электрического дипольного момента дебай [Д]

$$1 \text{ Кл} \cdot \text{м} = \frac{3 \cdot 10^{11}}{10^{-18}} = 3 \cdot 10^{29} \text{ Д}.$$

$$1 \text{ Кл} \cdot \text{м} = 3 \cdot 10^9 \text{ ед. зар. СГСЭ} \cdot 10^2 \text{ см} = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{5/2} \cdot \text{Г}^{1/2} \text{с}^{-1}.$$

$$1 \text{ Д} = 10^{18} \text{ см}^{5/2} \cdot \text{Г}^{1/2} \text{с}^{-1}.$$

2.1.4. Теорема Остроградского – Гаусса

Применение данной теоремы упрощает вычисление напряженности электрического поля. Она была установлена Остроградским в виде некоторой общей математической теоремы и Гауссом – применительно к электрическому полю.

Предварительно введем новые понятия потока вектора напряженности электрического поля.

1. Поток вектора напряженности электрического поля сквозь малый участок поверхности dS :

$$dN = E dS \cos(\vec{E}, \vec{n}) = \vec{E} d\vec{S} = E_n dS,$$

где \vec{n} – нормальный единичный вектор к площади dS .

Участок dS выбирают таким образом, чтобы в его пределах можно было пренебречь неоднородностью поля и кривизной по-

верхности. Учитывается что:

$$E_n = E \cdot \cos(\vec{E}, \vec{n}) .$$

Поток напряженности электрического поля сквозь любую поверхность S равен алгебраической сумме потоков сквозь все малые участки этой поверхности:

$$N = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S} ,$$

при этом все векторы \vec{n} (направленные перпендикулярно к малым площадям dS) нужно направить в одну и ту же сторону относительно поверхности S .

2. Поток вектора напряженности электрического поля, системы точечных зарядов через замкнутую поверхность S .

Согласно принципу суперпозиции суммарный поток равен сумме потоков от каждого заряда в отдельности

$$N = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S \sum_{i=1}^n \vec{E}_i d\vec{S} = \sum_{i=1}^n \oint_S \vec{E}_i d\vec{S} = \sum_i N_i .$$

3. Замкнутая поверхность охватывает заряд.

Поток вектора напряженности \vec{E}_i через малый элемент dS поверхности

$$dN_i = E_i (dS_{\perp})_i ,$$

где dS_{\perp} – проекция $d\vec{S}_i$ на плоскость, перпендикулярную \vec{E} . Так как элемент dS мал, то с точностью до малых второго порядка можно считать, что dS_{\perp} совпадает с площадью $dS_{\text{сф}}$ сферы радиуса r_i с центром в месте нахождения заряда.

Тогда

$$dN_i = \underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_i^2} \right)}_{\vec{E}_i} \cdot \underbrace{(dS_{\perp})}_{dS \cos(\vec{E}, \vec{n})} = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \cdot \underbrace{\frac{dS_{\text{сф}}}{r_i^2}}_{d\Omega_i} ,$$

где $d\Omega_i$ телесный угол, под которым элемент $dS_{\text{сф}}$ виден из места расположения точечного заряда q_i .

Следовательно, получим

$$dN_i = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \cdot d\Omega_i .$$

Интегрируя по всей поверхности, то есть от 0 до 4π , получим:

$$N_i = \oint_S \vec{E}_i d\vec{S} = \int_0^{4\pi} \frac{q_i}{\varepsilon_0} \cdot \frac{d\Omega_i}{4\pi} = \frac{q_i}{\varepsilon_0}.$$

Тогда полный поток равен

$$N = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \sum_i N_i = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i.$$

Это соотношение называется теоремой Остроградского – Гаусса для электрического поля в вакууме.

При выводе данного соотношения принято, что $q_i > 0$, при $q_i < 0$ получим, что

$$dN_i = -E_i (dS_{\perp})_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_i^2} \cdot (dS_{\perp}) < 0.$$

4. Если замкнутая поверхность S не охватывает заряд, то основание конуса с вершиной в точке, где находится заряд, разбивает поверхность S на две части S_1 и S_2 .

Поток вектора напряженности электрического поля

$$N_i = N_{i1} + N_{i2}.$$

S_1 и S_2 видны под одним и тем же углом $d\Omega_i$. Следовательно, $|N_{i1}| = |N_{i2}|$, но они имеют разные знаки, так как векторы \vec{n} на каждом участке будут иметь разные направления относительно \vec{E} , то есть углы $\angle \vec{E}, \vec{n}_1$ острые, а углы $\angle \vec{E}, \vec{n}_2$ тупые.

$\sum N_i = 0$, то есть поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность, не охватывающую заряд, равен нулю.

Рассмотрим случаи применения теоремы Остроградского – Гаусса.

Поле заряда q , равномерно распределенного по поверхности сферы радиуса R .

Поверхностная плотность заряда

$$\delta = \frac{q}{4\pi R^2} \rightarrow q = \delta \cdot 4\pi R^2.$$

Электростатическое поле симметрично относительно центра сферы, следовательно, вектор \vec{E} имеет только одну составляющую E_r . Тогда для нахождения напряженности поля достаточно одного уравнения (теорема Остроградского – Гаусса)

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = E_r \oint dS = E_r \cdot 4\pi r^2 .$$

а) при $r < R$, так как $q = 0$, следовательно, $E_r = 0$, то есть поле внутри заряженной сферы равно нулю (рис. 2.3);

б) при $r > R$

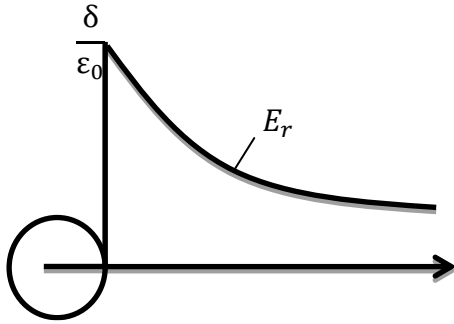


Рис. 2.3. Зависимость напряженности поля от расстояния до центра

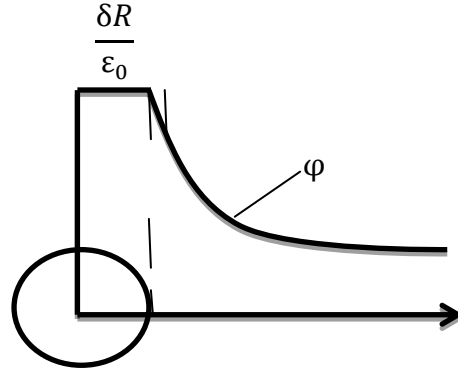


Рис. 2.4. Зависимость потенциала поля от расстояния до центра сферы

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = E_r \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\delta R^2}{\epsilon_0 r^2},$$

то есть вне заряженной сферы электростатическое поле совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центр сферы.

Определим потенциал, создаваемый сферой.

Так как напряженность электрического поля

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr},$$

то, интегрируя, получим

$$\varphi = -\int_{\infty}^r \frac{q dr}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r};$$

а) при $r \leq R$ (внутри сферы) напряженность поля \vec{E} равна нулю, поэтому внутри нее потенциал $\varphi = \text{const}$ и равен потенциалу на поверхности сферы (рис. 2.4) $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$;

б) при $r > R$ потенциал равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r},$$

то есть вне заряженной сферы электростатическое поле совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центр сферы.

Поле бесконечной однородно заряженной плоскости.

Из соображений симметрии вытекает, что напряженность поля в любой точке имеет направление, перпендикулярное к плоскости, так как плоскость однородно заряженная и бесконечная.

$|E| = |E^I| = |E^{II}|$ в силу симметрии (рис. 2.5). Применяя теорему Остроградского – Гаусса, получим $N = 2ES$, так как потоки через основания одинаковы и складываются, а через $S_{\text{бок}} = 0$. Тогда

$$2ES = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0},$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Поле двух разноименно заряженных плоскостей находим (рис. 2.6), используя принцип суперпозиции полей. Между плоскостями поле равно

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

а снаружи поле равно 0.

Если рассматривать, что расстояние между плоскостями много меньше реальных размеров, то этот результат справедлив и для плоскостей конечных размеров.

§ 2.2. Электрическое поле в диэлектриках

Диэлектрики – это вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток. Удельное электрическое сопротивление диэлектриков $\rho \approx 10^6 \div 10^{15}$ Ом · м (у метал-

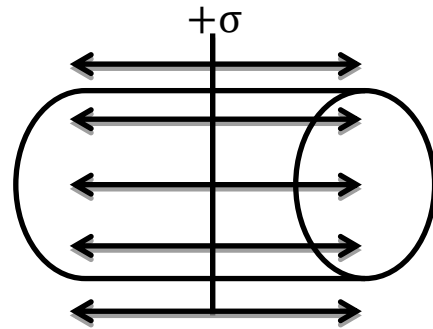


Рис. 2.5. Бесконечная заряженная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = \frac{dq}{ds}$

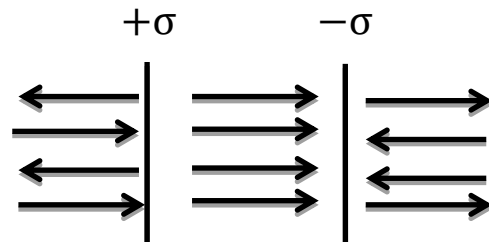


Рис. 2.6. Две бесконечные заряженные плоскости

лов $10^{-8} \div 10^{-6}$ Ом·м). В большинстве случаев молекулы диэлектриков электрически нейтральны, т. е. суммарный заряд электронов и атомных ядер равен нулю.

2.2.1. Типы диэлектриков

Хотя суммарный заряд атома или молекулы равен нулю, такая система создает электрическое поле, так как положительный заряд ядра (ядер) и отрицательные заряды электронов находятся в различных точках пространства.

В зависимости от строения весь обширный класс диэлектриков делится на три типа:

1. Диэлектрики, для атомов и молекул которых характерно симметричное распределение электронов относительно ядер (центры тяжести положительных и отрицательных зарядов в молекулах при отсутствии внешнего поля совпадают), не обладают собственным дипольным моментом. Они называются *неполярными*. К ним относятся H_2 , N_2 , CO_2 и другие.

2. Диэлектрики, в молекулах которых центры тяжести суммарного положительного заряда ($+q$) и суммарного отрицательного заряда ($-q$) не совпадают в пространстве. Такие молекулы можно рассматривать как жесткие электрические диполи и характеризовать дипольным моментом \vec{P}_e . Диэлектрики такого типа называются *полярными*. К ним относятся H_2O , CO , NH_3 и др.

Во внешнем электрическом поле деформации полярной молекулы малы, поэтому ими можно пренебречь. Если диполь попадает во внешнее электрическое поле, то на него действует пара сил $q\vec{E}$ и $-q\vec{E}$, модуль момента сил которой равен:

$$\vec{M} = [\vec{P}_e, \vec{E}] = qeE \sin\theta.$$

Момент силы \vec{M} направлен так, чтобы из его конца вращение \vec{P}_e и \vec{E} происходило по часовой стрелке. Под действием момента силы \vec{M} диполь стремится развернуться так, чтобы вектор \vec{P}_e совпадал с \vec{E} . В этом случае у него будет устойчивое положение равновесия.

Если диполь находится в неоднородном поле, направление которого изменяется по длине диполя, то на него действует не только вращающий момент, но и сила $\vec{F} = \text{grad}(\vec{P}_e, \vec{E})$, под действием которой он втягивается в область более сильного поля.

Таким образом, во внешнем электрическом поле диэлектрик

поляризуется. Это проявляется в том, что любой его малый объем приобретает дипольный электрический момент. Это называется ориентационной поляризацией.

3. К третьему типу относятся кристаллические диэлектрики (NaCl, KCl, KBr и др.). *Ионные кристаллы* представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. Их можно рассматривать как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток.

Ионная поляризация происходит в твердых диэлектриках, имеющих ионную кристаллическую решетку. Внешнее электрическое поле вызывает в таких диэлектриках смещение всех положительных ионов в направлении \vec{E} , а всех отрицательных ионов – в противоположную сторону.

2.2.2. Поляризация диэлектрика

При помещении диэлектрика в электрическое поле на границах диэлектрика возникают заряды (связанные), которые уменьшают поле внутри диэлектрика – это явление называется *поляризацией*. Величина, которая характеризует, во сколько раз уменьшается электрическое поле, называется относительной диэлектрической проницаемостью и обозначается ϵ .

Если два одинаковых по величине и противоположных по знаку электрических заряда q находятся на некотором расстоянии $\vec{\ell}$ друг от друга, то такая система называется *электрическим диполем*, которая характеризуется дипольным моментом \vec{P}_e :

$$\vec{P}_e = q \vec{\ell},$$

где q – заряд диполя; вектор $\vec{\ell}$ направлен от отрицательного заряда к положительному и называется плечом диполя.

Поляризация для разных типов диэлектриков различна.

1. Для *неполярных диэлектриков* наблюдается *электронная* (деформационная) *поляризация*. Во внешнем электрическом поле происходит деформация электронных оболочек атомов и молекул. Центры положительных и отрицательных зарядов смещаются друг

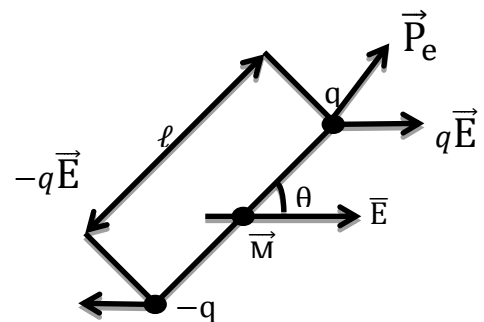


Рис. 2.7. Диполь в электрическом поле

относительно друга. Под действием поля неполярная молекула приобретает индуцированный дипольный электрический момент \vec{P}_e , пропорциональный напряженности внешнего электрического поля \vec{E} . Его значение можно найти из формулы

$$P_e = 4\pi\epsilon_0 R^3 E,$$

где R – радиус облака электронов, равный размеру атомов – 10^{-10} м.

Вектор \vec{P}_e совпадает по направлению с вектором \vec{E} поэтому

$$\vec{P}_e = \alpha\epsilon_0\vec{E},$$

где $\alpha = 4\pi R^3$ – *поляризуемость атома*. Неполярная молекула подобна упругому диполю, длина плеча которого пропорциональна растягивающей силе.

2. Для *полярных диэлектриков* наблюдается *ориентационная поляризация* (рис. 2.7). Во внешнем электрическом поле деформации полярной молекулы малы, поэтому ими можно пренебречь. Если диполь попадает во внешнее электрическое поле, то на него действует пара сил $q\vec{E}$ и $-q\vec{E}$, модуль момента сил которой равен:

$$\vec{M} = [\vec{P}_e, \vec{E}] = qeE\sin\theta.$$

Момент силы \vec{M} направлен так, чтобы из его конца вращение \vec{P}_e и \vec{E} происходило по часовой стрелке. Под действием момента силы \vec{M} диполь стремится развернуться так, чтобы вектор \vec{P}_e совпал с \vec{E} . В этом случае у него будет устойчивое положение равновесия.

Если диполь находится в неоднородном поле, направление которого изменяется по длине диполя, то на него действует не только вращающий момент, но и сила $\vec{F} = \text{grad}(\vec{P}_e, \vec{E})$, под действием которой он втягивается в область более сильного поля.

Таким образом, во внешнем электрическом поле диэлектрик поляризуется. Это проявляется в том, что любой его малый объем приобретает дипольный электрический момент.

3. *Ионная поляризация* происходит в твердых диэлектриках, имеющих ионную кристаллическую решетку. Внешнее электрическое поле вызывает в таких диэлектриках смещение всех положительных ионов в направлении \vec{E} , а всех отрицательных ионов – в противоположную сторону.

Количественной мерой поляризации диэлектрика служит вектор электрической поляризации

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{P}_{ei},$$

где \vec{P}_{ei} – электрический дипольный момент i -й молекулы; n – число молекул в объеме ΔV .

Вектор электрического смещения \vec{D}

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

где \vec{P} – дипольный момент единицы объема диэлектрика – *поляризованность диэлектрика*, величина, характеризующая поляризацию диэлектрика.

Для неполярного диэлектрика

$$\vec{P} = \alpha n_0 \varepsilon_0 \vec{E}_{\text{лок}},$$

где ε_0 – электрическая постоянная; $\alpha = 4\pi r^3$ – множитель, пропорциональный третьей степени радиуса молекулы и называемый *поляризуемостью молекулы*; $\vec{E}_{\text{лок}}$ – напряженность локального поля, которое создается свободными зарядами вне диэлектрика и зарядов всех молекул внутри диэлектрика за исключением зарядов рассматриваемой молекулы, то есть

$$\vec{E}_{\text{лок}} = \vec{E} + \frac{1}{3\varepsilon_0} \vec{P},$$

где \vec{E} – среднее макроскопическое поле в диэлектрике.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \frac{3\alpha n_0 \varepsilon_0}{3 - n_0 \alpha} \vec{E} = \frac{3 + 2\alpha n_0}{3 - n_0 \alpha} \varepsilon_0 \vec{E}.$$

С позиции физики процесса поляризации неполярного диэлектрика диэлектрическая проницаемость зависит от концентрации молекул и их поляризуемости:

$$\varepsilon = \frac{3 + 2n_0 \alpha}{3 - n_0 \alpha},$$

где n_0 , α – концентрация молекул и их поляризуемость соответственно.

Концентрацию можно найти по известной формуле

$$n_0 = \frac{\rho N_A}{M},$$

где ρ , M – плотность жидкости и ее молярная масса соответственно; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ – постоянная Авогадро.

Тогда поляризуемость молекул диэлектрика будет равна

$$\alpha = \frac{3\varepsilon - 3}{2n_0 + n_0\varepsilon} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{3(\varepsilon - 1)M}{(2 + \varepsilon)\rho N_A}.$$

§ 2.3. Проводники в электростатическом поле

2.3.1. Распределение зарядов в проводнике

Вне электростатического поля ($\vec{E} = 0$) поля электронов и ионов взаимно компенсируют друг друга (рис. 2.8).

При помещении незаряженного проводника во внешнее электрическое поле заряды перераспределяются: «+» смещаются в направлении поля, а «-» в противоположном направлении. Перераспределение будет происходить до тех пор, пока напряженность поля индукционных зарядов \vec{E}_2 не станет равно \vec{E}_1 в результате:

$$\vec{E}_{\text{сум}}^{\text{вн}} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 = 0.$$

На этом основана электростатическая защита. Когда прибор защищают от действия внешних электростатических полей, его помещают в металлический экран (можно в виде густой сетки). При этом выполняются следующие условия:

1. Внутри проводника $\vec{E} = 0$, а у поверхности $\vec{E}_1 = \vec{E}_n$ ($\vec{E}_\tau = 0$).
2. Весь объем проводника эквипотенциален, то есть поля внутри металла нет.
3. Поверхность проводника эквипотенциальна, то есть

$$-\frac{d\varphi}{d\ell} = +E_\tau = 0.$$

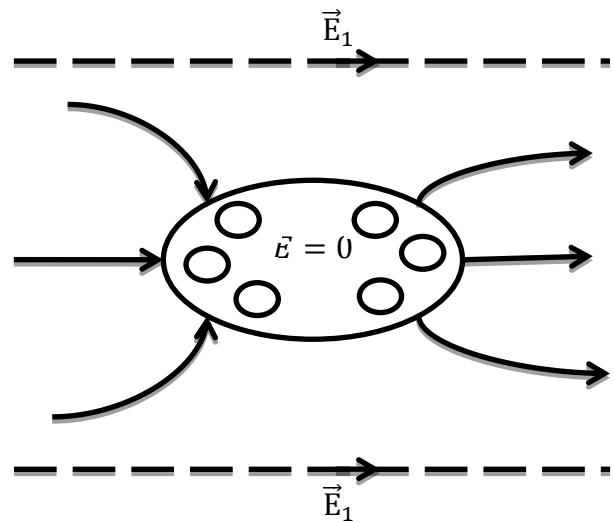


Рис. 2.8. Проводник в электрическом поле

4. Некомпенсированные заряды в проводнике располагаются только на его поверхности.

Граничные условия (на границе металл – воздух) в виде

$$dS(D_{2n} - D_{1n}) = q_{\text{ОХВ}}^{\text{своб}} = 0 ,$$

так как поля в проводнике нет, отсюда следует, что,

$$D_{2n} = \sigma , \rightarrow E_{2n} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} ,$$

но, с другой стороны,

$$E_{2n} = -\frac{d\phi}{dn} ,$$

тогда

$$-\frac{d\phi}{dn} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \rightarrow \sigma = -\epsilon\epsilon_0 \frac{d\phi}{dn} .$$

Заряды на проводнике располагаются с плотностью, зависящей от формы проводника. Поверхностная плотность свободных зарядов на остриях и выступах больше, чем на участках, имеющих меньшую кривизну. Иллюстрацией сказанному явлению является отклонение пламени свечи в электрическом поле – «электрический ветер» или *сетка Кольбе* (рис. 2.9).

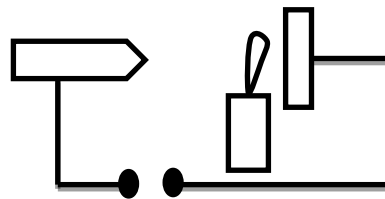


Рис. 2.9. Электрический ветер

В сильном электрическом поле происходит ионизация (ударная) воздуха вблизи острия. Ионы, заряженные положительно, движутся от острия и увлекают молекулы воздуха.

2.3.2. Емкость уединенного проводника

Если влиянием других тел на рассматриваемый проводник можно пренебречь, то он называется уединенным. Мы уже установили, что характер распределения зарядов по поверхности проводника, находящегося в однородной, изотропной, диэлектрической среде, зависит только от формы его поверхности. При этом поверхностная плотность зарядов σ в каждой точке пропорциональна общему заряду q , то есть $\sigma = Kq$, где K функция координат, зависящая от формы и размеров поверхности. Заряд будет изменяться и при изменении потенциала проводника ϕ , но при этом отношение

$$\frac{q}{\varphi} = C$$

остается для данного проводника постоянным независимо от величины проводника. Коэффициент пропорциональности между зарядом и потенциалом C называется *электроемкостью проводника*.

Рассчитаем электроемкость проводящего шара радиусом R . Пусть его заряд q , то при $r \geq R$

$$E_r = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

$$\varphi = - \int_{\infty}^R E_r dr = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R};$$

следовательно,

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

Электроемкость проводника зависит от размеров проводника и электрических свойств среды, но не зависит от заряда и потенциала.

2.3.3. Конденсаторы

Конденсатором называется система из двух проводников, разделенных слоем диэлектрика. Проводники, составляющие конденсатор, называются обкладками. В зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Под емкостью C конденсатора понимается физическая величина, равная отношению заряда q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Отсюда следует, что электроемкость измеряется зарядом, находящимся на каждой из обкладок, если разность потенциала между ними равна единице:

$$[C] = 1 \text{ Ф} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}.$$

Электроемкость конденсатора зависит от его формы, геометрических размеров и диэлектрической проницаемости среды, заполняющей пространство между обкладками.

В случае *плоского конденсатора* считаем, что зазор между пластинами мал по сравнению с их размерами, так что краевыми эффектами можно пренебречь.

Вычислим разность потенциалов между положительно и отрицательно заряженными пластинами по формуле

$$u = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\delta}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0},$$

$$C_0 = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad - \text{ в воздухе,}$$

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \quad - \text{ в веществе.}$$

Емкость шарового конденсатора

Имеются две концентрические сферы с радиусом a (внутреннее) и b (внешнее). Напряженность поля между обкладками определяется по формуле

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

тогда разность потенциалов (напряжение) между обкладками равна

$$u = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \frac{q dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right),$$

а емкость шарового конденсатора равна

$$C_0 = \frac{q}{u} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}.$$

Емкость цилиндрического конденсатора

Пусть имеются два коаксиальных цилиндра с радиусом a (внутренний) и b (внешний), тогда разность потенциалов (напряжение) между обкладками конденсатора равно

$$u = \int_a^b \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{b}{a},$$

где q_1 — заряд внутри цилиндра на единицу длины.

Емкость кабеля на единицу длины (цилиндрического конденсатора) будет определяться формулой

$$C_0 = \frac{q_1}{u} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}.$$

Конденсаторы характеризуются не только электрической емкостью, но и напряжением пробоя, то есть минимальной разностью потенциалов обкладок, при которой происходит электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы и размеров обкладок и от свойств диэлектрика.

При практическом использовании конденсаторов для получения необходимой емкости собирают батареи из отдельных элементов, соединяя их параллельно или последовательно.

При параллельном соединении конденсаторов электрическая емкость батареи равна сумме электрических емкостей всех конденсаторов, входящих в нее:

$$C_{\text{пар}} = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Пробивное напряжение такой батареи равно пробивному напряжению того из конденсаторов, у которого оно наименьшее.

Для того чтобы получить определенную емкость из набора конденсаторов, их соединяют в батареи.

При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная электрической емкости батареи, равна сумме величин, обратных электрическим емкостям всех конденсаторов, входящих в батарею:

$$\frac{1}{C_{\text{пос}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

При последовательном соединении на каждый из конденсаторов приходится лишь часть разности потенциалов $\Delta\phi$ напряжения источника, вследствие чего уменьшается возможность пробоя конденсаторов.

2.3.4. Энергия конденсатора и электрического поля

Если заряд обкладок конденсатора увеличить на малую величину dq , то при этом работа внешней силы равна:

$$\delta A = u dq = C u du.$$

Работа δA идет на увеличение энергии конденсатора dW .

$$A = C \int_0^U u du = \frac{C u^2}{2};$$

$$W = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} q u.$$

Энергия конденсатора сосредоточена в электрическом поле. Об этом свидетельствуют электромагнитные волны, которые переносят энергию.

Для случая плоского конденсатора будет иметь:

$$u = E d,$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E d S ,$$

так как объем конденсатора равен $V = dS$, то энергия единицы объема равна:

$$W_{\text{уд}} = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 .$$

В общем случае формула не точна, так как относительная диэлектрическая проницаемость ε у диэлектриков может изменяться.

Формулу для работы зарядки конденсатора

$$A = \frac{1}{2} C u^2$$

необходимо представить как

$$\delta A = dW + \delta Q ,$$

то есть кроме увеличения энергии поля часть работы идет на тепло, которое нужно отводить от диэлектриков, чтобы поддерживать $T = \text{const}$. Как следует из термодинамики, работа внешних сил при квазистатическом изотермическом процессе идет на изменение свободной энергии. Поэтому формула представляет собой слагаемое в свободной энергии, зависящее от напряженности поля.

Можно показать, что энергия системы n неподвижных заряженных проводников равна:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_{\Sigma}^{(i)} .$$

Электрическая энергия системы заряженных тел, содержащих тела, заряженные по поверхности S и по объему V :

$$W = \frac{1}{2} \int_S \varphi \sigma dS + \frac{1}{2} \int_V \varphi \rho dV .$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.1

Изучение квазистатических электрических полей

1. *Цель работы:* освоение экспериментального метода определения характеристик электрических полей и графического изображения электростатических полей с помощью эквипотенциальных и силовых линий.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения,

касающиеся данного явления по литературным источникам [1] – гл. 13–14; [2] – §§ 79–85; [3] – гл. I. Для выполнения работы студент должен: а) знать теорему Гаусса для электростатического поля; б) уметь строить эквипотенциальные поверхности и силовые линии напряженности; в) знать связь между напряженностью и потенциалом; г) изучить схему лабораторной установки; д) познакомиться с работой осциллографа, источника питания; е) уметь определять цену деления измерительных приборов и оценивать погрешности измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

На рис. 2.10 приведена электрическая схема лабораторной установки, состоящая из ванны В, выполненной из материала с хорошими электроизоляционными (оргстекло) свойствами, источника питания ИП, электронного осциллографа РО, вольтметра V и набора электродов (различной формы) Э₁ и Э₂.

В ванну кладут лист бумаги (в клетку), на котором студенту необходимо нарисовать положение электродов Э₁ и Э₂ и ось X, соединяющую центры электродов. Затем наливают слой воды от 3 до 5 мм. Измерения проводят с использованием переменного напряжения промышленной частоты (50 Гц). В этом случае, учитывая, что расстояние между электродами невелико, можно считать, что потенциалы во всех точках исследуемого поля изменяются синхронно и эквипотенциальные поверхности остаются неизменными. Если развертку осциллографа выключить, а зонд З поставить на электрод Э₁, то, выбирая усиление осциллографа по Y, можно установить максимальный размах сигнала по вертикали и определить цену одного деления (В/дел).

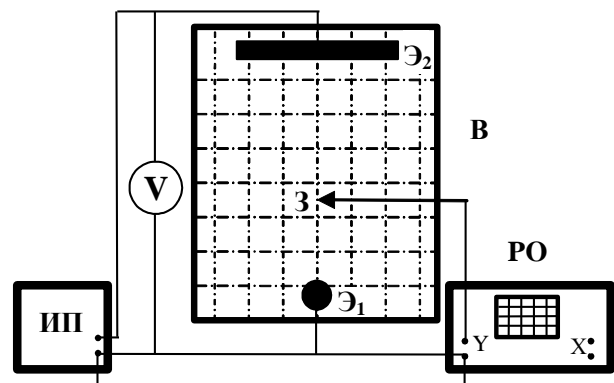


Рис. 2.10. Электрическая схема экспериментальной установки

В поле между электродами помещается зонд (З), соединенный с входом «Y» электронного осциллографа (РО). Помещая зонд в точки с определенными координатами X, с помощью электронного осциллографа определяют потенциал этих точек относительно од-

ного из электродов (на рис. 2.10 относительно электрода \mathcal{E}_1).

3.2. Методика измерений и расчета

3.2.1. Исследование поля двух коаксиальных металлических цилиндров, равномерно заряженных с линейной плотностью τ

Очевидно, что поле цилиндра обладает осевой симметрией. Силовые линии, начинаясь на поверхности металлического цилиндра радиуса a , идут по радиусам r до поверхности второго цилиндра (рис. 2.11). Поэтому поле в этом случае можно рассчитать, используя теорему Гаусса.

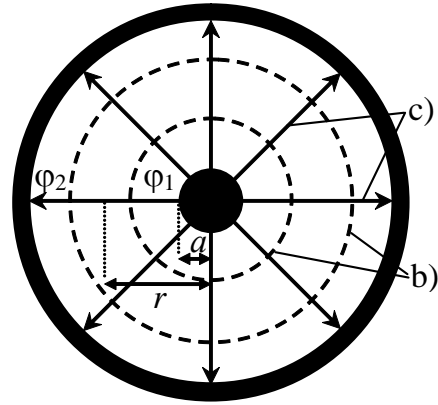


Рис. 2.11. Силовые c) и эквипотенциальные линии поля b) двух заряженных цилиндров

Поток вектора напряженности электрического поля \vec{E} через основания цилиндра равен нулю, так как силовые линии лишь скользят вдоль оснований, не пересекая их. Поток вектора \vec{E} через гауссову поверхность S будет поэтому равен потоку через боковую поверхность вспомогательного цилиндра, а напряженность поля E будет рассчитываться по формуле

$$E = \frac{\tau}{2\pi r \epsilon_0} . \quad (2.1)$$

Рассматриваемый заряженный цилиндр – металлический, поэтому все его точки внутри и на поверхности имеют один и тот же потенциал. Примем его равным нулю ($\varphi_0 = 0$). Потенциал $\varphi(r)$ на расстоянии r от оси найдем, пользуясь равенством (2.1):

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr} \quad \text{и} \quad \int_0^{\varphi(r)} d\varphi = -\int_a^r E_r dr = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_a^r \frac{dr}{r},$$

$$\text{откуда} \quad \varphi(r) = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a} . \quad (2.2)$$

Как следует из (2.2), эквипотенциальные поверхности поля цилиндра (а значит, и двух коаксиальных цилиндров) – цилиндрические поверхности, коаксиальные с металлическим цилиндром (рис. 2.11).

3.2.2. Исследование поля равномерно заряженного цилиндра и проводящей плоскости

Так как силовые линии перпендикулярны к поверхности металлических электродов (рис. 2.12), то можно, вместо поля цилиндра и проводящей плоскости ПП, рассматривать поле двух разноименно заряженных цилиндров, один из которых – данный цилиндр, второй – заряженный с линейной плотностью $(-\tau)$ и расположенный симметрично данному относительно проводящей плоскости ПП. Это метод зеркальных изображений. В любой точке рассматриваемого электростатического поля напряженность

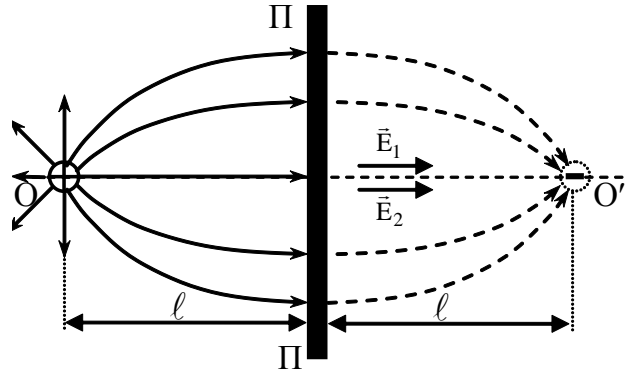


Рис. 2.12. Силовые линии плоскости и цилиндра

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

На линии OO' , соединяющей центры цилиндров:

$$E_r = E_1 + E_2 = \frac{|\tau|}{2\epsilon_0\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2\ell - r} \right),$$

где $a \leq r \leq \ell$; a – радиус цилиндра.

Найдем разность потенциалов между исследуемым цилиндром и произвольной точкой поля на линии OO' :

$$\int_0^{\varphi(r)} d\varphi = -\int_a^r E_r dr = -\int_a^r \left(\frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0(2\ell - r)} \right) dr,$$

откуда
$$\varphi(r) = \frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{2\ell - a}{a} - \ln \frac{2\ell - r}{r} \right). \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) можно представить как

$$\varphi(r) = u \left(1 - \frac{\ln\left(\frac{2\ell}{r} - 1\right)}{\ln\left(\frac{2\ell}{a} - 1\right)} \right), \quad (2.4)$$

где $a \leq r \leq \ell$, $u = \frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2\ell - a}{a}$ – разность потенциалов между

электродами. Подставляя значения r , выбранные в эксперименте, можно найти теоретические значения потенциала $\varphi(r)$ и сравнить их с измеренными.

3.3. Подготовка лабораторного стенда к работе

3.3.1. На миллиметровой бумаге (лист в клетку) нанести оси координат, изобразить положение электродов, положить лист на дно ванны, на изображение поместить электроды, заполнить ванну водой слоем около 3 мм.

3.3.2. Установить органы управления на панелях осциллографа ЭО в положение, обеспечивающее измерение амплитуды.

3.3.3. Собрать электрическую схему установки согласно рис. 2.1.

3.3.4. После проверки схемы преподавателем присоединить ИП и РО к сети 220 В. Включить приборы тумблерами «Сеть». Дать приборам прогреться в течение 3 мин.

3.4. Изучение электрического поля между двумя коаксиальными цилиндрами

3.4.1. Поместить цилиндр малого радиуса (\mathcal{E}_1) в центр координатной сетки ванны. Вторым цилиндр установить соосно с первым.

3.4.2. Подать напряжение на электроды.

3.4.3. Поместить зонд в точку, находящуюся на координатной оси ванны на расстоянии $r_1 = 1$ см от малого электрода (рис. 2.11). Записать показания электронного осциллографа и расстояние r_1 в табл. 2.1. Отметить на рисунке точку с найденным значением потенциала.

3.4.4. С помощью зонда найти положение еще 9–10 точек с тем же значением потенциала. Отметить их положение на рисунке.

3.4.5. Повторить измерения для других 6 значений делений координатной оси ванны, занося соответствующие данные в табл. 2.1.

3.4.6. Соединить на рисунке точки с одинаковым значением потенциала (построить эквипотенциальные линии).

Таблица 2.1

Результаты экспериментального изучения поля двух коаксиальных цилиндров

№ п/п	a	r	φ	$\ln \frac{r}{a}$
	м	м	В	
1				
2				
...				
7				

3.4.7. Провести на рисунке силовые линии перпендикулярно эквипотенциальным линиям таким образом, чтобы образующиеся четырехугольники имели примерно одинаковую площадь.

3.4.8. На миллиметровой бумаге в осях (по ординате φ , по абсциссе $\ln \frac{r}{a}$) по данным табл. 2.1 построить экспериментальную зависимость.

3.5. *Изучение электрического поля между цилиндром и проводящей плоскостью*

3.5.1. Поместить электроды в ванне таким образом, чтобы горизонтальная ось координатной сетки ванны являлась осью симметрии (ось OO' на рис. 2.12), а расстояние между поверхностями электродов составляло 10–15 делений координатной оси. Цилиндр должен быть электродом \mathcal{E}_1 .

3.5.2. Подать напряжение на электроды.

3.5.3. Поместить зонд в точку, находящуюся на горизонтальной оси координатной сетки на расстоянии одного деления от цилиндра. Записать показания осциллографа и расстояние r_1 в табл. 2.2. Отметить на рисунке точку с найденным значением потенциала.

Таблица 2.2

Результаты экспериментального изучения поля цилиндра и плоскости, расчета $\varphi_r^{\text{теор}}$

№ п/п	a	ℓ	r	φ_r	$\frac{2\ell}{r} - 1$	$\ln\left(\frac{2\ell}{r} - 1\right)$	u	$\varphi_r^{\text{теор}}$
	м	м	м	В			В	В
1								
...								
10								

3.5.4. Провести измерения согласно пп. 3.4.4–3.4.7, занося соответствующие данные в табл. 2.2.

3.5.5. С помощью вольтметра измерить напряжение u между электродами. Результат занести в табл. 2.2.

3.5.6. Для значений r_i из табл. 2.2 по формуле (2.4) рассчитать теоретические значения $\varphi(r)$. Сравнивая теоретические и экспери-

ментальные значения φ_r , сделать вывод о соответствии теории эксперименту.

3.6. *Определение методом численного дифференцирования напряженности электрического поля E между электродами*

3.6.1. Пользуясь данными табл. 2.1 или 2.2 (по указанию преподавателя), построить график зависимости потенциала φ поля от расстояния r между электродами, начиная с $r = a$.

3.6.2. Пользуясь построенным графиком, методом численного дифференцирования найти напряженность E поля для разных значений r , зная, что

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta r}, \quad (2.5)$$

где $\Delta\varphi$ – изменение потенциала на отрезке Δr ($\Delta r = 5$ мм).

Расчет по формуле (2.5) проводить следующим образом. Выбрав значение r_1 , установить по графику соответствующее ему значение φ_1 , а затем значение φ_2 для $r_2 = r_1 + \Delta r$. Разделив $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ на Δr , получим численное значение напряженности E поля, которое следует отнести к середине $r_{\text{ср}}$ выбранного интервала ($r_1, r_1 + \Delta r$). Расчет выполнить для 9–10 значений r , охватывающих весь интервал расстояний между электродами. Результаты расчетов занести в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Результаты расчета методом численного дифференцирования напряженности поля E между электродами

r	φ_1	φ_2	$\Delta\varphi$	E	$r_{\text{ср}}$
м	В	В	В	В/м	м
1					
2					
...					
10					

3.6.3. По данным табл. 2.3 построить график зависимости напряженности \vec{E} электрического поля от расстояния $r_{\text{ср}}$.

3.7. *Оценить погрешности определения потенциалов и расчета напряженности*

3.8. *Сделать вывод о степени совпадении экспериментальных и теоретических значений*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.2

Определение диэлектрической проницаемости неполярного диэлектрика и поляризуемости его молекул

1. *Цель работы:* освоение метода определения емкости конденсатора с помощью моста Сотти, определение относительной диэлектрической проницаемости и поляризуемости молекул жидкого неполярного диэлектрика.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного метода, по литературным источникам [1] – гл. 15; [2] – §§ 87–89; [3] – гл. II. Для выполнения работы студент должен знать: а) типы диэлектриков и их поляризуемость в электрических полях; б) методику измерения емкости конденсатора с помощью моста Сотти; в) алгоритм расчета диэлектрической проницаемости диэлектриков и поляризуемости молекул; г) методику и оценку погрешности измерений; д) порядок безопасной работы с электрическими приборами.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

Принципиальная электрическая схема установки изображена на рис. 2.13, а схема подключения электронного осциллографа ЭО – на рис. 2.14. В установке в качестве источника переменного напряжения применяется звуковой генератор ЗГ.

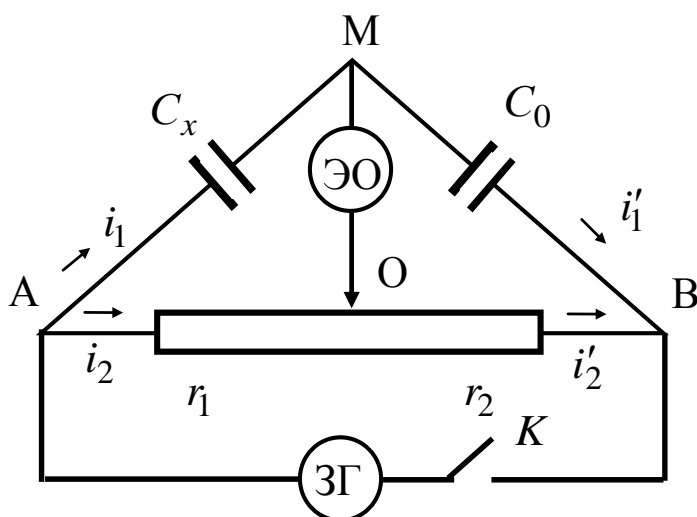


Рис. 2.13. Принципиальная электрическая схема установки

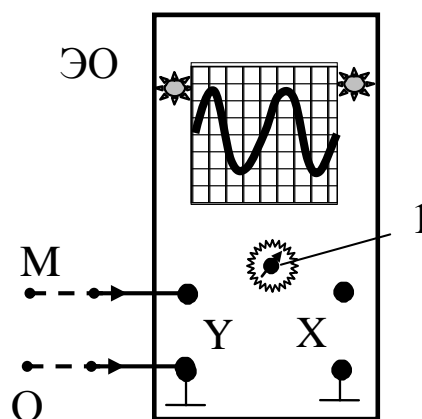


Рис. 2.14. Схема подключения электронного осциллографа:
1 – ручка развертки

Измерения производят на частоте $\nu = 1200$ Гц; C_0 – эталонная емкость, величина которой указана на стенде; C_x – емкость батареи конденсаторов, которую надо определить. При включенных звуковом генераторе и развертке осциллографа ЭО на его экране будет видна синусоида, если потенциалы точек М и О не равны между собой. Перемещая движок реостата, можно найти такое его положение, при котором потенциалы этих точек будут равными. На экране осциллографа амплитуда синусоиды при этом будет уменьшаться и при равенстве потенциалов синусоида превращается в прямую.

В установке используется конденсатор переменной емкости (емкость изменяется путем изменения площади S взаимного перекрытия пластин). На стенде приведена графическая зависимость S от угла поворота φ подвижных пластин. Измерив угол поворота φ ротора по транспортиру, с помощью графика определяем площадь перекрытия пластин S .

3.2. Методика измерений и расчета

Емкость плоского конденсатора определяется по формуле

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (2.6)$$

где C – емкость; ε_0 – электрическая постоянная; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, заключенной между пластинами конденсатора; S – площадь пластин конденсатора; d – расстояние между пластинами конденсатора.

По известным d и S и экспериментально измеренной емкости конденсатора C можно рассчитать относительную диэлектрическую проницаемость среды ε . В данной работе применяется батарея параллельно соединенных плоских конденсаторов, погруженных в исследуемую жидкость, являющуюся неполярным диэлектриком. Емкость батареи при параллельном соединении конденсаторов равна

$$C_x = C_1 + C_2 + \dots + C_m = mC, \quad (2.7)$$

где m – число параллельно соединенных одинаковых конденсаторов, а C их емкость.

С учетом (2.6) и (2.7) получим

$$C_x = mC = \frac{m\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \quad (2.8)$$

Из выражения (2.8) получим

$$\varepsilon = \frac{C_x d}{m\varepsilon_0 S}. \quad (2.9)$$

При равновесии моста мгновенные значения потенциалов точек $\varphi_M = \varphi_O$, следовательно, также будут равны и мгновенные значения разности потенциалов:

$$\varphi_A - \varphi_M = \varphi_A - \varphi_O, \quad \varphi_M - \varphi_B = \varphi_O - \varphi_B. \quad (2.10)$$

Будут также равны токи i_1 и i_2 (амплитудные или действующие значения):

$$i_1 = i'_1; \quad i_2 = i'_2. \quad (2.11)$$

Сопротивления участков АО и ОВ являются активными и равны r_1 и r_2 , соответственно. Сопротивления участков АМ и МВ – реактивно-емкостные и величины их будут равны

$$X_C^{AM} = \frac{1}{\omega C_x}; \quad X_C^{MB} = \frac{1}{\omega C_0}, \quad (2.12)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

Равенства (2.11) можно записать с помощью закона Ома, полагая, что токи квазистационарны. Тогда будем иметь:

$$\frac{\varphi_A - \varphi_M}{X_C^{AM}} = \frac{\varphi_M - \varphi_B}{X_C^{MB}}; \quad (2.13)$$

$$\frac{\varphi_A - \varphi_O}{r_1} = \frac{\varphi_O - \varphi_B}{r_2}. \quad (2.14)$$

Разделив почленно (2.13) на (2.14), получим

$$\frac{r_1}{X_C^{AM}} = \frac{r_2}{X_C^{MB}}. \quad (2.15)$$

Подставляя в (2.15) значения реактивных сопротивлений из (2.12) и учитывая, что сопротивление плеч реостата пропорционально их длине, получим

$$C_x = C_0 \frac{\ell_{OB}}{\ell_{AO}}. \quad (2.16)$$

Зная емкость эталонного конденсатора и измерив длину плеч реостата от точки А до бегунка (точка О) – ℓ_{AO} и от бегунка до

точки В – $\ell_{ОВ}$, по формуле (2.16) рассчитаем емкость неизвестного конденсатора.

Электрическое поле внутри диэлектрика характеризуется вектором электрического смещения \vec{D} и выражается следующим образом [1]:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.17)$$

где \vec{P} – дипольный момент единицы объема диэлектрика или другими словами величина, характеризующая поляризацию диэлектрика.

Для неполярного диэлектрика

$$\vec{P} = \alpha n_0 \varepsilon_0 \vec{E}_{\text{лок}}, \quad (2.18)$$

где n_0 – концентрация молекул диэлектрика; $\alpha = 4\pi r^3$ – множитель, пропорциональный третьей степени радиуса молекулы и называемый *поляризуемостью молекулы*; $\vec{E}_{\text{лок}}$ – напряженность локального поля, которое создается свободными зарядами вне диэлектрика и зарядами всех молекул внутри диэлектрика за исключением зарядов рассматриваемой молекулы, то есть

$$\vec{E}_{\text{лок}} = \vec{E} + \frac{1}{3\varepsilon_0} \vec{P}, \quad (2.19)$$

где \vec{E} – среднее макроскопическое поле в диэлектрике.

С учетом (2.18) и (2.19) выражение (2.17) принимает вид:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \frac{3\alpha n_0 \varepsilon_0}{3 - n_0 \alpha} \vec{E} = \frac{3 + 2\alpha n_0}{3 - n_0 \alpha} \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (2.20)$$

Из этого выражения следует формула для относительной диэлектрической проницаемости диэлектрика:

$$\varepsilon = \frac{3 + 2n_0 \alpha}{3 - n_0 \alpha}. \quad (2.21)$$

Концентрацию молекул можно найти по известной формуле

$$n_0 = \frac{\rho N_A}{M}, \quad (2.22)$$

где ρ , M – плотность жидкости и ее молярная масса соответственно; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ – постоянная Авогадро.

Тогда поляризуемость молекул диэлектрика будет равна

3.5. Расчет параметров молекул

3.5.1. Зная молярную массу M и плотность ρ диэлектрика, определить концентрацию молекул диэлектрика n_0 по формуле (2.22). По формуле (2.23), пользуясь средним значением $\langle \epsilon \rangle$, вычислить поляризуемость α молекул диэлектрика. Результаты занести в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Результаты расчета поляризуемости α молекул и оценка радиуса r молекулы диэлектрика

N_A	ρ	M	$\langle \epsilon \rangle$	n_0	α	r
1/МОЛЬ	кг/м ³	кг/МОЛЬ		1/м ³	м ³	м

3.5.2. Зная, что $\alpha = 4\pi r^3$, оценить радиус молекулы r .

3.6. *Оценить погрешность измерений электроемкости, расчета относительной диэлектрической проницаемости, поляризуемости*

3.7. *Сделать выводы по работе*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.3

Определение электроемкости конденсатора методом моста Сотти

1. *Цель работы:* освоение мостового метода измерения емкости конденсатора и экспериментальная проверка соотношений при параллельном и последовательном соединении конденсаторов.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного метода, по литературным источникам [1] – гл. 16, 17; [2] – §§ 92–95; [3] – гл. III, IV. Для выполнения работы студент должен знать: а) понятие электроемкости проводника и конденсатора и от чего она зависит; б) понятие реактивно-емкостного сопротивления; в) формулы для расчета емкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов; г) расчет электроемкости батареи конденсаторов; д) схему лабораторной установки; е) схему подключения и управления осциллографом и магазином сопротивлений; ж) расчет погрешностей измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

Существуют несколько методов экспериментального определения емкости конденсаторов. В данной работе емкость измеряется при помощи мостовой схемы – моста Сотти (рис. 2.15).

Из четырех элементов собирается квадрат, в одну диагональ которого включают источник переменного тока, а в другую – электронный осциллограф. Если источник тока включен, то в цепи, в том числе и на участке ЕД, течет ток, а на экране осциллографа видна синусоида. Подбором сопротивлений R_1 и R_2 можно добиться равновесия моста Сотти, при котором разность потенциалов ($\varphi_E - \varphi_D$)

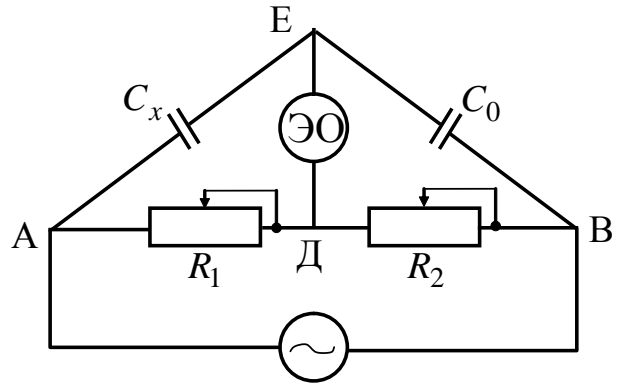


Рис. 2.15. Схема моста Сотти

равна нулю (состояние равновесия моста). По мере приближения к положению равновесия (путем подбора R_2 на магазине сопротивлений) амплитуда синусоиды уменьшается. В момент достижения равновесия синусоида сменяется горизонтальной прямой. Для более точной балансировки моста усиление на Y можно увеличить. После перехода через положение равновесия амплитуда колебаний снова увеличивается.

3.2. Методика измерений и расчета

При равновесии моста Сотти потенциалы точек Е и Д равны ($\varphi_E = \varphi_D$). Это значит, что разность потенциалов на участке АЕ по величине равна разности потенциалов на участке АД:

$$\varphi_A - \varphi_E = \varphi_A - \varphi_D. \quad (2.24)$$

По аналогичным соображениям:

$$\varphi_E - \varphi_B = \varphi_D - \varphi_B. \quad (2.25)$$

Токи в ветвях АЕ и ЕВ, АД и ДВ будут равны по величине:

$$I_{AE} = I_{EB}, \quad (2.26)$$

$$I_{AD} = I_{DB}. \quad (2.27)$$

Сопротивление участка цепи переменного тока, содержащего конденсатор, определяется по формуле

$$X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad (2.28)$$

где C – емкость конденсатора; ω – циклическая частота.

К однородным участкам цепи АЕ, ЕВ, АД и ДВ применим закон Ома в виде $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$. Тогда равенства (2.26) и (2.27) примут вид:

$$\frac{\varphi_A - \varphi_E}{X_{C_x}} = \frac{\varphi_E - \varphi_B}{X_{C_0}}, \quad (2.29)$$

$$\frac{\varphi_A - \varphi_D}{R_1} = \frac{\varphi_D - \varphi_B}{R_2}. \quad (2.30)$$

Разделив почленно равенство (2.29) на (2.30), учитывая при этом (2.28), получим

$$C_x = C_0 \frac{R_2}{R_1}. \quad (2.31)$$

Это и есть рабочая формула для расчета неизвестной емкости. Из рабочей формулы (2.31) следует, что при измерении целесообразнее фиксировать R_1 и находить равновесие моста при помощи магазина R_2 .

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Собрать цепь по схеме рис. 2.15.

3.3.2. На магазине сопротивлений выставить R_1 (от 1500 до 5000 Ом), включить трансформатор и осциллограф, дождаться появления на экране осциллографа синусоиды.

3.3.3. Меняя сопротивление R_2 на втором магазине, добиться, чтобы на экране осциллографа получилась прямая линия. Это возможно при условии равновесия моста.

3.3.4. Записать значение R_2 в таблицу. Зная C_0 , по формуле (2.30) вычислить C_x . Результаты занести в табл. 2.6.

3.3.5. Повторить измерения для другого неизвестного конденсатора, результаты занести в табл. 2.6.

3.3.6. Измерить емкость при последовательном и параллельном соединении конденсаторов C_{x1} и C_{x2} .

3.3.7. Сравнить их со значениями, полученными путем расчета по формулам для параллельного и последовательного соединения конденсаторов:

$$\varepsilon = \frac{|C_{\text{экс}} - C_{\text{расч}}|}{C_{\text{экс}}} \cdot 100 \% .$$

Таблица 2.6

Результаты измерений емкости конденсаторов

Конденсатор	№ опыта	R_1	R_2	C_x	$\langle C_x \rangle$	ε_C
		Ом	Ом	Ф	Ф	%
C_1	1					
	2					
	3					
C_2	1					
	2					
	3					
$C_{12\text{посл}}$	1					
	2					
	3					
$C_{12\text{пар}}$	1					
	2					
	3					

3.3.8. Сделать вывод о точности метода моста Сотти

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.4

Изучение электрических свойств сегнетоэлектриков

1. *Цель работы:* экспериментальное изучение зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика от напряженности электрического поля; определение остаточной индукции, коэрцитивной силы, спонтанной и индуцированной составляющих поляризации сегнетоэлектрика.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1] – гл. 15; [2] – §§ 88–91; [3] – гл. II. Для выполнения работы студент должен знать: а) типы диэлектриков и виды их поляризуемости; б) понятия напряженности электрического поля и электриче-

ского смещения; в) причины возникновения петли гистерезиса при изменении поляризирующего поля; г) особенности экспериментальной установки и порядок измерения; д) как провести оценку погрешности измерений.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

На рис. 2.16 приведена структурная схема установки, с помощью которой изучаются свойства сегнетоэлектриков.

На передней панели модуля ФПЭ-02 имеются:

Рег. «U» – ручка регулирования напряжения; гнезда «PV» – для подключения вольтметра; гнезда «PO» («Y», «X», «⊥») – для подключения осциллографа.

Принципиальная электрическая схема установки приведена на рис. 2.17. От источника питания на схему поступает напряжение сети $\sim 220\text{В}$, 50 Гц. Напряжение, снимаемое с вторичной цепи понижающего трансформатора (220/100), через потенциометр R_3 , подается на делитель напряжения, состоящий из сопротивлений R_1 и R_2 .

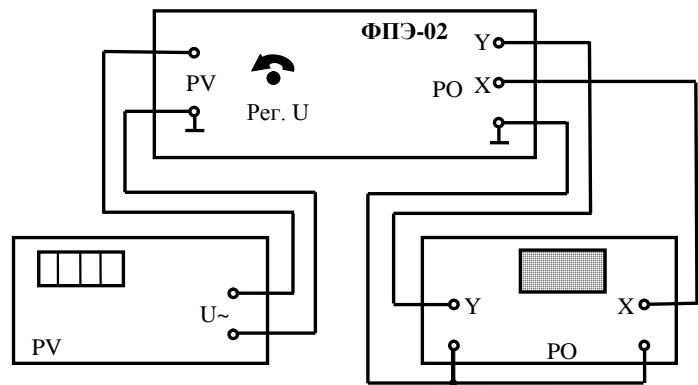


Рис. 2.16. Структурная схема установки: ФПЭ-02 модуль; PV – цифровой вольтметр; PO – осциллограф

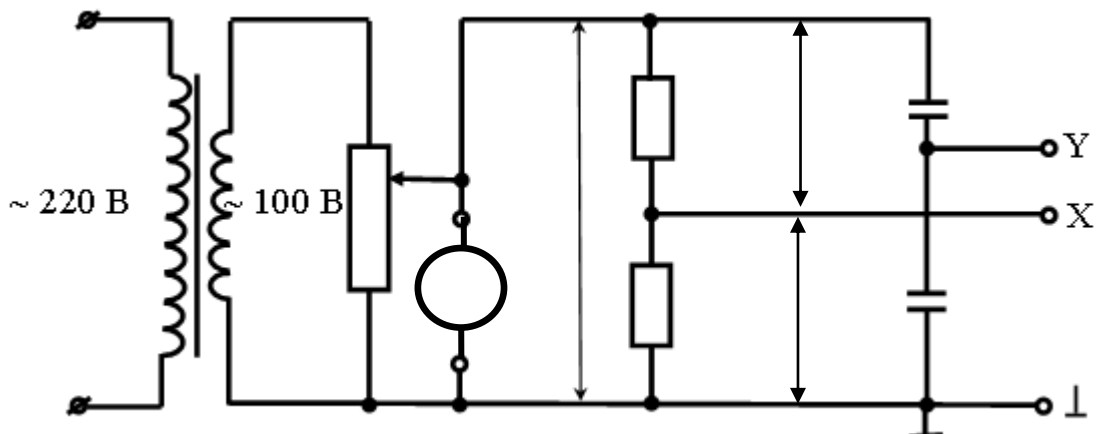


Рис. 2.17. Принципиальная электрическая схема установки

Параллельно делителю R_1 , R_2 включены последовательно два конденсатора, образующие емкостной делитель: исследуемый кера-

мический сегнетоэлектрический конденсатор C_1 и эталонный конденсатор C_2 .

Вольтметр PV обеспечивает измерение величины напряжения, подаваемого на делители R_1 , R_2 и C_1 , C_2 . Осциллограф РО служит для наблюдения и изучения картины поляризации сегнетоэлектрика в конденсаторе C_1 при подаче на него переменного гармонического напряжения.

Напряжение на зажимах конденсатора C_2 прямо пропорционально индукции поля D_0 , а напряжение на конденсаторе с сегнетоэлектрическим диэлектриком C_1 пропорционально напряженности E_0 электрического поля. Таким образом, на экране осциллографа будет воспроизводиться петля гистерезиса, то есть зависимость $D_0 = f(E_0)$.

3.2. Методика измерений и расчета

3.2.1. Свойства сегнетоэлектриков

Сегнетоэлектриками называются кристаллические диэлектрики, которые обладают остаточной поляризованностью даже при отсутствии внешнего электрического поля (имеют области спонтанно поляризованные). Примерами сегнетоэлектриков являются: сегнетовая соль $\text{NaKC}_4\text{H}_4 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$, давшая название этому классу веществ, титанат бария BaTiO_4 , триглицинсульфат $(\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH})_3 \cdot 3\text{H}_2\text{SO}_4$ и др.

Всем сегнетоэлектрикам присущ гистерезис, представляющий собой неоднозначную зависимость поляризованности \vec{P} от напряженности электрического поля. Величина \vec{P} зависит не только от напряженности поля, но и от того, в каких полях до этого побывал сегнетоэлектрик [3].

На рис. 2.18 показана зависимость поляризованности P от напряженности поля E . При первоначальном включении поля поляризованность растет в соответствии с кривой OA. Соответствующее точке A значение напряженности E называется полем насыщения. Дальнейшее возрастание E приводит к возрастанию поляризованности P по прямой AA'.

Это возрастание обусловлено электронной поляризацией молекул сегнетоэлектрика. Соответствующее значение суммарной спонтанной и электронной поляризованности равно P_m . Для снятия остаточной поляризованности надо приложить электрическое поле противоположного направления, напряженность которого называют коэрцитивной силой. Если максимальное значение напряженности электрического поля таково ($-E_m$), что поляризация достигает насыщения P_m , то получается петля гистерезиса, называемая петлей предельного цикла.

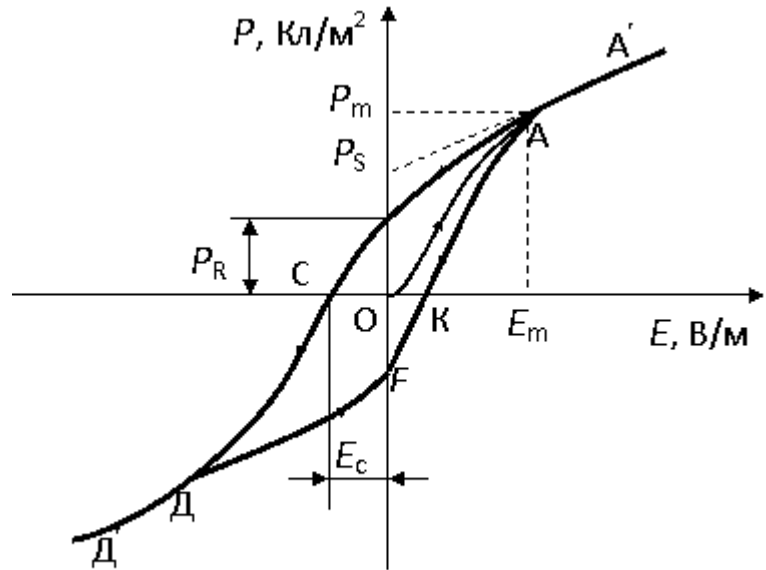


Рис. 2.18. Зависимость поляризованности P от напряженности поля E (петля гистерезиса)

3.2.2. Методика измерений

На вертикально отклоняющие пластины осциллографа подается напряжение u_y с эталонного конденсатора:

$$u_y = \frac{q}{C_2}. \quad (2.32)$$

Так как C_1 и C_2 соединены последовательно, то они имеют одинаковый заряд q на обкладках. Величина этого заряда может быть выражена через поляризованность P в исследуемом конденсаторе C_1 :

$$P = \sigma = \frac{q}{S},$$

откуда

$$q = PS, \quad (2.33)$$

где σ — поверхностная плотность поляризационного заряда на обкладках конденсатора C_1 ; $S = \frac{\pi d^2}{4}$ — площадь обкладки; d — диаметр обкладок. С учетом формулы (2.33) напряжение

$$u_y = \frac{S}{C_2} P. \quad (2.34)$$

На горизонтально отклоняющиеся пластины подается напряжение u_x , снимаемое с сопротивления R_2 :

$$u_x = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u. \quad (2.35)$$

Это напряжение составляет часть полного напряжения u , подаваемого на делитель напряжения R_1, R_2 , а значит и на емкостной делитель C_1, C_2 . Емкости C_1 и C_2 подобраны таким образом, что $C_1 \ll C_2$. Поэтому с достаточной степенью точности ($\sim \frac{C_1}{C_2}$) можно счи-

тать, что практически все напряжение U , снимаемое с потенциометра R_3 , на емкостном делителе приложено к сегнетоэлектрическому конденсатору C_1 . Действительно, так как $\frac{u_{C_1}}{u_{C_2}} = \frac{C_2}{C_1} \gg 1$, то

$u = u_{C_1} + u_{C_2} \approx u_{C_1}$. Полагая электрическое поле внутри конденсатора C_1 однородным, имеем

$$u = Eh, \quad (2.36)$$

где E – напряженность электрического поля в сегнетоэлектрике; h – толщина слоя сегнетоэлектрика.

С учетом формулы (2.36) напряжение U_x , подаваемое на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа, примет вид:

$$u_x = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Eh. \quad (2.37)$$

Таким образом, в данной электрической схеме на вертикально отклоняющие пластины осциллографа подается периодически изменяющееся напряжение, пропорциональное поляризованности P (формула (2.34)), а на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа подается периодически изменяющееся напряжение, пропорциональное напряженности поля E в исследуемом сегнетоэлектрике (формула (2.37)), в результате чего на экране осциллографа получается петля гистерезиса (см. рис. 2.18).

Выражения (2.34) и (2.37) позволяют найти поляризованность P и напряженность E электрического поля в сегнетоэлектрике, если предварительно определены величины u_x, u_y и u . Напряжение u определяется по показанию вольтметра PV. Напряжения u_y и u_x из-

меряются с помощью осциллографа и рассчитываются по формулам

$$u_y = K_y y; \quad (2.38)$$

$$u_x = K_x x, \quad (2.39)$$

где y , x – отклонения электронного луча на экране осциллографа по осям Y и X соответственно; K_y , K_x – коэффициенты отклонения каналов Y и X осциллографа, определяются по показанию вольтметра PV (если верхнюю клемму вольтметра подсоединить к клеммам Y и X , соответственно).

Учитывая формулы (2.38) и (2.39), из выражений (2.34) и (2.37) получим

$$P = \frac{C_2 K_y}{S} y; \quad (2.40)$$

$$E = \frac{(R_1 + R_2) K_x}{R_2} \frac{1}{h} x. \quad (2.41)$$

Амплитудное значение напряженности поля E_0 найдем по формуле

$$E_0 = \frac{u_0}{h} = \frac{\sqrt{2}}{h} u, \quad (2.42)$$

где u – действующее (эффективное) значение напряжения, измеряемое вольтметром PV.

Определив с помощью формул (2.40) и (2.42) значения P_0 и E_0 вершин нескольких циклов, можно найти значения ε при различных значениях E_0 , согласно выражению

$$\varepsilon = \frac{P_0}{\varepsilon_0 E_0} = \frac{C_2 h}{\sqrt{2} \varepsilon_0 S} \cdot \frac{K_y y_0}{u}. \quad (2.43)$$

Полученные соотношения можно применить для исследования зависимости $\varepsilon = f(E)$ в сегнетоэлектрике.

3.3. Подготовка установки к работе

3.3.1. Установить ручку «Рег. U» на панели модуля ФПЭ-02 в среднее положение.

3.3.2. На передней панели осциллографа отключить развертку по X , что позволит осуществить измерение величины переменного напряжения и исследование зависимости между двумя внешними сигналами.

3.3.3. Вольтметр PV подключить к ФПЭ-02.

3.3.4. Собрать схему согласно рис. 2.16.

3.3.5. После проверки схемы преподавателем присоединить приборы к сети ~ 220 В, 50 Гц и включить тумблеры «Сеть» на панелях приборов. На экране осциллографа должна появиться петля гистерезиса.

3.3.6. Установить петлю гистерезиса в центральную часть экрана осциллографа.

3.4. *Определение остаточной поляризованности P_R , коэрцитивной силы E_m и поляризации насыщения P_m*

3.4.1. Установить петлю гистерезиса предельного цикла, полученную в задании 3.3.6, симметрично относительно оси Y . Измерить значение y_0 как половину высоты петли при $x = 0$; записать значение K_y , соответствующее этому измерению.

3.4.2. Установить петлю гистерезиса симметрично относительно оси X . Измерить значение x_c как половину ширины петли при $y = 0$.

3.4.3. Продолжить линейные участки петли предельного цикла (AA' и ДД' на рис. 2.18) до пересечения с осью Y . Измерить значение y_c как половину расстояния между точками пересечения экстраполированных участков с осью Y .

3.4.4. По формулам (2.39–2.40) рассчитать значения P_m и E_m . Оценить погрешности измерения P_m и E_m .

Значения параметров, необходимых для расчета:

размеры конденсатора C_1 : $h = 0,35$ мм; $d = 5,4$ мм;

$C_2 = 0,047$ мкФ; $R_1 = 470$ кОм; $R_2 = 11$ кОм.

3.5. *Получение основной кривой поляризации и изучение зависимости $\varepsilon = f(E)$*

3.5.1. Установить значение коэффициента для осциллографа $K_y = 2$ В/дел и получить петлю гистерезиса предельного цикла. Вольтметром PV измерить максимальное напряжение u и определить координаты вершин x_0 , y_0 (в делениях сетки экрана осциллографа).

3.5.2. Уменьшить напряжение u с помощью ручки «Рег. U» на панели модуля и получить петлю предельного цикла, соответствующую такому амплитудному значению E_0 напряженности поля, ниже которого предельный цикл исчезает (т. е. начинают изменяться площадь петли и координаты ее вершин). Измерить это напряжение и соответствующие ему координаты вершин x_0 , y_0 .

Таблица 2.7

Результаты измерений петли гистерезиса

№	U	x_0	y_0	K_y	$\frac{K_y y_0}{U}$	E_0	ε	$\Delta\varepsilon$	$(\varepsilon \pm \Delta\varepsilon)$
	В	дел	дел	В/дел		10^4 В/м	10^3	10^3	10^3
1									
2									
...									
10									

3.5.3. Получить несколько частных циклов (не менее 10), уменьшая напряжение U ручкой «Рег. U », результаты всех измерений занести в табл. 2.7.

3.5.4. Построить основную кривую поляризации в координатах P, E . Оценить погрешности измерений.

3.5.5. По формулам (2.42) и (2.43) рассчитать значения E_0 и ε для всех исследованных циклов переполяризации.

3.5.6. Построить график зависимости $\varepsilon = f(E_0)$.

3.6. Сформулировать выводы по полученным результатам

§ 2.4. Вопросы для самоподготовки

2.4.1. Что называют напряженностью электростатического поля? Как направлен вектор напряженности \vec{E} ? Какую линию, изображающую электростатическое поле, называют силовой, а какую – эквипотенциальной?

2.4.2. Чему равен модуль вектора напряженности поля точечного заряда на расстоянии r от него? Как направлены векторы напряженности поля?

2.4.3. Чему равна работа перемещения электрического заряда в электрическом поле по замкнутой траектории? По незамкнутой?

2.4.4. В чем заключается принцип суперпозиции полей для совокупности электрических зарядов?

2.4.5. Что называют потенциалом данной точки электростатического поля? Что называют эквипотенциальной поверхностью?

2.4.6. Как графически изобразить электростатическое поле? Каково взаимное расположение силовых и эквипотенциальных линий?

2.4.7. Как связаны напряженность и потенциал? Куда направлен вектор градиента потенциала?

2.4.8. Что называют потоком вектора \vec{E} ?

2.4.9. Чему равен поток вектора \vec{E} сквозь замкнутую поверхность, не содержащую электрических зарядов? Содержащую положительные электрические заряды? Отрицательные?

2.4.10. Что можно сказать о потенциале внутри и на поверхности металлического цилиндра, о напряженности внутри и на поверхности металлического цилиндра?

2.4.11. Как изменится поток вектора \vec{E} , если замкнутую поверхность в виде сферы заменить замкнутой поверхностью произвольной формы?

2.4.12. Что называется диполем? Дипольным моментом? Как он направлен?

2.4.13. Какие диэлектрики называются полярными? В чем состоит их поляризация?

2.4.14. В чем заключается поляризация в неоднородном электрическом поле?

2.4.15. Что общего и в чем различие в поляризации полярного и неполярного диэлектриков?

2.4.16. Зависит ли поляризуемость α неполярной молекулы от температуры? Почему?

2.4.17. Почему поляризацию неполярных диэлектриков называют деформационной? Электронной?

2.4.18. Влияет ли тепловое движение на ориентацию индуцированных дипольных моментов неполярной молекулы?

2.4.19. Какая физическая величина служит количественной мерой поляризации диэлектриков? От чего она зависит?

2.4.20. Каков физический смысл диэлектрической проницаемости?

2.4.21. Как определяется напряженность поля в диэлектрике?

2.4.22. Чем отличается среднее макроскопическое поле в диэлектрике от локального поля?

2.4.23. Что называется электроемкостью уединенного проводника? От чего она зависит? В каких единицах измеряется электроемкость?

2.4.24. Что представляет собой конденсатор? Как вывести формулы емкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов?

2.4.25. В чем заключается принцип действия моста Сотти?

2.4.26. Три одинаковых конденсатора один раз соединены последовательно, другой – параллельно. Во сколько раз и когда емкость батареи будет больше?

2.4.27. Всегда ли одинаковы емкости двух одинаковых по форме и размерам проводников?

2.4.28. Что больше: емкость Земли ($R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м) или Солнца ($R_C = 6,95 \cdot 10^8$ м)? Какой радиус должен иметь проводящий шар, чтобы в вакууме его емкость равнялась 1 Ф?

2.4.29. Плоский воздушный конденсатор после зарядки отключают от источника тока и погружают в керосин. Как изменится энергия, накопленная в конденсаторе?

2.4.30. Как изменится разность потенциалов между обкладками плоского конденсатора, если его отсоединить от сети и уменьшить расстояние между обкладками?

2.4.31. Как изменится емкость плоского конденсатора, если между его пластинами поместить: а) слой металла, заполняющего половину пространства между пластинами; б) той же толщины слой диэлектрика?

§ 2.5. Примеры решения задач

Задачи по электростатике рекомендуется решать в следующем порядке:

- сделать рисунок и указать силы, действующие на заряд со стороны других зарядов (сила взаимодействия направлена вдоль прямой, соединяющей заряды, и приложена к данному заряду);

- найти векторную сумму сил и записать условие равновесия заряда, при котором векторная сумма сил равна нулю;

- выбрать ось координат и спроектировать векторную сумму сил на эту ось;

- в полученные скалярные уравнения подставить значения сил, величина которых определяется по закону Кулона.

Метод решения задач в которых требуется определить напряженность суммарного (общего, результирующего) электрического поля, основан на *принципе суперпозиции полей*: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Пример 2.5.1. Два точечных заряда $9q$ и $-q$ закреплены на расстоянии $\ell = 50$ см друг от друга (рис. 2.19). Третий заряд $+Q$ может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда Q , при котором он будет находиться в равновесии.

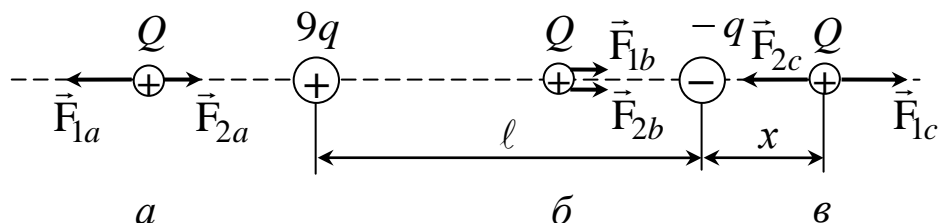


Рис. 2.19. К примеру 2.5.1

Решение. Заряд Q находится в равновесии, если геометрическая сумма сил, действующих на него со стороны зарядов $9q$ и $-q$, равна нулю. Из рис. 2.19 видно, что в положениях a и b заряд Q не может находиться в равновесии. В положении c равновесие возможно, т. е.

$$\vec{F}_{1c} + \vec{F}_{2c} = 0 \quad \text{или} \quad \vec{F}_{1c} = -\vec{F}_{2c}.$$

По закону Кулона

$$F_{1c} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{9qQ}{(\ell+x)^2}, \quad F_{2c} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{x^2}.$$

Приравнивая правые части, получаем

$$9qQ/(\ell+x)^2 = qQ/x^2 \quad \text{или} \quad \ell+x = \pm 3x,$$

откуда $x_1 = +\ell/2$, $x_2 = -\ell/4$. Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , хотя и равны по модулю, но сонаправлены и не могут уравновешивать заряд Q).

Пример 2.5.2. Тонкий стержень длиной $L = 30$ см несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. На расстоянии $r_0 = 20$ см от стержня находится заряд $q_1 = 10^{-2}$ мкКл, равноудаленный от концов стержня. Определить силу взаимодействия заряда q_1 с заряженным стержнем.

Решение. Закон Кулона позволяет вычислять силу взаимодействия точечных зарядов. По условию задачи заряд q_1 взаимодействует с зарядом, равномерно распределенным по длине стержня, который не является точечным зарядом. Однако если выделить на стержне дифференциально малый участок длиной $d\ell$, то находящийся на нем заряд $dq = \tau d\ell$ можно рассматривать как точечный, и по закону Кулона сила взаимодействия между зарядами q_1 и dq равна

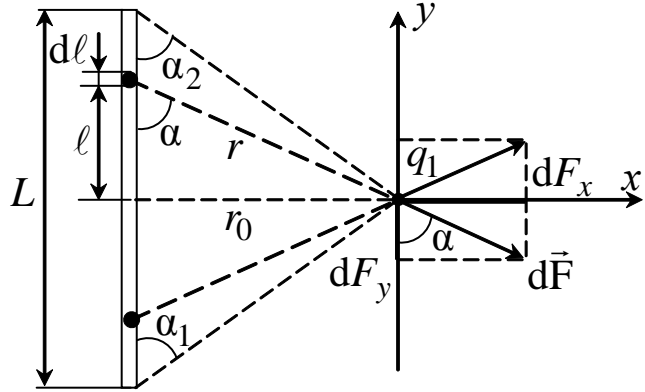


Рис. 2.20. К примеру 2.5.2

$$dF = \frac{q_1 \tau d\ell}{4\pi \epsilon_0 r^2},$$

где r – расстояние от выделенного элемента $d\ell$ до заряда q_1 .

Из рис. 2.20 следует, что

$$\begin{aligned} r &= \frac{r_0}{\sin \alpha}, \\ \ell &= r_0 \operatorname{ctg} \alpha, \\ d\ell &= -\frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

Разложим силу $d\vec{F}$ на составляющие $d\vec{F}_x$ и $d\vec{F}_y$. В силу симметрии расположения заряда q_1 относительно стержня алгебраическая сумма всех составляющих dF_y равна нулю:

$$\int dF_y = 0.$$

Поэтому модуль результирующей силы взаимодействия равен

$$F = \int dF_x = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dF \sin \alpha.$$

Подставив в последнее выражение значения dF , r и $d\ell$, получим

$$F = -\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{q_1 \tau}{4\pi \epsilon_0 r_0} \cdot \sin \alpha d\alpha = \frac{q_1 \tau}{4\pi \epsilon_0 r_0} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1).$$

$$\alpha_1 = -\alpha_2; \quad \cos \alpha = \frac{L}{2r} = \frac{L}{2\sqrt{L^2/4 + r_0^2}}.$$

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-6} \cdot 0,3 \cdot 2}{0,2 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,3^2/4 + 0,2^2}} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

Пример 2.5.3. Электрическое поле создано зарядами $q_1 = 30 \text{ нКл}$ и $q_2 = -10 \text{ нКл}$. Расстояние между зарядами $d = 20 \text{ см}$. Определить напряженность и потенциал электрического поля в точке, находящейся на расстояниях $r_1 = 15 \text{ см}$ от первого и $r_2 = 10 \text{ см}$ от второго зарядов.

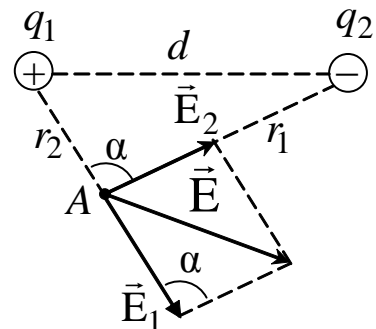


Рис. 2.21. К примеру 2.5.3

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 – векторы напряженности электрического поля, создаваемого точечными зарядами q_1 и q_2 , находящимися в вакууме, модули их определяются по формуле

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{\epsilon r_1^2}, \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{\epsilon r_2^2}.$$

Абсолютное значение вектора \vec{E} найдем по теореме косинусов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha},$$

где α – угол, лежащий против вектора \vec{E} ; он может быть найден из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и d (рис. 2.21):

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2} = -0,25.$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - 2 \frac{q_1}{r_1^2} \frac{q_2}{r_2^2} \cos \alpha} = 1,67 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Потенциалы поля зарядов q_1 и q_2 в точке A равны

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_2}.$$

Потенциал результирующего электрического поля в точке A находится алгебраическим сложением φ_1 и φ_2 .

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{3 \cdot 10^{-8}}{0,15} - \frac{10^{-8}}{0,10} \right) = 2700 \text{ В.}$$

Пример 2.5.4. По тонкому кольцу радиусом $R = 0,127$ м равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 50$ нКл/м. Определить напряженность \vec{E} и потенциал φ электрического поля, создаваемого этим зарядом в точке A , лежащей на оси кольца рис. 2.22. и удаленной от его центра на расстояние $L = 0,063$ м.

Решение. Выделим два диаметрально противоположных элемента длиной

$dl_1 = dl_2 = dl$, которые

несут элементарный заряд $dq = \tau dl$, являющийся точечным зарядом. Он создает в точке A поле напряженностью

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

или в скалярной форме

$$dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

где τ – линейная плотность заряда, распределенного на кольце; r – расстояние от заряда dq до точки A .

Согласно принципу суперпозиции электрических полей

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E}.$$

Поскольку векторы $d\vec{E}$ от каждого элемента кольца расположены под углом друг к другу (по образующей конуса), то нужно выбрать оси координат x, y, z и найти составляющие вектора $d\vec{E}$ на выбранные оси dE_x, dE_y, dE_z , связанные с $d\vec{E}$ соотношением

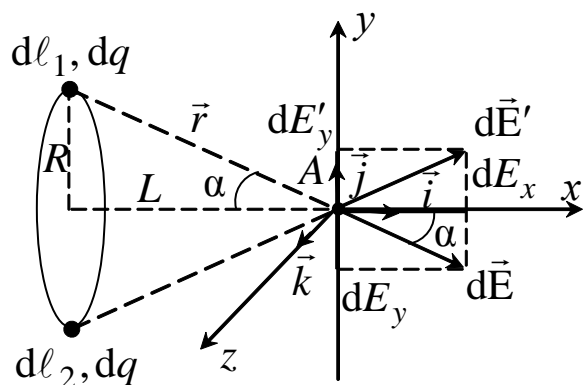


Рис. 2.22. К примеру 2.5.4

$$d\vec{E} = dE_x \vec{i} + dE_y \vec{j} + dE_z \vec{k}.$$

Составляющие $dE_x \vec{i}$ от всех электрических зарядов направлены по одной прямой вдоль оси x , а $dE_y \vec{j}$ и $dE'_y \vec{j}$, а также $dE_z \vec{k}$ и $dE'_z \vec{k}$ от диаметрально противоположных элементов направлены по одной прямой, но в противоположные стороны:

$$dE_y \vec{j} = -dE'_y \vec{j}; \quad dE_z \vec{k} = -dE'_z \vec{k}.$$

Поэтому $E_y = \int dE_y = 0$ и $E_z = \int dE_z = 0$. Следовательно, результирующая напряженность

$$E = E_x = \int_{\ell} dE \cdot \cos \alpha = \int_0^{2\pi R} \frac{\tau d\ell}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \cdot \cos \alpha = \frac{\tau \cdot 2\pi R}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \cdot \cos \alpha,$$

где $\cos \alpha = L/r$; $r = \sqrt{L^2 + R^2}$.

$$E = \frac{\tau RL}{2\varepsilon_0 r^3} = \frac{\tau RL}{2\varepsilon_0 (R^2 + L^2)^{3/2}}.$$

$$E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 50 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,127}{(0,127^2 + 0,063^2)^{3/2}} = 7,9 \left(\frac{\text{кВ}}{\text{м}} \right).$$

Потенциал поля $d\varphi$, созданного элементарным зарядом dq в точке A :

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi \varepsilon_0 r} = \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi \varepsilon_0 r}.$$

Потенциал поля, созданного заряженным кольцом:

$$\varphi = \int d\varphi = \int_0^{\ell} \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi \varepsilon_0 r} = \int_0^{2\pi R} \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi \varepsilon_0 \sqrt{R^2 + L^2}} = \frac{\tau R}{2\varepsilon_0 \sqrt{R^2 + L^2}}.$$

$$\varphi = 2,53 \text{ кВ}.$$

Пример 2.5.5. На тонком диске радиусом $R = 0,12$ м равномерно распределен заряд $q = 1,80 \cdot 10^{-6}$ Кл. Найти напряженность поля на оси диска как функцию расстояния от центра диска. Исследовать полученное выражение для $L \ll R$ и $L \gg R$. Вычислить E и φ для $L = 0,08$ м.

Решение. Выделим на диске бесконечно тонкое кольцо радиусом r и толщиной dr (рис. 2.23). Площадь кольца (заштрихованного на рис. 2.23) $dS = 2\pi r dr$, заряд его

$$dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr,$$

где $\sigma = q / \pi R^2$ – поверхностная плотность заряда.

$$dq = \frac{2qr}{R^2} dr.$$

Напряженность $d\vec{E}$ поля, создаваемого тонким заряженным кольцом, направлена по оси диска Ox и равна

$$dE = \frac{Ldq}{4\pi\epsilon_0(r^2 + L^2)^{3/2}}.$$

Замена dq и последующее интегрирование дает

$$dE = \frac{2qLrdr}{4\pi\epsilon_0 R^2 (r^2 + L^2)^{3/2}}.$$

$$E = \int dE = \int \frac{2qLrdr}{4\pi\epsilon_0 R^2 (r^2 + L^2)^{3/2}} = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + 1}} \right).$$

1. Если $L \ll R$, то

$E = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ – напряженность поля бесконечно протяженной заряженной плоскости.

2. Если $L \gg R$, то, заменив по формуле приближенных вычислений $\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + 1} = \frac{R^2}{2L^2} + 1$, получим $E = q / (4\pi\epsilon_0 L^2)$ – напряженность поля точечного заряда.

3. Для точки с $L = 0,08$ м

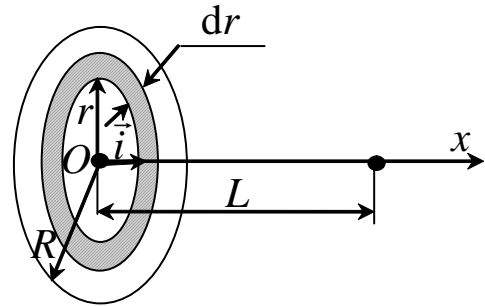


Рис. 2.23. К примеру 2.5.5

$$E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 1,8 \cdot 10^{-6}}{0,12^2} \left(1 - \frac{0,08}{\sqrt{0,12^2 + 0,08^2}} \right) = 10^7 \text{ В/м.}$$

Пример 2.5.6. Полый стеклянный шар несет равномерно распределенный по объему заряд (рис. 2.24). Объемная плотность заряда $\rho = 100 \text{ нКл/м}^3$. Внутренний радиус шара $R_1 = 5 \text{ см}$, наружный радиус $R_2 = 10 \text{ см}$. Вычислить напряженность E электрического поля в точках, отстоящих от центра шара на расстоянии:

$$r_1 = 3 \text{ см}, r_2 = 6 \text{ см}, r_3 = 12 \text{ см.}$$

Построить график зависимости E от r .

Решение. Воспользуемся теоремой Остроградского – Гаусса. Приведем схему решения задач с помощью этой теоремы.

1. Выбрать вспомогательную замкнутую поверхность. При этом необходимо учесть следующее:

а) геометрия поверхности интегрирования должна учитывать симметрию поля;

б) поверхность должна проходить через ту точку, в которой требуется рассчитать напряженность электрического поля;

в) размеры поверхности должны быть такими, чтобы в ее пределах симметрия поля не нарушалась.

2. Указать направление вектора напряженности \vec{E} электрического поля, созданного зарядами на теле. Выбрать направление нормали \vec{n} к вспомогательной поверхности.

3. Применить теорему Остроградского – Гаусса

$$\oint E dS \cos \alpha = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{\epsilon \epsilon_0}.$$

В данной задаче сферическая форма заряженного тела определяет выбор вспомогательных поверхностей в виде сфер S_1 , S_2 и S_3 радиусами r_1 , r_2 и r_3 соответственно (рис. 2.24). Векторы напряженности \vec{E} и нормали \vec{n} направлены радиально наружу.

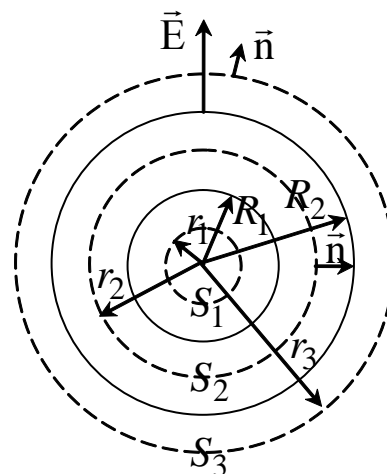


Рис. 2.24. К примеру 2.5.6

женности электрического поля \vec{E} направлены вдоль радиусов шара. За положительное направление нормали \vec{n} к вспомогательным поверхностям выберем направление от центра сферы.

а) Для точек, находящихся внутри полости шара ($r_1 < R_1$), сумма зарядов внутри выбранной поверхности S_1 равна нулю ($\sum_{i=1}^N q_i = 0$), откуда $\oint_{S_1} E_1 dS \cos \alpha = 0$ и напряженность $E_1 = 0$.

б) Для точек с расстоянием $R_1 < r_2 < R_2$ (в толще стенки сферы) в сумму зарядов $\sum q_i$ входят только заряды, находящиеся внутри поверхности S_2 , т. е.

$$\sum_{i=1}^N q_i = \rho V_2 = \rho(4/3)\pi(r_2^3 - R_1^3),$$

где ρ – объемная плотность зарядов.

Поток вектора напряженности Φ_{E_2} через вспомогательную поверхность S_2 равен

$$\Phi_{E_2} = \oint_{S_2} E_2 dS \cos(\vec{E}, \vec{n}).$$

Так как во всех точках вспомогательной поверхности S_2 напряженность E_2 электрического поля одинакова ($E_2 = \text{const}$), то ее можно вынести из-под знака интеграла; $\cos(\vec{E}, \vec{n}) = 1$.

$$\Phi_{E_2} = E_2 \oint_{S_2} dS = E_2 S_2 = E_2 4\pi r_2^2.$$

$$E_2 \cdot 4\pi r_2^2 = (4/3) \cdot \frac{\pi(r_2^3 - R_1^3)}{\varepsilon \varepsilon_0},$$

откуда

$$E_2 = \frac{\rho(r_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon \varepsilon_0 r_2^2},$$

где $\varepsilon = 7$ (диэлектрическая проницаемость стекла).

$$E_2 = 13,6 \text{ В/м}.$$

в) Для точек с расстоянием $r_3 > R_2$ (вне заряженной сферы) поток вектора напряженности через вспомогательную поверхность S_3 равен

$$\Phi_{E_3} = \oint_{S_3} E_3 dS \cos(\vec{E}_3, \vec{n}) = E_3 \cdot 4\pi r_3^2.$$

Внутри поверхности S_3 находится вся заряженная сфера. Поэтому

$$\sum_{i=1}^N q_i = \rho V_3 = \rho \left(\frac{4}{3} \pi (R_2^3 - R_1^3) \right).$$

Используя теорему Остроградского – Гаусса и принимая $\varepsilon = 1$, получаем

$$E_3 = \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r_3^2},$$

$$E_3 = 229 \text{ В/м}.$$

г) При $r = R_2$

$$E'_3 = \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 R_2^2},$$

$$E'_3 = 343 \text{ В/м (вне сферы)}.$$

Внутри сферы

$$E''_3 = \frac{E'_3}{\varepsilon} = 49 \text{ В/м},$$

т. е. на границе раздела диэлектрик – вакуум напряженность терпит разрыв. На рис. 2.25 представлен график зависимости напряженности электростатического поля от расстояния r (от центра шара).

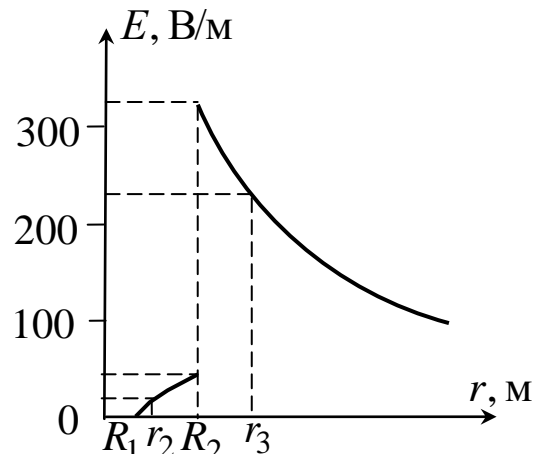


Рис. 2.25. График зависимости E от r

§ 2.6. Задачи для самостоятельного решения

2.6.1. Четыре заряда $q_1 = -q_2 = q_3 = q_4 = 40$ нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Найти силу F , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

2.6.2. Два шарика массой $m = 2$ г каждый подвешены на нитях,

верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити $L = 10$ см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$.

2.6.3. Две параллельно расположенные плоскости заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 0,4 \cdot 10^{-5}$ Кл/м² и $\sigma_2 = 0,6 \cdot 10^{-5}$ Кл/м². Определить напряженность поля между плоскостями и вне плоскостей. Решение пояснить рисунком.

2.6.4. Два точечных заряда $q_1 = 30$ нКл и $q_2 = -10$ нКл находятся в воздухе на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряженность поля, создаваемого этими зарядами, в точке, удаленной на 9 см от положительного заряда и 7 см от отрицательного заряда. Решение пояснить рисунком.

2.6.5. Две параллельные плоскости одноименно заряжены с поверхностной плотностью зарядов $0,5 \cdot \text{мкКл/м}^2$ и $1,5 \cdot \text{мкКл/м}^2$. Определить напряженность поля между плоскостями и вне плоскостей. Решение пояснить рисунком.

2.6.6. Расстояние между двумя параллельно расположенными бесконечно длинными металлическими нитями равно 10 см. Одна нить заряжена с линейной плотностью $\tau_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ Кл/м, другая $\tau_2 = 3 \cdot 10^{-4}$ Кл/м. Найти напряженность поля в точке, удаленной на расстояние 10 см от каждой нити. Решение пояснить рисунком.

2.6.7. Точечные заряды $q_1 = 20$ мкКл, $q_2 = -10$ мкКл находятся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на $r_1 = 3$ см от первого и $r_2 = 4$ см от второго заряда. Определить также силу F , действующую в этой точке на точечный заряд $Q = 1$ мкКл.

2.6.8. На расстоянии $d = 20$ см находятся два точечных заряда $q_1 = -50$ нКл и $q_2 = 100$ нКл. Определить силу F , действующую на заряд $q = -10$ нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние ($r = d$).

2.6.9. Расстояние между двумя бесконечно длинными параллельными нитями, заряженными одноименно с линейной плотностью $\tau = 6 \cdot 10^{-4}$ Кл/м, равно 5 см. Найти напряженность поля в точке, удаленной на 5 см от каждой нити. Решение пояснить рисунком.

2.6.10. Три точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 2$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

2.6.11. Пылинка массой $m = 5$ нг, несущая на себе 10 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $\Delta\phi = 1$ МВ. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

2.6.12. Электрон, обладавший кинетической энергией $T = 10$ эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов $\Delta\phi = 8$ В?

2.6.13. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 10^5$ м/с. Расстояние, между пластинами $d = 8$ мм. Найти: 1) разность потенциалов $\Delta\phi$ между пластинами, 2) поверхностную плотность σ заряда на пластинах.

2.6.14. Электрон с энергией $T = 400$ эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом $R = 10$ см. Определить минимальное расстояние, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если ее заряд $q = -10$ нКл.

2.6.15. Определить ускоряющую разность потенциалов $\Delta\phi$, которую должен пройти в электрическом поле протон, обладающий скоростью $v = 10^6$ м/с, чтобы его скорость возросла в 2 раза.

2.6.16. Пылинка массой $m = 200$ мкг, несущая на себе заряд $q = 40$ нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $\Delta\phi = 200$ В пылинка имела скорость $v_2 = 10$ м/с. Определить скорость v_1 пылинки до того, как она влетела в поле.

2.6.17. Два шарика с зарядами $q_1 = 5$ нКл и $q_2 = 10$ нКл находятся на расстоянии $r_1 = 40$ см. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ см?

2.6.18. Шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 10$ нКл перемещается из точки 1, потенциал которой $\phi_1 = 600$ В, в точку 2, потенциал которой $\phi_2 = 0$. Найти его скорость в точке 1, если в точке 2 она стала равной $v_2 = 25$ см/с.

2.6.19. Какая работа совершается при перенесении точечного заряда $q = 20$ нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 5$ см от поверхности шара радиусом $R = 1$ см, с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 15$ мкКл/м²?

2.6.20. Найти потенциал ϕ точки поля, находящейся на рассто-

янии $r = 10$ см от центра заряженного шара радиусом $R = 1$ см. Задачу решить, если: а) задана поверхностная плотность заряда на шаре $0,1$ мкКл/м²; б) задан потенциал шара $\varphi_0 = 300$ В.

2.6.21. В центре заряженного стеклянного ($\varepsilon_1 = 7$) шара радиусом $R_2 = 10$ см имеется полость радиусом $R_1 = 5$ см (см. рис. 2.24). Заряд шара $q = 10^{-7}$ Кл. Шар помещен в масло ($\varepsilon_2 = 2,2$). Какова напряженность E электрического поля в точках, отстоящих от центра шара на расстояниях: $r_1 = 3$ см, $r_2 = 6$ см, $r_3 = 12$ см? Построить график $E = E(r)$.

2.6.22. Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по всей ее длине. Вычислить линейную плотность τ заряда на проволоке, если напряженность поля на расстоянии $a = 0,5$ м от нее против ее середины равна 200 В/м.

2.6.23. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром $d = 20$ см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 4$ мкКл/м². Определить напряженность электрического поля в точках, отстоящих от оси цилиндра на расстояниях $r_1 = 3$ см и $r_2 = 15$ см.

2.6.24. Внутренний провод коаксиального кабеля окружен полым цилиндрическим проводником радиусом R . Линейные плотности заряда на этих проводниках $+\tau$ и $-\tau$ соответственно. Используя теорему Остроградского – Гаусса, получить формулы для определения напряженности E электрического поля в областях I II (рис. 2.26). Построить график $E = E(r)$.

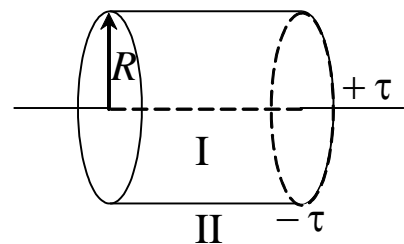


Рис. 2.26. К задаче 2.6.24

2.6.25. Определить напряженность E поля, создаваемого тонким длинным стержнем, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда $\tau = 20$ мкКл/м в точке, находящейся на расстоянии $a = 2$ см от стержня, вблизи его середины.

2.6.26. Длинный металлический стержень равномерно заряжен с объемной плотностью заряда ρ . Получить, используя теорему Остроградского – Гаусса, формулу для расчета напряженности внутри стержня. Изобразить графически зависимость $E = E(r)$, где $r \leq R$ (R – радиус стержня).

2.6.27. Используя теорему Остроградского – Гаусса, получить формулу для расчета напряженности поля, созданного равномерно заряженной тонкой бесконечно протяженной плоскостью. Поверхностная плотность заряда на плоскости σ .

2.6.28. Большая плоская пластина толщиной 1 см несет заряд, равномерно распределенный по объему с объемной плотностью $\rho = 100 \text{ нКл/м}^3$. Найти напряженность E электрического поля вблизи центральной части пластины вне ее, на малом расстоянии от поверхности.

2.6.29. Плоский слой диэлектрика ($\epsilon = 2$) толщиной 0,5 см равномерно заряжен, причем 1 см^3 слоя имеет заряд $3 \cdot 10^{-10}$ Кл. Какова напряженность поля: а) в середине слоя, б) внутри слоя на расстоянии 0,1 см от поверхности, в) вне слоя?

2.6.30. Плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда σ . В середине плоскости имеется небольшое отверстие радиусом R . Найти напряженность поля в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости, проходящем через центр отверстия на расстоянии b от плоскости.

2.6.31. К источнику напряжения $u = 300$ В подключены два плоских конденсатора емкостью $C_1 = 2$ пФ и $C_2 = 3$ пФ. Определить заряд q и напряжение на пластинах конденсаторов при последовательном и параллельном соединениях.

2.6.32. Определить энергию и силу притяжения обкладок плоского конденсатора при условии, что разность потенциалов между обкладками 5 кВ, заряд каждой обкладки 0,1 мкКл, а расстояние между обкладками 1 см.

2.6.33. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 600$ В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $\Delta\varphi_2 = 100$ В.

2.6.34. Конденсаторы емкостями 2, 4, 5 мкФ включены в цепь с напряжением 600 В. Определить энергию каждого конденсатора в случае: а) последовательного их включения; б) параллельного их включения.

2.6.35. Плоский конденсатор, расстояние между обкладками

которого 2 см, а площадь каждой обкладки 200 см^2 , зарядили до разности потенциалов 200 В и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками до 6 см?

2.6.36. Конденсатор, заряженный до напряжения 200 В, соединен с незаряженным конденсатором такой же электроемкости: а) параллельно, б) последовательно. Какое напряжение установится между обкладками конденсатора в обоих случаях?

2.6.37. Плоский конденсатор с площадью пластины $S = 200 \text{ см}^2$ каждая заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi = 2 \text{ кВ}$. Расстояние между пластинами $d = 2 \text{ см}$, диэлектрик – стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность ω энергии поля.

2.6.38. Два конденсатора емкостью $C_1 = 5 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 8 \text{ мкФ}$ соединены последовательно и присоединены к источнику напряжения $u = 80 \text{ В}$. Определить заряды q_1 и q_2 конденсаторов и разности потенциалов $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ между их обкладками.

2.6.39. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R = 10 \text{ см}$ каждая, находящихся на расстоянии $d = 2 \text{ мм}$. Конденсатор присоединен к источнику напряжения $u = 80 \text{ В}$. Определить заряд q и напряженность E поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик – воздух, б) диэлектрик – стекло.

2.6.40. Между пластинами плоского конденсатора емкостью 5 мкФ находится плотно прилегающая стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi = 100 \text{ В}$. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть стеклянную пластинку из конденсатора? Диэлектрическая проницаемость стекла $\varepsilon = 7$.

ГЛАВА III. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов – носителей тока. Носителями тока могут быть как свободные электроны, так и положительно и отрицательно заряженные ионы. Направленное движение этих носителей создает *ток проводимости*. Упорядоченное перемещение зарядов, связанное с перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела, называют *конвекционным током*. За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

§ 3.1. Характеристики тока – сила тока, плотность тока

Силой тока называется скалярная величина, равная отношению заряда dq , который за время dt переносится через поперечное сечение проводника, ко времени dt :

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Ток, сила и направление которого не изменяются со временем, называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}.$$

Единица силы тока $[I] = 1 \text{ А}$ (ампер).

Плотность тока \vec{j} – векторная величина, модуль которой равен отношению силы тока к площади поперечного сечения проводника:

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Единица плотности тока $[j] = 1 \text{ А/м}^2$.

Если в цепь постоянного тока включены последовательно проводники с разными поперечными сечениями, то плотность тока в разных сечениях разная при одинаковой силе тока. При расчете электрических цепей важно знать допустимую плотность тока для конкретных проводников, которая приводится в справочниках. Например, для меди $j_{\text{пред}} = 10^7 \text{ А/м}^2$.

Вектор плотности тока \vec{j} направлен вдоль направления тока, т. е. совпадает с направлением движения положительных зарядов. Плотность тока может быть вычислена по формуле

$$\vec{j} = ne\langle\vec{v}\rangle,$$

где n – концентрация носителей тока (для металлов носителями заряда являются свободные (валентные) электроны); e – элементарный заряд носителя (что не обязательно для ионов); $\langle\vec{v}\rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике (*скорость дрейфа*).

Так, при максимально допустимой плотности тока для меди и концентрации свободных электронов $n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, средняя скорость дрейфа $\langle v \rangle = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$, что значительно меньше скорости теплового движения электронов, которая при 300 К примерно равна 10^5 м/с . Из практики же известно, что скорость распространения тока в проводах очень велика. Дело в том, что причиной, вызывающей дрейф электронов, является электрическое поле, скорость распространения которого равна скорости света c . Под действием источника тока все свободные электроны в металлических проводниках начинают свое направленное движение практически одновременно.

§ 3.2. Условия существования тока

Электростатическое поле не может быть источником длительного тока. В самом деле, если заряженные до потенциалов φ_1 и φ_2 тела A и B соединить проводником AaB (рис. 3.1), то по нему хотя и пойдет ток, но он будет кратковременным, пока не выровняются потенциалы тел. Для поддержания неизменного по времени тока необходимо поддерживать неизменной разность потенциалов

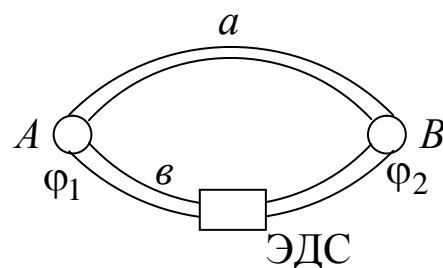


Рис. 3.1. Ток в цепи

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, т. е. пополнять заряды тел A и B , перенося заряды тела B обратно на тело A , производя как бы круговорот электричества, для чего контур, по которому течет ток, должен быть замкнут ($AaBbA$). Однако на участке BbA зарядам нужно перемещаться про-

тив электрических сил. Это перемещение могут производить только сторонние силы неэлектростатической природы.

Природа этих сил может быть механической, химической, термо- и фотоэлектрической и т. д. Эти силы могут действовать на всем протяжении цепи или на отдельных ее участках. *Устройство, обеспечивающее возникновение и действие сторонних сил, называ- ют источником тока или источником электродвижущей силы.*

Внутри проводника, по которому течет постоянный электри- ческий ток, одновременно существуют поля как кулоновских (\vec{E}_k), так и сторонних ($\vec{E}_{ст}$) сил. Напряженность результирующего поля определяется по принципу суперпозиции полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_k + \vec{E}_{ст}.$$

При протекании тока по проводнику над зарядом при его пе- ремещении совершается работа как кулоновскими (A_k), так и сто- ронними ($A_{ст}$) силами. Полная работа равна сумме этих работ

$$A = A_k + A_{ст}.$$

Поделим это соотношение на заряд Q :

$$\frac{A}{Q} = \frac{A_k}{Q} + \frac{A_{ст}}{Q}.$$

Физическая величина, равная полной работе, которая совер- шается кулоновскими и сторонними силами при перемещении еди- ничного положительного заряда вдоль участка цепи (например АВ, см. рис. 3.1) из точки А в точку В, называется напряжением (паде- нием напряжения) на этом участке:

$$u_{AB} = \frac{A}{Q}.$$

Величина, равная работе кулоновских сил по перемещению единицы положительного заряда, называется разностью потенци- алов $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B$:

$$\Delta\varphi = \frac{A_k}{Q}.$$

Величина, равная работе сторонних сил по перемещению еди- ничного положительного заряда вдоль всей цепи, называется элект- родвижущей силой (ЭДС):

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{Q}.$$

Размерность ЭДС $[\varepsilon] = 1 \text{ В}$.

$$u_{AB} = \Delta\varphi + \varepsilon,$$

откуда видно, что напряжение на концах участка равно разности потенциалов только в том случае, если данный участок цепи не содержит ЭДС:

$$u_{AB} = \Delta\varphi \text{ при } \varepsilon = 0.$$

Такой участок называется *однородным* (AB , рис. 3.2). Прохождение тока по однородному участку сопровождается только выделением тепла.

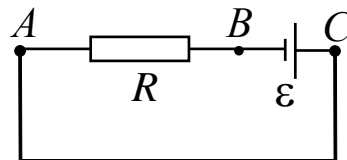


Рис. 3.2. Участок цепи

§ 3.3. Закон Ома

3.3.1. Закон Ома для однородного участка цепи

Немецкий физик Г. Ом экспериментально установил закон: *Сила тока на однородном участке цепи пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению этого участка:*

$$I = \frac{u}{R},$$

где R – электрическое сопротивление проводника (величина, характеризующая противодействие проводника или электрической цепи электрическому току). Электрическое сопротивление участка цепи при постоянном напряжении (токе) – скалярная величина R , равная отношению напряжения u на его концах к силе тока I при отсутствии на этом участке источников ЭДС (рис. 3.3).

Электрическое сопротивление зависит от материала проводника, его размеров и формы. Для однородного по составу проводника при постоянном сечении S и длине ℓ :

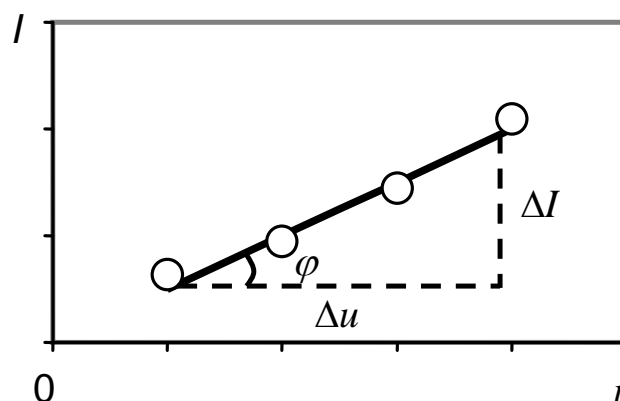


Рис. 3.3. Вольт-амперная зависимость однородного проводника

$$R = \frac{\rho \ell}{S},$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление, характеризующее материал проводника. Удельное сопротивление – это сопротивление проводника из данного материала единичной длины и единичного сечения, единица удельного электрического сопротивления – ом-метр (Ом·м).

3.3.2. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Если участок цепи содержит ЭДС или устройства, совершающие механическую работу, то такой участок называется *неоднородным*, например участок AC (см. рис. 3.2). Сопротивление данного участка равно $R + r$, где r – внутреннее сопротивление источника ЭДС. Напряжение $u_{AC} = \Delta\varphi_{AC} + \varepsilon$. Поделив это выражение на сопротивление $R + r$, получим

$$I = \frac{\Delta\varphi + \varepsilon}{R + r}.$$

Это выражение представляет собой *закон Ома для неоднородного участка цепи* или закон Ома в обобщенной форме.

3.3.3. Закон Ома для полной цепи

Если цепь замкнута, то потенциалы начальной и конечной точек цепи одинаковы, $\Delta\varphi = 0$. Тогда закон Ома для полной цепи принимает вид

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где под R понимается сопротивление внешней цепи (нагрузки).

ЭДС, как и сила тока, – величина алгебраическая. В случае необходимости несколько источников ЭДС соединяют в батарею. При параллельном соединении источников соединяют между собой все положительные и все отрицательные полюсы n источников. Сила тока в такой цепи равна

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r/n}.$$

При последовательном соединении два соседних источника соединяют разноименными полюсами. Если число источников n , то сила тока рассчитывается по формуле

$$I = \frac{\varepsilon n}{R + rn}.$$

Закон Ома можно записать в виде

$$\varepsilon = IR + Ir,$$

где $IR = u$ – напряжение (падение напряжения) на внешнем участке цепи (на нагрузке), $Ir = u_0$ – напряжение на внутренней части цепи.

Таким образом, ЭДС равна сумме падений напряжений на всех участках цепи.

3.3.4. Сопротивление проводников

Согласно представлениям классической электронной теории проводимости металлических проводников сопротивление последних объясняется соударениями электронов проводимости при их направленном движении с ионами кристаллической решетки металла. Считая движение электронов между двумя соударениями равноускоренным под действием электрической силы $F = eE$ и используя второй закон Ньютона $F = m_e a$, можно вывести формулу для средней скорости направленного движения электронов:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} \frac{\langle \ell \rangle}{\langle v_T \rangle} E,$$

где m_e – масса электрона; $\langle \ell \rangle$ – средняя длина свободного пробега электронов; $\langle v_T \rangle$ – средняя скорость теплового движения электронов.

Подставив это выражение для $\langle v \rangle$ в формулу для плотности тока, получаем

$$j = \frac{ne^2 \langle \ell \rangle}{2m_e \langle v_T \rangle} E,$$

т. е. плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля в проводнике. Коэффициентом пропорциональности является величина

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle \ell \rangle}{2m_e \langle v_T \rangle},$$

которая называется *удельной проводимостью* проводника.

Величина, обратная удельной проводимости, представляет собой удельное сопротивление проводника

$$\rho = \frac{1}{\gamma}.$$

Сопротивление однородного проводника цилиндрической формы определяется по формуле

$$R = \rho \frac{\ell}{S},$$

где ℓ – длина проводника; S – площадь поперечного сечения.

Размерности: $[R] = 1 \text{ Ом}$, $[\rho] = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $[\gamma] = 1 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$.

В электрической цепи проводники могут соединяться последовательно и параллельно.

При последовательном соединении (рис. 3.4) проводников ток через них течет одинаковый, напряжения пропорциональны сопротивлениям $u_1 = IR_1$, $u_2 = IR_2$, общее напряжение $u = u_1 + u_2$, общее сопротивление равно сумме отдельных сопротивлений $R = R_1 + R_2$.

При параллельном соединении проводников (рис. 3.5) в точках, где сходятся не менее трех проводников (эти точки называют узлами), ток I разветвляется так, что $I = I_1 + I_2$.

Напряжение в ветвях цепи одинаковое $u = u_1 = u_2$, а общее сопротивление находится из формулы

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

откуда

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Удельное сопротивление проводников зависит не только от их природы, но и от температуры. Опытным путем установлено соотношение

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 и ρ – удельное сопротивление проводника при 0°C и при t соответственно; α – температурный коэффициент сопротивления, характеризующий относительное изменение сопротивления проводника при нагревании его на 1°C или 1 К :

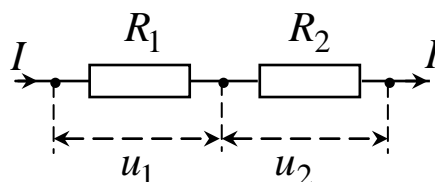


Рис. 3.4. Последовательное соединение проводников

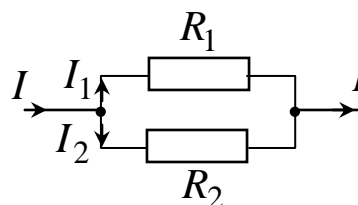


Рис. 3.5. Параллельное соединение проводников

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 t}.$$

Температурные коэффициенты сопротивления веществ различны при разных температурах, однако для многих металлов это различие невелико. Для всех чистых металлов $\alpha \approx 1/273 \text{ K}^{-1}$.

Зависимость сопротивления металлов от температуры используется в термометрах сопротивления для измерения очень низких или очень высоких температур, когда жидкостные термометры применить нельзя.

График $\rho(t)$ представлен на рис. 3.6, откуда видно, что удельное сопротивление должно стать равным нулю при $t = -273 \text{ }^\circ\text{C}$. Однако в 1911 году в опытах с ртутью голландский физик Камерлинг-Оннес впервые обнаружил скачкообразное уменьшение сопротивления ртути до нуля при $t = -269 \text{ }^\circ\text{C}$ (4,2 К). Обращение электрического сопротивления в нуль названо *сверхпроводимостью*.

Классическая электронная теория проводимости зависимость сопротивления проводников от температуры объясняет лишь качественно. Из формулы

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{2m_e \langle v_T \rangle}{ne^2 \langle \ell \rangle},$$

где $\langle v_T \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}$ – средняя скорость теплового движения электронов проводимости следует, что $\rho \sim \sqrt{T}$. В действительности $\rho \sim T$.

Кроме того, в рамках классической теории не удалось объяснить сверхпроводимость. Эта задача была решена квантовой механикой.

Открытие явления сверхпроводимости послужило мощным толчком в развитии целого направления в физике. К настоящему времени при температуре $T_{\text{кр}}$ (критической) сверхпроводящие свойства обнаружены у многих металлов (Pb, Zn, Al и др.), сплавов, соединений. Перспективными в плане более высокой температуры

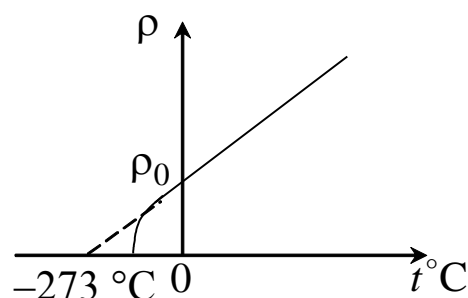


Рис. 3.6. График зависимости удельного сопротивления от температуры

сверхпроводящего состояния $T_{кр} > 100 \text{ К}$ явились полимерные и керамические вещества.

3.3.5. Закон Ома в дифференциальной форме

Выделим в проводнике трубку тока длиной $d\ell$ и сечением dS (рис. 3.7).

При наличии разности потенциалов на концах трубки, связанной с напряженностью E , сила тока равна

$$dI = \frac{du}{dR} = \frac{Ed\ell}{\rho \frac{d\ell}{dS}}; \quad \frac{dI}{dS} = \frac{E}{\rho}; \quad j = \gamma E.$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

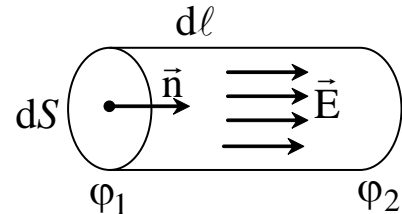


Рис. 3.7. К выводу закона Ома

Это выражение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме: в каждой точке проводника плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля сторонних сил и сонаправлена с ней, $\vec{j} \uparrow \uparrow \vec{E}$.

Закон Ома справедлив как для постоянного, так и для переменного тока.

§ 3.4. Закон Джоуля – Ленца

3.4.1. Работа и мощность электрического тока

Источник ЭДС в замкнутой цепи совершает полную работу за время dt :

$$\delta A = \varepsilon I dt.$$

После замены ε по формуле из закона Ома получаем

$$\delta A = I u dt + I u_0 dt,$$

где $I u dt = \delta A_1$ – работа тока во внешней цепи; $I u_0 dt = \delta A_2$ – работа тока внутри источника. Полезной является только работа δA_1 ; полная работа $\delta A = \varepsilon I dt$ – затраченная.

Коэффициент полезного действия электрической цепи равен

$$\eta = \frac{\delta A_1}{\delta A} \cdot 100 \% = \frac{u}{\varepsilon} \cdot 100 \% = \frac{R}{R + r} \cdot 100 \%.$$

Полезная мощность тока – это отношение работы электрического тока во внешней цепи ко времени протекания тока

$$N = \frac{Iudt}{dt} = Iu = \frac{u^2}{R} = I^2 R.$$

3.4.2. Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

По формуле $\delta A_1 = Iudt$ можно вычислить полезную работу, совершаемую электрическим током, независимо от того, в какой вид энергии превращается электрическая энергия. Эта работа может пойти на нагревание проводника, на перемещение проводника с током в магнитном поле (на чем основано устройство электродвигателей) и т. д. Преобразование электрической энергии в тепловую объясняется соударениями электронов проводимости с ионами кристаллической решетки металлического проводника, вследствие чего увеличивается интенсивность колебаний ионов и повышается температура проводника. Количество тепла, выделяющееся на неподвижном участке цепи, эквивалентно работе тока на этом участке:

$$\delta Q = \delta A_1 = Iudt$$

или

$$\delta Q = I^2 R dt = \frac{u^2}{R} dT.$$

Эти выражения – закон Джоуля – Ленца в интегральной форме.

Если участком цепи является, например, электродвигатель, то работа тока $Iudt$ расходуется на механическую работу $\delta A_{\text{мех}}$ и на тепло, которое неизбежно выделяется в обмотке электродвигателя:

$$Iudt = \delta A_{\text{мех}} + I^2 R dt,$$

где R – сопротивление обмотки двигателя.

Закон Джоуля – Ленца можно представить в дифференциальной форме. Для этого выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем $dV = Sd\ell$, сопротивление которого $R = \rho \frac{d\ell}{dS}$. За

время dt в этом объеме выделится количество тепла

$$\delta Q = I^2 R dt = I^2 \rho \frac{d\ell}{dS} dt = \rho \frac{d\ell}{dS} (jdS)^2 dt = \rho j^2 dV dt.$$

Произведя замену $j = \gamma E$, $\rho = \frac{1}{\gamma}$, получим

$$\delta Q = \gamma E^2 dV dt.$$

Количество тепла, выделяющееся в единице объема проводника за единицу времени, называется удельной тепловой мощностью тока w :

$$w = \frac{\delta Q}{dV dt}.$$

С учетом выражения закона Ома

$$w = \gamma E^2.$$

Это выражение – закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме: *удельная тепловая мощность тока пропорциональна квадрату напряженности электрического поля в данном месте проводника.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.1

Измерение сопротивления методом амперметра – вольтметра

1. *Цель работы:* освоить метод измерения неизвестных сопротивлений с помощью вольтметра и амперметра и оценить погрешность измерения с использованием двух схем, а также выработать умение графического построения вольт-амперных характеристик.

2. *Подготовка к работе:* Изучить теоретические положения, касающиеся данного метода по литературным источникам [1] – гл. 18; [2] – гл. 12; [3] – гл. V. Для выполнения работы студент должен знать: а) законы Ома и Кирхгофа для постоянного тока; б) физическое обоснование сопротивления проводника и его зависимость от других факторов; в) расчет погрешности измерений; г) порядок работы на лабораторной установке и предельные параметры приборов.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

Принципиальные электрические схемы для определения сопротивления методом амперметра – вольтметра показаны на рис. 3.8, 3.9. Напряжение, подаваемое от источника питания с помощью ключа К через реостат (потенциометр) П на неизвестное сопротивление R_x , определяется вольтметром V , ток регистрируется амперметром A .

При подключении вольтметра к точкам 1 и 2 осуществляется работа по схеме (I) (рис. 3.8). При подключении вольтметра к точкам 1 и 3 осуществляется работа по схеме (II) (рис. 3.9).

В работе используются два неизвестных сопротивления R_{X1} , R_{X2} , при различном соединении которых можно получить еще два неизвестных сопротивления.

3.2. Методика измерений и расчета

Для схемы измерения (I) (рис. 3.8) ток, измеряемый амперметром I_A , не равен току I_X , идущему через неизвестное сопротивление,

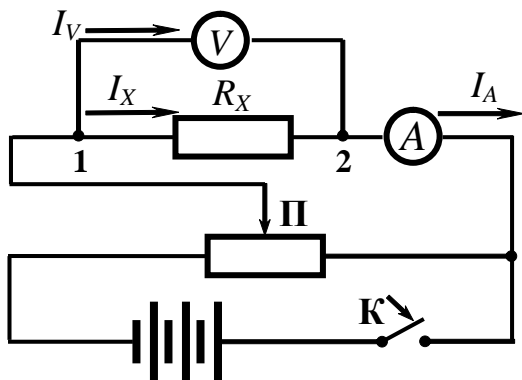


Рис. 3.8. Электрическая схема (I) для измерения неизвестного сопротивления

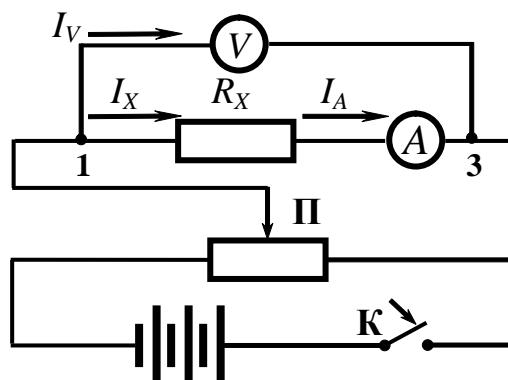


Рис. 3.9. Электрическая схема (II) для измерения неизвестного сопротивления

а представляет собой сумму токов через вольтметр и неизвестное сопротивление:

$$I_A = I_X + I_V = I_X + \frac{u_V}{R_V},$$

где R_V – сопротивление вольтметра.

Тогда неизвестное сопротивление будет равно:

$$R_{X(I)} = \frac{u_X}{I_X} = \frac{u_X}{I_A - I_V} = \frac{u_X}{I_A - \frac{u_V}{R_V}}. \quad (3.1)$$

В схеме измерения (II) (рис. 3.9) показание вольтметра u_V не соответствует напряжению на концах неизвестного сопротивления u_X , так как оно равно сумме напряжений:

$$u_V = u_X + u_A = u_X + I_A \cdot R_A,$$

где R_A – сопротивление амперметра.

Тогда неизвестное сопротивление будет равно:

$$R_{X(II)} = \frac{u_X}{I_X} = \frac{u_V - u_A}{I_A} = \frac{u_V}{I_A} - R_A. \quad (3.2)$$

Как видно из формул (3.1) и (3.2), при измерении сопротивления методом амперметра – вольтметра по схеме (I) в расчетную

формулу входит сопротивление вольтметра R_V , а по схеме (II) – сопротивление амперметра R_A .

В случае если сопротивления приборов неизвестны, то неизвестное сопротивление рассчитывают по упрощенной формуле

$$R'_X = \frac{U_V}{I_A}. \quad (3.3)$$

В этом случае *возникает относительная методическая погрешность* измерения ε_M , равная:

$$\varepsilon_M = \frac{|R_X - R'_X|}{R_X} \cdot 100\%, \quad (3.4)$$

где R_X – истинное значение измеряемого сопротивления, рассчитанное по формуле (3.1) или (3.2) в зависимости от используемой схемы измерения.

Относительная методическая погрешность измерения для схемы (I):

$$\varepsilon_{M(I)} = \frac{R_X}{R_X + R_V} \cdot 100\% = \frac{1}{1 + \frac{R_V}{R_X}} \cdot 100\%. \quad (3.5)$$

Относительная методическая погрешность измерения для схемы (II):

$$\varepsilon_{M(II)} = \frac{R_A}{R_X} \cdot 100\%. \quad (3.6)$$

Из формул (3.5) и (3.6) видно, что относительная методическая погрешность измерения сопротивления при расчете по упрощенной формуле (3.4) зависит от соотношения между измеряемым сопротивлением R_X и сопротивлениями приборов R_A и R_V . Действительно, при использовании *схемы измерения (I)* $\varepsilon_{M(I)} = 50\%$ при $R_X = R_V$ и 2% при $R_V = 49R_X$. При использовании *схемы измерения (II)* $\varepsilon_{M(II)} = 50\%$ при $R_X = 2R_A$ и 2% при $R_X = 50R_A$.

Таким образом, первую схему (I) измерения можно использовать, когда измеряемые сопротивления во много раз меньше сопротивления вольтметра ($R_V \gg R_X$), а вторую схему (II) измерения можно использовать, когда измеряемые сопротивления во много раз больше сопротивления амперметра ($R_X \gg R_A$). Следует отметить, что рассмотренный метод не обеспечивает высокой точности, так как погрешность измерения сопротивления этим методом всегда больше суммы *приведенных погрешностей* обоих приборов.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Определение параметров приборов (вольтметра и амперметра)

а) Выбрать пределы измерения прибора $u_{\text{пред}}$, $I_{\text{пред}}$ (повернуть переключатель).

б) Рассчитать цену деления прибора (предел измерения разделить на число делений).

в) Записать класс точности (на шкале прибора). Рассчитать абсолютную погрешность прибора по формуле

$$\Delta X = \frac{\gamma_{\text{пр}} \cdot X_{\text{пред}}}{100 \%}$$

г) Определить максимальный ток I_{max} для вольтметра и максимальное напряжение u_{max} для амперметра (по данным на шкале прибора). Найти внутреннее сопротивление вольтметра R_V и амперметра R_A по формулам:

$$R_V = \frac{u_{\text{пред}}}{I_{\text{max}}}, \quad R_A = \frac{u_{\text{max}}}{I_{\text{пред}}},$$

данные занести в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Параметры амперметра и вольтметра

Параметры	Вольтметр	Амперметр
Предел измерения		
Цена деления		
Класс точности $\gamma_{\text{пр}}$, %		
Абсолютная приборная погрешность ΔX		
Внутреннее сопротивление, Ом		

3.3.2. Определение сопротивления R_X по схеме (I)

а) Собрать схему (I) (рис. 3.8). Подключить сопротивление R_{X1} . Потенциометр П поставить в положение минимума снимаемого напряжения.

б) Включить ключ К.

в) Снять вольт-амперную зависимость (показания приборов для значений напряжения u_V и тока I_A занести в табл. 3.2).

г) Построить на рис. 1 отчета график вольт-амперной зависимости $u_V(I_A)$, откладывая по оси абсцисс ток I_A по оси ординат напряжение u_V . Тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс, прове-

денной через точки графика, определяет омическое сопротивление, как частное от деления напряжения на вольтметре на суммарный ток через неизвестное сопротивление и вольтметр по формуле

$$R'_{X(I)} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta I}.$$

По формуле $I_X = I_A - I_V = I_A - \frac{u_V}{R_V}$ рассчитать ток через неизвестное сопротивление. Результаты расчета занести в табл. 3.2 и по полученным данным рассчитать неизвестное сопротивление $R_{X(I)}$ и погрешности измерений. Расчет относительной погрешности измерений для различных значений тока и напряжения проводить по формуле

$$\varepsilon = \gamma \frac{X_{\text{пред}}}{X} \%,$$

а методической погрешности – по формуле (3.5).

Таблица 3.2

Результаты измерения неизвестного сопротивления по схеме (I) и расчета погрешностей

№	u_V	I_A	I_X	$R'_{X(I)}$	$R_{X(I)}$	ε_V	ε_A	$\varepsilon_{M(I)}$	ΔR
	В	А	А	Ом	Ом	%	%	%	Ом
1									
2									
3									
...									
8									

Рассчитать абсолютную погрешность измерений: $\Delta R = R_{X(I)} \cdot \varepsilon_{R(I)}$, где $\varepsilon_{R(I)} = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_A^2 + \varepsilon_{M(I)}^2}$ – относительная погрешность определения сопротивления; ε_V – максимальная относительная погрешность вольтметра; ε_A – максимальная относительная погрешность амперметра (выбрать из табл. 3.2).

д) Повторить пункты (а–г) для R_{X2} . Построить на рис. 2 отчета графики вольт-амперной зависимости $u_V(I_A)$.

3.3.3. Определение сопротивления R_X по схеме (II)

а) Собрать схему (II) (рис. 3.9). Подключить сопротивление R_{X1} .

б) Потенциометр П поставить в положение минимума снимаемого напряжения.

в) Включить ключ К и снять вольт-амперную зависимость напряжения u_V от тока I_A , результаты занести в табл. 3.3.

г) Построить на рис. 1 отчета график вольт-амперной зависимости $u_V(I_A)$, откладывая по оси абсцисс ток I_A , по оси ординат напряжение u_V . Тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс, проведенной через точки графика, определяет омическое сопротивление как частное от деления напряжения на вольтметре на ток через неизвестное сопротивление, без учета падения напряжения на амперметре по формуле

$$R''_{X(II)} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta I}.$$

д) По формуле $u_X = u_V - u_A = u_V - I_A R_A$ рассчитать напряжение на неизвестном сопротивлении, результаты вычислений занести в табл. 3.3. По полученным данным рассчитать неизвестное сопротивление $R_{X(II)}$.

Таблица 3.3

Результаты измерения неизвестного сопротивления по схеме (II) и расчета погрешностей

№	u_V	I_A	u_X	$R''_{X(II)}$	$R_{X(II)}$	ε_V	ε_A	$\varepsilon_{M(II)}$	ΔR
	В	А	В	Ом	Ом	%	%	%	Ом
1									
2									
...									
8									

е) Рассчитать относительную погрешность измерений для различных значений тока и напряжения: $\varepsilon = \gamma \frac{X_{\text{пред}}}{X} \%$.

Сравнить полученное значение сопротивления с сопротивлением амперметра. Рассчитать относительную методическую погрешность измерения для схемы (II) по формуле (3.6). Рассчитать

абсолютную погрешность измерений: $\Delta R = R_{X(II)} \cdot \varepsilon_{R(II)}$, где $\varepsilon_{R(II)} = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_A^2 + \varepsilon_{M(II)}^2}$ – относительная погрешность определения сопротивления; ε_V – максимальная относительная погрешность вольтметра; ε_A – максимальная относительная погрешность амперметра (по данным табл. 3.3).

ж) Повторить пункты (а–е) для R_{X2} . Построить на рис. 2 отчета графики зависимости $u_V(I_A)$.

3.3.4. *Сделать выводы по результатам измерений и расчетов*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.2

Определение удельного сопротивления резистивного провода

1. *Цель работы:* освоить метод вольтметра – амперметра для измерения удельного сопротивления резистивного провода.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1] – гл.18; [2] – гл. 12; [3] – гл. V. Для выполнения работы студент должен знать: а) законы постоянного тока; б) физическую сущность сопротивления проводника; в) как рассчитывать погрешность электроизмерительных приборов; г) как рассчитывать погрешность косвенных и прямых измерений; д) как выполнять измерения на лабораторной установке.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

Общий вид установки представлен на рис. 3.10. Основание оснащено регулируемыми винтами, которые позволяют произвести выравнивание положения прибора. К основанию прикреплена колонна с нанесенной метрической шкалой. На колонне смонтированы два неподвижных кронштейна и один подвижный кронштейн, который может передвигаться вдоль колонны и фиксироваться в любом положении. Между кронштейнами натянут металлический провод, который прикреплен к зажимам с помощью винтов. Через контакт на подвижном кронштейне обеспечивается хорошее соединение с проводом. Измерительная часть установки находится в корпусе, укрепленном на основании установки.

Электрическая схема прибора обеспечивает преобразование

переменного напряжения от сети в постоянное, которое через потенциометр подается на измерительную цепь. С помощью переключателя 3 осуществляется работа по схеме (I) (рис. 3.8), если переключатель 3 нажат, либо по схеме (II) (рис. 3.9), если переключатель отжат. Сопротивление: вольтметра $R_V = 2500$ Ом, амперметра $R_A = 0,15$ Ом. Диаметр провода (стальной) $d = 0,36$ мм.

3.2. Методика измерений и расчета

Методика измерений и расчета совпадает с лабораторной работой № 3.1 по формулам (3.1) – (3.6).

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Подготовка установки к работе

а) Включить прибор в сеть, затем нажать клавишу 1 рис. 3.10.

б) Нажать клавишу 2. Это позволяет измерять сопротивление провода по методу амперметра – вольтметра.

в) Отжать клавишу 3, если измерения ведутся по схеме (I), и нажать на клавишу 3, если измерения осуществляются по схеме (II).

3.3.2. Определение сопротивления провода по схеме (I)

а) Передвинуть подвижный кронштейн так, чтобы рабочая длина провода составляла более 0,6 его длины относительно основания.

б) Нажать клавишу 3. Потенциометр поставить в положение минимума снимаемого напряжения.

в) Снять вольт-амперную зависимость (показания приборов для значений напряжения u_V и тока I_A занести в табл. 3.4).



Рис. 3.10. Общий вид установки

Таблица 3.4

Результаты измерения вольт-амперной зависимости по схеме (I)

№	u_V	I_A	I_X	$R'_{X(I)}$	$R_{X(I)}$	ε_V	ε_A	$\varepsilon_{M(I)}$
	В	А	А	Ом	Ом	%	%	%
1								
2								
...								
8								

г) Построить на рис. 1 отчета график вольт-амперной зависимости $u_V(I_A)$, откладывая по оси абсцисс ток I_A , по оси ординат напряжение u_V . Тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс, проведенной через точки графика, определяет омическое сопротивление как частное от деления напряжения на вольтметре на суммарный ток через неизвестное сопротивление и вольтметр:

$$R'_{X(I)} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta I}.$$

д) По формуле $I_X = I_A - I_V = I_A - \frac{u_V}{R_V}$ рассчитать ток через неизвестное сопротивление, данные занести в табл. 3.4. Найти неизвестное сопротивление, определяемое по схеме (I):

$$R'_{X(I)} = \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\Delta u}{\Delta I}.$$

е) Рассчитать относительную погрешность измерений для различных значений тока и напряжения в процентах:

$$\varepsilon = \gamma \frac{X_{\text{пред}}}{X}.$$

Рассчитать относительную методическую погрешность измерения $\varepsilon_{M(I)}$ по формуле (3.5).

ж) Рассчитать абсолютную погрешность измерений: $\Delta R = R_{X(I)} \cdot \varepsilon_{R(I)}$, где $\varepsilon_{R(I)} = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_A^2 + \varepsilon_{M(I)}^2}$ – относительная погрешность определения сопротивления; ε_V – максимальная относительная погрешность вольтметра; ε_A – максимальная относительная погрешность амперметра.

3.3.3. Определение сопротивления провода R_X по схеме (II)

- а) Оставить подвижный кронштейн в том же положении.
 б) Отжать клавишу 3. Потенциометр поставить в положение минимума снимаемого напряжения.

в) Снять вольт-амперную зависимость напряжения u_V от тока I_A (результаты занести в табл. 3.5).

г) Построить на рис. 2 отчета график вольт-амперной зависимости, откладывая по оси абсцисс ток I_A , по оси ординат напряжение u_V . Тангенс угла наклона к оси абсцисс прямой $\operatorname{tg} \varphi$, проведенной через точки графика (методом наименьших квадратов, экспериментальные точки должны располагаться примерно поровну по обеим сторонам прямой), определяет неизвестное омическое сопротивление по упрощенной формуле, без учета падения напряжения на амперметре

$$R''_{X(I)} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta I}.$$

Таблица 3.5

Результаты измерения вольт-амперной зависимости по схеме (II)

№	u_V	I_A	u_X	$R''_{X(II)}$	$R_{X(II)}$	ε_V	ε_A	$\varepsilon_{M(II)}$
	В	А	В	Ом	Ом	%	%	%
1								
2								
...								
8								

д) По формуле $u_X = u_V - u_A = u_V - I_A \cdot R_A$ рассчитать напряжение на неизвестном сопротивлении, его величину занести в табл. 3.5. Найти неизвестное сопротивление, определяемое по схеме (II) по формуле

$$R''_{X(II)} = \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\Delta u}{\Delta I}.$$

е) Рассчитать относительную погрешность измерений для различных значений тока и напряжения в процентах:

$$\varepsilon = \gamma \frac{X_{\text{пред}}}{X}.$$

Рассчитать относительную методическую погрешность изме-

рения для схемы (II) по формуле (3.6).

ж) Рассчитать абсолютную погрешность измерений: $\Delta R = R_{X(II)} \cdot \varepsilon_{R(II)}$, где $\varepsilon_{R(II)} = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_A^2 + \varepsilon_{M(II)}^2}$ – относительная погрешность определения сопротивления; ε_V – максимальная относительная погрешность вольтметра; ε_A – максимальная относительная погрешность амперметра.

3.3.4. Определение удельного сопротивления провода

а) Используя схему измерения, которая дает меньшую погрешность, снять зависимость тока от максимального напряжения при различных значениях рабочей длины провода. Результаты занести в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Измерения напряжения и тока в зависимости от длины провода

№	ℓ	u_V	I_A	$\frac{\ell}{S}$	R	ρ
	м	В	А	м ⁻¹	Ом	Ом·м
1						
2						
3						
4						
5						

б) Построить на рис. 3 отчета зависимость между сопротивлением $R = \frac{u}{I}$ и отношением длины провода к его сечению

($S = \frac{\pi d^2}{4}$), откладывая по оси абсцисс $\frac{\ell}{S}$, по оси ординат сопротивление. Тангенс угла наклона прямой $\operatorname{tg} \varphi_3$, проведенной через точки графика (методом наименьших квадратов, экспериментальные точки должны располагаться примерно поровну по обеим сторонам прямой), определяет неизвестное удельное сопротивление:

$$\rho = \operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{\Delta R}{\Delta \left(\frac{\ell}{S} \right)}.$$

в) Рассчитать абсолютную погрешность измерений:

$$\Delta\rho = \rho \cdot \varepsilon_\rho,$$

где ε_ρ – относительная погрешность определения удельного сопротивления рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_\rho = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_A^2 + \varepsilon_\ell^2 + 4\varepsilon_d^2},$$

где ε_V – максимальная относительная погрешность вольтметра; ε_A – максимальная относительная погрешность амперметра; ε_ℓ – относительная погрешность определения длины; ε_d – относительная погрешность определения диаметра.

3.4. *Сделать выводы по результатам измерений и вычислений, сравнить с табличными значениями*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.3

Измерение сопротивления при помощи моста Уитстона

1. *Цель работы:* освоить метод моста Уитстона для измерения неизвестного омического сопротивления.

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1] – гл.18; [2] – гл. 12; [3] – гл. V. Для выполнения работы студент должен знать: а) законы Ома в интегральной и дифференциальной форме; б) что такое сопротивление проводника и от чего оно зависит; в) как рассчитывать погрешность электроизмерительных приборов и погрешность измерения; г) условие баланса моста Уитстона; д) основные положения классической теории электропроводности металлов и ее недостатки.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание электрической схемы моста Уитстона*

Метод моста Уитстона применяется в настоящее время для разнообразных электрических измерений, в частности для измерения омических сопротивлений, т. е. сопротивлений в цепях постоянного тока.

Применяемая в данной работе схема моста Уитстона представлена на рис. 3.11. Последовательно с гальванометром G включается добавочное сопротивление R_G , предохраняющее гальванометр от протекания больших токов при плохо сбалансированном мосте. По мере улучшения балансировки моста показания гальва-

номера уменьшаются, и для повышения его чувствительности добавочное сопротивление R_G постепенно уменьшают до нуля.

Реостат АС подсоединяется к сопротивлениям R_x и R_0 через двухполюсный переключатель T . Измерения сопротивления производятся при двух положениях тумблера T . В первом случае переключатель T устанавливают в положение 1 – 1'. Сопротивление R_x одним концом подсоединяется к точке А, а другим – к сопротивлению магазина R_0 .

Во втором случае переключатель T ставят в положение 2 – 2'. Это равносильно тому, что сопротивления R_x и R_0 поменялись местами, т. е. R_x подключается к точке С, а R_0 – к точке А.

Все измерения необходимо производить при кратковременном нажатии на ключ K , так как длительное протекание тока по цепи ведет к нагреванию сопротивлений и изменению их величин.

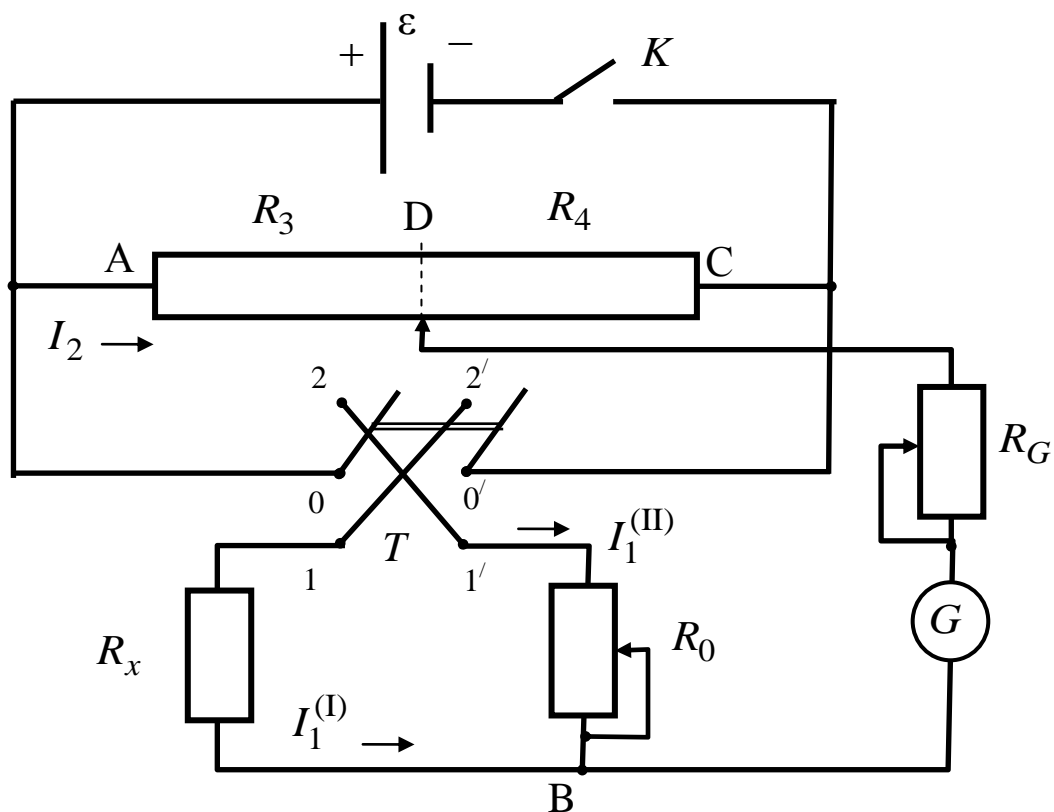


Рис. 3.11. Электрическая схема для измерения сопротивления при помощи моста Уитстона

Измерения путем уравнивания моста обеспечивают высо-

кую точность, так как результат не определяется показанием измерителя тока (только индикацией отсутствия тока) и не зависит от колебаний напряжения источника питания моста. Однако часто мост используется в качестве прибора для наблюдения за изменением сопротивления. В этом случае мост не уравнивается и величина изменения сопротивления ΔR_x пропорциональна величине тока или напряжения в диагонали моста, пока это изменение невелико. На практике этот метод может применяться не только при аналоговых измерениях, но и в схемах автоматического регулирования.

3.2. Методика измерений и расчета

Схема одинарного моста состоит из четырех сопротивлений, включенных как показано на рис. 3.11. Они образуют две параллельные ветви (ABC и ADC), между которыми переброшен мост (диагональ BD). В диагональ включен индикатор нуля – гальванометр G . Принципиальная схема моста приведена на рис. 3.12.

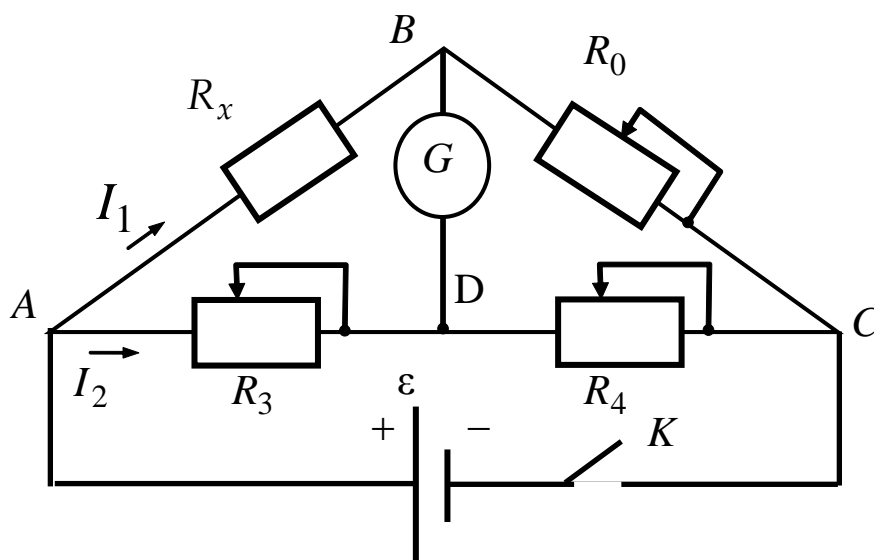


Рис. 3.12. Принципиальная электрическая схема моста Уитстона

Ток, протекающий через гальванометр, зависит от сопротивлений R_x , R_0 , R_3 и R_4 . Изменяя R_0 и R_3 , можно подобрать такие их значения, при которых ток в диагонали моста станет равным нулю. В этом случае говорят о балансе моста. При балансе ток через сопротивления R_x и R_0 равен I_1 , а через сопротивления R_3 и R_4 , соответственно, I_2 .

Отсутствие тока в гальванометре свидетельствует о том, что разность потенциалов на концах диагонали BD равна нулю, т. е.

$$\varphi_B = \varphi_D. \quad (3.7)$$

Так как напряжение на участке цепи, на котором не действуют сторонние силы (однородном участке цепи), равно разности потенциалов на его концах, то

$$\begin{aligned} u_x &= \varphi_A - \varphi_B & u_0 &= \varphi_B - \varphi_C \\ u_3 &= \varphi_A - \varphi_D & u_4 &= \varphi_D - \varphi_C \end{aligned} \quad (3.8)$$

Учитывая (3.7), можно записать

$$\begin{aligned} u_x &= u_3; \\ u_0 &= u_4. \end{aligned} \quad (3.9)$$

По закону Ома для однородного участка цепи

$$\begin{aligned} u_x &= I_1 \cdot R_x; & u_0 &= I_1 \cdot R_0; \\ u_3 &= I_2 \cdot R_3; & u_4 &= I_2 \cdot R_4. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Подставив (3.10) в (3.9), получим

$$\begin{aligned} I_1 R_x &= I_2 \cdot R_3; \\ I_2 R_4 &= I_1 \cdot R_0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{R_3}{R_4}. \quad (3.12)$$

Окончательно получим

$$R_x = R_0 \frac{R_3}{R_4}. \quad (3.13)$$

1) В случае, когда переключатель T устанавливают в положение 1 – 1'. Сопротивление R_x одним концом подсоединяется к точке А, а другим – к сопротивлению магазина R_0 . Исходя из рис. 3.11 расчет неизвестного сопротивления необходимо производить по формуле

$$R_x = R_0 \frac{R_3}{R_4} = R_0 \frac{\rho \frac{\ell_3}{S}}{\rho \frac{\ell_4}{S}} = R_0 \frac{\ell_3}{\ell_4}, \quad (3.14)$$

где ℓ_3 и ℓ_4 – плечи реостата АС.

Плечо ℓ_3 отсчитывают от точки А в направлении С до бегунка, плечо ℓ_4 – от бегунка до точки С.

2) В случае, когда переключатель T ставят в положение 2 – 2'.

Это равносильно тому, что сопротивления R_x и R_0 поменялись местами, т. е. R_x подключается к точке С, а R_0 – к точке А. Расчетная формула в этом случае будет иметь вид

$$R_x = R_0 \frac{R_4}{R_3} = R_0 \frac{\ell_4}{\ell_3}, \quad (3.15)$$

где ℓ_3 – по-прежнему отсчитывается от точки А до бегунка, а ℓ_4 – от точки С до бегунка реостата.

Относительная погрешность измерений при определении неизвестного сопротивления R_x находится по формуле

$$\varepsilon_{R_x} = \sqrt{\varepsilon_{R_0}^2 + \varepsilon_{R_3}^2 + \varepsilon_{R_4}^2}, \quad (3.16)$$

где $\varepsilon_{R_0} = \frac{\Delta R_0}{R_0}$, $\varepsilon_{R_3} = \frac{\Delta R_3}{R_3}$, $\varepsilon_{R_4} = \frac{\Delta R_4}{R_4}$ – относительные погрешности величин сопротивлений R_0 , R_3 и R_4 .

Погрешности ΔR_3 и ΔR_4 определяются путем учета погрешности при измерении длин ℓ_3 и ℓ_4 . Также необходимо учесть погрешность установления показаний гальванометра на нуль.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Подготовка установки к измерениям

а) Установить скользящий контакт (движок D) на середину реостата АС.

б) При положении двухполюсного рубильника T в положении 1 – 1' (рис. 3.11) подобрать такое значение сопротивления R_0 , при котором показания гальванометра приближаются к нулевым, при постепенном уменьшении R_G . Записать показания магазина R_0 и величину плеч ℓ_3 и ℓ_4 в табл. 3.7.

в) Повторить измерения R_x не менее пяти раз, каждый раз изменяя длину ℓ_3 на 10 – 20 % длины реостата от первоначального положения.

г) Переключить двухполюсный рубильник T в положение 2 – 2' и повторить измерения по пунктам (а–в). Произвести необходимые вычисления и записать результаты в табл. 3.7.

3.3.2. Определение неизвестного сопротивления

а) Указанным выше способом измерить два неизвестных сопротивления R_1 и R_2 сначала по отдельности, а затем – при по-

следовательном и параллельном их соединении.

Таблица 3.7
Результаты измерений и расчета сопротивлений

R_x	№	Ключ K	R_0	l_3	l_4	R_x	$\langle R_x \rangle$	ΔR_x	$\langle \Delta R_x \rangle$	ε_{R_x}
			Ом	мм	мм	Ом	Ом	Ом	Ом	%
R_1	1	1 – 1'								
	...									
	5									
	1	2 – 2'								
	...									
	5									
R_2	1	1 – 1'								
	...									
	5									
	1	2 – 2'								
	...									
	5									
$R_{\text{пос}}$	1	1 – 1'								
	...									
	5									
	1	2 – 2'								
	...									
	5									
$R_{\text{пар}}$	1	1 – 1'								
	...									
	5									
	1	2 – 2'								
	...									
	5									

б) Рассчитать величину эквивалентного сопротивления при параллельном соединении R_1 и R_2

$$\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

и их последовательном соединении

$$R_{\text{пос}} = R_1 + R_2.$$

в) Оценить абсолютную и относительную погрешность измеренных значений сопротивлений.

г) Оценить относительное расхождение между расчетными значениями сопротивлений, вычисленными и измеренными.

3.4. *Сделать вывод по результатам работы, в котором оценить погрешность измерений*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.4 **Изучение температурной зависимости** **сопротивления металлов и полупроводников**

1. *Цель работы:* изучить температурную зависимость электропроводности металлов и полупроводников (ПП).

2. *Подготовка к работе:* изучить теоретические положения, касающиеся данного явления по литературным источникам [1] – гл.18, 19; [2] – гл. 12, 13; [3] – гл. V, XI. Для выполнения работы студент должен знать: а) классическую теорию теплопроводности; б) длину волн де Бройля; в) коэффициент рассеяния электронных волн; г) типы кристаллических решеток металлов; д) расчет энергии тепловых колебаний ионов решетки; е) основы зонной теории проводников и полупроводников.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

Исследуемый образец представляет металлическое или полупроводниковое сопротивление в герметизированной оболочке, помещенный в пробирку с маслом. Это предохраняет образец от повреждений и обеспечивает хороший теплообмен. Нагрев образца осуществляется печкой. Для измерения температуры образца применяется термомпара. Сопротивление измеряется омметром. На рис. 3.13 дана блок-схема установки.

3.2. Методика измерений и расчета

3.2.1. Расчет коэффициента рассеяния μ электронных волн в металле

Согласно представлениям квантовой механики электроны, создающие ток проводимости в металле, проявляют волновые свойства, т. е. движущемуся электрону можно поставить в соответствие волну длиной

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e \langle v \rangle}, \quad (3.17)$$

где h – постоянная Планка; m_e – масса электрона; $\langle v \rangle$ – его средняя скорость.

Тогда сопротивление металла можно объяснить рассеянием электронных волн на центрах рассеяния в кристаллической решетке. Величина рассеяния μ , следовательно, сопротивление определяется коэффициентом рассеяния μ .

3.2.2. Сопротивление полупроводников

Уменьшение сопротивления полупроводника при нагреве объясняет зонная теория проводимости полупроводников.

Согласно квантовой теории сопротивление полупроводника изменяется с температурой по формуле

$$R = \frac{e^{\frac{\Delta E}{kT}}}{A}, \quad (3.18)$$

где ΔE – энергия активации полупроводника; k – постоянная Больцмана; A – некоторая постоянная; T – температура по шкале Кельвина. Логарифмируя выражение (3.18), получаем линейную зависимость $\ln R = f(1/T)$:

$$\ln R = \ln \frac{1}{A} + \frac{\Delta E}{k} \left(\frac{1}{T} \right). \quad (3.19)$$

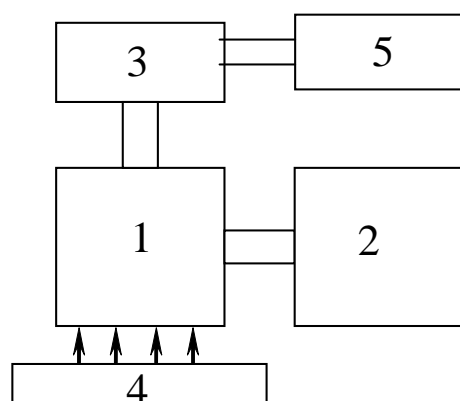


Рис. 3.13. Блок-схема установки:
1 – термостат с образцом;
2 – омметр; 3 – термопара;
4 – печь; 5 – милливольтметр

3.3. Определение характеристик электропроводности металлов

3.3.1. Определение температурного коэффициента сопротивления металла и температурного коэффициента рассеяния электронных волн в металле

Для получения температурной зависимости сопротивления металлов первые измерения сопротивления проводят при комнатной температуре. Дальнейшие измерения R_t ведут при включенном нагревателе через каждые 5° до $(70 \div 80)^\circ\text{C}$. Одновременно с измерением R_t снимают показания милливольтметра, а температура образца определяется по прилагаемой зависимости $t = f(u)$. Данные занести в табл. 3.8.

Таблица 3.8

Зависимость сопротивления металла от температуры

№		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R_t	Ом										
u	мВ										
t	$^\circ\text{C}$										

Для определения R_0 (сопротивления образца при $t = 0^\circ\text{C}$) и α строится график $R = R(t)$. Ось абсцисс – ось температуры t необходимо начинать с 0°C , в то время как ось ординат – ось сопротивления R желательно начать со значения $R < R_{\min}$. Проводят прямую между экспериментальными точками (геометрическое усреднение) и экстраполируют ее до пересечения с осью ординат, определяя таким образом значение R_0 (см. рис. 3.14).

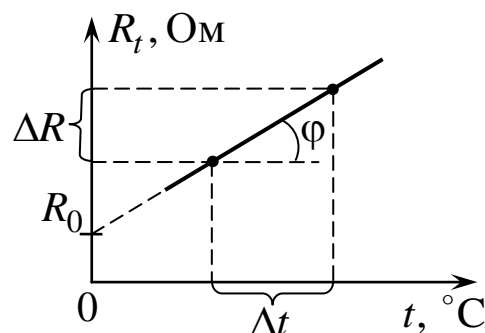


Рис. 3.14. Зависимость сопротивления металла от температуры

Аналитически полученная зависимость $R = R(t)$ описывается формулой

$$R_t = R_0(1 + \alpha t), \quad (3.20)$$

где α – температурный коэффициент сопротивления металла.

Из формулы (3.20) следует выражение для α :

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 t} = \frac{\Delta R}{R_0 \Delta t}. \quad (3.21)$$

Таким образом, температурный коэффициент сопротивления металла есть относительное изменение сопротивления проводника при изменении его температуры на 1 °С. Величина температурного коэффициента металла зависит от структуры кристаллической решетки, упругих свойств металла, вида связи ионов решетки металла. Для большинства металлов температурный коэффициент равен или слегка превышает величину $1/273$, т. е. $\alpha \geq 1/273$. Среднее значение коэффициента $\langle \alpha \rangle$ вычисляется по формуле (3.21), где $\frac{\Delta R}{\Delta t} = \text{tg} \varphi$ определяется из графика (см. рис. 3.14). Полученные значения R_0 и $\langle \alpha \rangle$ занести в табл. 3.10.

3.3.2. Определение температурного коэффициента рассеяния электронных волн в металле

Студентам предлагается коэффициент μ определить двумя способами.

1. На основе значения температурного коэффициента проводимости металла α :

$$\mu_{\text{э}} = \frac{\rho_0 \alpha T_0 n e^2}{2m \langle v_{\text{кв}} \rangle}, \quad (3.22)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление изучаемого металла (меди) при $T_0 = 273$ К (находят по таблице); n – концентрация, т. е. число электронов проводимости в единице объема металла; e – заряд электрона; m – масса электрона; $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ – средняя квадратичная скорость теплового движения электронов.

2. На основе учета энергии тепловых колебаний ионов решетки и макроскопической теории упругости:

$$\mu_{\text{т}} = \frac{2\pi n k T_0}{E a}, \quad (3.23)$$

где k – постоянная Больцмана; E – модуль Юнга; a – постоянная решетки, которая составляет порядка 10^{-10} м. Данные для расчета $\mu_{\text{э}}$ и $\mu_{\text{т}}$ приведены в табл. 3.10.

Таблица 3.10

Данные для расчета коэффициента рассеяния электронных волн

ρ_0	n	$\langle v_{\text{KB}} \rangle$	a	E	k
Ом·м	м ⁻³	м/с	м	Н/м	Дж/К
$1,6 \cdot 10^{-8}$	10^{28}	10^5	10^{-10}	$12 \cdot 10^{10}$	$1,38 \cdot 10^{-23}$

Полученные значения $\mu_{\text{э}}$ и $\mu_{\text{т}}$ занести в табл. 3.11 и определить расхождение между экспериментально определенным значением коэффициента рассеяния электронных волн и теоретически рассчитанным ε .

Таблица 3.11

Сводная таблица данных по определению коэффициентов α и μ

R_0	$\langle \alpha \rangle$	$\mu_{\text{э}}$	$\mu_{\text{т}}$	ε
Ом	град ⁻¹	м ⁻¹	м ⁻¹	%

3.4. Определение характеристик проводимости полупроводников.

3.4.1. Изучение зависимости сопротивления полупроводников от температуры

Первые измерения сопротивления полупроводника провести при комнатной температуре. Так как сопротивление полупроводника больше, чем у металлов, и меньше, чем у диэлектриков, начальное сопротивление полупроводника может иметь значение порядка 1 кОм. Дальнейшие измерения R проводить при включенном нагревателе через каждые 5 °С до (70÷80) °С. Нагревать до 100 °С и доводить воду в колбе до кипения не рекомендуется. Значения R и t занести в табл. 3.12.

Рассчитать $\ln R$ и $(1/T)$ на основе экспериментальных данных, занести в табл. 3.12 и построить графическую зависимость $\ln R = f(1/T)$.

3.4.2. Определение энергии активации ΔE примесного полупроводника

Энергия активации примесного полупроводника есть энергия, которую необходимо сообщить электрону в полупроводнике n -

типа, чтобы он перешел с донорного энергетического уровня примеси в зону проводимости, а в полупроводнике p -типа – с верхнего уровня валентной зоны на акцепторный уровень примеси, в результате чего образуется дырка.

Таблица 3.12

Результаты измерения R , T и определения энергии активации

№ п/п	t °С	T К	R Ом	$1/T$ К ⁻¹	$\ln R$	$\langle \Delta E \rangle$ эВ
1						
...						
10						

Энергию активации можно найти, используя график линейной зависимости $\ln R = f(1/T)$. Действительно, из формулы (3.19) следует, что $\frac{\Delta(\ln R)}{\Delta(1/T)} = \frac{\Delta E}{k}$, с другой стороны, $\frac{\Delta(\ln R)}{\Delta(1/T)} = \operatorname{tg}\varphi$, где φ – угол наклона графика $\ln R = f(1/T)$ относительно оси $(1/T)$.

$$\text{Отсюда } \langle \Delta E \rangle = \frac{\Delta(\ln R)}{\Delta(1/T)} \cdot k.$$

Полученное значение энергии активации $\langle \Delta E \rangle$ в джоулях [Дж] перевести в электрон-вольты [эВ], занести в табл. 3.12 и сравнить с энергией активации чистого полупроводника, которая для германия составляет порядка 1 эВ.

3.5. Сделать вывод по результатам измерений и вычислений

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.5

Определение работы выхода электронов из металла

1. *Цель работы* : экспериментальное изучение вольт-амперной характеристики диода и определение работы выхода электронов из вольфрама методом прямых Ричардсона.

2. *Подготовка к работе*: изучить теоретические положения, касающиеся данного явления, по литературным источникам [1] – гл. 18; [2] – гл. 13; [3] – гл. XI. Для выполнения работы студент должен знать: а) устройство диода; б) примерный ход вольт-амперной характеристики диода и ее зависимость от температуры

катода; в) понятие работы выхода; г) метод прямых Ричардсона.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

Блок-схема установки приведена на рис. 3.15. Электрическая схема представлена на рис. 3.16.

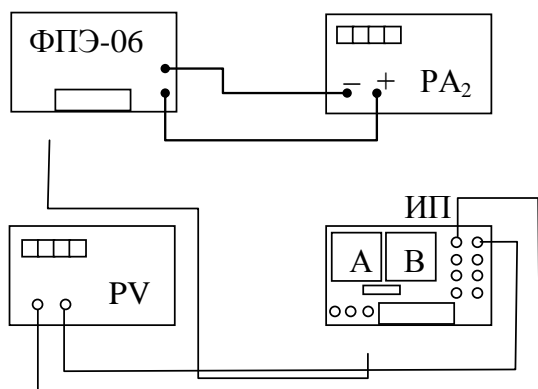


Рис. 3.15. Блок-схема установки

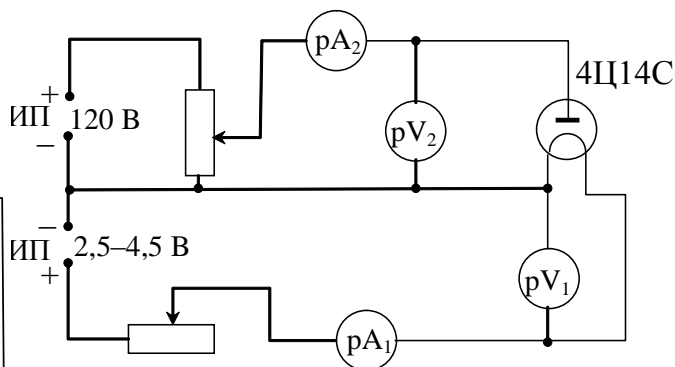


Рис. 3.16. Принципиальная электрическая схема установки

В работе используется ламповый диод 4Ц14С с вольфрамовым катодом прямого накала. Нагрев катода осуществляется постоянным током.

Амперметр и вольтметр в цепи накала служат для определения мощности, расходуемой на нагрев катода, что необходимо для определения температуры.

Модуль ФПЭ-06 подключен соединительным кабелем к источнику питания ИП (рис. 3.15). Амперметр «А» на панели источника питания служит для контроля тока накала I_H , максимальное значение которого не должно превышать 2,2 А. Плавная регулировка напряжения накала осуществляется ручкой, расположенной под амперметром.

Напряжение накала u_H измеряется вольтметром pV_1 , который подключается к тем клеммам на источнике питания ИП, где указано напряжение 2,5–4,5 В.

Вольтметр на панели источника pV_2 питания ИП измеряет анодное напряжение U_a , регулировка которого осуществляется ручкой на панели ИП, расположенной непосредственно под вольтметром.

Для измерения анодного тока I_a используется миллиамперметр pA_2 , который подключается на модуле ФПЭ-06 к клеммам РА (из-

меряет ток до 20 мА).

3.2. Методика измерений и расчета

3.2.1. Термоэлектронная эмиссия

Термоэлектронную эмиссию можно изучать с помощью *вакуумного диода*. Он представляет собой стеклянную трубку, откачанную до глубокого вакуума, в которую впаяны два электрода: нака-

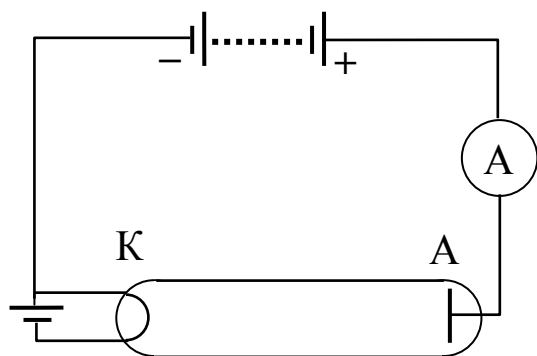


Рис. 3.17. Схема включения лампового диода в электрическую цепь

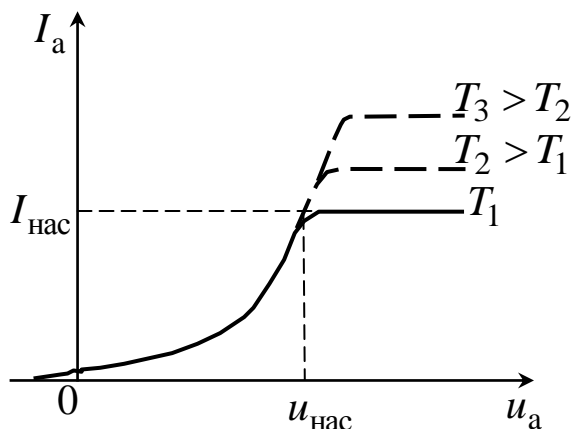


Рис. 3.18. Зависимость силы тока в диоде от анодного напряжения

ливаемый ток катод К и холодный электрод, собирающий термоэлектроны, – анод А.

На рис. 3.17 изображена схема включения диода. Ток в этой цепи появляется только в том случае, когда положительный полюс батареи соединен с анодом, а отрицательный – с катодом. Это подтверждает тот факт, что катод испускает отрицательные частицы – электроны. Сила термоэлектронного тока в диоде зависит от величины потенциала анода относительно катода.

На рис. 3.18 показана зависимость силы тока I_a в диоде от анодного напряжения u_a – *вольт-амперная характеристика*. Она нелинейная, значит, закон Ома не выполняется. Когда потенциал анода равен нулю, сила тока мала. Она определяется лишь самыми быстрыми термоэлектронами, способными достигнуть анода. При небольших анодных напряжениях сила тока также мала и медленно увеличивается с увеличением напряжения. На этом участке не все термоэлектроны, эмитируемые катодом, достигают анода, так как этому препятствует электронное облако. При дальнейшем росте u_a электронное облако постепенно рассеивается и сила тока растет

быстрее. При $u_a = u_{\text{нас}}$ наступает насыщение: все электроны, вылетевшие из катода, достигают анода. Максимальный термоэлектронный ток $I_{\text{нас}}$, возможный при данной температуре катода, называется *током насыщения*. С увеличением температуры катода увеличивается ток насыщения. Одновременно незначительно увеличивается и анодное напряжение, при котором наступает насыщение.

Теоретически зависимость анодного тока от анодного напряжения была получена И. Ленгмюром и С. А. Богуславским, которая справедлива при $I \leq I_{\text{нас}}$ и $u \leq u_{\text{нас}}$:

$$I_a = B' u_a^{\frac{3}{2}},$$

где B' – коэффициент пропорциональности, зависящий только от формы, размеров и взаимного расположения электродов.

Этот закон часто называют законом «трех вторых».

При повышении температуры катода увеличивается скорость хаотичного движения электронов в металле. При этом число электронов, эмитируемых катодом, резко возрастает. Было показано, что плотность тока насыщения на катоде удовлетворяет формуле Ричардсона-Дешмана:

$$j_{\text{нас}} = BT^2 \exp\left(-\frac{A}{kT}\right), \quad (3.24)$$

где B – постоянная эмиссии; A – работа выхода; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; kT – средняя энергия теплового движения электронов.

Для вольфрамового катода работа выхода $A = 4,54 \text{ эВ} = 7,26 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. При температуре $T = 2000 \text{ К}$ средняя тепловая энергия электронов $kT = 2,76 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$.

Для получения большой плотности токов насыщения при сравнительно невысокой рабочей температуре катода нужно применять катоды с малой работой выхода. Например, оксидные катоды, состоящие из металлической тугоплавкой подложки, поверхность которой покрыта пленкой оксидов щелочноземельных металлов (BaO и SrO или BaO , SrO и CaO) толщиной в десятки тысяч атомных слоев.

3.2.2. Метод прямых Ричардсона

Измеряя зависимость тока насыщения от температуры, можно определить работу выхода для данного металла. Для этого пролога-

рифмируем уравнение (3.24):

$$\ln \frac{j_{\text{нас}}}{T^2} = \ln B - \frac{A}{k} \cdot \frac{1}{T}.$$

Перейдем от натуральных логарифмов к десятичным:

$$\lg \frac{j_{\text{нас}}}{T^2} = \lg B - \frac{A}{k} \cdot \frac{1}{T} \lg e.$$

Подставляя $\lg e = 0,43$, получим

$$\lg \frac{j_{\text{нас}}}{T^2} = \lg B - \frac{0,43A}{k} \cdot \frac{1}{T}.$$

Такой вид уравнения удобен для его экспериментальной проверки.

График зависимости $\lg j_{\text{нас}} / T^2$ от $1/T$ является прямой линией с угловым коэффициентом $0,43A/k$. Определив тангенс наклона прямой к оси абсцисс $\text{tg}\alpha$, рассчитаем работу выхода:

$$A = \frac{k \text{tg}\alpha}{0,43}. \quad (3.25)$$

Для построения графика необходимо знать плотность анодного тока насыщения $j_{\text{нас}}$ и температуру катода T . Подводимая к катоду мощность расходуется в вакуумной лампе в основном на тепловое излучение. Для вольфрама была экспериментально определена зависимость температуры катода от расходуемой на его нагрев Джоулевой мощности, приходящейся на единицу площади поверхности катода. Данная зависимость представлена на рис. 3.19.

Зная мощность, подводимую к катоду, по графику можно определить температуру катода. Мощность можно рассчитать, если измерить ток накала и напряжение.

3.3. Выполнение работы

3.3.1. Установить напряжение накала $u_{\text{н}} = 3,7$ В. Измерить ток накала $I_{\text{н}}$. Увеличивая анодное напряжение $u_{\text{а}}$ от 10 до 100 В через каждые 10 В, повторить измерения для 5–7 значений напряжения накала $u_{\text{н}}$ в интервале от 3,7 до 4,3 В. Данные занести в табл. 3.13.

3.3.2. Для каждого значения тока накала $I_{\text{н}}$ построить вольт-амперную характеристику. Точку перегиба полученной кривой считать точкой насыщения ($I_{\text{нас}}$).

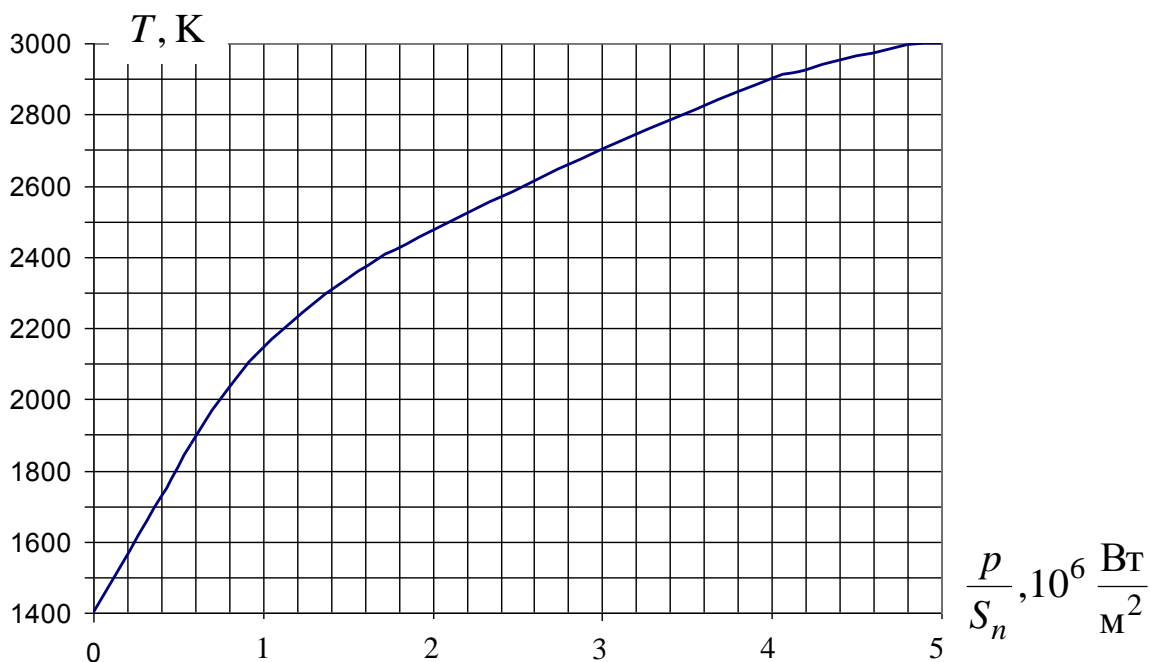


Рис. 3.19. Экспериментальная зависимость температуры катода от подводимой удельной мощности

3.3.3. Для всех значений напряжения накала u_H рассчитать мощность, выделенную на катоде, по формуле $P = I_H u_H$, а также удельную мощность, т. е. приходящуюся на единицу площади поверхности катода. Для данной лампы площадь поверхности катода S_K принять равной $S_K = 3,52 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$.

3.3.4. По графику зависимости температуры катода T от мощности, приходящейся на единицу площади поверхности катода P/S_K (рис. 3.19), определить температуру катода для каждого значения мощности катода.

Таблица 3.13

Зависимость силы тока в диоде от анодного напряжения при разных значениях напряжения накала

№ п/п	$u_a, \text{ В}$	$I_a, 10^{-3} \text{ А}$						
1	10							
...	...							
10	100							
	$u_H, \text{ В}$	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2	4,3
	$I_H, \text{ А}$							

3.3.5. Рассчитать плотность анодного тока насыщения по формуле

$$j_{\text{нас}} = \frac{I_{\text{нас}}}{S_a},$$

где S_a – площадь анода, равная $11 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$. Все полученные данные занести в табл. 3.14.

3.3.6. Построить график зависимости $\lg \frac{j_{\text{нас}}}{T^2}$ от $\frac{1}{T}$, откладывая по оси абсцисс $\frac{1}{T}$, а по оси ординат $\lg \frac{j_{\text{нас}}}{T^2}$.

Таблица 3.14

*Зависимость плотности тока насыщения
от температуры катода*

№ п/п	$I_{\text{нас}}$	$I_{\text{н}}$	$u_{\text{н}}$	$\frac{P}{S_{\text{к}}}$	T	$\frac{1}{T}$	$j_{\text{нас}}$	$\frac{j_{\text{нас}}}{T^2}$	$\lg \frac{j_{\text{нас}}}{T^2}$	A
	мА	А	В	Вт/м ²	К	К ⁻¹	А/м ²	$\frac{\text{А}}{\text{м}^2 \text{ К}^2}$		Дж
1										
2										
...										
5										

3.3.7. Определить тангенс угла наклона полученной прямой к оси абсцисс и рассчитать работу выхода по формуле (3.25). Сравнить полученное значение работы выхода электронов из вольфрама со справочным.

3.3.8. Сделать вывод по результатам измерений и вычислений

§ 3.5. Вопросы для самоподготовки

3.5.1. Что такое сопротивление? От чего оно зависит и что определяет в цепи постоянного тока?

3.5.2. Какие существуют способы определения сопротивления?

3.5.3. Как записывается закон Ома для пассивного и активного участков цепи? Как учитывать направление ЭДС?

3.5.4. Чем отличаются схемы измерения сопротивления (I) и (II)?

3.5.5. Каким образом, зная класс точности прибора, можно найти абсолютную погрешность измерения?

3.5.6. При каких соотношениях неизвестного сопротивления и сопротивлений приборов можно использовать схему (I) измерения, если задано, что погрешность измерений должна быть 2 %; 10 %; 15 %?

3.5.7. При каких соотношениях неизвестного сопротивления и сопротивлений приборов можно использовать схему (II) измерения, если задано, что точность измерений должна быть не больше 2 %; 10 %; 15 %?

3.5.8. Дан многопредельный амперметр на 30 мА, 150 мА и 300 мА. Класс точности прибора 0,2. Определите абсолютную погрешность прибора для каждого предела измерения.

3.5.9. Какова природа сопротивления?

3.5.10. Как записывается закон Ома в дифференциальной форме? Когда он применяется?

3.5.11. В чем заключается классическая теория электропроводности металлов?

3.5.12. Что называется постоянным электрическим током? Какими параметрами он характеризуется?

3.5.13. Сформулируйте закон Ома для участка цепи, содержащего и не содержащего ЭДС.

3.5.14. В чем заключается физическая сущность сопротивления по классическим представлениям?

3.5.15. Сформулируйте основные соотношения для силы тока и напряжения при последовательном и параллельном соединении сопротивлений.

3.5.16. Сформулируйте законы Ома и Джоуля – Ленца в дифференциальной форме.

3.5.17. В чем состоят недостатки классической электронной теории электропроводности металлов?

3.5.18. Сформулируйте закон Видемана – Франца.

3.5.19. В чем заключается физический смысл ЭДС?

3.5.20. Сформулируйте правила Кирхгофа и определите, сколько уравнений необходимо составить по первому закону и сколько по второму для расчета неизвестных токов.

3.5.21. На чем основано утверждение о существовании электронных волн? Сколько составляет длина волны де Бройля для валентных электронов?

3.5.22. Как графически и математически представить зависимость сопротивления металлов от температуры? Что собой представляет температурный коэффициент сопротивления металлов?

3.5.23. Как на основе графика зависимости R от t рассчитать среднее значение температурного коэффициента сопротивления металла?

3.5.24. Как определяется коэффициент рассеяния электронных волн в металле?

3.5.25. Как сопротивление полупроводников (ПП) зависит от температуры?

3.5.26. Как повышение температуры влияет на количество электронов или дырок в примесных ПП?

3.5.27. В чем особенность строения металлических твердых тел?

3.5.28. Опишите поведение электронов в потенциальной яме с помощью распределения Ферми – Дирака.

3.5.29. Чем обусловлена работа выхода электронов из металла?

3.5.30. Что такое «двойной электрический слой»?

3.5.31. В чем заключаются особенности термоэлектронной эмиссии?

3.5.32. Объясните зависимость термоэлектронного тока от анодного напряжения. Чем обусловлен ток насыщения?

3.5.33. Для чего служит метод прямых Ричардсона и как его применять?

§ 3.6. Примеры решения задач

При решении задач данной темы необходимо:

1) начертить электрическую схему с указанием всех элементов цепи (источник тока, сопротивления и другие устройства);

2) определить, как включены элементы цепи – последовательно или параллельно;

3) использовать закон Ома для участка цепи, для замкнутой цепи и другие дополнительные соотношения.

Пример 3.6.1. Источник тока с ЭДС $\varepsilon = 1,8$ В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,6$ Ом. Найти КПД элемента, если сила тока в цепи составляет 2,2 А.

Решение. Напряжение u на внешнем сопротивлении R согласно закону Ома для однородного участка цепи находим по формуле

$$u = IR$$

или, используя закон Ома для замкнутой цепи, можно получить

$$u = \varepsilon - Ir,$$

где Ir – напряжение на внутреннем сопротивлении.

Тогда КПД источника тока определяется по формуле

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{uI}{\varepsilon I} = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = 0,267 = 27 \%$$

Пример 3.6.2. За время $t_1 = 12$ с при равномерно возрастающей силе тока от $I_0 = 2$ А до некоторого тока I_1 в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 40$ кДж. Определить максимальный ток I_1 в проводнике, если его сопротивление $R = 240$ Ом.

Решение. Согласно закону Джоуля – Ленца: $\delta Q = I^2 R \cdot dt$.

Количество теплоты, выделившееся за конечный промежуток времени:

$$Q = \int \delta Q = \int_0^t I^2 R \cdot dt. \quad (3.26)$$

Сила тока в цепи изменяется по закону:

$$I = I_0 + kt, \quad (3.27)$$

где I_0 – сила тока в начальный момент времени (по условию задачи $I_0 = 2$ А); k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока:

$$k = \frac{I_1 - I_0}{t_1 - t_1} = \frac{I_1 - I_0}{t_1}. \quad (3.28)$$

С учетом (3.27), (3.28) формула (3.26) примет вид:

$$Q = \int_0^{t_1} (I_0 + kt)^2 R \cdot dt = \frac{(I_0 + kt)^3 R}{3k} \Big|_0^{t_1} = \frac{(I_1)^3 R}{3k} - \frac{(I_0)^3 R}{3k}.$$

Данное уравнение с учетом (3.28) перепишем в виде:

$$Q = \frac{R(I_1^3 - I_0^3)}{3k} = \frac{R t_1 (I_1^3 - I_0^3)}{3(I_1 - I_0)} = \frac{R}{3} (I_1^2 + I_1 I_0 + I_0^2).$$

Получаем квадратное уравнение относительно I_1 :

$$I_1^2 + I_1 I_2 + I_0^2 - \frac{3Q}{R} = 0.$$

Подставляем числовые данные

$$I_1^2 + 2I_1 - 496 = 0.$$

Отсюда находим два корня $I_1 = \pm 23,3$ А.

Условию задачи удовлетворяет значение $I_1 = 23,3$ А.

§ 3.7. Задачи для самостоятельного решения

3.7.1. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением $R_B = 4$ кОм. Амперметр показывает силу тока $I_A = 0,3$ А, вольтметр – напряжение $u_B = 120$ В. Определить сопротивление R катушки.

3.7.2. Элемент с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 1,5 Ом замкнут на внешнее сопротивление 8,5 Ом. Найти: а) силу тока в цепи, б) падение напряжения во внешней цепи и внутри элемента, в) КПД элемента.

3.7.3. Катушка сопротивлением $R_1 = 5$ Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $u_1 = 10$ В. Если заменить катушку другой с сопротивлением $R_2 = 12$ Ом, то вольтметр покажет напряжение $u_2 = 12$ В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.

3.7.4. В цепь с напряжением $U = 100$ В включили катушку с сопротивлением $R_1 = 2$ кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $u_1 = 80$ В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $u_2 = 60$ В. Определить сопротивление R_2 другой катушки.

3.7.5. При внешнем сопротивлении $R_1 = 8$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0,8$ А, при сопротивлении $R_2 = 15$ Ом сила тока $I_2 = 0,5$ А. Определить силу тока $I_{к.з}$ короткого замыкания источника ЭДС.

3.7.6. ЭДС аккумулятора автомобиля 12 В. При силе тока в 3 А его КПД равен 0,8. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

3.7.7. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом. Найти

ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление r , если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P = 2,54$ Вт.

3.7.8. Сопротивление $R_1 = 5$ Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $u_1 = 10$ В. Если заменить сопротивление на $R_2 = 12$ Ом, то вольтметр покажет напряжение $u_2 = 12$ В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.

3.7.9. Внутреннее сопротивление гальванометра $R_r = 680$ Ом. Как и какое сопротивление нужно подключить к нему, чтобы можно было измерить ток силой $2,5$ А? Шкала гальванометра рассчитана на 300 мкА.

3.7.10. Внутреннее сопротивление гальванометра $R_r = 720$ Ом, шкала его рассчитана на 500 мкА. Как и какое добавочное сопротивление нужно подключить, чтобы можно было измерить им напряжение, равное 300 В?

3.7.11. Источник постоянного тока один раз подсоединяют к катушке сопротивлением 9 Ом, другой раз – 16 Ом. В первом и втором случаях количество теплоты, выделяющееся на катушках за одно и то же время, одинаково. Определить внутреннее сопротивление источника тока.

3.7.12. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом равномерно убывает от значения $I_0 = 20$ А до $I_k = 5$ А в течение времени $t = 10$ с. Определить теплоту Q , выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.

3.7.13. В проводнике за время $\Delta t = 10$ с при равномерном возрастании тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилась теплота 5 кДж. Найти сопротивление R проводника.

3.7.14. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение времени $\Delta t = 20$ с. За это время в проводнике выделилась теплота $Q = 4$ кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление его $R = 5$ Ом.

3.7.15. Сила тока в катушке равномерно возрастает от нулевого значения в течение 10 с. За это время выделилось количество теплоты 500 Дж. Определить скорость возрастания тока, если сопротивление катушки 10 Ом.

3.7.16. В течение 5 с по катушке сопротивлением 10 Ом течет

ток, сила которого равномерно возрастает. В начальный момент сила тока равна нулю. Определить заряд, протекший за 5 с, если количество теплоты, выделившееся в катушке за это время, равно 500 Дж.

3.7.17. Сила тока в катушке линейно нарастает за 4 с от 2 до 8 А. Сопротивление катушки 10 Ом. Определить количество теплоты, выделившееся в катушке за первые 3 с.

3.7.18. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 2$ А до $I_k = 6$ А. Определить теплоту Q_1 , выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1 .

3.7.19. Ток в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время $t = 50$ с равномерно нарастает от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А. Определить теплоту Q , выделившуюся за это время в проводнике.

3.7.20. Сила тока в проводнике сопротивлением 10 Ом меняется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти теплоту, которая выделится в проводнике за половину периода T , если начальная сила тока $I_0 = 10$ А, циклическая частота $\omega = 50 \pi \text{ с}^{-1}$. Сопротивление проводника $R = 20$ Ом.

ГЛАВА IV. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

§ 4.1. Основные понятия

Опыт показывает, что вокруг проводников с током и постоянных магнитов существует магнитное поле. Известно, что постоянные магниты обладают двумя разноименными полюсами. Одноименные отталкиваются, а разноименные притягиваются.

Существует магнитное поле Земли. Вблизи северного географического полюса Земли находится ее южный магнитный полюс, а угол между осью вращения Земли и осью магнитных полюсов составляет $\sim 11,5^\circ$.

Постоянное магнитное поле не действует на неподвижные электрически заряженные частицы. Но проводник с током (движущиеся электрические заряды) оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку. Она стремится расположиться перпендикулярно проводнику с током.

Эти исследования были проведены Эрстедом (1820 г.). Численно действие движущихся зарядов на магнитную стрелку было оценено Иоффе в 1911 г.

Экспериментально установлено, что вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического существует также и магнитное поле. Гипотеза о *токовой природе* магнетизма впервые была выдвинута французским ученым А. Ампером в 1820 году задолго до экспериментального и теоретического обоснования ядерной модели атома (начало XX века).

4.1.1. Индукция магнитного тока

Количественно магнитное поле характеризуют магнитной индукцией. Магнитная индукция – векторная величина: обозначается *вектор магнитной индукции* \vec{B} . Определение вектора \vec{B} удобно ввести по действию магнитного поля на рамку с током, которое состоит в развороте рамки, т. е. в появлении механического вращающего момента \vec{M} , действующего на рамку.

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}],$$

где $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ – магнитный момент рамки; \vec{n} – единичный вектор нормали к поверхности рамки; S – площадь поверхности рамки. Размеры рамки должны быть малы по сравнению с расстоянием до макротоков.

Если в исследуемую точку магнитного поля помещать рамки с разными магнитными моментами, то на них действуют разные вращающие моменты, однако отношение M_{\max} / p_m для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой *магнитной индукцией*:

$$B = M_{\max} / p_m$$

(M_{\max} – максимальный вращающий момент).

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля равна максимальному вращающему моменту, действующему на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна к направлению поля. После поворота рамки нормаль укажет направление вектора \vec{B} .

Вектор магнитной индукции \vec{B} характеризует *резльтирующее* магнитное поле, создаваемое всеми *макро-* и *микротоками*. Поэтому *магнитная индукция зависит от свойств среды*, определяемых *магнитной проницаемостью* μ (безразмерная величина).

Магнитное поле *макротоков описывается вектором напряженности* \vec{H} . Для однородной и изотропной среды векторы \vec{B} и \vec{H} связаны соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз магнитное поле макротоков усиливается за счет поля микротоков среды.

Размерность B и H : $[B] = 1$ Тл (тесла), $[H] = 1$ А/м.

Графически магнитное поле изображают с помощью силовых линий. *Линии магнитной индукции (или напряженности)* – это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} (или \vec{H}). Опыты с маленькими магнитными стрелками или с железными опилками показывают, что силовые линии магнитного поля макротоков всегда замкнуты и охватывают проводники с током (рис. 4.1).

Направление вектора \vec{B} определяется по правилу буравчика: поступательное движение острия буравчика

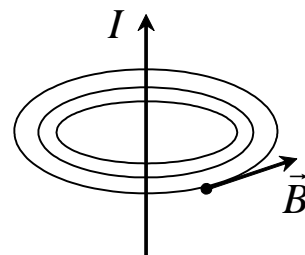


Рис. 4.1. Силовые линии магнитного поля

вдоль тока в проводнике обуславливает направление вращения ру-
коятки и направление вектора \vec{B} (или \vec{H}).

Силовые линии постоянных магнитов, например полосового магнита (рис. 4.2), тоже замкнуты. Они выходят из северного полюса магнита N и входят в южный полюс S .

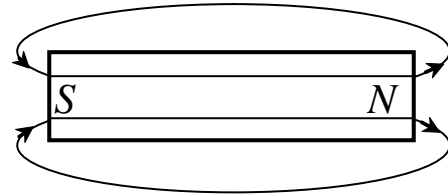


Рис. 4.2. Силовые линии постоянного магнита

Магнитное поле называют *однородным*, если векторы магнитной индукции во всех его точках одинаковы, $\vec{B} = \text{const}$. Примером является магнитное поле внутри соленоида – катушки, длина которой много больше ее диаметра.

4.1.2. Магнитные моменты атомов

Если электрон движется в атоме по круговой орбите, то это эквивалентно протеканию тока, величина которого определяется соотношением

$$I = \frac{e v}{2\pi r}$$

где r – радиус орбиты; v – скорость электрона.

Орбитальному току соответствует магнитный момент:

$$p_m = IS = \frac{e v}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{1}{2} e v r .$$

Электрон, двигаясь по круговой орбите, обладает моментом импульса относительно центра:

$$\vec{L}_e = m[\vec{r}, \vec{v}] \text{ или } L_e = m r v .$$

Вектор \vec{L}_e противоположен вектору \vec{p}_m , поэтому получаем

$$p_m = -\frac{e}{2m} L_e = g L_e ,$$

где величина

$$g = p_m / L_e = -\frac{e}{2m}$$

называется *гиромангнитным отношением орбитальных моментов электрона* p_m / L_e .

Кроме орбитального, электрон обладает *собственным механическим моментом импульса* \vec{L}_{eS} – спином, которому соответствует *собственный (спиновый) магнитный момент* \vec{p}_{mS} . Их отношение g_S называется *гиромагнитным отношением спиновых моментов*.

Магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов, а магнитный момент атома \vec{p}_a – из магнитных моментов входящих в его состав электронов:

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{mS}.$$

Магнитным моментом ядер пренебрегаем из-за их малости.

§ 4.2. Закон Био – Савара – Лапласа

Изучая магнитные поля постоянных токов, французские ученые Ж. Био, Ф. Савар (физики) и П. Лаплас (математик) предложили формулу, позволяющую рассчитывать индукцию магнитного поля в любой точке в окрестностях проводника с током.

Выберем на проводнике с током I отрезок длиной $d\ell$ (рис. 4.3). Выражение $I d\vec{\ell}$ называют *элементом тока*, который в точке M создает магнитное поле индукцией $d\vec{B}$. Закон Био – Савара – Лапласа записывается в виде

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{[I d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – относительная магнитная проницаемость среды; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный из элемента $d\ell$ проводника в исследуемую точку M поля.

Элементарный вектор магнитной индукции $d\vec{B}$ поля, созданного элементом тока $I d\vec{\ell}$, прямо пропорционален векторному произведению элемента тока и радиуса-вектора и обратно пропорционален кубу расстояния от элемента тока до точки, в которой рассчитывается магнитное поле.

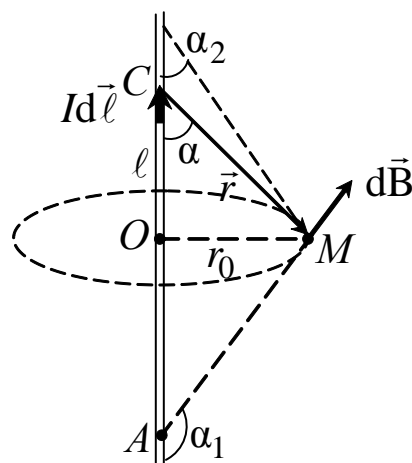


Рис. 4.3. Закон Био – Савара – Лапласа

Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен векторам $Id\vec{\ell}$ и \vec{r} и является касательной к силовой линии; направление $d\vec{B}$ определяется по правилу буравчика.

Модуль вектора $d\vec{B}$ равен

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Id\ell \sin \alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $Id\vec{\ell}$ и \vec{r} .

Любой заряд, свободно движущийся в вакууме или в среде с нерелятивистской скоростью \vec{v} , создает вокруг себя магнитное поле, определяемое формулой

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[\vec{v} \vec{r}]}{r^3},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда Q к точке наблюдения. Движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока:

$$Id\ell = Qv.$$

Экспериментально поле свободно движущихся зарядов было измерено академиком А. Ф. Иоффе.

Для магнитного поля, как и для электрического, выполняется *принцип суперпозиции*: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами, равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

Закон Био – Савара – Лапласа и принцип суперпозиции полей позволяют в некоторых случаях довольно просто рассчитать конкретные поля.

4.2.1. Индукции магнитного поля прямого тока

В случае прямого тока (см. рис. 4.3) в произвольной точке M , удаленной от проводника на расстояние r_0 , векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление. Поэтому интегрирование векторов $d\vec{B}$ можно заменить интегрированием их модулей

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Id\ell \sin \alpha}{r^2}.$$

Переменные величины $d\ell$, α и r приведем к одной переменной – α . В треугольнике SOM часть проводника $CO = \ell$ выразим через r_0 : $\ell = r_0 \operatorname{ctg} \alpha$. Продифференцируем это равенство: $d\ell = -r_0 d\alpha / (\sin^2 \alpha)$. Модуль радиуса-вектора \vec{r} равен $r = r_0 / (\sin \alpha)$. Подстановка $d\ell$ и r в формулу дает

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \, d\alpha,$$

где углы α_1 и α_2 (см. рис. 4.3) определяют границы CA той части проводника, которая вносит вклад в значение B в исследуемой точке M . После интегрирования получаем

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1).$$

Формула позволяет рассчитать индукцию магнитного поля, созданного током в проводнике *конечной длины* на расстоянии r_0 от проводника.

Для бесконечно длинного проводника α_2 стремится к нулю, α_1 – к 180° . Следовательно, $\cos \alpha_2 = 1$, $\cos \alpha_1 = -1$, и выражение для прямого тока принимает вид

$$B_\infty = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r_0},$$

а напряженность магнитного поля H равна

$$H_\infty = \frac{I}{2\pi r_0}.$$

4.2.2. Расчет магнитного поля кругового тока

Как видно из рис. 4.4, все элементы тока кругового проводника создают в центре его магнитные поля $d\vec{B}$ одного направления по нормали к плоскости витка, в данном случае – за плоскость витка. Поэтому модуль вектора $d\vec{B}$ рассчитывается по формуле

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 \mu I d\ell \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin \alpha = 1$) и рас-

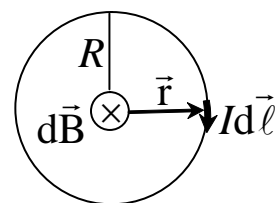


Рис. 4.4. Поле витка с током

стояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно радиусу витка R , то

$$B = \frac{\mu \mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} d\ell.$$

Откуда магнитная индукция в центре витка равна

$$B = \mu \mu_0 \frac{I}{2R}; \quad H = \frac{I}{2R}.$$

§ 4.3. Действие магнитного поля на движущиеся заряды

В связи с тем, что движущиеся заряды, как в проводнике с током, так и одиночные, порождают собственное магнитное поле, то при внесении этих зарядов во внешнее магнитное поле они испытывают действие силы.

На движущуюся частицу с электрическим зарядом q одновременно действуют и магнитное, и электрическое поля, а результирующее действие называется силой Лоренца, равна сумме двух составляющих электростатическая (сила Кулона) $\vec{F}_{\text{элек}}$ и магнитная $\vec{F}_{\text{магн}}$, которая направлена перпендикулярно к скорости движения заряда (сообщает ему только нормальное ускорение):

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{элек}} + \vec{F}_{\text{магн}} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Магнитную составляющую этой силы тоже иногда называют силой Лоренца.

Между электрической и магнитной составляющей сил есть существенная разница. *Электрическое поле изменяет величину скорости, а следовательно, и кинетическую энергию частицы. Изменение кинетической энергии равно работе поля $A = q\Delta\varphi$.*

$$\frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) = q\Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов электрического поля, которую называют ускоряющей. *Заряженные частицы приобретают или изменяют свою скорость только под действием электрического поля. Если электрическое поле действует на покоящуюся частицу, то ее скорость становится равной*

$$v = \sqrt{2q\Delta\varphi/m}.$$

Однородное магнитное поле изменяет только направление скорости частицы (при $\alpha \neq 0$).

4.3.1. Проводник с током в магнитном поле

Ампером (1820 г.) было установлено, что на прямолинейный проводник с током I , помещенный в однородное магнитное поле с индукцией B , действует сила

$$F_A = BI\ell \sin \alpha,$$

где ℓ – длина проводника; α – угол между направлением тока и индукцией магнитного поля. Если проводник имеет произвольную форму и поле неоднородно ($B \neq \text{const}$), тогда используется интегрально-дифференциальное исчисление

$$dF_A = I d\ell B \sin \alpha$$

или в векторной форме

$$d\vec{F}_A = [I d\vec{\ell} \vec{B}],$$

т. е. сила, действующая на элемент тока $I d\vec{\ell}$ в магнитном поле, равна векторному произведению элемента тока на вектор магнитной индукции.

Вектор $d\vec{F}_A$ перпендикулярен векторам $I d\vec{\ell}$ и $d\vec{B}$. Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки.

Эти соотношения выражают закон Ампера, который является одним из основных законов в учении о магнетизме.

4.3.2. Контур с током в магнитном поле

Если проводник с током имеет форму контура (рамки), то в однородном магнитном поле под действием силы Ампера, действующей на каждую сторону рамки, последняя может деформироваться – растягиваться (как на рис. 4.5, где нормаль \vec{n} к контуру и вектор \vec{B} внешнего магнитного поля параллельны) или сжиматься ($\vec{n} \updownarrow \vec{B}$).

Если угол φ между векторами \vec{n} и \vec{B} отличен от нуля и 180° , то контур испытывает вращающий механический момент. Пусть контур имеет возможность поворачиваться вокруг вертикальной оси, проходящей через центр контура (рис. 4.6, а). На горизонтальные стороны a контура

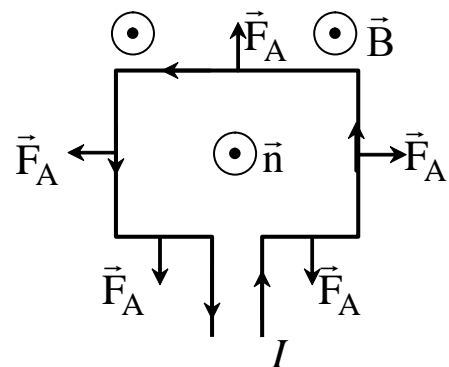


Рис. 4.5. Рамка с током перпендикулярна полю \vec{B}

действуют силы \vec{F}_r , параллельные оси вращения. Эти силы растягивают контур, не создавая вращающего момента. На вертикальные стороны длиной ℓ действуют силы $F = IB\ell$; они создают пару сил, момент которой равен

$$M = Fd = IB\ell a \cos \alpha,$$

где $d = a \cos \alpha$ – плечо пары сил (рис. 4.6, б); α – угол между вектором \vec{B} и стороной a контура. Очевидно, что $\alpha = 90^\circ - \varphi$, $\cos \alpha = \sin \varphi$. Выражение для момента сил принимает вид

$$M = Bp_m \sin \varphi,$$

где $p_m = IS$ – магнитный момент контура; $S = \ell a$ – площадь контура. Таким образом, на контур с током в однородном магнитном поле действует механический вращающий момент M , пропорциональный магнитному моменту p_m контура, индукции магнитного поля B и синусу угла между векторами \vec{B} и \vec{p}_m .

В векторной форме соотношение для момента сил имеет вид

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}].$$

Вращающее действие магнитного поля на контур с током лежит в основе устройства электродвигателей и электроизмерительных приборов.

4.3.3. Сила Лоренца

Формулу для силы, действующей на движущийся в магнитном поле заряд, которая называется силой Лоренца, можно получить, исходя из закона Ампера:

$$F_{\text{Л}} = \frac{dF_{\text{А}}}{dN},$$

где dN – число заряженных частиц, проходящих по проводнику длиной $d\ell$ за промежуток времени dt . Они переносят заряд $dQ = Q_i dN$. Сила тока $I = dQ/dt = Q_i dN/dt$, где Q_i – заряд одной частицы. Подстановка $dF_{\text{А}}$ дает

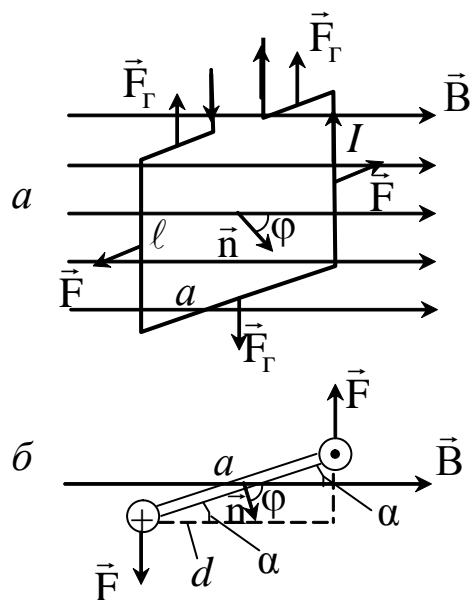


Рис. 4.6. Рамка с током под углом α к полю \vec{B}

$$F_{\text{Л}} = \frac{I d\ell B \sin \alpha}{dN} = \frac{Q_i dN d\ell B \sin \alpha}{dt dN},$$

где $v = d\ell / dt$ – скорость движения заряда. Индекс « i » у заряда можно опустить.

$$F_{\text{Л}} = Qv B \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

В векторной форме сила Лоренца записывается в виде

$$\vec{F}_{\text{Л}} = Q[\vec{v} \vec{B}].$$

Направление силы Лоренца для положительно заряженных частиц определяется по правилу левой руки. Сила Лоренца перпендикулярна векторам \vec{v} и \vec{B} .

Анализируя формулу силы Лоренца, можно сделать выводы:

а) если скорость заряда $v = 0$, то $F_{\text{Л}} = 0$, т. е. магнитное поле не действует на неподвижные заряды;

б) если заряженная частица движется вдоль линий \vec{B} ($\alpha = 0$ или $\alpha = 180^\circ$, $\sin \alpha = 0$), то $F_{\text{Л}} = 0$;

в) при $\alpha = 90^\circ$ $F_{\text{Л}} = Qv B$.

Так как сила Лоренца $\vec{F}_{\text{Л}}$ перпендикулярна скорости \vec{v} , то она, *не влияя на величину скорости, изменяет ее направление*, являясь центростремительной силы mv^2 / R .

$$\frac{mv^2}{R} = Qv B,$$

где m – масса частицы; R – радиус кривизны ее траектории.

В однородном магнитном поле при $v = \text{const}$ и радиус кривизны постоянный:

$$R = \frac{mv}{QB},$$

и траектория движения – окружность, плоскость которой перпендикулярна линиям вектора \vec{B} . По направлению вращения частицы можно определить знак ее заряда;

г) если угол α между векторами \vec{v} и \vec{B} $90^\circ > \alpha > 0^\circ$, то траекторией движения частицы является спираль (рис. 4.7). Радиус витка спирали зависит от нормальной составляющей v_n скорости частицы, $v_n = v \sin \alpha$, тогда радиус спирали равен

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{Q B}.$$

Расстояние между витками – шаг спирали h – определяется тангенциальной составляющей v_τ скорости; $v_\tau = v \cos \alpha$. За время, равное периоду T , частица сделает один оборот по окружности и поступательно сместится на расстояние h :

$$T = 2\pi R / v_n, \quad T = h / v_\tau.$$

Откуда находится шаг спирали:

$$h = \frac{2\pi R v_\tau}{v_n} = 2\pi R \operatorname{ctg} \alpha.$$

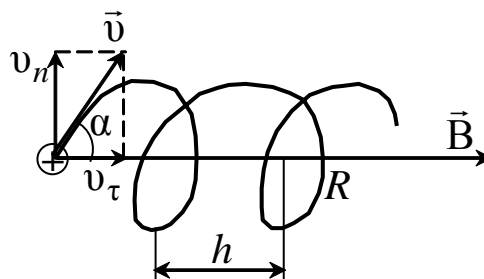


Рис. 4.7. Движение по спирали, скорость \vec{v} под углом к магнитному полю \vec{B}

4.3.4. Эффект Холла

Американский физик Э. Холл обнаружил, что в проводнике с током в виде пластины, помещенном в магнитное поле, возникает поперечная разность потенциалов вследствие действия силы Лоренца на электроны проводимости, движущиеся в проводнике со скоростью \vec{v} (рис. 4.8), $F_L = eBv$.

В данном случае эта сила направлена вверх. На верхней грани пластины возникает повышенная концентрация отрицательных зарядов, на нижней – положительных. Эти заряды создают дополнительное поперечное электрическое поле напряженностью \vec{E} и разностью потенциалов $\Delta\varphi$;

$$\Delta\varphi = E d,$$

где d – толщина пластины).

Стационарное распределение зарядов в поперечном направлении устанавливается тогда, когда действующая на заряды сила Лоренца уравнивается электрической силой.

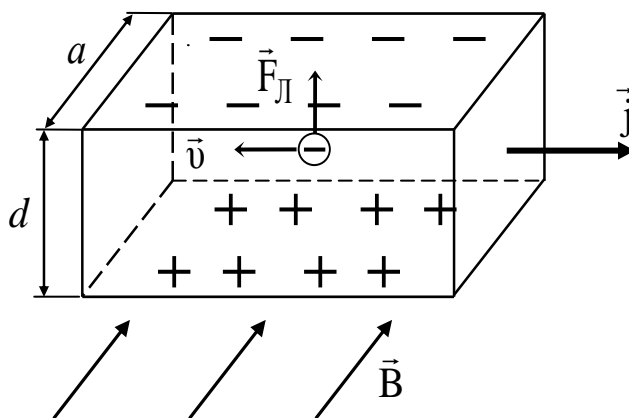


Рис. 4.8. Эффект Холла

$$e\nu B = eE = e\Delta\varphi/d,$$

откуда выражаем поперечную (холловскую) разность потенциалов:

$$\Delta\varphi = \nu B d.$$

Учитывая, что плотность тока равна $j = ne\nu$, а сила тока, $I = jS = ne\nu S$, можно выразить скорость упорядоченного движения электронов $\nu = I/neS$ ($S = ad$ – площадь поперечного сечения пластины). Тогда

$$\Delta\varphi = \frac{I}{neS} Bd = \frac{1}{en} \frac{IB}{a} = R \frac{IB}{a},$$

где $R = \frac{1}{en}$ – *постоянная Холла*, зависящая от материала пластины.

Таким образом, холловская разность потенциалов пропорциональна магнитной индукции B , силе тока и обратно пропорциональна ширине пластины a . Отсюда очевидны направления применения эффекта Холла – измерение индукции магнитного поля (датчики Холла), измерение концентрации n носителей тока в проводниках и изучение их природы в полупроводниках.

§ 4.4. Закон полного тока

Циркуляцией вектора \vec{B} (\vec{H}) по контуру L называется интеграл от скалярного произведения векторов \vec{B} и $d\vec{\ell}$, т. е. $\int \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$. Модуль этого произведения равен $Bd\ell \cos \alpha = B_{\ell}d\ell$, где $d\vec{\ell}$ – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль выбираемого направления обхода контура (рис. 4.9), $B_{\ell} = B \cos \alpha$ – составляющая вектора B в направлении касательной к контуру; α – угол между векторами \vec{B} и $d\vec{\ell}$.

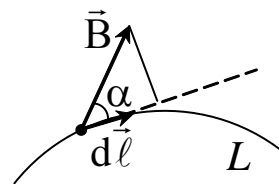


Рис. 4.9. Циркуляция вектора \vec{B} по контуру

Вычислим циркуляцию вектора \vec{B} по замкнутому контуру L , т. е. $\oint_L B_{\ell}d\ell$. Выберем в магнитном поле, созданном током в беско-

нечно длинном прямом проводнике (на рис. 4.10 ток I направлен за плоскость листа), произвольный замкнутый контур L . Выразим AC

из треугольников ACD и ACO : $AC = dl \cos \alpha$, $AC = r_0 d\varphi$. Приравняв правые части этих выражений, получим

$$dl \cos \alpha = r_0 d\varphi,$$

где r_0 – радиус силовой линии магнитного поля, значение индукции

бесконечного тока равно $B_\infty = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r_0}$. Следовательно,

$$\oint_L B_\ell dl = \oint_L B dl \cos \alpha = \oint_L \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r_0} r_0 d\varphi = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu \mu_0 I.$$

$$\oint_L B_\ell dl = \mu \mu_0 I.$$

Если контур L охватывает несколько токов (рис. 4.11), то уравнение для циркуляции вектора \vec{B} принимает вид

$$\oint_L B_\ell dl = \mu \mu_0 (I_1 + I_2 - I_3),$$

где знаки «+» у токов и направление обхода контура, выбираемое произвольно, связываются правилом правого винта. Для системы N токов последнее уравнение записывается в виде

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_L B_\ell dl = \mu \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i.$$

Это выражение представляет собой формулировку теоремы о циркуляции или закона полного тока: *циркуляция вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром.*

Для вектора напряженности \vec{H} закон полного тока имеет вид

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \oint_L H_\ell dl = \sum_{i=1}^N I_i.$$

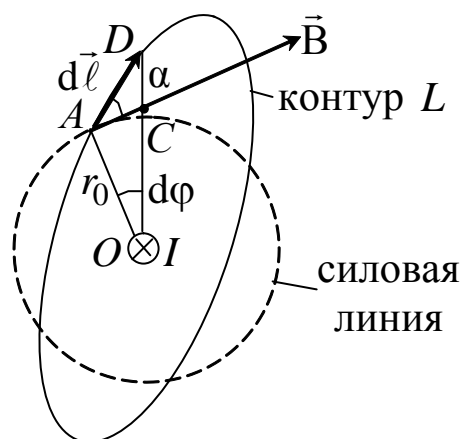


Рис. 4.10. Циркуляция вектора \vec{B} по замкнутому контуру L

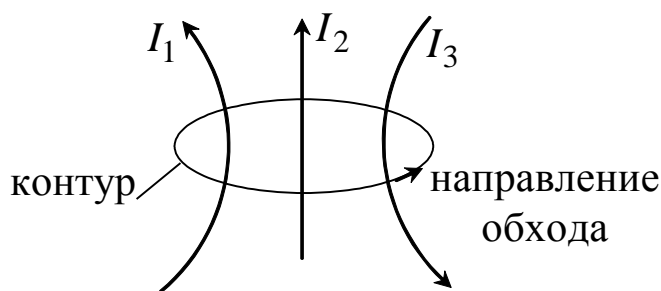


Рис. 4.11. Циркуляция вектора \vec{B} , созданная токами

Закон полного тока используется для расчета индукции или напряженности магнитного поля, создаваемого макротоками, например током в соленоиде. Пусть длина соленоида ℓ (рис. 4.12) во много раз больше его диаметра (бесконечно длинный соленоид), число витков в нем N ; величина $n = N/\ell$ – число витков на единице длины соленоида.

Экспериментальное изучение поля соленоида показывает, что внутри соленоида поле однородное, вне его – неоднородное и очень слабое. Приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него.

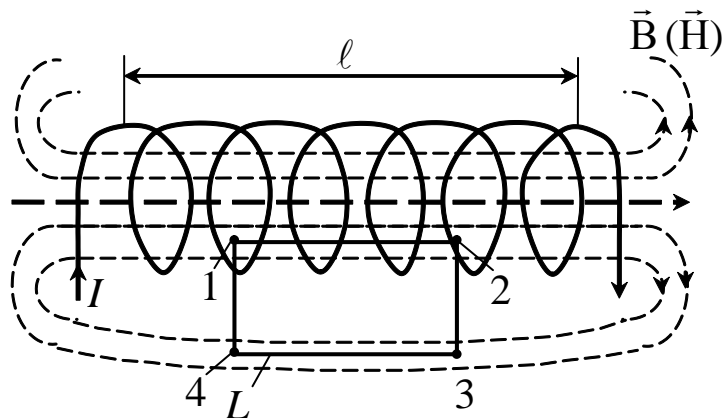


Рис. 4.12. Магнитное поле соленоида

Выберем замкнутый прямоугольный контур 1–2–3–4–1. Циркуляция вектора \vec{H} по этому контуру может быть представлена в виде четырех интегралов:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 H d\ell \cos \alpha_1 + \int_2^3 H d\ell \cos \alpha_2 + \int_3^4 H d\ell \cos \alpha_3 + \int_4^1 H d\ell \cos \alpha_4.$$

Участок 1–2 контура L совпадает с силовой линией, $\alpha_1 = 0$, $\cos \alpha_1 = 1$. Участки 2–3 и 4–1 перпендикулярны вектору \vec{H} , $\cos \alpha_2 = 0$, $\cos \alpha_3 = 0$. На участке 3–4 напряженность $H \approx 0$.

Следовательно,

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 H d\ell = H \ell',$$

где ℓ' – длина участка 1–2. Используя закон полного тока, имеем $H \ell' = N' I$, где N' – число витков, охваченных контуром L . Ясно, что $N' = n \ell'$. Поэтому $H = n I$,

т. е. напряженность магнитного поля внутри длинного соленоида равна произведению силы тока I в соленоиде на число витков n , приходящихся на единицу длины соленоида.

Очевидно, что индукция в соленоиде равна

$$B = \mu \mu_0 n I.$$

§ 4.5. Теорема Гаусса для магнитного поля

По аналогии для потока N вектора напряженности \vec{E} электростатического поля введем понятие потока Φ_B вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S :

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS \cos \alpha = \int_S B_n dS,$$

где α – угол между векторами индукции и нормали к поверхности; B_n – проекция вектора \vec{B} на направление нормали.

Размерность потока $[\Phi_B] = 1$ Вб (вебер).

Поток Φ_B – величина алгебраическая. Знак «+» или «-» потока зависит от знака $\cos \alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали \vec{n} к поверхности).

Для однородного поля и плоской поверхности поток Φ_B равен

$$\Phi_B = B S \cos \alpha.$$

Поток Φ_B максимален при $\alpha = 0^\circ$.

Теорема Гаусса для магнитного поля: *поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:*

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

В самом деле, если силовые линии магнитного поля пронизывают замкнутую поверхность S (рис. 4.13), то на входе в поверхность эти линии создают отрицательный поток

$\Phi_{B1} < 0$, так как $\alpha_1 > 90^\circ$, а на выходе из поверхности – положительный поток $\Phi_{B2} > 0$, так как $\alpha_2 < 90^\circ$. Число же входящих и выходящих линий одинаково, так как они замкнуты. Следовательно, суммарный поток равен нулю:

$$-\Phi_{B1} + \Phi_{B2} = 0.$$

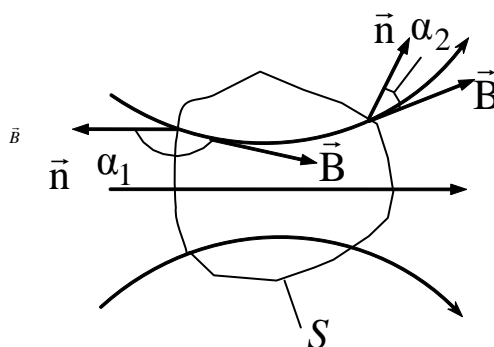


Рис. 4.13. Поток вектора \vec{B}

§ 4.6. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Если проводник не закреплен (например, одна из сторон контура изготовлена в виде подвижной перемычки, рис. 4.14), то он будет перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током

$$dA = I B \ell dx,$$

где ℓ – длина проводника; dx – элементарное перемещение его. Произведение $\ell dx = dS$ – площадь, которую проводник «заметает» при своем движении; $BdS = d\Phi$ – поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом,

$$dA = I d\Phi_B.$$

Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле, равна произведению силы тока на магнитный поток через площадь, «заметаемую» движущимся проводником. Формула справедлива и для произвольного направления вектора \vec{B} .

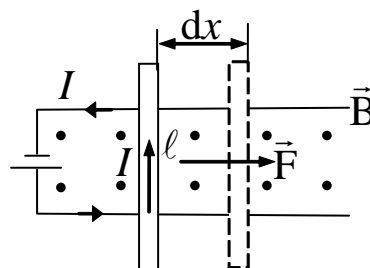


Рис. 4.14. Работа перемещения проводника

§ 4.7. Магнитные свойства вещества

Опыт показывает, что магнитными свойствами обладают все вещества, но по своему поведению в магнитном поле (намагничиванию) они подразделяются на три группы: диа-, пара- и ферромагнетики. Природа магнитных свойств вещества объясняется вращением электронов вокруг ядра, в результате чего каждый электрон в атоме обладает орбитальным магнитным моментом $\vec{p}_m = I S \vec{n}$. С другой стороны, движущийся по орбите электрон обладает орбитальным механическим моментом импульса \vec{L}_e .

4.7.1. Диа- и парамагнетики

Рассмотрим действие магнитного поля на движущиеся в атоме электроны. Пусть орбита электрона ориентирована относительно поля так, что векторы \vec{p}_m и \vec{B} составляют угол α (рис. 4.15). Маг-

нитное поле вынуждает орбиту электрона совершать такое движение (типа покачивания), при котором вектор \vec{p}_m , сохраняя постоянным угол α , вращается вокруг вектора \vec{B} , описывая в пространстве конус. Такое движение в механике называется *прецессией*. Прецессионное движение орбиты электрона эквивалентно круговому току, индуцированному внешним магнитным полем. По правилу Ленца у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему магнитному полю. Добавочные магнитные поля всех атомов вещества складываются, образуя собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Это явление называется *диамагнитным эффектом*, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против его направления, называются *диамагнетиками*.

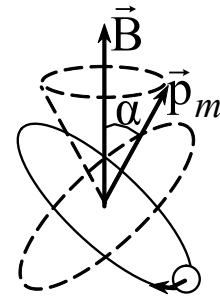


Рис. 4.15 Электрон в магнитном поле

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетики немагнитны, т. е. суммарный магнитный момент каждого атома равен нулю, так как магнитные моменты электронов в атомах этих веществ взаимно компенсируются. К диамагнетикам относятся многие металлы (Bi, Ag, Au, Cu), большинство органических соединений, смолы, углерод и т. д.

Диамагнетизм присущ всем веществам. Однако существует группа веществ, которые во внешнем магнитном поле намагничиваются по направлению поля. Эти вещества называются *парамагнетиками*. Атомы парамагнетиков в отсутствие внешнего магнитного поля имеют нескомпенсированный магнитный момент, но ориентация магнитных моментов у отдельных атомов разная. Их суммарный магнитный момент равен нулю, поэтому в целом парамагнетик не намагничен. Внешнее магнитное поле задает преимущественную ориентацию магнитных моментов атомов вдоль внешнего поля, в результате чего оно усиливается. Влияние диамагнитного эффекта в парамагнетиках значительно слабее парамагнитного. К парамагнетикам относятся алюминий, платина, кислород, хлорное железо и т. д.

4.7.2. Ферромагнетики

Диа- и парамагнетики относятся к классу *слабмагнитных веществ*. *Сильномагнитными* веществами являются *ферромагнетики* (железо, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения).

Природа ферромагнетизма объясняется теорией, в которой показано, что в системе, состоящей из многих атомов (молекул), магнитные моменты которых обусловлены спинами электронов, действуют обменные силы, стремящиеся ориентировать спины двух соседних атомов (молекул) одинаково. В веществе возникают области, имеющие значительные магнитные моменты вследствие сложения спинов электронов. Эти области называются *доменами*. В отсутствие магнитного поля распределение направлений магнитных моментов доменов имеет случайный характер, поэтому суммарный магнитный момент образца равен нулю. При внесении ферромагнетика во внешнее магнитное поле магнитные моменты доменов ориентируются вдоль линий поля, значительно усиливая его.

4.7.3 Магнитное поле в веществе

Магнетик объемом V , внесенный во внешнее магнитное поле индукцией \vec{B}_0 , приобретает магнитный момент, равный векторной сумме магнитных моментов атомов (молекул) $\vec{p}_m = \sum \vec{p}_a$. *Векторная величина, определяемая магнитным моментом единицы объема магнетика, называется намагниченностью:*

$$\vec{J} = \vec{p}_m / V = \sum \vec{p}_a / V.$$

Намагниченный магнетик создает собственное магнитное поле с индукцией \vec{B}' , пропорциональной внешнему полю \vec{B}_0 и зависящей от свойств магнетика:

$$\vec{B}' = \chi \vec{B}_0,$$

где χ – коэффициент пропорциональности, называемый *магнитной восприимчивостью* магнетика. Магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля \vec{B}_0 , создаваемого макротоками в проводниках, находящихся в вакууме, и поля \vec{B}' магнетика:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi)\vec{B}_0,$$

где $1 + \chi = \mu$ – относительная *магнитная проницаемость* вещества

$$\mu = \frac{B}{B_0},$$

показывающая, во сколько раз изменяется индукция магнитного поля в магнетике по сравнению с таковой в вакууме. Для диамагнетиков $\mu < 1$ – они ослабляют магнитное поле. У парамагнетиков $\mu > 1$, у ферромагнетиков $\mu \gg 1$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.1

Определение горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли

1. *Цель работы:* определение горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли.

2. *Подготовка к работе:* прочитать в учебниках параграфы [1] – § 22.1; [2] – §§ 109, 110; [3] – §§ 191–194. Для выполнения работы студент должен знать: а) закон Био – Савара – Лапласа и его применение к расчету индукции магнитного поля в центре кругового витка с током; б) устройство и принцип работы тангенс-гальванометра; в) методику определения и расчета горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

На рис. 4.16 приведена электрическая схема лабораторной установки, состоящая из тангенс-гальванометра G , амперметра A , реостата R , ключа K , двойного переключателя Π и источника тока ε .

Тангенс-гальванометр G состоит из катушки, содержащей N витков тонкой изолированной проволоки, укрепленной на вращающейся подставке. В центре витков расположена магнитная стрелка, свободно вращающаяся вокруг вертикальной оси. Стрелка помещена в коробочку, на дне которой расположен лимб со шкалой.

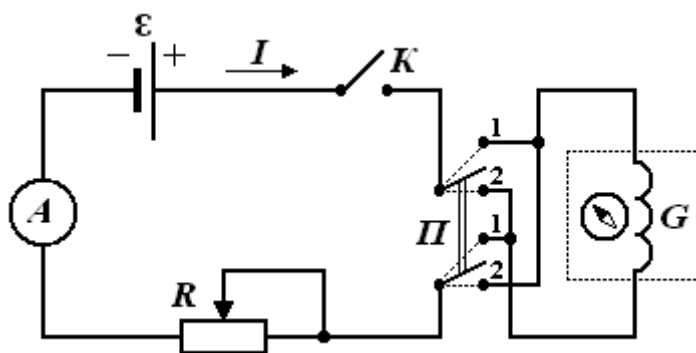


Рис. 4.16. Электрическая схема лабораторной установки

3.2. *Методика измерений и расчета*

Магнитное поле Земли обусловлено конвективными движениями расплавленного электропроводящего вещества в железно-

никелевом ядре. Магнитная ось Земли наклонена на $11,5^\circ$ к оси вращения. Северный магнитный полюс находится в южном полушарии в точке с координатами $66,5^\circ$ южной широты, 140° восточной долготы. Южный магнитный полюс находится в северном полушарии в точке с координатами 75° северной широты, 99° западной долготы.

Магнитное поле Земли характеризуется тремя элементами: горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля \vec{B}_r , магнитным склонением γ (угол между \vec{B}_r и плоскостью географического меридиана), магнитным наклонением θ (угол между вектором магнитного поля \vec{B} и плоскостью горизонта). Для города Кемерово: $B = 5,8 \cdot 10^{-5}$ Тл; $B_r = 1,55 \cdot 10^{-5}$ Тл.

На рис. 4.17 изображен круговой виток с током. Элемент проводника $d\vec{l}$ создает магнитное поле, направленное по оси витка, с индукцией $d\vec{B}$, величина которой может быть рассчитана по формуле

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} = \vec{k} \frac{\mu\mu_0 I dl}{4\pi R^2}, \quad (4.1)$$

так как $r = R$, $\sin(\vec{d\vec{l}}, \wedge \vec{r}) = 1$.

Модуль вектора индукции магнитного поля в центре кругового витка с током равен

$$B = \int_0^{2\pi R} dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}. \quad (4.2)$$

С учетом выбранного направления тока в витке (рис. 4.18) вектор индукции магнитного поля направлен вдоль положительного направления оси Z .

Катушка тангенс-гальванометра содержит N витков, а относительная магнитная проницаемость воздуха $\mu = 1$, поэтому модуль вектора магнитной индукции в центре катушки равен

$$B_k = \frac{\mu_0 IN}{2R}. \quad (4.3)$$

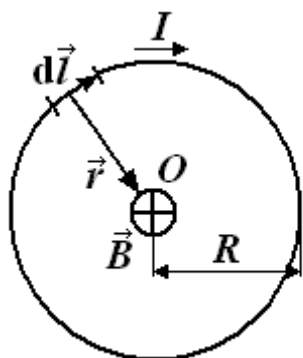


Рис. 4.17. Круговой виток с током

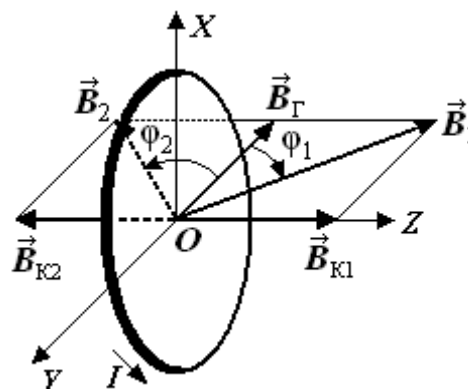


Рис. 4.18. Расположение стрелки в плоскости витка с током

Расположим виток (ток по витку не идет) так, чтобы плоскость витка XOY совпадала с плоскостью магнитного меридиана (рис. 4.18). Для этого нужно поворачивать плоскость витка до тех пор, пока она не совместится с направлением магнитной стрелки. При включении тока I стрелка повернется на угол φ_1 или φ_2 в зависимости от направления тока в катушке, которое изменяется переключателем Π , и установится по направлению результирующего вектора \vec{B}_1 или \vec{B}_2 . По принципу суперпозиции полей

$$\vec{B} = \vec{B}_\Gamma + \vec{B}_\kappa. \quad (4.4)$$

Определив угол φ поворота магнитной стрелки, можно найти горизонтальную составляющую вектора индукции магнитного поля Земли:

$$B_\Gamma = \frac{B_\kappa}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\mu_0 IN}{2R \operatorname{tg} \varphi}. \quad (4.5)$$

При произвольном положении плоскости катушки по отношению к плоскости магнитного меридиана горизонтальную составляющую магнитного поля Земли можно рассчитать:

$$B_\Gamma = B_\kappa \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 - 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}}, \quad (4.6)$$

где φ_1 и φ_2 – углы поворота магнитной стрелки в зависимости от направления тока в катушке.

3.3. *Определение горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли при расположении магнитной стрелки в плоскости витка*

3.3.1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 4.16.

3.3.2. Совместить плоскость витка с плоскостью магнитного меридиана (стрелка должна находиться в плоскости витка). По лимбу определить положение северного конца магнитной стрелки (угловая координата φ_0).

3.3.3. Замкнуть цепь тангенс-гальванометра ключом K и перемещением движка реостата R добиться отклонения стрелки на угол $\varphi_1 = |\varphi_0 - \varphi'| = 35^\circ$, где φ' – новая угловая координата северного конца магнитной стрелки. Измерить амперметром силу тока в цепи тангенс-гальванометра.

3.3.4. С помощью переключателя Π изменить направление тока в цепи тангенс-гальванометра и измерить угловую координату φ'' северного конца магнитной стрелки, определить угол $\varphi_2 = |\varphi'' - \varphi_0|$. Разница между углами φ_1 и φ_2 по модулю не должна превышать 2° , в противном случае опыт повторять до тех пор, пока не будет получен нужный результат.

3.3.5. Провести измерения для углов $\varphi_1 = 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ$ и 55° . Результаты измерений занести в табл. 4.1.

3.3.6. По формуле (4.5) определить горизонтальную составляющую вектора индукции магнитного поля Земли B_r .

Таблица 4.1

Результаты измерений углов и расчета B_r при расположении витка в плоскости магнитного меридиана

№	I		φ_0	φ'	φ_1	φ''	φ_2	$\langle\varphi\rangle$	$\text{tg}\langle\varphi\rangle$	B_r	$\langle B_r \rangle$
	дел	А	град	град	град	град	град	град		Тл	Тл
1											
2											
3											
4											
5											

3.4. *Определение горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли при произвольном положении витка с током*

3.4.1. Установить плоскость витка произвольно по отношению к плоскости магнитного меридиана под углом φ_0 северного конца магнитной стрелки при разомкнутой цепи тангенс-гальванометра.

3.4.2. Замкнуть цепь тангенс-гальванометра и измерить угловые координаты φ' и φ'' для пяти значений тока I (значения токов взять из первой части работы). Результаты занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2

*Результаты измерений углов и расчета B_r
при произвольном положении витка*

№	I		φ_0	φ'	φ_1	φ''	φ_2	B_r	$\langle B_r \rangle$
	дел	А	град	град	град	град	град	Тл	Тл
1									
2									
3									
4									
5									

3.4.3. По формуле (4.6) определить горизонтальную составляющую вектора индукции магнитного поля Земли B_r .

3.4.4. Сравнить полученное значение B_r со значением, полученным в первой части работы и с табличным значением.

3.5. *Сделать вывод об эффективности метода определения горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли с помощью тангенс-гальванометра*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.2

Определение удельного заряда электрона методом магнетрона

1. *Цель работы:* определение удельного заряда электрона с помощью магнетрона.

2. *Подготовка к работе:* прочитать в учебниках параграфы [1] – §§ 4.2, 21.2, 23.3; [2] – §§ 18, 19, 114; [3] – §§ 214, 218. Для выполнения работы студент должен знать: а) понятие об удельном заряде электрона; б) понятие силы Лоренца; в) момент силы относительно неподвижной точки и оси; г) момент импульса относительно неподвижной точки и оси; д) принцип действия приборов, используемых в данной лабораторной установке; е) устройство и принцип работы двухэлектродной электронной лампы (магнетрона); ж) методику определения удельного заряда электрона; з) экспериментальное определение критического значения тока в соленоиде;

и) изучить принципиальную электрическую схему и блок-схему лабораторной установки.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

На рис. 4.19 приведена блок-схема лабораторной установки, состоящая из модуля $\Phi\PiЭ-03$, источника питания $ИП$ и миллиамперметра $РА$.

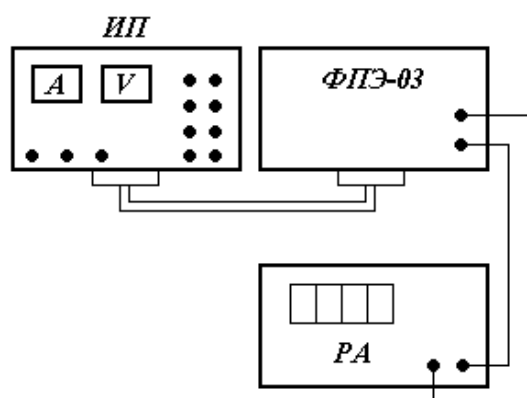


Рис. 4.19. Блок-схема установки

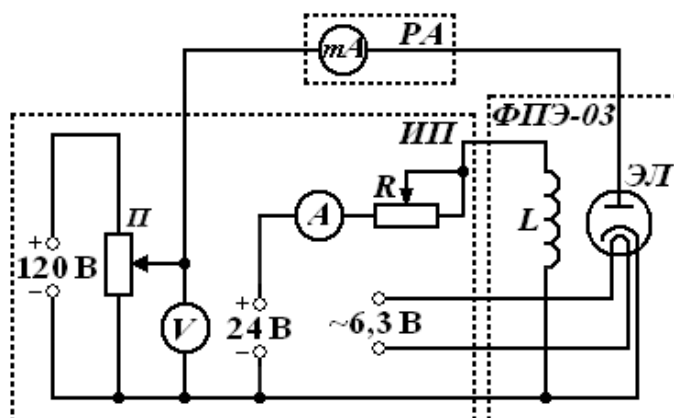


Рис. 4.20. Принципиальная электрическая схема установки

На рис. 4.20 приведена принципиальная электрическая схема лабораторной установки. Модуль $\Phi\PiЭ-03$ состоит из двухэлектродной электронной лампы $\mathcal{ЭЛ}$ и соленоида L . Источник питания $ИП$ состоит из потенциометра Π , переменного сопротивления R , амперметра A и вольтметра V . Напряжение на аноде электронной лампы $\mathcal{ЭЛ}$ регулируется с помощью потенциометра Π . Анодный ток измеряется миллиамперметром mA . Переменное сопротивление R регулирует ток соленоида L , который измеряется амперметром A . На накал катода лампы $\mathcal{ЭЛ}$ подается напряжение 6,3 В. Вольтметр V показывает напряжение на аноде лампы $\mathcal{ЭЛ}$.

3.2. Методика измерений и расчета

Для изучения движения электрона и измерения его удельного заряда используется специальная двухэлектродная электронная лампа (магнетрон), электроды которой представляют собой коаксиальные цилиндры. Данная лампа помещается внутри соленоида. При этом ось лампы совпадает с осью соленоида. Электроны, вылетающие из катода лампы, при отсутствии тока в соленоиде под действием анодного напряжения движутся радиально к аноду. При подключении источника тока к соленоиду в лампе создается маг-

нитное поле, направленное вдоль оси соленоида и параллельное оси лампы. На электроны, вылетающие из катода, действует сила Лоренца (рис. 4.21)

$$\vec{F}_Л = e[\vec{V}, \vec{B}] = e[(\vec{V}_r + \vec{V}_\varphi), \vec{B}], \quad (4.7)$$

где $V_r = \frac{dr}{dt}$, $V_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt}$ – радиальная и трансверсальная составляющие скорости электрона в полярной системе координат, полюс которой совпадает с центром катода.

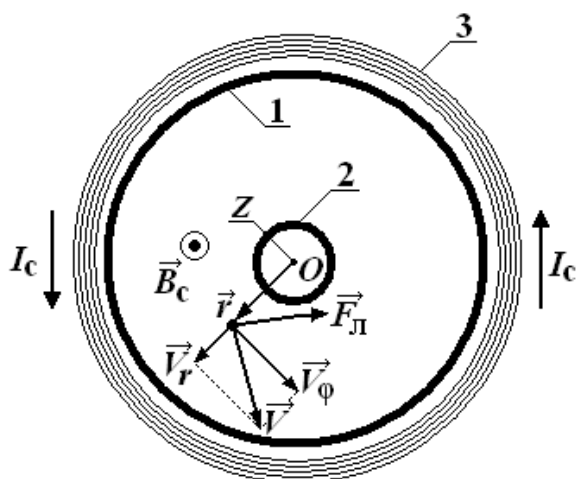


Рис. 4.21. Движение электрона в магнетроне:
1 – анод; 2 – катод; 3 – обмотка соленоида; I_c – направление тока в обмотке соленоида

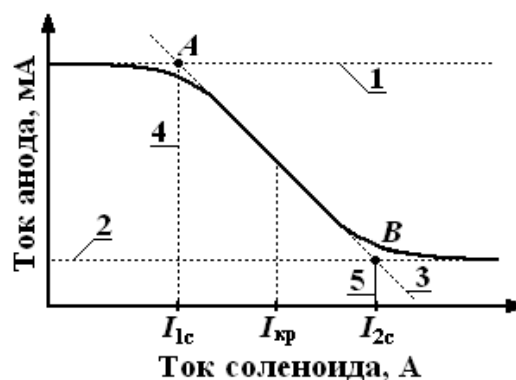


Рис. 4.22. График зависимости тока анода от тока соленоида $I_a = f(I_c)$

Момент импульса электрона относительно центра катода

$$\vec{L} = [\vec{r}, m(\vec{V}_r + \vec{V}_\varphi)] = [\vec{r}, m\vec{V}_r] + [\vec{r}, m\vec{V}_\varphi]. \quad (4.8)$$

Так как $\vec{V}_r \parallel \vec{r}$, а $\vec{V}_\varphi \perp \vec{r}$, то момент импульса электрона относительно оси Z

$$L_z = |\vec{L}| = rmV_\varphi. \quad (4.9)$$

Момент силы Лоренца относительно центра катода

$$\vec{M}_Л = [\vec{r}, e[\vec{V}, \vec{B}]] = e\vec{V}(\vec{r}, \vec{B}) - e\vec{B}(\vec{r}, (\vec{V}_r + \vec{V}_\varphi)) = -e\vec{B}(\vec{r}, \vec{V}_r). \quad (4.10)$$

Момент силы Лоренца относительно оси Z

$$M_{Лz} = eBrV_r. \quad (4.11)$$

$$\text{Так как } M_{\text{ЛЗ}} = \frac{dL_z}{dt}, \text{ то } \frac{d(rmV_\varphi)}{dt} = eBr \frac{dr}{dt}. \quad (4.12)$$

Из выражения (4.12) получим

$$rmV_\varphi = \frac{1}{2} eBr^2 + \text{const}. \quad (4.13)$$

Если $r = r_{\text{к}}$, где $r_{\text{к}}$ – радиус катода, то $V_\varphi = 0$. Следовательно,

$$-\frac{1}{2} eBr_{\text{к}}^2 = \text{const}.$$

Тогда

$$V_\varphi = \frac{eB}{2mr} (r^2 - r_{\text{к}}^2). \quad (4.14)$$

Кинетическая энергия электрона:

$$\frac{m(V_r^2 + V_\varphi^2)}{2} = eu. \quad (4.15)$$

При определенном значении индукции магнитного поля, которое назовем критическим ($B_{\text{кр}}$), движение электрона становится круговым, а скорость электрона вблизи катода ($r \approx r_{\text{к}}$) станет перпендикулярной радиусу r , то есть $V_r = 0$.

Подставляя в (4.15) значение V_φ из (4.14), получаем

$$eu_a = \frac{mB_{\text{кр}}^2}{8r_a^2} \left(\frac{e}{m}\right)^2 (r_a^2 - r_{\text{к}}^2)^2, \quad (4.16)$$

где u_a – напряжение между анодом и катодом; r_a – радиус анода.

Из (4.16) выражаем удельный заряд электрона

$$\frac{e}{m} = \frac{8u_a r_a^2}{B_{\text{кр}}^2 (r_a^2 - r_{\text{к}}^2)^2} = \frac{8u_a r_a^2 (\ell^2 + D^2)}{[\mu_0 N I_{\text{кр}} (r_a^2 - r_{\text{к}}^2)]^2}, \quad (4.17)$$

где $B_{\text{кр}} = \frac{\mu_0 N I_{\text{кр}}}{\sqrt{\ell^2 + D^2}}$; $I_{\text{кр}}$ – ток в обмотке соленоида, при котором

$B = B_{\text{кр}}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; N , ℓ и D – соответственно число витков, длина и диаметр соленоида.

Для определения критического значения тока в соленоиде $I_{\text{кр}}$ необходимо построить график зависимости $I_a = f(I_c)$ (рис. 4.22). Ли-

ния 1 проходит через максимальное значение, а линия 2 – через минимальное значение анодного тока. Линия 3 проходит через наклонный участок графика. Из точек пересечения линий 1–3 (A) и 2–3 (B) опускаем перпендикуляры 4 и 5 на ось абсцисс и определяем значения тока соленоида I_{1c} и I_{2c} . Значение критического тока $I_{кр}$ определяется по формуле

$$I_{кр} = \frac{I_{1c} + I_{2c}}{2}. \quad (4.18)$$

3.3. Определение удельного заряда электрона

3.3.1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 4.19.

3.3.2. Установить анодное напряжение u_a (от 50 до 120 В) по вольтметру V на блоке питания ИП.

3.3.3. Изменяя величину тока в соленоиде от минимального значения до максимального через 0,05 А при постоянном анодном напряжении (от 50 до 120 В), снять зависимость $I_a = f(I_c)$.

3.3.4. Повторить все измерения при двух других значениях анодного напряжения (от 50 до 120 В). Результаты измерений занести в табл. 4.3.

3.3.5. Для каждого значения анодного напряжения построить график зависимости $I_a = f(I_c)$. По графику определить I_{1c} и I_{2c} .

3.3.6. По формуле (4.18) определить $I_{кр}$.

3.3.7. По формуле (4.17) для каждого значения $I_{кр}$ определить удельный заряд электрона $\left(\frac{e}{m}\right)_{эксп}$.

Данные для расчета: $N = 2700$; $l = 0,17$ м; $D = 8,5 \cdot 10^{-2}$ м; $r_k = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м; $r_a = 4 \cdot 10^{-3}$ м.

3.3.8. Определить среднее значение удельного заряда электрона $\left\langle \left(\frac{e}{m}\right)_{эксп} \right\rangle$. Результаты вычислений занести в табл. 4.4.

3.3.9. Определить отклонение полученного среднего значения удельного заряда от теоретического значения по формуле

$$\varepsilon = \frac{\left| \left\langle \left(\frac{e}{m}\right)_{эксп} \right\rangle - \left(\frac{e}{m}\right)_{теор} \right|}{\left(\frac{e}{m}\right)_{теор}} \cdot 100 \%, \quad \text{где } \left(\frac{e}{m}\right)_{теор} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Таблица 4.3

Результаты измерения тока анода I_a при различных значениях анодного напряжения u_a и тока в соленоиде I_c

№	$u_{a1},$ В		$u_{a2},$ В		$u_{a3},$ В	
	I_c	I_a	I_c	I_a	I_c	I_a
	А	мА	А	мА	А	мА
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						

Таблица 4.4

Результаты определения тока $I_{кр}$, магнитной индукции $B_{кр}$ и удельного заряда электрона

№	u_a	$I_{кр}$	$B_{кр}$	$\left(\frac{e}{m}\right)_{эксп}$	$\left\langle \left(\frac{e}{m}\right)_{эксп} \right\rangle$	ε
	В	А	Тл	Кл/кг	Кл/кг	%
1						
2						
3						

3.4. Сделать выводы по результатам измерений и вычислений

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.3

Изучение магнитного поля соленоида с помощью датчика Холла

1. *Цель работы:* определение индукции магнитного поля соленоида с помощью датчика Холла.

2. *Подготовка к работе:* прочитать в учебниках параграфы [1] – §§ 22.1, 22.2, 23.2; [2] – §§ 110, 117; [3] – §§ 194, 217. Для вы-

полнения работы студент должен знать: а) закон Био – Савара – Лапласа и его применение к расчету индукции магнитного поля соленоида; б) сущность эффекта Холла; в) методику определения индукции магнитного поля на оси соленоида с помощью датчика Холла; г) принцип действия приборов, используемых в данной лабораторной установке; д) расчет индукции магнитного поля на оси соленоида.

3. Выполнение работы

3.1. Описание лабораторного стенда

На рис. 4.23 приведена блок-схема, а на рис. 4.24 – принципиальная электрическая схема соединения элементов лабораторной установки, состоящая из модуля ФПЭ-04, источника питания ИП и цифрового вольтметра PV. Модуль ФПЭ-04 содержит в себе соленоид L и датчик Холла ДХ. Датчик располагается на торце специального штока $Ш$, вставляемого в соленоид. Для измерения положения датчика внутри соленоида на боковой грани штока нанесена миллиметровая шкала.

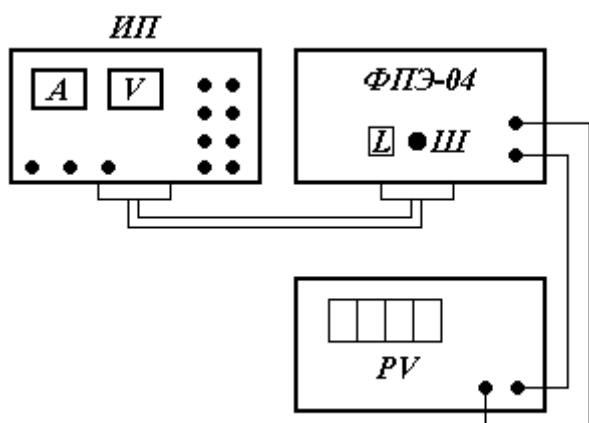


Рис. 4.23. Блок-схема установки

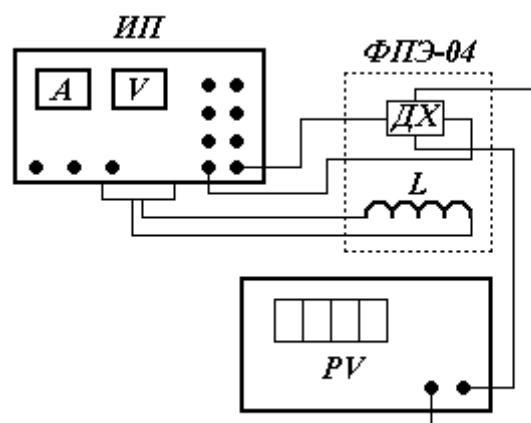


Рис. 4.24. Принципиальная электрическая схема соединения элементов

3.2. Методика измерений и расчета

Для исследования индукции магнитного поля на оси соленоида в данной работе используется эффект Холла, который заключается в следующем. Если через проводящую пластинку с поперечным сечением $S = ah$ пропустить ток I плотностью \vec{j} и поместить ее в поперечное магнитное поле с индукцией $\vec{B} \perp \vec{j}$, то перпендику-

лярно векторам \vec{j} и \vec{B} возникнет электрическое поле напряженностью \vec{E} . Схема, поясняющая эффект Холла, изображена на рис. 4.25. Возникающая при этом разность потенциалов u_x пропорциональна величине плотности тока и индукции магнитного поля

$$u_x = R_x jBa = R_x \frac{IBa}{S} = R_x \frac{IB}{h}, \quad (4.19)$$

где R_x – постоянная Холла, $[R_x] = [\text{м}^3/\text{Кл}]$; a – ширина проводящей пластинки.

Следовательно, индукция магнитного поля на оси соленоида равна:

$$B_{\text{эксп}} = \frac{u_x h}{R_x I} = Au_x, \quad (4.20)$$

где A – коэффициент пропорциональности между разностью потенциалов, обусловленной эффектом Холла, и индукцией магнитного поля. В работе используется полупроводниковый датчик Холла марки Х501, для которого $A = 23 \text{ мТл/В}$ с рабочим током 10 мА.

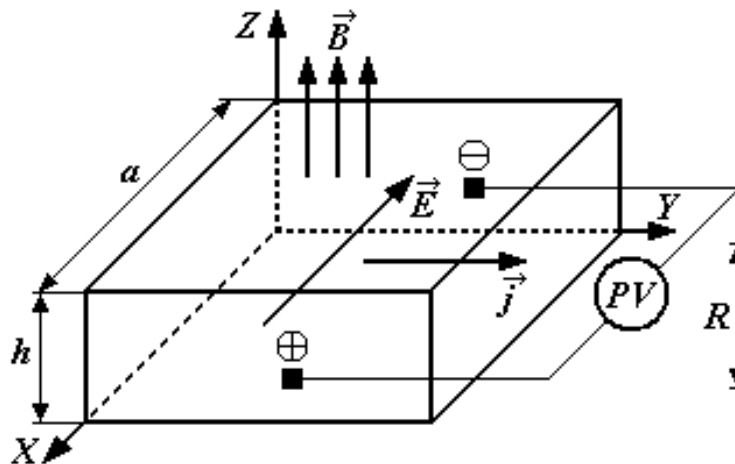


Рис. 4.25. Схема, поясняющая эффект Холла

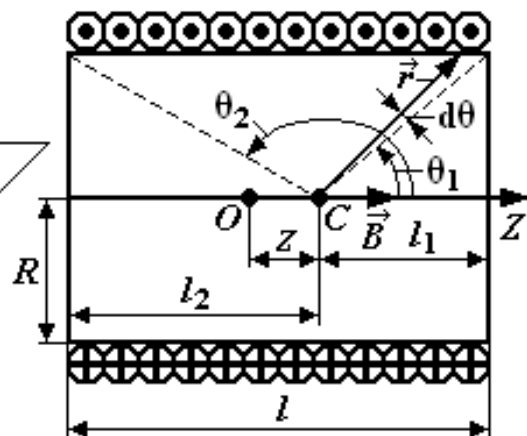


Рис. 4.26. Схема к расчету индукции магнитного поля соленоида

При отсутствии магнитного поля разность потенциалов u_x , обусловленная эффектом Холла, должна быть равна нулю. Однако вследствие неэквипотенциальности выходных электродов на гранях датчика вольтметр может показать некоторую разность потенциалов u_{x0} . В данной работе эта величина равна 78 мВ.

На рис. 4.26 приведена схема к расчету индукции магнитного поля соленоида. Согласно закону Био – Савара – Лапласа индукция

магнитного поля соленоида в точке C на оси Z равна

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} In (\cos\theta_1 - \cos\theta_2), \quad (4.21)$$

где μ – относительная магнитная проницаемость среды; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; I – сила тока в витках соленоида; n – число витков соленоида на единицу длины.

Из рис. 4.26 следует:

$$\cos\theta_1 = \frac{l_1}{\sqrt{R^2 + l_1^2}} = \frac{0,5l - z}{\sqrt{R^2 + (0,5l - z)^2}}; \quad (4.22a)$$

$$\cos\theta_2 = \frac{l_2}{\sqrt{R^2 + l_2^2}} = \frac{0,5l + z}{\sqrt{R^2 + (0,5l + z)^2}}, \quad (4.22b)$$

где R – радиус витков соленоида; l – длина соленоида; z – координата, отсчитываемая от центра соленоида.

Если индукция магнитного поля определяется в центре соленоида ($z = 0$), то $\cos\theta_1 = -\cos\theta_2 = \frac{0,5l}{\sqrt{R^2 + 0,25l^2}}$. В этом случае индукция магнитного поля соленоида максимальна:

$$B_{\max} = \frac{\mu\mu_0 Inl}{2\sqrt{R^2 + 0,25l^2}}. \quad (4.23)$$

В центре бесконечно длинного соленоида ($l \gg R$) $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$:

$$B = \mu\mu_0 In. \quad (4.24)$$

Параметры соленоида: $l = 0,2$ м; $R = 0,02$ м; $n = 2700$ м⁻¹; $\mu = 1$.

3.3. *Определение зависимости магнитной индукции в средней точке на оси соленоида от тока соленоида*

3.3.1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 4.23.

3.3.2. Поставить штوك с датчиком Холла в среднее положение на оси соленоида («0» по шкале).

3.3.3. Включить источник питания и цифровой вольтметр в сеть 220 В. Измерить разность потенциалов u_x при положении датчика в центре соленоида для тока соленоида в пределах от 0,5 А до 1,6 А. Данные занести в табл. 4.5.

3.3.4. Вычислить экспериментальное значение индукции магнитного поля $B_{\text{эсп}}$ для заданных значений силы тока I по формуле (4.20). Данные занести в табл. 4.5.

3.3.5. Вычислить индукцию магнитного поля бесконечно длинного соленоида B для заданных значений силы тока I по формуле (4.24). Данные занести в табл. 4.5.

3.3.6. Вычислить индукцию магнитного поля в центре соленоида B_{\max} для заданных значений силы тока I по формуле (4.23). Данные занести в табл. 4.5.

3.3.7. Построить график зависимости $u_x = f(I)$. По графику определить разность потенциалов u_{x0} , существующую даже при отсутствии магнитного поля ($I = 0$).

3.3.8. Построить графики зависимостей магнитной индукции от силы тока: $B_{\text{эксп}} = f(I)$; $B = f(I)$; $B_{\max} = f(I)$. Сделать выводы.

Таблица 4.5

Результаты измерения разности потенциалов u_x в центре соленоида при различных значениях тока в соленоиде

№	Ток соленоида	Разность потенциалов	Магнитная индукция в центре соленоида ($z = 0$)		
	I, A		$u_x, \text{В}$	$B_{\text{эксп}}, \text{мТл}$	$B, \text{мТл}$
1	0,5				
2					
...					
7	1,6				

3.4. *Исследование распределения индукции магнитного поля вдоль оси соленоида (z отсчитывается от средней точки)*

3.4.1. Установить величину тока в катушке соленоида по указанию преподавателя в пределах от 1 до 2 А.

3.4.2. Перемещая шток с датчиком Холла вдоль оси соленоида с интервалом $\Delta z = 10$ мм, измерить u_x .

3.4.3. Вычислить индукцию магнитного поля $B_{\text{эксп}}$ для каждого положения датчика Холла по формуле (4.20).

3.4.4. По формулам (4.22а) и (4.22б) рассчитать $\cos\theta_1$ и $\cos\theta_2$. Рассчитать индукцию магнитного поля $B_{\text{расч}}$ для каждого положения датчика Холла по формуле (4.21). Полученные результаты занести в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Результаты измерения разности потенциалов u_x на оси соленоида

Положение датчика z , мм	-100	-90	...	-10	0	10	...	90	100
Разность потенциалов u_x , В									
$\cos \theta_1$									
$\cos \theta_2$									
Индукция	$B_{\text{эксп}}$, мТл								
	$B_{\text{расч}}$, мТл								
	ε_B , %								

3.4.5. Рассчитать относительное расхождение результатов по

формуле $\varepsilon_B = \frac{|B_{\text{эксп}} - B_{\text{расч}}|}{B_{\text{расч}}} \cdot 100\%$.

3.4.6. Построить график зависимости $B_{\text{эксп}} = f(z)$.

3.5. Сделать вывод о распределении магнитного поля в соленоиде

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.4 Исследование свойств ферромагнетиков

1. *Цель работы:* исследование зависимости магнитной проницаемости ферромагнетика от напряженности магнитного поля и определение потерь на гистерезис.

2. *Подготовка к работе:* прочитать в учебниках параграфы [1] – §§ 24.5, 25.4; [2] – §§ 129, 130, 135, 136; [3] – §§ 203, 204, 228, 229. Для выполнения работы студент должен знать: а) природу ферро-магнетизма и свойства ферромагнетиков; б) явление магнитного гистерезиса; в) метод определения напряженности и индукции магнитного поля; г) калибровку осей осциллографа; д) метод графического дифференцирования; е) метод определения потерь на перемагничивание ферромагнетика; ж) порядок настройки приборов, используемых в данной лабораторной установке.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

На рис. 4.27 приведена принципиальная электрическая схема лабораторной установки, состоящая из трансформатора напряжения

TP с ферромагнитным сердечником, ЛАТРа L , сопротивлений R_1 и R_2 , конденсатора C , ключа K , вольтметра V , амперметра A и электронного осциллографа ЭО.

На горизонтально отклоняющие пластины X электронного осциллографа ЭО подается напряжение u_x с сопротивления R_1 , пропорциональное напряженности магнитного поля H в сердечнике трансформатора TP . На вертикально отклоняющие пластины Y подается напряжение u_y с конденсатора C , пропорциональное индукции магнитного поля B в сердечнике трансформатора TP . В результате на экране осциллографа ЭО появляется петля гистерезиса (кривая 1 на рис. 4.28).

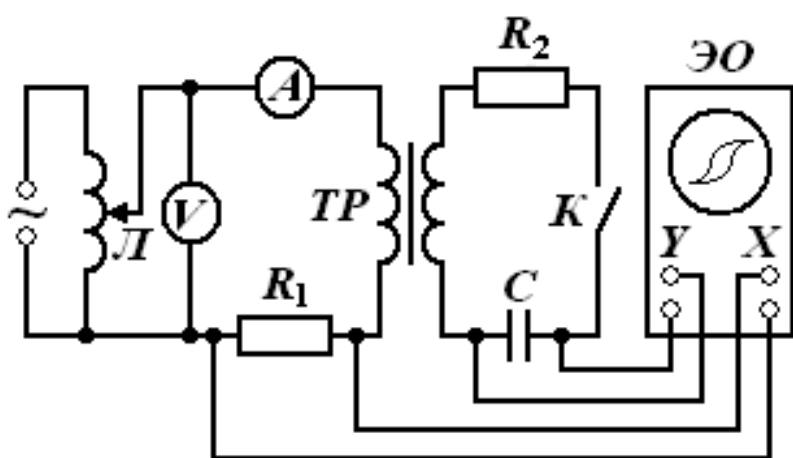


Рис. 4.27. Принципиальная электрическая схема лабораторной установки

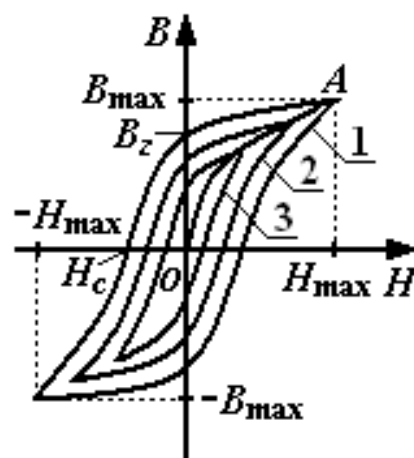


Рис. 4.28. Зависимость магнитной индукции B от напряженности намагничивающего поля H

За один период изменения силы тока след электронного луча на экране описывает полную петлю гистерезиса, а за следующий период в точности повторяет ее. Поэтому на экране будет видна неподвижная петля гистерезиса. Изменяя с помощью ЛАТРа L напряжение u_x , можно получить на экране ряд различных по своей площади петель гистерезиса (кривые 2 и 3 на рис. 4.28).

На рис. 4.28 кривая OA является *основной кривой намагничивания*; B_z – остаточная намагниченность; H_c – коэрцитивная сила; H_{\max} и B_{\max} – координаты k_x и k_y вершин петли гистерезиса.

3.2. Методика измерений и расчета

3.2.1. Метод определения напряженности и индукции магнитного поля ферромагнитного сердечника

Напряжение u_X , подаваемое с сопротивления R_1 на вход X осциллографа, равно

$$u_X = u_{R_1} = I_1 R_1, \quad (4.25)$$

где I_1 – действующее значение силы тока в первичной обмотке трансформатора, измеряемое амперметром A .

Ток в первичной обмотке создает в сердечнике трансформатора магнитное поле напряженностью

$$H = \frac{I_1 N_1}{l_{\text{ср}}}, \quad (4.26)$$

где N_1 – число витков первичной обмотки трансформатора; $l_{\text{ср}}$ – длина средней линии сердечника.

Выразив значение I_1 из (4.26) и подставив его в (4.25), получим

$$u_X = \frac{l_{\text{ср}} R_1}{N_1} H. \quad (4.27)$$

ЭДС, наводимая во вторичной обмотке трансформатора переменным магнитным потоком, равна

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\psi}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (4.28)$$

где ψ – потокосцепление; Φ – магнитный поток; N_2 – число витков вторичной обмотки трансформатора; B – магнитная индукция; S – площадь поперечного сечения сердечника.

Согласно второму правилу Кирхгофа для мгновенных значений можно записать

$$u_{R_2} + u_C = -\varepsilon_2 = N_2 S \frac{dB}{dt}. \quad (4.29)$$

Так как $u_{R_2} = i_2 R_2$, а величиной u_C по сравнению с u_{R_2} можно пренебречь, мгновенное значение силы тока во вторичной обмотке

равно

$$i_2 = \frac{N_2 S}{R_2} \cdot \frac{dB}{dt}.$$

Напряжение u_Y , подаваемое с конденсатора C на вход Y осциллографа, равно

$$u_Y = u_C = \frac{1}{C} \int i_2 dt = \frac{N_2 S}{R_2 C} \int dB = \frac{N_2 S}{R_2 C} B. \quad (4.30)$$

Из формул (4.26) и (4.30) выражаем H и B :

$$H = \frac{N_1}{l_{\text{cp}} R_1} u_X ; \quad B = \frac{R_2 C}{N_2 S} u_Y . \quad (4.31)$$

3.2.2. Калибровка осей осциллографа

Для определения напряжений u_X и u_Y необходимо произвести калибровку осей осциллографа. Для этого необходимо собрать схему по рис. 4.27 и выбрать определенные усиления по осям осциллографа, которые должны оставаться неизменными в процессе всех измерений.

Выбор усиления по осям осциллографа производится следующим образом. С помощью рукояток «усиление по горизонтали», «усиление по вертикали» и ЛАТРа добиться, чтобы петля гистерезиса имела участок насыщения и занимала большую часть экрана. После этого на вход горизонтально и вертикально отклоняющих пластин осциллографа подать по очереди определенное напряжение с выхода ЛАТРа, измеренное вольтметром. Одновременно нужно измерить в делениях шкалы осциллографа соответствующие полные отклонения луча по осям. Тогда масштабы по осям X и Y определяются из выражений:

$$m_X = \frac{u_X}{k_X} = \frac{2\sqrt{2}u_X}{n_X} ; \quad m_Y = \frac{u_Y}{k_Y} = \frac{2\sqrt{2}u_Y}{n_Y} , \quad (4.32)$$

где u_X , u_Y – действующие значения напряжений (показания вольтметра), подаваемых на горизонтально и вертикально отклоняющие пластины осциллографа; $k_X = \frac{n_X}{2\sqrt{2}}$, $k_Y = \frac{n_Y}{2\sqrt{2}}$ – число делений по осям X и Y осциллографа; n_X , n_Y – полное отклонение светового луча по соответствующим осям осциллографа.

Задавая несколько значений напряжений u_X , u_Y , можно определить средние значения масштабов $\langle m_X \rangle$ и $\langle m_Y \rangle$ по осям.

Выразив из (4.32) значения u_X и u_Y , подставив их в (4.31),

получим

$$H = \frac{N_1}{l_{\text{cp}} R_1} m_X k_X = \frac{N_1 m_X n_X}{2\sqrt{2} l_{\text{cp}} R_1} ; \quad (4.33)$$

$$B = \frac{R_2 C}{N_2 S} m_Y k_Y = \frac{R_2 C m_Y n_Y}{2\sqrt{2} N_2 S} . \quad (4.34)$$

3.2.3. Определение магнитной проницаемости методом графического дифференцирования

Статическая μ_s и динамическая μ_d магнитные проницаемости ферромагнитного сердечника соответственно равны:

$$\mu_s = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B}{H}, \quad \mu_d = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta H}, \quad (4.35)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Динамическую магнитную проницаемость μ_d можно определить методом графического дифференцирования. Для этого нужно на основной кривой намагничения OA весь интервал изменения напряженности H разбить на одинаковые отрезки шириной ΔH , для каждого из которых определить величину ΔB (рис. 4.29). Так как зависимость $B = f(H)$ нелинейная, то магнитная проницаемость есть величина переменная и зависящая от H .

3.2.4. Определение потерь на перемагничивание (гистерезис)

При перемагничивании ферромагнитного сердечника часть энергии, потребляемой из сети, затрачивается на переориентировку доменов и возбуждение вихревых токов, и в конечном счете переходит в тепловую энергию.

Изменение объемной плотности энергии магнитного поля при изменении напряженности поля на величину dH равно

$$dw = \mu\mu_0 H dH = B dH. \quad (4.36)$$

Из (4.36) следует, что энергия магнитного поля, затрачиваемая на перемагничивание единицы объема ферромагнетика за один период изменения силы тока, равна площади петли гистерезиса S , выраженной в соответствующих единицах:

$$w = \int dw = \int \mu\mu_0 H dH = \int B dH = S. \quad (4.37)$$

Если цена деления масштабной шкалы осциллографа в направлении оси H равна $\langle m_x \rangle$, а в направлении оси B – $\langle m_y \rangle$, то

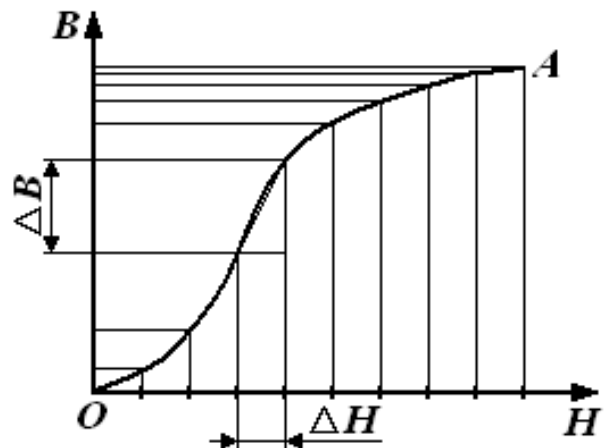


Рис. 4.29. Метод графического дифференцирования

площадь одной клетки равна $\langle m_x \rangle \langle m_y \rangle$. А так как петля гистерезиса содержит M клеток, то ее площадь равна $\langle m_x \rangle \langle m_y \rangle M$. Таким образом, потери при перемагничивании единицы объема ферромагнетика за один период изменения силы тока определяются по формуле

$$w = S = \langle m_x \rangle \langle m_y \rangle M. \quad (4.38)$$

Потери при перемагничивании всего ферромагнетика за один период изменения силы тока определяются по формуле

$$W = wV = w l_{\text{cp}} S, \quad (4.39)$$

где $V = l_{\text{cp}} S$ – объем ферромагнетика.

3.3. Снятие основной кривой намагничивания

3.3.1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 4.27.

3.3.2. Выбрать соответствующие усиления по горизонтальной и вертикальной осям осциллографа. Изменяя с помощью ЛАТРа напряжение на входе установки, получить на экране осциллографа семейство петель гистерезиса. Для каждой из них измерить координаты вершин K_X и K_Y . Опыт повторить не менее 10 раз. Результаты занести в табл. 4.7.

Таблица 4.7

Результаты определения статической и динамической проницаемостей ферромагнитного сердечника

№ п/п	K_X	H	K_Y	B	μ_s	ΔH	ΔB	μ_d
	дел	А/м	дел	Тл		А/м	Тл	
1								
...								
10								

3.3.3. Произвести калибровку осей осциллографа. Измерения произвести для 5–6 значений в диапазоне напряжений, используемых для снятия основной кривой намагничивания.

3.3.4. По формулам (4.32) вычислить масштабы m_x и m_y . Определить средние значения масштабов $\langle m_x \rangle$ и $\langle m_y \rangle$. Результаты занести в табл. 4.8.

3.3.5. Вычислить значения напряженности магнитного поля H и индукции магнитного поля B по формулам (4.33) и (4.34). Значения занести в табл. 4.7.

Таблица 4.8

*Результаты калибровки осей осциллографа и
определения потерь на гистерезис*

№ п/п	i_x	n_x	m_x	$\langle m_x \rangle$	i_y	n_y	m_y	$\langle m_y \rangle$	w	W
	В	дел	$\frac{A}{m}$ /дел	$\frac{A}{m}$ /дел	В	дел	Тл/дел	Тл/дел	Дж/м ³	Дж
1										
...										
6										

3.3.6. По данным табл. 4.7 построить основную кривую намагничивания.

3.4. *Исследование зависимости магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля*

3.4.1. По формуле (4.35) вычислить статическую магнитную проницаемость μ_s . Результаты занести в табл. 4.7.

3.4.2. Используя метод графического дифференцирования, по формуле (4.33) найти динамическую магнитную проницаемость μ_d . Результаты занести в табл. 4.7.

3.4.3. По данным табл. 4.7 построить графики зависимостей $\mu_s = f(H)$ и $\mu_d = f(H)$. Сделать выводы.

3.5. *Определение потерь на гистерезис*

3.5.1. Зарисовать предельную петлю гистерезиса в делениях координатной сетки осциллографа и подсчитать число клеток M , которые содержит петля.

3.5.2. Рассчитать потери на гистерезис для единицы объема ферромагнитного сердечника по формуле (4.38).

3.5.3. Рассчитать потери на гистерезис для всего ферромагнитного сердечника по формуле (4.39).

3.6. *Сделать вывод по полученным результатам*

§ 4.8. Вопросы для самоподготовки

4.8.1. Что называется магнитным полем? При каких условиях оно возникает?

4.8.2. Как графически изображается магнитное поле?

4.8.3. Чем обусловлено магнитное поле Земли? Где распола-

гаются магнитные полюса Земли?

4.8.4. Чему равен и как направлен вблизи г. Кемерово вектор индукции магнитного поля Земли?

4.8.5. В чем состоит физический смысл закона Био – Савара – Лапласа?

4.8.6. В чем заключается принцип суперпозиции полей?

4.8.7. Как определить направление вектора индукции магнитного поля, создаваемого проводником с током?

4.8.8. Как определить индукцию магнитного поля в центре кругового витка с током?

4.8.9. Как определить индукцию магнитного поля прямого тока?

4.8.10. В чем проявляется действие силы Лоренца на движущиеся электроны?

4.8.11. Влияет ли сила Лоренца на кинетическую энергию движущихся электрических зарядов?

4.8.12. В чем заключается методика определения удельного заряда e/m ?

4.8.13. В чем состоят достоинства и недостатки метода магнетрона?

4.8.14. Зависит ли удельный заряд e/m от величины анодного напряжения u_a ?

4.8.15. Какие электроны отклоняются на больший угол в одном и том же магнитном поле: быстрые или медленные?

4.8.16. Как применить закон Био – Савара – Лапласа для расчета индукции магнитного поля на оси соленоида?

4.8.17. В чем заключается эффект Холла?

4.8.18. Почему ЭДС Холла в металлах и полупроводниках различна?

4.8.19. Как уменьшить неэквипотенциальность электродов, измеряющих разность потенциалов?

4.8.20. Какие еще существуют методы измерения индукции магнитного поля? Охарактеризовать достоинства и недостатки.

4.8.21. Как рассчитать магнитную индукцию движущегося заряда?

4.8.22. От каких параметров зависит постоянная Холла?

4.8.23. В чем состоит природа ферромагнетизма? Что называют доменом?

4.8.24. Почему зависимость $B = f(H)$ для ферромагнетика нелинейная? Что называют остаточной намагниченностью и коэрцитивной силой? Как происходит намагничивание ферромагнетика?

4.8.25. В чем заключается отличие динамической магнитной проницаемости от статической?

4.8.26. Как изменится основная кривая намагничивания, если сердечник будет иметь воздушный зазор?

4.8.27. Почему сердечники различных устройств набирают из отдельных листов, изолированных друг от друга?

4.8.28. Какими преимуществами обладает ферритовый сердечник?

4.8.29. В чем заключается явление магнитострикции?

4.8.30. Что такое точка Кюри?

§ 4.9. Примеры решения задач

Для получения правильного результата при решении задач необходимо:

1) сделать рисунок, на котором указать направление тока в проводнике или его участках;

2) определить направление векторов \vec{B}_i , используя правило буравчика (рис. 4.30);

3) определить направление вектора \vec{B} результирующего магнитного поля, пользуясь правилом сложения векторов;

4) проводник с током лучше изображать в плоскости рисунка, тогда вектор \vec{B} , лежащий в перпендикулярной плоскости, будет изображаться: $\odot \vec{B}$ – вектор направлен «к нам»; $\oplus \vec{B}$ – вектор направлен «от нас».

Пример 4.9.1. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 80$ А. Найти магнитную индукцию в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстоянии $r = 20$ см.

Решение: Воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа

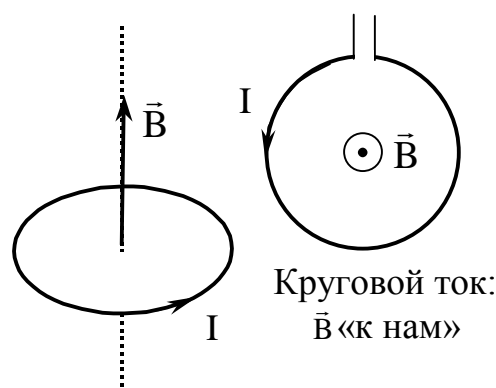


Рис. 4.30. Изображение индукции магнитного поля

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3} \text{ или } dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\ell \sin\alpha}{r^2},$$

где $d\vec{B}$ – вектор магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока $I d\vec{\ell}$ в точке A (рис. 4.31).

Выделим на кольце элемент $I d\vec{\ell}$ (ток в нем направлен «от нас» перпендикулярно плоскости рисунка) и от него в точку A проведем радиус-вектор \vec{r} . Вектор $d\vec{B}$ направлен в соответствии с правилом буравчика.

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция в точке A определяется векторной суммой магнитных индукций $d\vec{B}$ полей, созданных в этой точке всеми элементами $d\ell$ проводника:

$$\vec{B} = \int_{\ell} d\vec{B},$$

где интегрирование ведется по всей длине проводника.

Так как векторы $d\vec{B}$ расположены под углом друг к другу, разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющие: $d\vec{B}_{\perp}$, перпендикулярную плоскости кольца, и $d\vec{B}_{\parallel}$, параллельную плоскости кольца, т. е. $d\vec{B} = d\vec{B}_{\perp} + d\vec{B}_{\parallel}$, тогда

$$\vec{B} = \int_{\ell} d\vec{B}_{\perp} + \int_{\ell} d\vec{B}_{\parallel}.$$

Из соображений симметрии $\int_{\ell} d\vec{B}_{\parallel} = 0$, а все векторы $d\vec{B}_{\perp}$ от различных элементов кольца сонаправлены, поэтому векторное суммирование можно заменить скалярным:

$$B = \int_{\ell} dB_{\perp}.$$

Из рис. 4.31 видно, что $dB_{\perp} = dB \cdot \cos\beta$.

Таким образом, $\cos\beta = \frac{R}{r}$, $\sin\alpha = 1$, т. к. $d\vec{\ell} \perp \vec{r}$

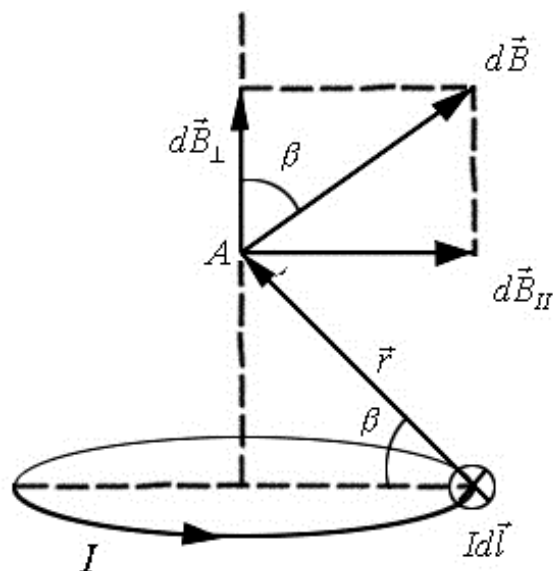


Рис. 4.31. Поле витка

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot \frac{R}{r} \cdot \int_0^{2\pi R} d\ell = \frac{\mu\mu_0 I R^2}{2r^3}.$$

Произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot 0,1^2}{2 \cdot 0,2^3} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ Тл} = 62,8 \text{ мкТл}.$$

Пример 4.9.2. Найти напряженность магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током (рис. 4.32), в точке C , расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии $a = 0,5$ м от него. По проводнику течет ток $I = 20$ А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом 60° .

Решение: Для определения напряженности магнитного поля H , создаваемого отрезком проводника с током, воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа: т. к. векторы $d\vec{H}$ направлены вдоль одной прямой

$$dH = \frac{Id\ell \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Преобразуем подынтегральное выражение к одной переменной углу α ($\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$).

Из $\triangle ADC$ $\ell = a \cdot \text{ctg}\alpha$, а

$$d\ell = -\frac{a}{\sin^2 \alpha} \cdot d\alpha, \quad r = \frac{a}{\sin \alpha}.$$

Подставим $d\ell$ и r в формулу

$$dH = -\frac{I \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha}{4\pi \cdot a}.$$

Чтобы определить напряженность магнитного поля, создаваемого отрезком проводника, выражение для dH нужно проинтегрировать в пределах от α_1 до α_2 :

$$H = \int_{\ell} dH = -\frac{I}{4\pi \cdot a} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{I}{4\pi a} \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

При симметричном расположении точки C относительно концов проводника AB $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$. С учетом этого формула H примет вид

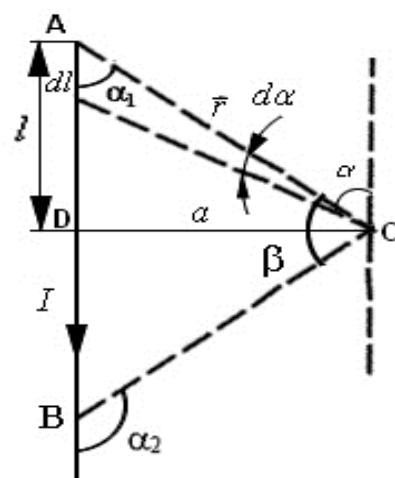


Рис. 4.32. Поле прямого тока

$$H = \frac{I \cos \alpha_1}{2\pi a}.$$

Из рис. 4.32 видно $\alpha = \alpha_1 = 60^\circ$. Подставим числовые значения в формулу и произведем вычисления:

$$H = \frac{20}{2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 31,8 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Пример 4.9.3. Бесконечно длинный проводник с током $I = 50 \text{ А}$ имеет изгиб (плоскую петлю) $R = 10 \text{ см}$ (рис. 4.33). Определить индукцию магнитного поля в точке O .

Решение: В нашем случае проводник можно разбить на три участка (рис. 4.33): два прямолинейных проводника (1, 3) и дугу (2), составляющую $3/4$ длины окружности радиуса R . Согласно принципу суперпозиции магнитных полей $\vec{B} = \sum_{i=1}^3 \vec{B}_i$.

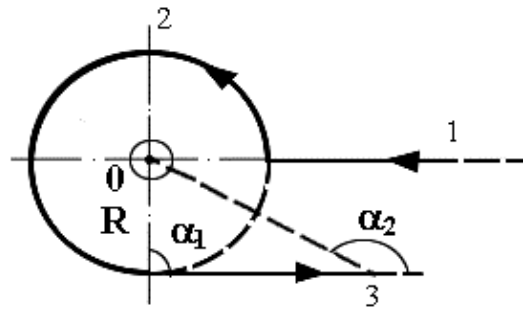


Рис. 4.33. Пример 4.9.3

Так как точка O лежит на оси проводника 1, то $B_1 = 0$ и тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Векторы \vec{B}_2 и \vec{B}_3 направлены перпендикулярно плоскости чертежа «к нам», поэтому геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнитную индукцию B_2 определяем по формуле

$$B = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu \mu_0 I}{2R}.$$

Магнитную индукцию B_3 найдем, используя формулу для прямого проводника:

$$B = \frac{\mu \mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1).$$

Для нашего случая

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_2 \rightarrow \pi, \quad r_0 = R.$$

Тогда

$$B_3 = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} \cdot [0 - (-1)] = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R}.$$

Подставляя B_2 и B_3 , получим

$$B = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu\mu_0 I}{2R} + \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} = \frac{\mu\mu_0 I}{4R} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\pi} \right).$$

Произведем вычисления:

$$B = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 1,82}{4 \cdot 0,1} = 285 \cdot 10^{-6} \text{ Тл} = 285 \text{ мкТл}.$$

§ 4.10. Задачи для самостоятельного решения

4.10.1. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка 3 см, токи в витках $I_1 = I_2 = 4$ А. Найти напряженность магнитного поля в центре этих витков. Решение пояснить рисунком.

4.10.2. Из проволоки длиной $\ell = 1$ м сделана квадратная рамка. По рамке течет ток $I = 10$ А. Найти напряженность магнитного поля в центре рамки. Решение пояснить рисунком.

4.10.3. Два круговых витка радиусом $R = 4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 3$ А. Найти напряженность магнитного поля в центре одного из витков. Задачу решить, когда: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях.

4.10.4. Два круговых витка радиусом $R = 4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 2$ А. Найти напряженность магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Задачу решить, когда: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях. Решение пояснить рисунком.

4.10.5. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка $H_0 = 64$ А/м. Радиус витка $R = 11$ см. Найти напряженность магнитного поля на оси витка на расстоянии $d = 10$ см от его плоскости.

4.10.6. По двум длинным параллельным проводам текут в оди-

наковом направлении токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 25$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определить напряженность магнитного поля в точке, удаленной от первого проводника на $r_1 = 15$ см и от второго на $r_2 = 6$ см. Решение пояснить рисунком.

4.10.7. Ток $I = 20$ А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Определить напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе прямого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии 10 см. Решение пояснить рисунком.

4.10.8. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 12 см, текут токи силой 0,5 и 10 А. Определить магнитную индукцию поля \vec{B} в точке, удаленной на 12 см от каждого проводника. Ток в проводниках имеет одно направление.

4.10.9. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток 40 А. Сторона треугольника 30 см. Определить магнитную индукцию в точке пересечения высот.

4.10.10. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см, идет ток силой 20 А. Определить магнитную индукцию в центре шестиугольника.

4.10.11. Внутри длинного соленоида перпендикулярно его оси расположен проводник длиной 5 см, по которому проходит ток силой 10 А. Какая сила действует на проводник, если соленоид имеет 25 витков на сантиметр длины и по его обмотке течет ток силой 5 А?

4.10.12. Каким образом нужно расположить прямолинейный алюминиевый проводник в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией 0,04 Тл и какой силы ток пропустить по нему, чтобы он находился в равновесии. Радиус проводника 1 мм.

4.10.13. Проводник в виде $1/3$ кольца расположен в однородном магнитном поле с индукцией 0,01 Тл перпендикулярно силовым линиям поля. По проводнику течет ток 5 А. Длина проводника 20 см. Определить силу, действующую на такой проводник.

4.10.14. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии 30 см друг от друга, текут токи одинаковой силы 450 А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу, действующую на единицу длины каждого провода.

4.10.15. Квадратная проволочная рама расположена в одной

плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По раме и проводу текут одинаковые токи силой 200 А. Определить силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

4.10.16. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1 = 5$ см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Какую работу надо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d_2 = 15$ см?

4.10.17. Найти кинетическую энергию (в электрон-вольтах) протона, движущегося по дуге окружности радиусом $R = 6$ см в магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл.

4.10.18. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью 10^6 м/с. Индукция магнитного поля 0,3 Тл. Радиус окружности $R = 4$ см. Найти заряд q частицы, если известно, что ее энергия $W = 12$ кэВ.

4.10.19. В однородном магнитном поле напряженностью 80 кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол $\varphi = 30^\circ$. Сторона рамки 4 см. Найти магнитный поток Φ , пронизывающий рамку.

4.10.20. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью 400 см². Поддерживая в контуре постоянную силу тока 25 А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа 0,25 Дж.

4.10.21. Плоский контур с током 20 А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 0,15 Тл. Площадь контура 160 см². Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\varphi = 60^\circ$. Определить совершенную при этом работу А.

4.10.22. В средней части соленоида, содержащего 10 витков на каждый сантиметр длины, помещен круговой виток диаметром $d = 1$ см. Плоскость витка расположена под углом $\varphi = 30^\circ$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток $I = 10$ А.

4.10.23. Плоский контур площадью $S = 16$ см² находится в од-

нородном магнитном поле индукцией $B = 25$ мТл. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\varphi = 60^\circ$ с направлением линий индукции.

4.10.24. На длинный картонный каркас диаметром $D = 2$ см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Определить магнитный поток Φ , создаваемый таким соленоидом при силе тока $I = 4$ А.

4.10.25. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I = 50$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 0,025$ Тл). Диаметр витка $d = 20$ см. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\varphi = 120^\circ$?

4.10.26. Виток радиусом $R = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10^3$ А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол $\varphi = 60^\circ$. Определить совершенную работу.

4.10.27. Кольцо радиусом $R = 10$ см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 300$ мТл. Плоскость кольца составляет угол $\varphi = 30^\circ$ с линиями индукции магнитного поля. Вычислить магнитный поток Φ , пронизывающий кольцо.

4.10.28. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток силой $I = 20$ А. Плоскость квадрата перпендикулярна магнитным силовым линиям поля. Определить работу A , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить проводник за пределы поля. Магнитная индукция $B = 0,15$ Тл. Поле считать однородным.

4.10.29. Ток I проходит по тонкому проводу, имеющему вид правильного n -угольника, вписанного в окружность радиусом R . Определить магнитную индукцию поля в центре данного контура. Исследовать полученное выражение при $n \rightarrow \infty$.

4.10.30. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток силой 2 А. При этом в центре рамки образуется магнитное поле напряженностью 33 А/м. Найти длину ℓ проводника, из которого сделана рамка.

4.10.31. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, проходит ток 30 А. Стороны прямоугольника $a = 30$ см, $b = 40$ см. Найти магнитную индукцию поля в точке пересечения диагоналей.

4.10.32. По тонкому проводу, изогнутому в виде правильного шестиугольника, проходит ток $I = 50$ А. Сторона шестиугольника $a = 10$ см. Найти магнитную индукцию поля в центре шестиугольника.

4.10.33. Определить магнитную индукцию поля в центре квадратной рамки со стороной $a = 100$ мм, если по рамке проходит ток 2 А.

4.10.34. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток $I = 40$ А. Длина стороны треугольника $a = 25$ см. Определить магнитную индукцию в точке пересечения диагоналей.

4.10.35. По проводу, согнутому в виде правильного шестиугольника с длиной стороны 15 см, проходит ток 120 А. Найти напряженность магнитного поля в центре шестиугольника. Для сравнения определить напряженность поля в центре кругового провода, совпадающего с окружностью, описанной около данного шестиугольника.

4.10.36. По тонкому проволочному кольцу течет ток. Не изменяя силу тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция в центре контура?

4.10.37. Бесконечно длинный провод с током 50 А изогнут под прямым углом. Определить магнитную индукцию в точке, лежащей на биссектрисе прямого угла, на расстоянии 12 см от его вершины.

4.10.38. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью v , влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_p траектории протона больше радиуса кривизны R_e траектории электрона?

4.10.39. Электрон, обладающий кинетической энергией $W_k = 0,5$ кэВ, пролетает в вакууме сквозь однородное магнитное поле напряженностью $H = 1$ кА/м перпендикулярно полю. Определить скорость v электрона, силу F_L Лоренца и радиус R траектории его движения.

ГЛАВА V. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

§ 5.1. Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции состоит в возникновении электродвижущей силы ЭДС под действием изменяющегося магнитного поля.

В 1831 г. М. Фарадей экспериментально обнаружил электрический ток (его назвали индукционным) в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через площадь, ограниченную этим контуром. Способы изменения магнитного потока могут быть разными: постоянный магнит вносится в катушку или выносится из нее; магнит неподвижен, но катушка движется относительно магнита (рис. 5.1).

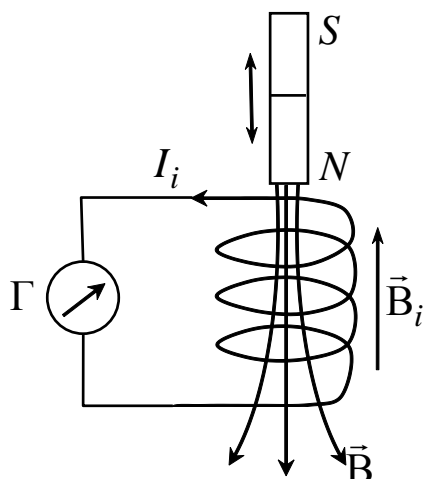


Рис 5.1. Магнит движется относительно катушки

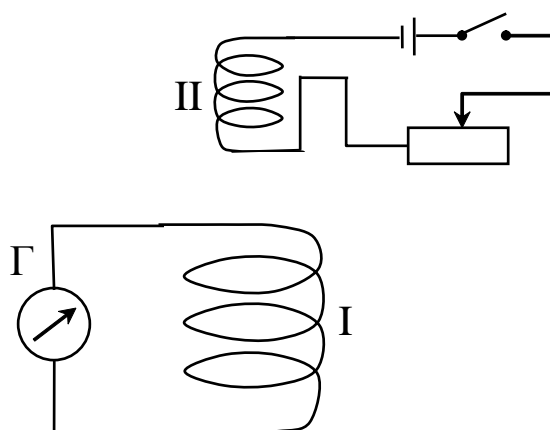


Рис. 5.2. Катушка I движется относительно катушки II

Вместо постоянного магнита можно перемещать другую катушку II с током (рис. 5.2), изменять ток в катушке II с помощью реостата или замыканием и размыканием цепи. Стрелка гальванометра в цепи катушки I показывает появление индукционного тока, который вызывается электродвижущей силой (ЭДС) индукции ε_i .

Фарадей установил, что ЭДС индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, сцепленного с контуром:

$$\varepsilon_i \sim \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Э. Ленц исследовал закон изменения энергии в электрической цепи. Если в проводнике, помещаемом в магнитное поле, течет ток I , то проводник, испытывая действие силы Ампера, перемещается,

поэтому в нем наводится добавочная ЭДС индукции. По закону сохранения энергии работа источника тока за время dt ($dA = \varepsilon I dt$) складывается из работы на джоулеву теплоту ($I^2 R dt$) и работы по перемещению проводника в магнитном поле ($I d\Phi_B$):

$$\varepsilon I dt = I^2 R dt + I d\Phi_B,$$

откуда

$$I = (\varepsilon - \frac{d\Phi_B}{dt}) / R,$$

где $-\frac{d\Phi_B}{dt} = \varepsilon_i$ – ЭДС индукции.

В 1933 г. Э. Ленц сформулировал правило: *индукционный ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток:*

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Эта формула выражает закон электромагнитной индукции. Знак « $-$ » показывает, что увеличение магнитного потока ($d\Phi_B > 0$) вызывает ЭДС $\varepsilon_i < 0$. Это означает, что магнитное поле индукционного тока \vec{B}_i направлено навстречу внешнему магнитному полю \vec{B} (рис. 5.1), препятствуя его увеличению. При уменьшении магнитного потока ($d\Phi_B < 0$) ЭДС $\varepsilon_i > 0$ – \vec{B}_i совпадает по направлению с внешним полем \vec{B} , компенсируя его уменьшение.

Возникновение ЭДС индукции объясняется действием силы Лоренца на заряды в проводнике, движущиеся в магнитном поле. Скорость направленного движения свободных зарядов (электронов) в проводнике длиной ℓ равна скорости движения проводника \vec{v} . При направлении вектора \vec{B} , указанного на рис. 5.3, на электроны действует сила Лоренца, смещающая их в верхнюю часть проводника. В нижней части образуется недостаток электронов. Следовательно, на концах проводника возникает разность потенциалов, равная ЭДС индукции $\varepsilon_i = \Delta\varphi$

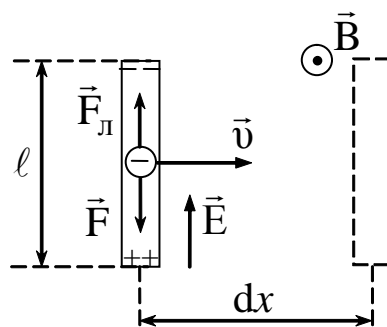


Рис. 5.3. Движение проводника в магнитном поле

и связанная с напряженностью возникающего электрического поля соотношением $\Delta\varphi = E \ell$. Заряды перестают перемещаться при такой напряженности E , когда сила eE уравнивается силой Лоренца $e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, т. е. $eE = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, откуда $E = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

Таким образом,

$$\varepsilon_i = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} \ell.$$

Учитывая, что $\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt$, $\ell d\mathbf{x} = dS$ – площадь, описываемая («заметаемая») проводником при движении, $\mathbf{B} dS = d\Phi_B$ – поток, пронизывающий поверхность dS , получаем закон электромагнитной индукции.

При замыкании проводника в нем идет индукционный ток:

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi_B}{dt},$$

где R – полное сопротивление контура.

Электродвижущая сила в цепи – это результат действия сторонних сил, т. е. сил неэлектростатического происхождения. При движении проводника в магнитном поле роль сторонних сил выполняет сила Лоренца, разделяющая заряды в проводнике и создающая разность потенциалов на его концах и напряженность поля сторонних сил. Циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил по замкнутому контуру отлична от нуля и равна ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = \oint_{\ell} \vec{\mathbf{E}}_{\text{ст}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

т. е. электрическое поле сторонних сил вихревое.

§ 5.2. Явление самоиндукции

ЭДС индукции может возникнуть в контуре и при отсутствии внешнего магнитного поля. Дело в том, что вокруг проводников с током имеется собственное магнитное поле. Магнитный поток, сцепленный с контуром (*потокосцепление* ψ), пропорционален силе тока в контуре:

$$\psi = \Phi_B = LI,$$

где коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью контура*. Если сила тока в контуре изменяется, то и потоко-сцепление тоже изменяется, вследствие чего в контуре наводится ЭДС индукции (самоиндукции):

$$\varepsilon_c = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right),$$

где ε_c – ЭДС самоиндукции.

Если форма контура и магнитная проницаемость среды не изменяются ($L = \text{const}$), то закон самоиндукции принимает вид

$$\varepsilon_c = -L\frac{dI}{dt}.$$

Сила тока самоиндукции равна

$$I_c = -\frac{L}{R}\frac{dI}{dt},$$

где R – полное сопротивление контура.

По правилу Ленца ток самоиндукции сонаправлен с основным током в контуре, когда этот ток убывает ($dI < 0$), и направлен в противоположную сторону при $dI > 0$, т. е. ток самоиндукции *препятствует изменению* основного тока, что обуславливает появление добавочного *индуктивного* сопротивления в цепи переменного тока $X_L = L\omega$, где ω – циклическая частота переменного тока.

Таким образом, явление самоиндукции состоит в возникновении ЭДС индукции в цепях переменного тока.

Если контур изготовлен в виде катушки (соленоида) с числом витков N , то потокосцепление равно $\psi = \Phi_B N$. Для длинного соленоида магнитная индукция в нем $B = \mu \mu_0 n I$. Индуктивность соленоида равна:

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{\Phi_B N}{I} = \frac{BSN}{I} = \frac{\mu \mu_0 N^2 S I}{\ell I},$$

$$L = \mu \mu_0 N^2 \frac{S}{\ell},$$

где μ – магнитная проницаемость среды в соленоиде; S и ℓ – площадь поперечного сечения и длина соленоида, соответственно; μ_0 – магнитная постоянная. *Индуктивность соленоида зависит от его размеров, числа витков и магнитных свойств среды (не зависит от тока).*

Индуктивность любого контура характеризует его «инерционные» свойства: чем больше L , тем сильнее контур тормозит изменение тока в нем. В цепях постоянного тока индуктивность не проявляется. Размерность индуктивности $[L] = 1 \text{ Гн}$.

§ 5.3. Явление взаимной индукции

Пусть в контуре 1 (рис. 5.4) течет ток I_1 , создавая магнитное поле (сплошные линии). Часть линий этого поля Φ_{21} , пропорциональная току I_1 , пронизывает контур 2.

$$\Phi_{21} = M_{21}I_1,$$

где M_{21} – индуктивность второго контура относительно первого. При изменении тока I_1 в контуре 2 индуцируется ЭДС ε_{i2} :

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Если пропускать меняющийся ток I_2 по контуру 2, то в первом контуре появится ЭДС ε_{i1} :

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt},$$

где $\Phi_{12} = M_{21}I_2$ – часть потока, пронизывающего контур 1 (пунктирные линии); M_{12} – индуктивность первого контура относительно второго.

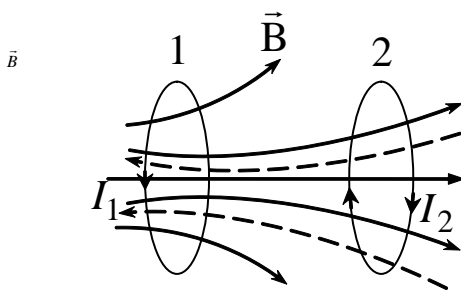


Рис. 5.4. Взаимоиндукция

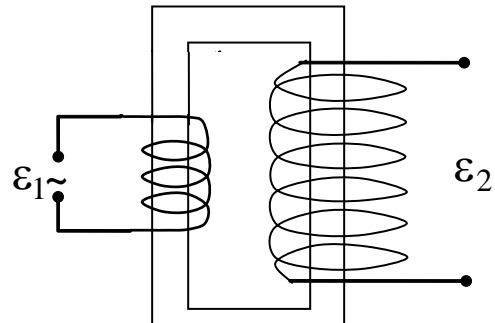


Рис. 5.5. Взаимоиндукция двух катушек

Явление возникновения ЭДС в одном контуре при изменении тока в другом называется взаимной индукцией.

Коэффициенты M_{12} и M_{21} , как показывает расчет, равны друг другу, т. е.

$$M_{12} = M_{21},$$

и называются *взаимной индуктивностью контуров*.

Взаимная индуктивность контуров (рис. 5.5) зависит от геометрической формы, размеров, взаимного расположения, числа витков обоих контуров и от магнитной проницаемости среды (не зависит от тока). Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий сердечник, равна $M_{12} = \mu \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell} S$, где ℓ – длина сердечника по средней линии; S – площадь поперечного сечения сердечника.

§ 5.4. Применение явлений электромагнитной индукции

Открытие явлений электромагнитной индукции внесло большой вклад в развитие науки и техники.

5.4.1. Генератор переменного тока

Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока с помощью генераторов. Принцип действия генераторов основан на вращении проводящего контура в магнитном поле (рис. 5.6).

Предположим, что рамка вращается равномерно с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле ($B = \text{const}$). Магнитный поток, сцепленный с рамкой, в любой момент времени t , равен

$$\Phi_B = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t,$$

где $\alpha = \omega t$ – угол поворота рамки в момент времени t , если при $t = 0$ $\alpha = 0$. При вращении рамки поток сквозь ее поверхность изменяется, поэтому в рамке наводится ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BS\omega \sin \omega t,$$

изменяющаяся со временем по гармоническому закону. При $\sin \omega t = 1$ ЭДС ε_i максимальна, $\varepsilon_{i \max} = BS\omega$, и уравнение записывается в виде $\varepsilon_i = \varepsilon_{i \max} \sin \omega t$.

Таким образом, при равномерном вращении рамки в однородном магнитном поле в ней возникает переменная ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону. Для создания магнитного поля используются мощные постоянные магниты или электромагниты с

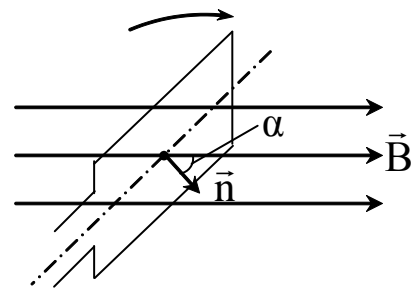


Рис. 5.6. Вращение рамки в магнитном поле

сердечниками, имеющими большое значение магнитной проницаемости μ . Для увеличения S вместо рамки изготавливают обмотку генератора (ротор) с большим числом витков. Частота вращения ν ротора должна быть также значительной. В России на электростанциях принята стандартная частота $\nu = 50$ Гц ($\nu = \omega/2\pi$).

5.4.2. Вихревые токи (токи Фуко)

Вихревыми называются замкнутые токи, возникающие в массивных сплошных проводниках, помещаемых в переменное магнитное поле. Так как сопротивление массивных проводников мало, то индуцируемые в них токи могут быть значительными, вызывая нагрев проводников, что имеет как положительное, так и отрицательное следствие. Токи Фуко применяются в индукционных печах, предназначенных для плавки руды или металла. Индукционная печь представляет собой тигель, помещаемый внутрь катушки, по которой пропускается переменный высокочастотный ток. Вихревые токи возникают в кусках руды или металла, находящихся в тигеле, разогревают и плавят их. Плавка может быть проведена в вакууме для получения сверхчистых материалов.

Прохождение высокочастотных токов по линейным проводникам сопровождается так называемым *скин-эффектом* (поверхностным эффектом). Направление индукционных токов таково, что, согласно правилу Ленца, они противодействуют изменению первичного тока в проводнике: при возрастании его ($\frac{dI}{dt} > 0$, рис. 5.7, а)

и при убывании ($\frac{dI}{dt} < 0$, рис. 5.7, б). В обоих случаях направление вихревых токов таково, что они противодействуют изменению первичного тока внутри проводника и способствуют его изменению вблизи поверхности. Ток как бы вытесняется на поверхность проводника. Поэтому провода для высокочастотных токов можно делать полыми. Сплошные же провода на поверхности разогреваются. Следовательно, высокочастотные токи можно использовать для поверхностной закалки металлов.

Нежелательным является выделение тепла в сердечниках генераторов, двигателей и трансформаторов. Для уменьшения токов Фуко эти сердечники изготавливают в виде пластин, увеличивая таким образом их сопротивление.

Помимо нагревания вихревые токи вызывают торможение массивных проводников, совершающих колебательные движения в магнитном поле, что используют для успокоения (демпфирования) подвижных частей различных приборов. Если торможение нежелательно, в движущихся частях механизмов делают прорезы.

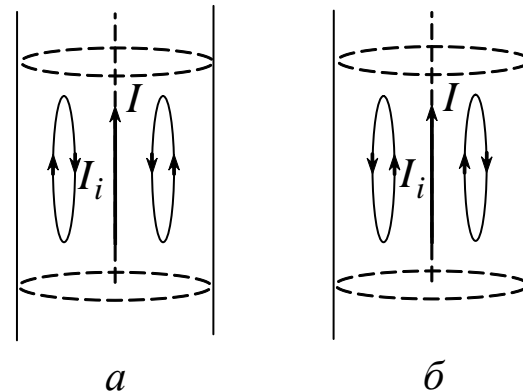


Рис. 5.7. Индукционные токи

5.4.3. Трансформатор

Явление взаимной индукции нашло свое применение в устройстве трансформаторов, предназначенных для повышения или понижения напряжения переменного тока. Схема трансформатора приведена на рис. 5.5. Первичная и вторичная катушки (обмотки) трансформатора с числом витков N_1 и N_2 , соответственно, укреплены на замкнутом железном сердечнике или одна катушка располагается внутри другой.

Первичная обмотка подключается к источнику *переменного напряжения* с ЭДС ε_1 . Переменный ток I_1 создает в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Φ_B , который почти полностью локализован в железном сердечнике и пронизывает витки вторичной обмотки, индуцируя в ней ЭДС взаимной индукции, а в первичной – ЭДС самоиндукции. По закону Ома падение напряжения в первичной обмотке равно алгебраической сумме ЭДС:

$$I_1 R_1 = \varepsilon_1 - \frac{d}{dt}(N_1 \Phi_B),$$

где R_1 – сопротивление первичной обмотки.

Падение напряжения $I_1 R_1$ на сопротивлении R_1 при быстро-переменных полях мало по сравнению с каждой из двух ЭДС, поэтому $\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}$. ЭДС взаимной индукции во вторичной обмотке

равна $\varepsilon_2 = -\frac{d(N_2 \Phi_B)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$. Следовательно,

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1.$$

Знак « \rightarrow » означает, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе. Отношение N_2/N_1 показывает, во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке больше (или меньше), чем в первичной, и называется *коэффициентом трансформации*. Пренебрегая потерями энергии, можно утверждать, что мощность тока в обеих обмотках трансформатора одинакова:

$$\varepsilon_2 I_2 = \varepsilon_1 I_1,$$

откуда получаем

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1},$$

т. е. токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках. Если $N_2/N_1 > 1$, то трансформатор повышает ЭДС и во столько же раз понижает ток.

5.4.4. Токи при размыкании и замыкании цепи

Время размыкания и замыкания электрических цепей мало, поэтому скорость изменения тока от установившегося значения до нуля или наоборот велика. При большой индуктивности цепи в ней возникает значительный ток самоиндукции

$$I_c = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt},$$

который может превышать основной ток. Особенно это превышение существенно во время размыкания цепи, так как ток самоиндукции при этом сонаправлен с основным током. Поэтому цепи, содержащие индуктивность, нельзя резко размыкать.

Токи самоиндукции, возникающие при размыкании и замыкании контура с током, называются *экстратоками самоиндукции*.

§ 5.5. Энергия магнитного поля

Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Рассчитать энергию магнитного поля можно, приравняв ее работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

С контуром, индуктивность которого L и по которому течет ток I , сцеплен магнитный поток $\Phi_B = LI$. При изменении тока на dI поток изменяется на $d\Phi_B = L dI$, при этом совершается работа $dA = I d\Phi_B = LI dI$. Работа по созданию потока Φ_B равна

$$A = \int_0^I LI dI = LI^2 / 2.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром, равна

$$W = LI^2 / 2.$$

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим однородное магнитное поле внутри длинного соленоида, заменив индуктивность:

$$W = \frac{1}{2} \mu \mu_0 \frac{N^2 I^2}{\ell} S.$$

Так как $I = B\ell / \mu \mu_0 N$ и $B = \mu \mu_0 H$, то

$$W = \frac{B^2}{2\mu \mu_0} V = \frac{BH}{2} V,$$

где $V = S\ell$ – объем соленоида. Поделив обе части равенства на V , получим

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu \mu_0} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2},$$

где w – объемная плотность энергии магнитного поля.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.1

Определение индуктивности катушки

1. *Цель работы:* освоить экспериментальный метод определения индуктивности катушки.

2. *Подготовка к работе:* прочитать в учебниках параграфы [1] – §§ 25.1, 25.2; [2] – §§ 122, 123, 126, 136; [3] – §§ 221–225, 232. Для выполнения работы студент должен знать: а) закон электромагнитной индукции и правило Ленца; б) понятие о магнитном потоке и индуктивности контура; в) метод векторных диаграмм и его применение к расчету индуктивности катушки; г) понятие магнитной проницаемости среды.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

На рис. 5.8 приведена электрическая схема лабораторной установки, состоящая из катушки индуктивности L с железным сердечником, вольтметра V , амперметра A , потенциометра Π , ключа K и источника тока ε .

Данная электрическая схема предназначена для снятия вольт-амперной характеристики катушки на постоянном (рис. 5.8, а) и переменном напряжении (рис. 5.8, б).

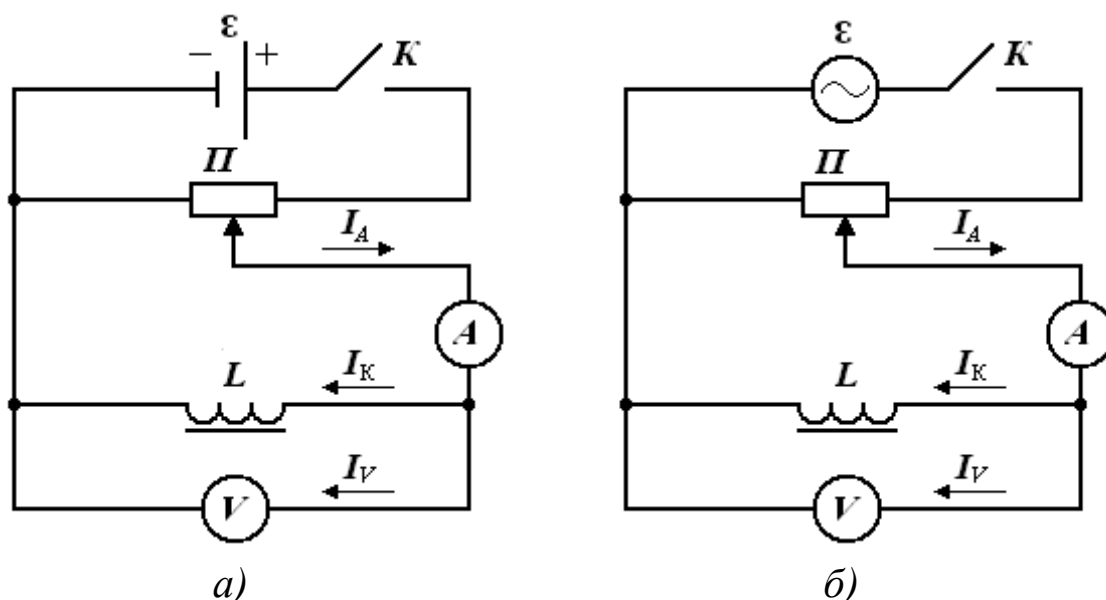


Рис. 5.8. Принципиальная электрическая схема лабораторной установки с источником постоянного (а) и переменного напряжения (б)

3.2. Методика измерений и расчета

ЭДС электромагнитной индукции по закону Фарадея

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right), \quad (5.1)$$

где $\Phi = LI$ – магнитный поток, пронизывающий контур; L – индуктивность контура.

Если $L = \text{const}$, то $\frac{dL}{dt} = 0$. Тогда $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$.

Магнитный поток катушки, содержащей N витков:

$$\Phi = NBS = \mu\mu_0 NHS = \mu\mu_0 \frac{N^2 SI}{l}. \quad (5.2)$$

Индуктивность катушки

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}, \quad (5.3)$$

где μ – относительная магнитная проницаемость, показывающая, во сколько раз сердечник изменяет индуктивность катушки.

Для расчета индуктивности катушки в данной работе используется метод векторных диаграмм.

На рис. 5.9 вектор $\dot{I}R$ – комплекс напряжения на активном сопротивлении катушки. Он совпадает по фазе с вектором тока \dot{I} . Вектор $\dot{I}\omega L$ – комплекс напряжения на индуктивном сопротивлении катушки. Он опережает вектор тока \dot{I} по фазе на $\pi/2$. Вектор $\dot{I}\bar{Z}$ – комплекс напряжения на полном сопротивлении катушки.

Если стороны треугольника напряжений (рис. 5.9) разделить на \dot{I} , то получится треугольник сопротивлений Z , R и $X_L = \omega L$ (рис. 5.10).

Из треугольника сопротивлений следует, что полное сопротивление катушки индуктивности равно

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (5.4)$$

Из формулы (5.4) выражаем индуктивность катушки

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}, \quad (5.5)$$

где $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота переменного напряжения.

Если экспериментально определить сопротивление катушки постоянному току R и полное сопротивление катушки переменному току Z , то по формуле (5.5) можно рассчитать индуктивность ка-

тушки на выбранной частоте переменного напряжения.

3.3. Определение активного сопротивления катушки R

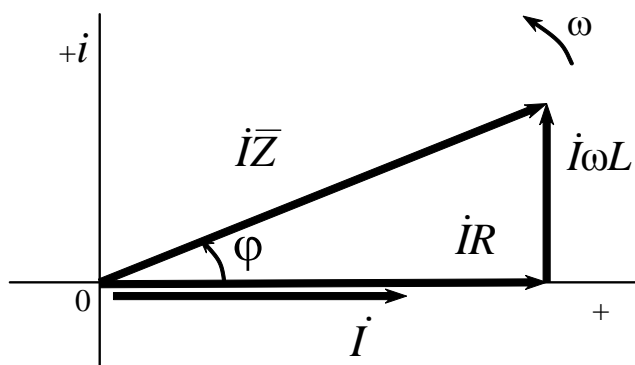


Рис. 5.9. Диаграмма напряжений катушки индуктивности

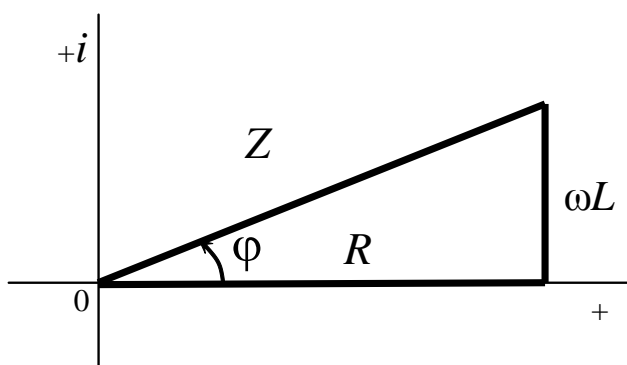


Рис. 5.10. Треугольник сопротивлений катушки индуктивности

3.3.1. Собрать электрическую схему по рис. 5.8, а. Движок потенциометра Π поставить в положение минимума снимаемого напряжения.

3.3.2. После проверки схемы преподавателем замкнуть ключ K и, перемещая движок потенциометра, выбрать удобные пределы измерения приборов.

3.3.3. Определить цену деления приборов, разделив предел измерения на количество делений.

3.3.4. Измерить напряжение u и ток I_A при различных положениях движка потенциометра.

3.3.5. Определить ток, протекающий через вольтметр, по формуле $I_V = \frac{u}{R_V}$, где R_V – сопротивление вольтметра, приведенное на

лицевой панели прибора.

3.3.6. Определить ток, протекающий через катушку, по формуле

$$I_K = I_A - I_V.$$

3.3.7. Построить график вольт-амперной зависимости $I_K(u)$, откладывая по оси ординат ток катушки I_K , по оси абсцисс напряжение u . Котангенс угла наклона прямой, проведенной через точки графика (методом наименьших квадратов, экспериментальные точки должны располагаться примерно поровну по обеим сторонам

прямой), определяет омическое сопротивление катушки $R_k = \operatorname{ctg} \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta I}$. Результаты занести в табл. 5.1.

3.3.8. Рассчитать абсолютную погрешность ΔR . Результат записать в виде $R = R_k \pm \Delta R$.

Таблица 5.1

Определение активного сопротивления катушки R_k

№	Напряжение u В	Ток			R_k Ом	ΔR_k Ом	$R_k \pm \Delta R_k$ Ом
		I_A А	I_V А	I_k А			
1							
2							
3							
4							
5							

3.4. *Определение полного сопротивления катушки Z_0 без железного сердечника*

3.4.1. Собрать электрическую схему по рис. 5.8, б. Вынуть сердечник из катушки. Повторить все измерения.

3.4.2. Построить график вольт-амперной зависимости $I_k(u)$, на одном графике с вольт-амперной зависимостью для постоянного тока. Котангенс угла наклона прямой, проведённой через точки графика, определяет полное сопротивление катушки:

$Z_0 = \operatorname{ctg} \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta I}$. Результаты занести в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Определение полного сопротивления катушки Z_0 без железного сердечника

№	Напряжение u В	Ток			Z_0 Ом	ΔZ_0 Ом	$Z_0 \pm \Delta Z_0$ Ом
		I_A А	I_V А	I_k А			
1							
2							
...							
10							

3.4.3. Рассчитать абсолютную погрешность ΔZ_0 . Результат записать в виде $Z_0 \pm \Delta Z$.

3.5. *Определение полного сопротивления катушки Z_c с железным сердечником*

3.5.1. Вставить сердечник в катушку и вновь повторить все измерения. Рассчитать токи, протекающие через вольтметр I_V и катушку I_K , результаты вычислений занести в табл. 5.3.

3.5.2. Построить график вольт-амперной зависимости на одном графике с вольт-амперной зависимостью для постоянного тока и катушки без сердечника. Котангенс угла наклона прямой, проведенной через точки графика, определяет полное сопротивление катушки: $Z_c = \operatorname{ctg} \varphi = \frac{\Delta u}{\Delta I}$. Результаты занести в табл. 5.3.

3.5.3. Рассчитать абсолютную погрешность ΔZ_c .

Результат записать в виде $Z_c \pm \Delta Z_c$.

Таблица 5.3

Определение полного сопротивления катушки Z_c с железным сердечником

№	Напряжение u В	Ток			Z_c Ом	ΔZ_c Ом	$Z_c \pm \Delta Z_c$ Ом
		I_A А	I_V А	I_K А			
1							
2							
3							
...							
10							

3.6. *Определение индуктивности катушки и магнитной проницаемости железного сердечника*

3.6.1. По формуле $L_0 = \frac{\sqrt{Z_0^2 - R_K^2}}{\omega}$ рассчитать индуктивность катушки без сердечника.

3.6.2. По формуле $L_c = \frac{\sqrt{Z_c^2 - R_K^2}}{\omega}$ рассчитать индуктивность катушки с сердечником.

3.6.3. По формуле μ_c рассчитать магнитную проницаемость сердечника. При этом нужно иметь в виду, что магнитная проницаемость ферромагнетика $\mu_c = \frac{L_c}{L}$ является функцией напряженности намагничивающего поля и зависит от состояния сердечника, а значение индуктивности L_c характерно только для выбранных значений тока и напряжения на катушке.

3.7. *Сделать вывод по результатам измерений и расчетов*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.2

Определение индуктивности соленоида баллистическим методом

1. *Цель работы:* освоить баллистический метод определения индуктивности соленоида.

2. *Подготовка к работе:* прочитать в учебниках параграфы [2] – §§ 122, 123, 126; [3] – §§ 221–226. Для выполнения работы студент должен знать: а) закон электромагнитной индукции и правило Ленца; б) понятие о магнитном потоке и индуктивности контура; в) методику определения индуктивности соленоида баллистическим методом.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

На рис. 5.11 приведена электрическая схема лабораторной установки, состоящая из источника тока ε , ключа K , потенциометра R , измерительной катушки L , соленоида S , амперметра A и баллистического гальванометра G .

Электрическая схема состоит из двух магнитосвязанных цепей. Первая цепь служит для питания соленоида S от источника тока ε . Вторая цепь состоит из измерительной катушки L и баллистического гальванометра G . Измерительная катушка L содержит N витков медной проволоки, намотанной в центре соленоида S вплотную на витки соленоида. Используемый соленоид выполнен в виде многослойной катушки (3–4 слоя). Баллистический гальванометр G отличается от обычного лишь увеличенным моментом инерции и служит для измерения малых количеств электричества.

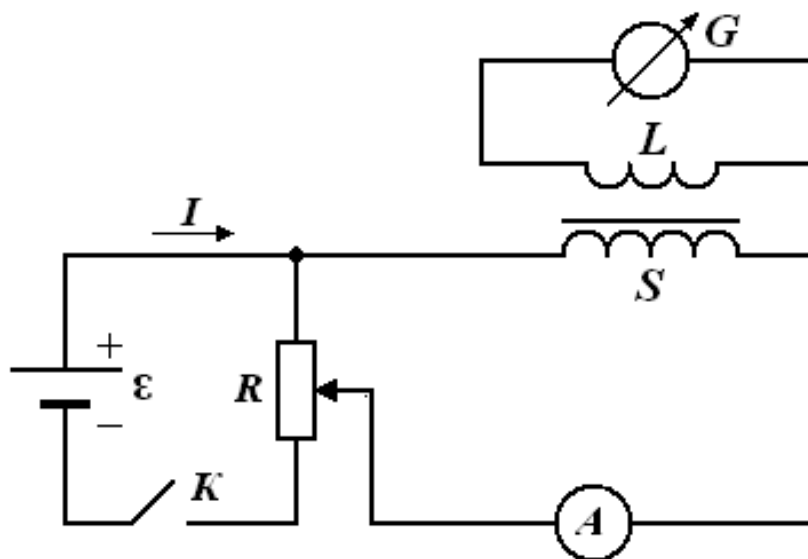


Рис. 5.11. Принципиальная электрическая схема лабораторной установки

3.2. Методика измерений и расчета

Теория баллистического гальванометра показывает, что первый (максимальный) баллистический отброс α пропорционален количеству электричества q , протекающего через него:

$$\alpha = \frac{q}{K_G}, \quad (5.6)$$

где K_G – баллистическая постоянная гальванометра, численно равная количеству электричества, вызывающего смещение указателя гальванометра на одно деление.

Магнитный поток Φ , пронизывающий виток с током, пропорционален силе тока I :

$$\Phi = LI, \quad (5.7)$$

где L – индуктивность контура.

При замыкании (или размыкании) тока в цепи соленоида в измерительной катушке возникает ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi_L}{dt} = -N_L \frac{d\Phi}{dt}, \quad (5.8)$$

где ε_i – мгновенное значение ЭДС индукции; $\psi_L = N_L \Phi$ – потоко-сцепление измерительной катушки.

Согласно закону Ома сила тока в цепи гальванометра

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon_i}{R_L + R_G}, \quad (5.9)$$

где i – мгновенное значение силы тока; R_L и R_G – соответственно сопротивления измерительной катушки и гальванометра.

Количество электричества, протекающего через гальванометр при замыкании (или размыкании) цепи:

$$q = \int i dt = \int \frac{\varepsilon_i}{R_L + R_G} dt = -\frac{N_L}{R_L + R_G} \int d\Phi = \frac{N_L \Phi}{R_L + R_G}. \quad (5.10)$$

Из формулы (5.10) выразим магнитный поток:

$$\Phi = \frac{(R_L + R_G)}{N_L} \cdot q = \frac{(R_L + R_G)}{N_L} \cdot K_G \alpha. \quad (5.11)$$

Индуктивность соленоида

$$L_S = \frac{\psi_S}{I} = \frac{N_S \Phi}{I} = \frac{(R_L + R_G) N_S K_G \alpha}{I N_L}, \quad (5.12)$$

где I – действующее значение силы тока в цепи соленоида, измеряемое амперметром; N_L и N_S – соответственно число витков измерительной катушки и соленоида.

Индуктивность соленоида в общем случае определяется по формуле

$$L_{\text{теор}} = \mu \mu_0 n^2 l S, \quad (5.13)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; μ – относительная магнитная проницаемость железного сердечника; n – число витков соленоида на единицу длины; l – длина соленоида; S – площадь витка соленоида.

Баллистическая постоянная K_G определяется методом разряда конденсатора, заряженного до разности потенциалов U , через баллистический гальванометр.

На рис 5.12 приведена электрическая схема для определения баллистической постоянной, состоящая из источника тока ε , ключа K , потенциометра R , вольтметра V , конденсатора C , переключателя Π и баллистического гальванометра G .

При повороте переключателя Π влево производится зарядка конденсатора C до некоторой разности потенциалов U , величина

которой регулируется потенциометром R . При повороте переключателя Π вправо производится разрядка конденсатора C через баллистический гальванометр G . Количество электричества, прошедшее через гальванометр при разрядке конденсатора, равно $q = Cu$.

Максимальный баллистический отброс

$$\alpha = \frac{q}{K_G} = \frac{Cu}{K_G}. \quad (5.14)$$

Из формулы (5.14) выражаем баллистическую постоянную

$$K_G = \frac{Cu}{\alpha}. \quad (5.15)$$

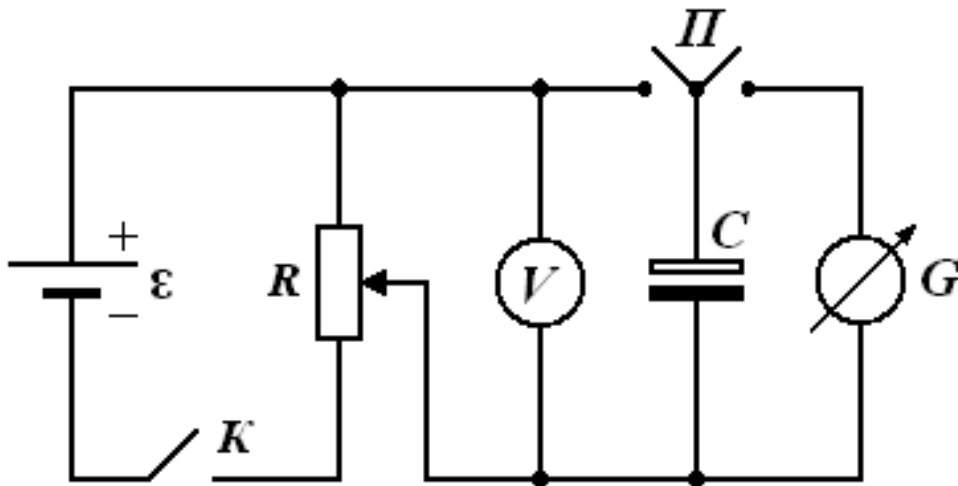


Рис. 5.12. Принципиальная электрическая схема для определения баллистической постоянной

3.3. Определение баллистической постоянной

3.3.1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 5.12.

3.3.2. Включить осветитель гальванометра и получить резкое изображение светового указателя по шкале. Установить изображение нити светового указателя на нулевое деление шкалы.

3.3.3. Замкнуть ключ K . Движком потенциометра R установить разность потенциалов u , измеряемую вольтметром V , согласно табл. 5.4.

3.3.4. Повернув переключатель Π влево, произвести зарядку конденсатора C до разности потенциалов u .

3.3.5. Повернув переключатель Π вправо, произвести разрядку конденсатора C через баллистический гальванометр G . Записать баллистический отброс α . Опыт повторить 5 раз. Результаты изме-

рений занести в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Определение баллистической постоянной гальванометра

№ п/п	C	u	α	K_G	$\langle K_G \rangle$	ΔK_G
	мкФ	В	дел	Кл/дел	Кл/дел	Кл/дел
1		0,5				
2		1,0				
...		...				
5		2,5				

3.3.6. Вычислить по формуле (5.15) баллистическую постоянную гальванометра.

3.3.7. Рассчитать среднее значение баллистической постоянной $\langle K_G \rangle$ и абсолютную погрешность ΔK_G . Результат записать в виде

$$K_G = \langle K_G \rangle \pm \Delta K_G.$$

3.4. Определение индуктивности соленоида

3.4.1. Занести в табл. 5.5 технические характеристики соленоида, измерительной катушки и баллистического гальванометра.

Таблица 5.5

Технические характеристики лабораторной установки

μ_0	n	l	S	R_L	R_G	N_L	N_S	I_{\max}	$L_{S\text{теор}}$
Гн/м	м ⁻¹	м	м ²	Ом	Ом			А	Гн

3.4.2. Рассчитать по формуле (5.13) теоретическое значение индуктивности соленоида $L_{S\text{теор}}$ без сердечника ($\mu = 1$).

3.4.3. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 5.11.

3.4.4. Замкнуть ключ K . Движком потенциометра R установить ток в цепи соленоида I , измеряемый амперметром A , согласно табл. 5.6.

3.4.5. Разомкнуть ключ K . Записать баллистический отброс. Опыт повторить 5 раз. Результаты занести в табл. 5.6.

3.4.6. Рассчитать индуктивность соленоида без сердечника по формуле (5.12).

Определение индуктивности соленоида

№ п/п	без сердечника					с сердечником				
	I	α	L_S	$\langle L_S \rangle$	Φ	I	α	L_S	$\langle L_S \rangle$	Φ
	мА	дел	Гн	Гн	Вб	мА	дел	Гн	Гн	Вб
1	10					10				
2	20					20				
...				
5	50					50				

3.4.7. Рассчитать среднее значение индуктивности соленоида без сердечника $\langle L_S \rangle$.

3.4.8. Поместить внутрь соленоида сердечник. Повторить все измерения. Результаты занести в табл. 5.6.

3.4.9. Рассчитать по формуле (5.12) индуктивность соленоида с сердечником.

3.4.10. Рассчитать среднее значение индуктивности соленоида с сердечником $\langle L_S \rangle$.

3.4.11. По формуле (5.7) определить магнитный поток соленоида без сердечника и с сердечником при каждом значении тока I .

3.4.12. Построить графики зависимостей $\Phi = f(I)$ для соленоида без сердечника и с сердечником.

3.5. *Сделать вывод*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.3 Изучение явления взаимной индукции

1. *Цель работы:* определение взаимной индукции двух коаксиально расположенных катушек индуктивности.

2. *Подготовка к работе:* прочитать в учебниках параграфы [1] – §§ 25.1–25.3; [2] – §§ 122, 123, 128; [3] – § 227. Для выполнения работы студент должен знать: а) явление взаимной индукции и закон Фарадея; б) понятие о взаимной индуктивности контуров; в) метод определения коэффициента взаимной индуктивности; г) порядок настройки генератора Г6-46 и осциллографа С1-94; д) методику измерения напряжений с помощью осциллографа.

3. *Выполнение работы*

3.1. *Описание лабораторного стенда*

На рис. 5.13 приведена блок-схема лабораторной установки для исследования явления взаимной индукции, состоящая из модуля ФПЭ-05, содержащего катушки индуктивности L_1 и L_2 , расположенные на одной оси, звукового генератора PQ типа Г6-46 и электронного осциллографа PO типа С1-94.

Принципиальная электрическая схема установки изображена на рис. 5.14.

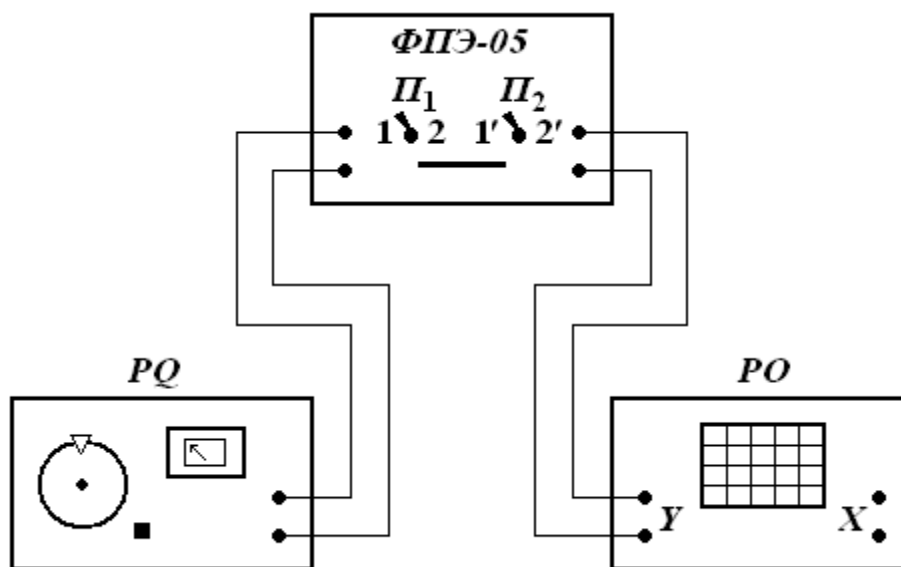


Рис. 5.13. Блок-схема лабораторной установки для исследования явления взаимной индукции

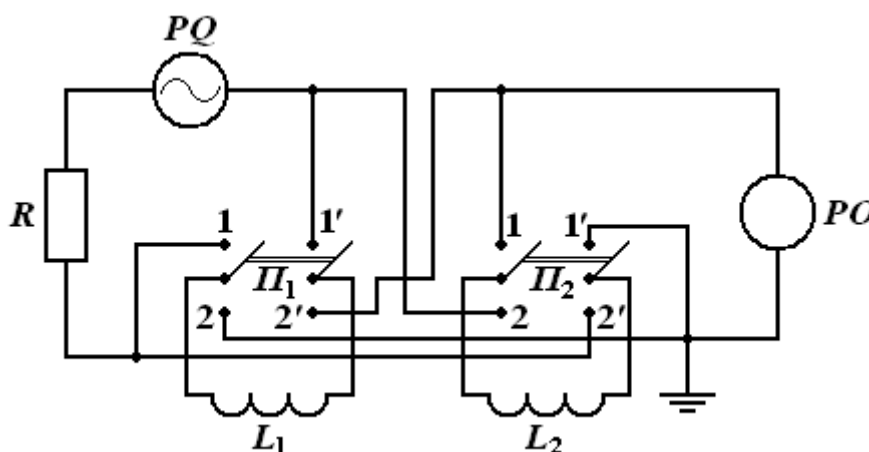


Рис. 5.14. Принципиальная электрическая схема установки

В положении 1 – 1' переключателей Π_1 и Π_2 напряжение от генератора PQ подается на катушку L_1 , а электронный осциллограф PO измеряет напряжение на катушке L_2 . В положении 2 – 2' пере-

ключателей Π_1 и Π_2 напряжение от генератора PQ подается на катушку L_2 , а электронный осциллограф PO измеряет напряжение на катушке L_1 .

3.2. Методика измерений и расчета

Рассмотрим две катушки индуктивности L_1 и L_2 , расположенные близко друг от друга. Если по катушке L_1 пропустить ток I_1 , то он создает магнитный поток, часть которого Φ_{21} пронизывает катушку L_2 :

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1, \quad (5.16)$$

где M_{21} – коэффициент взаимной индуктивности катушек L_1 и L_2 .

При изменении тока I_1 в катушке L_2 возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой определяется выражением

$$\varepsilon_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt}. \quad (5.17)$$

Если поменять местами катушки L_1 и L_2 , то при изменении тока I_2 в катушке L_1 возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой определяется выражением

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{di_2}{dt}, \quad (5.18)$$

где $M_{12} = M_{21}$.

Так как питание катушек осуществляется от генератора звуковой частоты PQ , то мгновенное значение силы тока, протекающего через катушку L_1 , равно

$$i_1 = \frac{u_1}{Z} = \frac{U_{01}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cos(\omega t - \varphi) = I_{01} \cos(\omega t - \varphi), \quad (5.19)$$

где R – активное сопротивление катушки; $\omega L = X_L$ – индуктивное сопротивление катушки; $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ – модуль полного сопротивления катушки; u_1 – мгновенное значение напряжения на катушке L_1 ; U_{01} – амплитуда напряжения на катушке L_1 ; I_{01} – амплитуда силы тока, протекающего через катушку L_1 ; φ – разность фаз между напряжением и силой тока в цепи катушки индуктивности.

Мгновенное значение ЭДС взаимной индукции в катушке L_2

$$\varepsilon_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{U_{01}}{Z} \omega \sin \omega t = \xi_{02} \sin \omega t = \xi_{02} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (5.20)$$

где $\xi_{02} = \xi_{01} = M_{21} \frac{U_{01}}{Z} \omega = M_{21} \frac{U_{01}}{Z} 2\pi f$ – амплитуда ЭДС взаимной индукции; f – частота звукового генератора PQ .

Вольтметр, расположенный на панели звукового генератора PQ , показывает действующее значение напряжения, поэтому

$$U_{01} = U_{\text{д}} \sqrt{2}. \quad (5.21)$$

Коэффициент взаимной индуктивности определяется по формуле

$$M_{21} = M_{12} = \frac{\xi_{01} Z}{2\pi f U_{01}} = \frac{\xi_{01} Z}{2\sqrt{2}\pi f U_{\text{д}}}. \quad (5.22)$$

3.3. Подготовка к работе генератора Г6-46

3.3.1. Исходное положение органов управления генератора: установить на передней панели генератора.

3.3.2. Выбрать синусоидальный режим, нажав «~».

3.3.3. Нажать аттенюатор – 20, выбрать частоту с помощью кнопки диапазона и ручек «ГРУБО», «ПЛАВНО».

3.4. Подготовка к работе осциллографа С1-94

3.4.1. Вставить вилку шнура питания в розетку «~220 В» и включить тумблер «сеть» на передней панели. При этом должна загореться сигнальная лампа. Дать осциллографу прогреться 1 ÷ 2 мин.

3.4.2. Ручкой «ЯРКОСТЬ» установить яркость изображения линии развертки на экране, удобную для наблюдения. Во избежание прожога люминофора нельзя устанавливать чрезмерную яркость. Ручкой «ФОКУС» установить одинаковую четкость изображения по всей линии луча.

3.4.3. С помощью специального кабеля подать исследуемый сигнал на гнездо «→1MΩ 40 pF» усилителя У, расположенного на передней панели осциллографа.

3.4.4. Нажать переключатель «~≅» в положение «~».

3.4.5. Установить переключатель «V/дел» в положение 0,05 В/дел, чтобы исследуемый сигнал занимал на экране 5 делений.

3.4.6. Установить ручкой «УРОВЕНЬ» устойчивое изображение сигнала на экране. Если с помощью одной только ручки «УРОВЕНЬ» не удастся получить устойчивое изображение, нужно использовать ручки «УРОВЕНЬ» и «СТАБ». Для этого нужно по-

вернуть ручку «УРОВЕНЬ» влево до упора, затем медленно поворачивать ручку «СТАБ» до начала срыва развертки. После этого, вращая ручку «УРОВЕНЬ» вправо до появления развертки, установить уровень на запускающем сигнале, с которого срабатывает схема синхронизации развертки.

3.4.7. Нажать переключатель: «ms/дел, μ s/дел» в положение «ms/дел», чтобы на экране наблюдалось несколько периодов исследуемого сигнала. Установить переключатель «РАЗВЕРТКА» в положение «0,5».

3.4.8. Совместить вращением ручки « \updownarrow » верхний уровень сигнала с одной из горизонтальных линий сетки. Нижний уровень при этом должен находиться в пределах шкалы экрана. Ручкой « \leftrightarrow » сместить изображение так, чтобы его левый край находился на одной из вертикальных линий сетки. Ручка «УСИЛЕНИЕ» должна при этом находиться в крайнем правом положении.

3.4.9. Измерить в делениях шкалы расстояние по вертикали между крайними точками измеряемого сигнала.

3.4.10. Умножить на величину показателя «V/дел». При этом погрешность определения величины амплитуды напряжения равна $\pm 7\%$.

3.5. *Определение коэффициентов M_{12} и M_{21} и исследование их зависимости от расстояния между центрами катушек d*

3.5.1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 5.13.

3.5.2. Задать напряжение U_d в диапазоне от 0,5 до 5 В и частоту f сигнала генератора в диапазоне от 1 до 10 кГц. Поставить переключатели P_1 и P_2 в положение 1 – 1'.

3.5.3. Установить подвижную катушку L_1 в положение 0 мм по линейке. Перемещая катушку L_1 через каждые 10 мм, записывать значение ЭДС взаимной индукции в цепи катушки L_2 .

3.5.4. По формуле (5.22) определить значение M_{21} . Полученные данные занести в табл. 5.7.

3.5.5. Поставить переключатели P_1 и P_2 в положение 2 – 2'. Повторить все измерения.

3.5.6. По формуле (5.22) определить значение M_{12} . Полученные данные занести в табл. 5.7.

3.5.7. Построить графики зависимостей $M_{12} = f(d)$ и $M_{21} = f(d)$, где d – расстояние между центрами катушек L_1 и L_2 .

Таблица 5.7

Результаты измерения коэффициента взаимной индуктивности при различном взаимном расположении катушек

№ п/п	$U_D = \dots В$		$f = \dots кГц$		$Z = 10^4 Ом$		M_{12} Гн
	d мм	ξ_{02} дел	M_{21} В	ξ_{01} дел	M_{12} В		
1							
2							
...							
10							

3.6. Определение коэффициента M_{21} при различных значениях питающего напряжения

3.6.1. Поставить катушку L_1 в среднее положение относительно катушки L_2 .

3.6.2. Задать частоту f питающего напряжения в диапазоне от 20 до 30 кГц (по указанию преподавателя).

3.6.3. Измерить амплитуду ЭДС взаимной индукции ξ_{02} при различных значениях напряжения U_D в цепи катушки L_1 в диапазоне от 0 до 5 В через 0,5 В.

3.6.4. По формуле (5.22) определить значение M_{21} . Полученные данные занести в табл. 5.8.

Таблица 5.8

Результаты измерения коэффициента M_{21} при различных значениях питающего напряжения

U_D	В	$f = \dots$ кГц		$Z = 10^4 Ом$						
		0,5							5	
ξ_{02}	В									
M_{21}	Гн									

3.7. Определение коэффициента M_{21} при различных частотах питающего напряжения

3.7.1. Поставить катушку L_1 в среднее положение относительно катушки L_2 .

3.7.2. Задать амплитуду напряжения генератора по указанию преподавателя в диапазоне от 0,1 до 1 В.

3.7.3. Измерить амплитуду ЭДС взаимной индукции ξ_{02} при

различных частотах звукового генератора от 10 до 100 кГц.

3.7.4. По формуле (5.22) определить значение M_{21} . Полученные данные занести в табл. 5.9.

Таблица 5.9

Результаты измерения коэффициента M_{21} при различных частотах питающего напряжения

		$U_{\text{д}} = \dots \text{В}$		$Z = 10^4 \text{ Ом}$						
f	кГц	10	20							100
ξ_{02}	В									
M_{21}	Гн									

3.8. Сделать выводы от чего зависит взаимная индуктивность

§ 5.6. Вопросы для самоподготовки

5.6.1. Что такое индуктивность контура? От чего она зависит?

5.6.2. Какие существуют способы определения индуктивности?

5.6.3. Что такое активное, индуктивное и полное сопротивление катушки в цепи переменного тока?

5.6.4. Почему сопротивление катушки при переменном токе больше, чем при постоянном?

5.6.5. В чем заключается закон электромагнитной индукции и явление самоиндукции? Как применить правило Ленца для определения направления индукционного тока?

5.6.6. Как железный сердечник влияет на величину индуктивности катушки? Что такое домены?

5.6.7. Какими преимуществами обладает ферритовый сердечник по сравнению с железным?

5.6.8. В чем особенности диа- и парамагнетиков?

5.6.9. За счет чего проявляется диамагнитный эффект?

5.6.10. Что такое гиромангнитное отношение?

5.6.11. С чем связана частота Лармора?

5.6.12. Как рассчитывается намагниченность диамагнетиков и парамагнетиков?

5.6.13. В чем заключается явление магнитоstriction и эффект

Виллари?

5.6.14. Что называется магнитным потоком, потокосцеплением и индуктивностью контура?

5.6.15. Как рассчитывается индукция магнитного поля внутри соленоида без сердечника?

5.6.16. Почему магнитное поле внутри соленоида является однородным, а вне соленоида – неоднородным и очень слабым?

5.6.17. От чего зависит индуктивность соленоида?

5.6.18. При каких условиях возникает в катушке ЭДС самоиндукции?

5.6.19. Как применить правило Ленца для определения направления индукционного тока?

5.6.20. Как определить индуктивность соленоида баллистическим методом?

5.6.21. Как определить баллистическую постоянную?

5.6.22. На чем основан принцип действия баллистического гальванометра?

5.6.23. Почему индуктивность соленоида с сердечником больше, чем без сердечника?

5.6.24. В чем заключается явление взаимной индукции?

5.6.25. Что характеризует коэффициент взаимной индукции?

5.6.26. Как зависит коэффициент взаимной индукции от частоты и величины питающего напряжения?

5.6.27. Почему равны коэффициенты M_{12} и M_{21} ?

5.6.28. Как изменяется коэффициент взаимной индукции в зависимости от расположения катушек?

5.6.29. Как влияют магнитные свойства среды на коэффициент взаимной индуктивности?

5.6.30. В каких единицах измеряется коэффициент взаимной индукции?

5.6.31. От чего зависит ЭДС, наводимая во втором контуре, индуктивно связанном с первым контуром, в котором протекает периодически изменяющийся ток?

5.6.32. Как определить экспериментально коэффициент взаимной индукции?

5.6.33. Как рассчитать коэффициент взаимной индукции двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник?

§ 5.7. Примеры решения задач

Пример 5.7.1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,05$ Тл вращается тонкий однородный стержень длиной $\ell = 20$ см так, что ось вращения параллельна линиям индукции и пересекает стержень в точке, удаленной от одного из концов на расстояние, равное $\frac{1}{4}$ его длины (рис. 5.15). Угловая скорость вращения $\omega = 20$ рад/с. Определить разность потенциалов, возникающую на концах проводника.

Решение: При движении стержня в магнитном поле с ним движутся свободные заряды (электроны), на каждый из них действует сила Лоренца, направленная вдоль проводника, модуль которой:

$$F_{\text{л}} = q_e v B \sin \alpha,$$

где q_e , v – заряд и скорость электрона, соответственно; B – индукция магнитного поля; α – угол между направлениями векторов скорости \vec{v} и индукции \vec{B} магнитного поля (в нашем случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$). Под действием этой силы электроны перемещаются так, что в точках A и C создается избыток электронов, а в O – их недостаток. Эти заряды создают кулоновское поле напряженностью \vec{E} . Со стороны этого поля на электроны действует сила, которая противоположна по направлению силе Лоренца и равна:

$$\vec{F}_{\text{к}} = q_e \cdot \vec{E}.$$

При равенстве численных значений этих сил дальнейшее перемещение электронов по проводнику прекратится:

$$q_e \cdot E = q_e v B.$$

Воспользовавшись связью потенциала ϕ с напряженностью E , можно определить изменение потенциала $d\phi$ на элементарном участке $d\ell$ длины стержня, т.к. $E = vB$, получаем

$$d\phi = -vB d\ell.$$

Скорость v электрона на разных расстояниях r от оси вращения стержня связана с угловой скоростью ω вращения: $v = \omega r$.

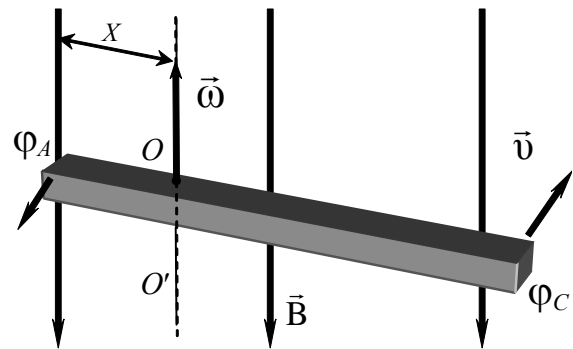


Рис. 5.15. Стержень вращается в магнитном поле

Тогда разность потенциалов между концами вращающегося стержня:

$$\int_{\varphi_A}^{\varphi_C} d\varphi = - \int_{-\frac{\ell}{4}}^{\frac{3\ell}{4}} \omega B r \cdot d\ell = - \omega B \int_{-\frac{\ell}{4}}^{\frac{3\ell}{4}} r \cdot d\ell.$$

Так как ℓ и r берутся вдоль одного направления, то $d\ell = dr$. Тогда

$$\varphi_C - \varphi_A = -\omega B \frac{r^2}{2} \Big|_{-\frac{\ell}{4}}^{\frac{3\ell}{4}} = -\omega B \left(\frac{9}{32} \cdot \ell^2 + \frac{1}{32} \cdot \ell^2 \right) = -\frac{5}{16} \omega B \ell^2.$$

Произведем вычисления:

$$\varphi_A - \varphi_C = \frac{5 \cdot 0,05 \cdot 20 \cdot 0,04}{16} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ В.}$$

Пример 5.7.2. В однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл расположена прямоугольная рамка, подвижная сторона которой длиной 0,25 м перемещается со скоростью 12 м/с перпендикулярно линиям индукции магнитного поля (рис. 5.16).

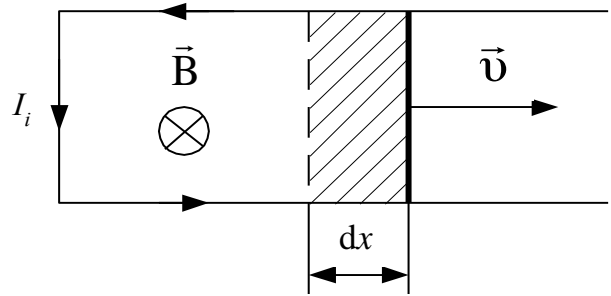


Рис. 5.16. Рамка движется в магнитном поле

Определить ЭДС индукции, возникающую в контуре.

Решение: Изменение $d\Phi$ магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром, происходит за счет изменения dS площади при движении одной стороны рамки

$$d\Phi = B dS.$$

ЭДС индукции, наводимая в контуре, определяется скоростью изменения магнитного потока

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{B dS}{dt} = - \frac{B l dx}{dt} = - B l v,$$

где $dS = l dx$ – изменение площади поверхности при движении стороны рамки со скоростью $v = \frac{dx}{dt}$.

Произведем вычисления:

$$\varepsilon_i = -0,2 \cdot 0,25 \cdot 12 = -0,6 \text{ В.}$$

Знак «минус» показывает, что индукционный ток препятствует своим магнитным полем увеличению магнитного потока, то есть индукционный ток I_i в контуре направлен против часовой стрелки (рис. 5.16).

Пример 5.7.3. В электрической цепи, содержащей конденсатор емкостью $C = 0,2$ мкФ и катушку индуктивностью $L = 1$ мГн, сила тока изменяется по закону $I = 0,02 \sin \omega t$, А. Определить энергию колебательного контура, записать закон изменения напряжения $u(t)$ на обкладках конденсатора.

Омическим сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь.

Решение: Идеальный колебательный контур – это электрическая цепь, состоящая из конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L (рис. 5.17). Рассчитаем энергию колебательного контура:

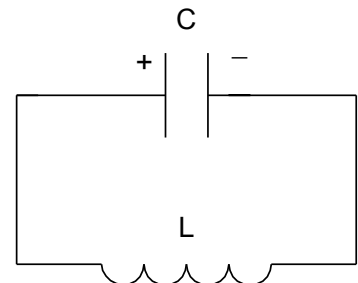


Рис. 5.17. Колебательный контур

$$W = W_{\text{э}} + W_{\text{м}} = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{Q_m^2}{2C}.$$

$$W = \frac{10^{-3} \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{2} = \frac{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

Напряжение на обкладках конденсатора

$$u = \frac{Q}{C},$$

где Q – заряд на обкладках конденсатора, изменяющийся со временем. Закон его изменения $Q(t)$ найдем из условия

$$Q = \int_0^t I dt = \int_0^t 0,02 \sin \omega t dt = -\frac{0,02}{\omega} \cos \omega t.$$

Циклическая частота ω электрических колебаний в контуре

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Следовательно, напряжение на конденсаторе изменяется со временем по закону

$$u = -\frac{0,02}{C}\sqrt{LC} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

Подставляя численные значения L и C , получим

$$u = -1,41 \cos(7,07 \cdot 10^4 t).$$

§ 5.8. Задачи для самостоятельного решения

5.8.1. Соленоид содержит $N = 600$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S = 8 \text{ см}^2$. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 5 \text{ мТл}$. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает в соленоиде, если ток уменьшается до нуля за время $\Delta t = 0,4 \text{ мс}$.

5.8.2. Проволочный виток радиусом $r = 4 \text{ см}$ и сопротивлением $R = 0,015 \text{ Ом}$ находится в однородном магнитном поле ($B = 0,24 \text{ Тл}$). Плоскость витка составляет угол $\varphi = 30^\circ$ с линиями индукции. Какое количество электричества q протечет по витку при выключении магнитного поля?

5.8.3. Рамка, содержащая $N = 1500$ витков площадью 50 см^2 , равномерно вращается в магнитном поле напряженностью $H = 10^5 \text{ А/м}$, делая $n = 960 \text{ об/мин}$. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

5.8.4. В электрической цепи, содержащей сопротивление 10 Ом и индуктивность 5 мГн , течет ток 6 А . Определить силу тока в этой цепи через $0,36 \text{ мс}$ после отключения источника тока.

5.8.5. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L = 0,4 \text{ Гн}$. Через сколько времени сила тока в цепи достигнет 99% предельного значения?

5.8.6. В однородном магнитном поле с индукцией $0,015 \text{ Тл}$ под углом $\varphi = 30^\circ$ к полю расположена медная квадратная рамка со стороной $a = 35 \text{ см}$. Диаметр провода $d = 0,2 \text{ мм}$. Рамку повернули пер-

пендикулярно полю. Какое количество электричества q индуцировалось в рамке?

5.8.7. Сила тока в соленоиде равномерно возрастает от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 10$ А за 1 мин, при этом соленоид накапливает энергию $W = 20$ Дж. Какая ЭДС индуцируется в соленоиде?

5.8.8. В однородном магнитном поле индукцией 150 мТл вращается стержень с постоянной частотой 20 с^{-1} так, что плоскость его вращения перпендикулярна линии индукции, а ось вращения проходит через один из его концов. Индуцируемая на концах стержня разность потенциалов равна 0,5 В. Определить длину стержня.

5.8.9. Круговой проволочный виток площадью 120 см^2 находится в однородном магнитном поле, индукция которого 25 мТл. Плоскость витка перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти среднюю ЭДС индукции, возникающую в витке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 16 \text{ мс}$?

5.8.10. На соленоид длиной $\ell = 20$ см и площадью поперечного сечения $S = 35 \text{ см}^2$ надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 340$ витков, и по нему идет ток $I = 2,5$ А. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 1,5 \text{ мс}$?

5.8.11. Кольцо из проволоки сопротивлением 1 мОм находится в однородном магнитном поле индукцией 0,4 Тл. Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол 90° . Определить заряд, который протечет по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца 10 см^2 .

5.8.12. Однослойный соленоид без сердечника длиной 20 см и диаметром 4 см имеет плотную намотку медным проводом диаметром 0,1 мм. За 0,1 с сила тока в нем равномерно убывает с 5 А до 1 А. Определить ЭДС индукции в соленоиде.

5.8.13. Под действием однородного магнитного поля перпендикулярно линиям индукции начинает перемещаться прямолинейный проводник массой 2 г, по которому течет ток 10 А. Какой магнитный поток пересечет этот проводник к моменту времени, когда скорость его станет равна 31,6 м/с.

ПРИЛОЖЕНИЯ**1. Основные физические постоянные**

Название	Обозначение	Численное значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Универсальная газовая постоянная	R	8,314 Дж/моль·К
Постоянная Авогадро	N_A	6,022·10 ²³ моль ⁻¹
Постоянная Больцмана	k	1,381·10 ⁻²³ Дж/К
Элементарный заряд	e	1,602·10 ⁻¹⁹ Кл
Масса покоя электрона	m_e	9,109·10 ⁻³¹ кг
Скорость света в вакууме	c	2,9979·10 ⁸ м/с
Масса покоя протона	m_p	1,67·10 ⁻²⁷ кг
Электрическая постоянная	ϵ_0	8,85·10 ⁻¹² Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	12,56·10 ⁻⁷ Гн/м
Постоянная Планка	h	6,63·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Планка (с чертой)	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	1,0546·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	5,67·10 ⁻⁸ Вт/(м ² ·К ⁴)
Постоянная закона смещения Вина	b	2,90·10 ⁻³ м·К
Энергия ионизации атома водорода	E_i	2,16·10 ⁻¹⁸ Дж
Комптоновская длина волны	λ_c	2,43·10 ⁻¹² м
Атомная единица массы	$a. e. m.$	1,6605·10 ⁻²⁷ кг
Электрон-вольт	эВ	1,6·10 ⁻¹⁹ Дж

2. Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ

Вещество	Проницаемость
Вода	81
Масло (трансформаторное)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

3. Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент α проводников

Вещество	ρ при 20 °С	α
	нОм·м	К ⁻¹
Железо	98	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	17	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Алюминий	26	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Графит	3900	$-0,8 \cdot 10^{-3}$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов. – 10-е изд., испр. – Москва : Высшая школа, 2005. – 560 с.
2. Детлаф, А. А. Курс физики : учеб. пособие для студентов вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 4-е изд., испр. – Москва : Академия, 2003. – 720 с.
3. Савельев, И. В. Курс физики : в 3 т. : учеб. пособие. Т. 2 : Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 480 с.

Дырдин Валерий Васильевич
Мальшин Анатолий Александрович
Шепелева Софья Алексеевна

Физика
Электричество и магнетизм

Учебное пособие

Редактор З. М. Савина

Подписано в печать 12.11.2014. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Уч.-изд. л. 13,00
Тираж 170 экз. Заказ

КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28

Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А